

AtCoder Beginner Contest 003

解説

AtCoder株式会社 代表取締役
高橋直大(chokudai)

A問題 問題概要

- 整数 N が与えられる。
- 青木君の給料は、 $N(\leq 100)$ 面ダイスを振った時に出た値 $\times 10000$ である。
- 青木君の給料の期待値を求めなさい。

A問題 解き方の流れ

- まず標準入力から整数を読み取る
 - 解らない場合は標準入力の方法をチェック！
 - 受け取った数字から、期待値を算出する
 - 算出した期待値を出力する
-
- 標準入力・標準出力が解らない人はこちらから
 - http://practice.contest.atcoder.jp/tasks/practice_1

A問題 解説

- それぞれの目の出る確率は $1/N$
 - これらに対する期待値の和を取ってあげれば良い。
 - 例えば、4なら、1が $1/4$, 2が $1/4$, 3が $1/4$, 4が $1/4$
 - よって、平均の目の値は2.5

A問題 解説

- もう少し高速化したい場合
 - 平均の求め方を変える
 - 1～Nまでの平均をループで求める
 - N回の計算が必要
 - 1とNの真ん中の値を取る
 - 足し算して割るだけ
 - $(1+N)/2$ と書いた時に、整数のまま演算してしまうことに注意
 - » $(1+N)/2.0$ で小数にするなり、 $(1+N)*10000/2$ にするなりで回避可能。

B問題 問題概要

- 二つの文字列が与えられる。
- 各文字列の@という文字を、a,t,c,o,d,e,rのどれかに変換することが出来る。
- 二つの文字列を同じに出来るか答えなさい。

B問題 解説

- 1文字ずつ順番に比較する
 - 同じ文字ならOK
 - 違う文字でも、片方が'@'、片方がatcoderのどれかならOK
 - それ以外のパターンが一つでもあったらNG
- 全ての文字についてOKならwinを、そうでないならloseを出力する。

B問題 解き方の流れ

- 文字列2つを読み取る
- 文字列の長さだけループを回す
 - 各文字について、等しいかどうかを調べる
 - 等しくない場合、片方が@、片方がatcoderのどれかになっているか調べる
 - どちらの条件も満たさなかった場合、フラグを立てる
- フラグが立っていたら、loseを出力する
- 立っていなかったら、winを出力する

B問題 実装方法

- 等しくない場合、片方が@、片方がatcoderのどれかになっているか調べる
 - この処理が非常に難しい！
 - 手抜き実装方法が存在する？
- お勧め手抜き実装方法、連想配列を使おう！
 - @が10点、atcoderの全ての文字を1点、それ以外の文字を0点になるような、連想配列を用意する。
 - 二つの文字の点数の和が11点を超えていればOK!
 - @が1個、atcoderのどれかの文字が1個必要となる。
 - 各言語の連想配列はググって調べよう！

B問題 よくある間違い

- a,t,c,o,d,e,rを全て'@'に変換してしまう
 - 例: aoki → @@ki
 - これは、いくつかのパターンで間違ってしまう
 - 例: aとc → @と@になってしまい、同一判定に
- @を全通り試してしまう
 - 全て@な時に計算時間が膨大になってしまう

C問題 問題概要

- 高橋君は、ビデオを見てレートを上げる。
- N 個のビデオがあり、 K 個の動画を見る時間がある。同じ動画を見れるのは1回まで。
- 高橋君の最初のレートは0
- 動画を見ると、 $(\text{VideoRate} + \text{TakahashiRate})/2$ が、高橋君の次のレートになる
- 高橋君が閲覧可能な動画で到達可能なレートの最大値を答えなさい。

C問題 解説

- 見る順番によって、最終的なレートが変わってしまう！
 - 50を見てから100を見る→62.5
 - 100を見てから50を見る→50
- なので、順番を無視することが出来ない！

C問題 解説

- では、全ての順番を全通り試してみたらどうなるか？
 - 動画の数が100種類まで
 - 見る順番は $100!$ ($=100 \times 99 \times \dots \times 1$)通り
 - 到底全てのパターンを調べることが出来ない！

C問題 解説

- 組み合わせが膨大な時どうするか？
- 下記のどちらかを行えば、上手く行くことが多い！
 - 計算を上手くまとめてあげる
 - 規則性を見つけて調べる必要のあるパターンを減らす

C問題 解説

- 処理を纏めてあげる方法

- 今回は使用しないので、参考程度に読み飛ばしてください。
- 「どのセットの動画を見たか」という情報に対して、高橋君のレートの最大値をメモしてあげる
- それぞれの動画に対して「見た」「見てない」の2通りのパターンがあるので、動画がN個あるとき、 2^N (2のN乗)のパターンが存在する
- Nが100の時、結局パターン数が多過ぎて、計算時間が間に合わない。
 - それでも、計算時間は大幅に減っている。

C問題 解説

- 規則性を見つける

- どうやって？

- 規則性を見つけたい時は、色々なケースを手で試してみよう！

C問題 解説

- 動画が $\{1,2,3\}$ の3つ、このうち2つを見る。
 - 1,2と見る $\rightarrow 1.25$
 - 1,3と見る $\rightarrow 1.75$
 - 2,1と見る $\rightarrow 1$
 - 2,3と見る $\rightarrow 2$
 - これが最大
 - 3,1と見る $\rightarrow 1.25$
 - 3だけ見たほうが大きい
 - 3,2と見る $\rightarrow 1.75$

C問題 解説

- 先ほどのケースを観察して解りそうなこと
 - 大きい方からK個採用すると良い。
 - これは直感的にも自明？
 - もし小さい数を採用していたら、使っていない中でレートの高いものと取り換えれば、最終的な値は増えそう
 - 見る動画のセットを決めたら、レートの低い動画から順番に見ていくと良い
 - これは本当？？偶然こうなっただけ？？

C問題 解説

- $\{1,2,3\}$ の順番を変えてみる
 - $1,2,3 \rightarrow 2.125$ これが一番大きい！
 - $1,3,2 \rightarrow 1.875$
 - $2,1,3 \rightarrow 2$
 - $2,3,1 \rightarrow 1.5$
 - $3,1,2 \rightarrow 1.625$
 - $3,2,1 \rightarrow 1.375$

C問題 解説

- 参考: 計算詳細
 - 1 2 3
 - $C = 0.0$ のとき、新たな C は $C = (0.0+1)/2 = 0.5$
 - $C = 0.5$ のとき、新たな C は $C = (0.5+2)/2 = 1.25$
 - $C = 1.25$ のとき、新たな C は $C = (1.25+3)/2 = 2.125$
 - 1 3 2
 - $C = 0.0$ のとき、新たな C は $C = (0.0+1)/2 = 0.5$
 - $C = 0.5$ のとき、新たな C は $C = (0.5+3)/2 = 1.75$
 - $C = 1.75$ のとき、新たな C は $C = (1.75+2)/2 = 1.875$
 - 2 1 3
 - $C = 0.0$ のとき、新たな C は $C = (0.0+2)/2 = 1.0$
 - $C = 1.0$ のとき、新たな C は $C = (1.0+1)/2 = 1.0$
 - $C = 1.0$ のとき、新たな C は $C = (1.0+3)/2 = 2.0$
 - 2 3 1
 - $C = 0.0$ のとき、新たな C は $C = (0.0+2)/2 = 1.0$
 - $C = 1.0$ のとき、新たな C は $C = (1.0+3)/2 = 2.0$
 - $C = 2.0$ のとき、新たな C は $C = (2.0+1)/2 = 1.5$
 - 3 1 2
 - $C = 0.0$ のとき、新たな C は $C = (0.0+3)/2 = 1.5$
 - $C = 1.5$ のとき、新たな C は $C = (1.5+1)/2 = 1.25$
 - $C = 1.25$ のとき、新たな C は $C = (1.25+2)/2 = 1.625$
 - 3 2 1
 - $C = 0.0$ のとき、新たな C は $C = (0.0+3)/2 = 1.5$
 - $C = 1.5$ のとき、新たな C は $C = (1.5+2)/2 = 1.75$
 - $C = 1.75$ のとき、新たな C は $C = (1.75+1)/2 = 1.375$

C問題 解説

- 考察:なぜ小さい方から順番に見ていくべきなのか？
 - 最初に見る動画のレートを a 、次に見る動画を b 、最後に見る動画を c とする
 - 高橋君の初期レートは 0
 - 1つ動画を見た後のレートは $a/2$
 - 2つ動画を見た後のレートは $b/2 + a/4$
 - 3つ動画を見た後のレートは $c/2 + b/4 + a/8$
- 後から見た動画の方が影響力が強くなる。

C問題 解説

- 以上より、行うべき手順は以下のようなになる
 - ビデオをレーティング順にソートする
 - 大きい方からK個の数字を取り出し、小さい方から順に1つずつシミュレーションしてあげる
 - 小さい方から取り出しているので、途中で高橋君のレートより動画のレートが小さくなることはありえないため、必ずK個の動画を閲覧して良い。

D問題 問題概要

- $R \times C$ の部屋が与えられる
- デスクが D 個、サーバーラックが L 個配置されている
- これらを出来るだけ小さな長方形で囲むと、 $X \times Y$ の長方形となった。(回転不可)
- デスクとサーバーラックの配置として、あり得るパターンを全て求めなさい。

D問題 100点解法解説

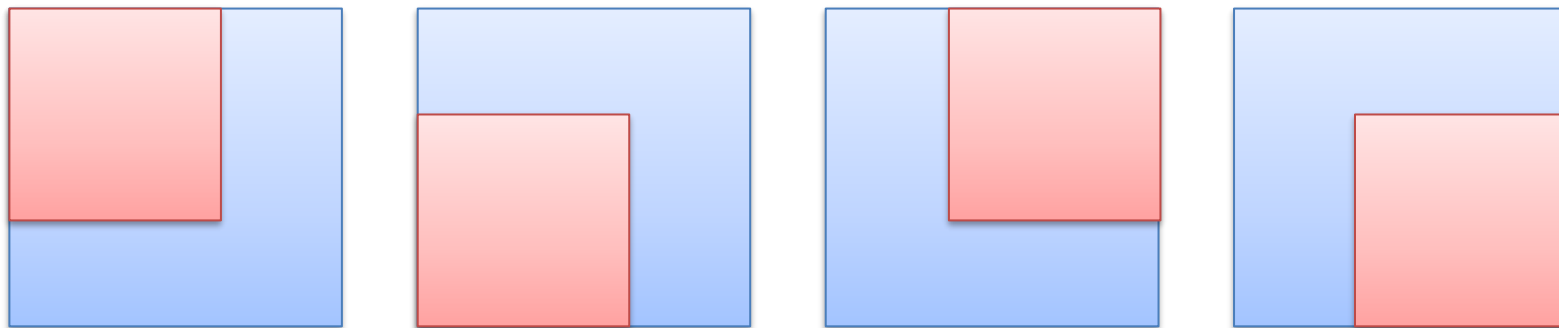
- まず全通り試す場合を考える。
- 各マスにLを置く、Dを置く、何も置かないの3通り。
 - $3^{(R \times C)}$ 通りあるので、絶対に間に合わない。
- 他の全通り試す方法もあるが、いずれも計算時間が膨大にかかってしまう。

D問題 100点解法解説

- $X*Y$ の領域が残っているのだから、 $X*Y$ の取り方をまず考える。
 - これは、探索でも数学的な計算でも簡単に求まる。
- その後、 $X*Y$ の空間の中に、デスクとサーバーラックの置き方が何通りあるか調べる

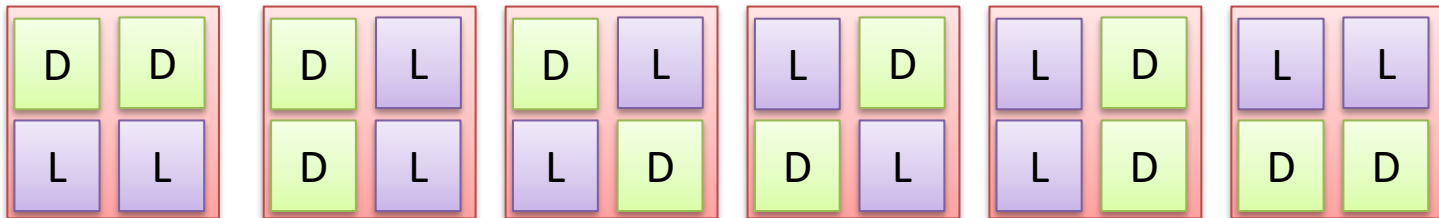
D問題 100点解法解説

- $R, C=3$ $X, Y=2$ $D=2$ $L=2$ の時
 - 部屋に、サーバーラックとデスクを詰め込むスペースの組み合わせは4つ



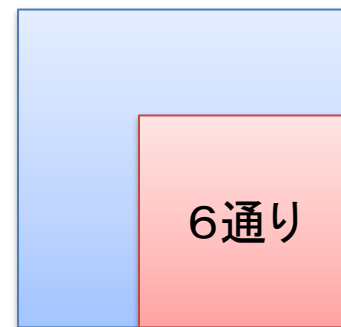
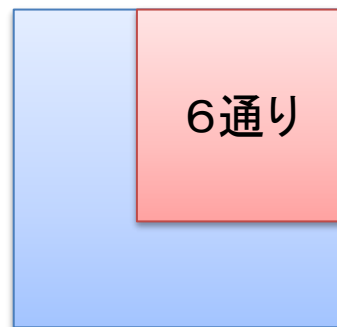
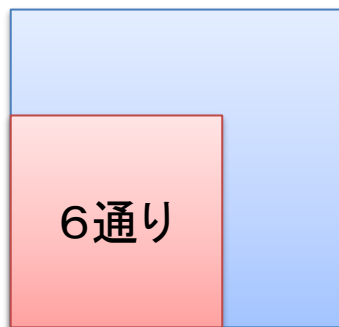
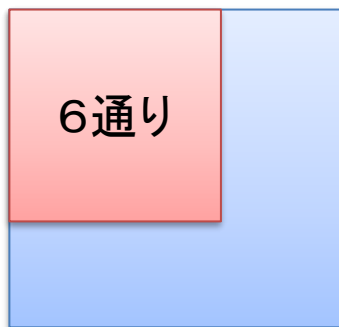
D問題 100点解法解説

- $R, C=3$ $X, Y=2$ $D=2$ $L=2$ の時
 - 赤いスペースの中に、デスクとラックを置く組み合わせは6通り



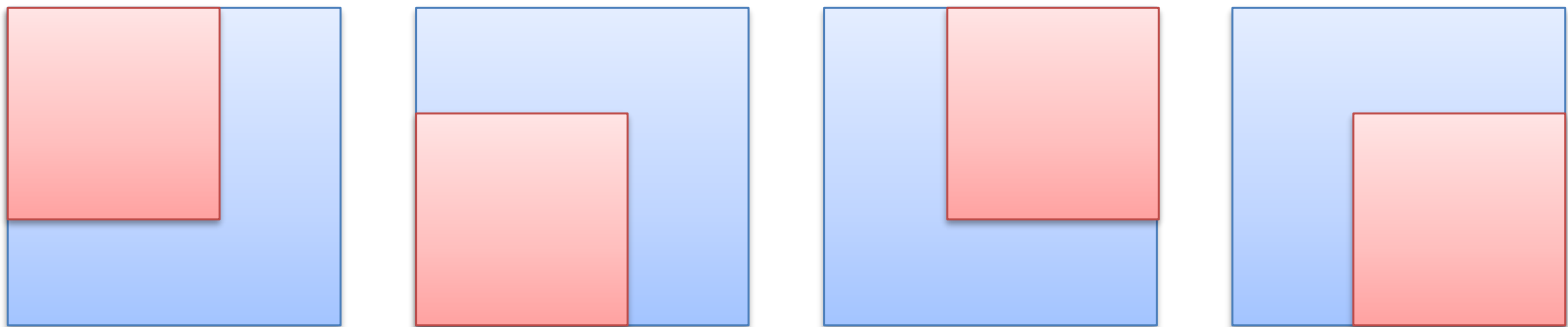
D問題 100点解法解説

- $R, C=3$ $X, Y=2$ $D=2$ $L=2$ の時
 - 全てのパターンは、 $6*4$ で24通りとなる。
 - こんな感じで求められるかをこれから考える。



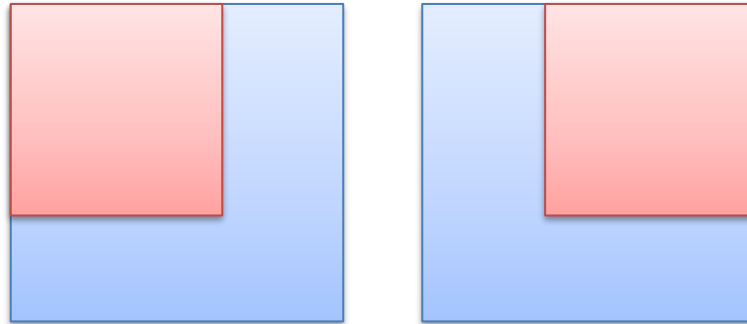
D問題 100点解法解説

- $X \times Y$ の数の求め方を考える。
 - 横にずらせる個数は、 $R-X$ 個なので、横の配置場所は $R-X+1$ 個。
 - 今回の場合は、 $R=3$ 、 $X=2$ なので、 $R-X=1$ 個だけ右にずらすことが出来る。よって、2か所に置くことが出来る。
 - 縦にずらせる場所も同様に求まる。
 - よって、単純な掛け算で求まる。

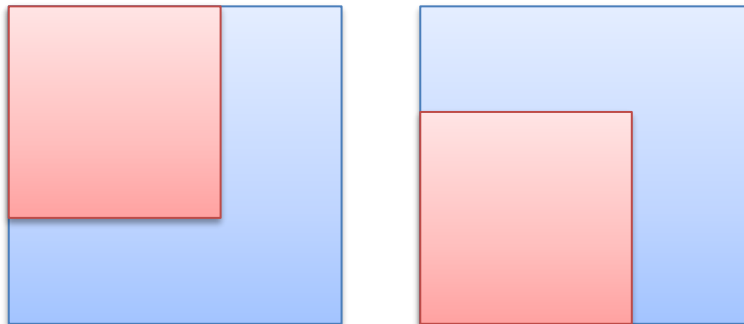


D問題 100点解法解説

- もう少し図解
 - 横には2か所配置可能

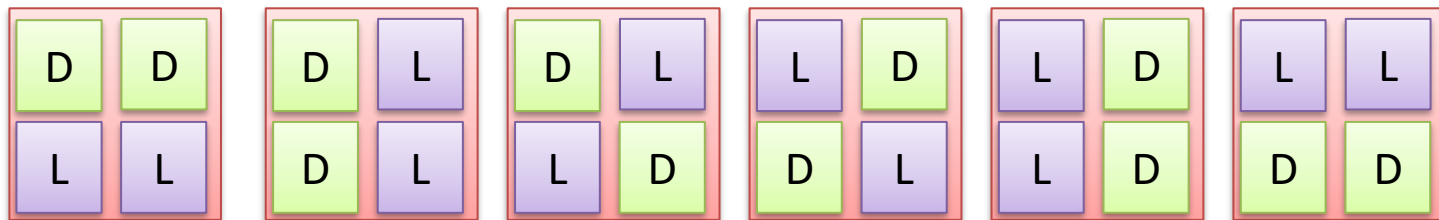


- 縦にも2か所配置可能



D問題 100点解法解説

- 次に、デスクとサーバーラックの配置方法を考える。
 - 4つのスペースに、2つのサーバーラックと2つのデスクを配置する。
 - これは、組み合わせの個数 $4C2$ を求めてあげれば良い。
 - $4C2$ は6なので確かに正しい！



D問題 100点解法解説

- ここまでの手順
 - まずは、使う領域を求める
 - これは単純な掛け算で求めることが出来る。
 - 次に、領域内のデスクとサーバーラックの置き方を求める
 - これも単純な組み合わせで求めることが出来る。
 - これらを掛け算すれば、答えが求まる！
 - 本当に？

D問題 100点解法解説

- 問題文より

- $1000000007 = 10^9 + 7$ で割った余りを求めるプログラムを書いてください。
- これは、非常に大きな数字が発生してしまうことがあるかもしれないことを表す。
- それぞれの計算について、大きな数字が発生するかどうか確かめる必要がある。

D問題 100点解法解説

- 使う領域を求める計算
 - 30以下の数字の掛け算を2回行うだけなので、大きな数にはならない。
- サーバーラックとデスクの組み合わせを求める計算
 - 最大マス数は $30 \times 30 = 900$
 - デスクが半分の450個とする。
 - 求める組み合わせ 900×450 は非常に大きい！
 - $\text{Mod} = 1000000007$ で割ったあまりを求めてあげなければならない。

D問題 100点解法解説

- 使う領域を求める計算
 - 30以下の数字の掛け算を2回行うだけなので、大きな数にはならない。
- サーバーラックとデスクの組み合わせを求める計算
 - 最大マス数は $30 \times 30 = 900$
 - デスクが半分の450個とする。
 - 求める組み合わせ 900×450 は非常に大きい！
 - $\text{Mod} = 1000000007$ で割ったあまりを求めてあげなければならない。

D問題 100点解法解説

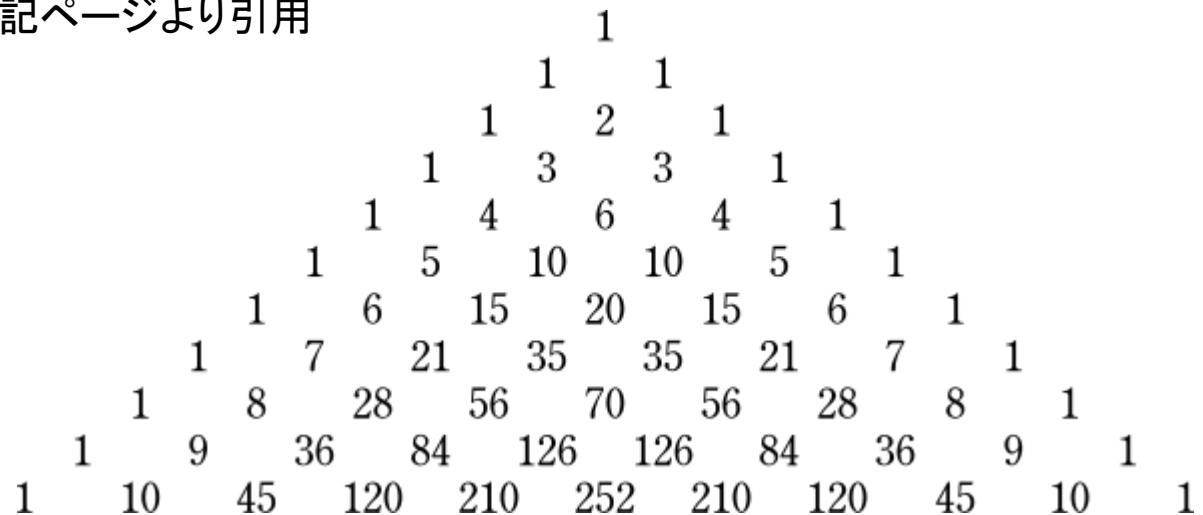
- 組み合わせの求め方
 - 900C450を普通に計算すると、 $900 \times 899 \times 888 \times \dots$
 - 非常に大きな数になってしまう！
 - だが、途中で余りを計算すると、割り算が発生するため、上手く数字を求めることが出来ない。
 - 少し特殊な求め方が必要。

D問題 100点解法解説

- パスカルの三角形を使おう！

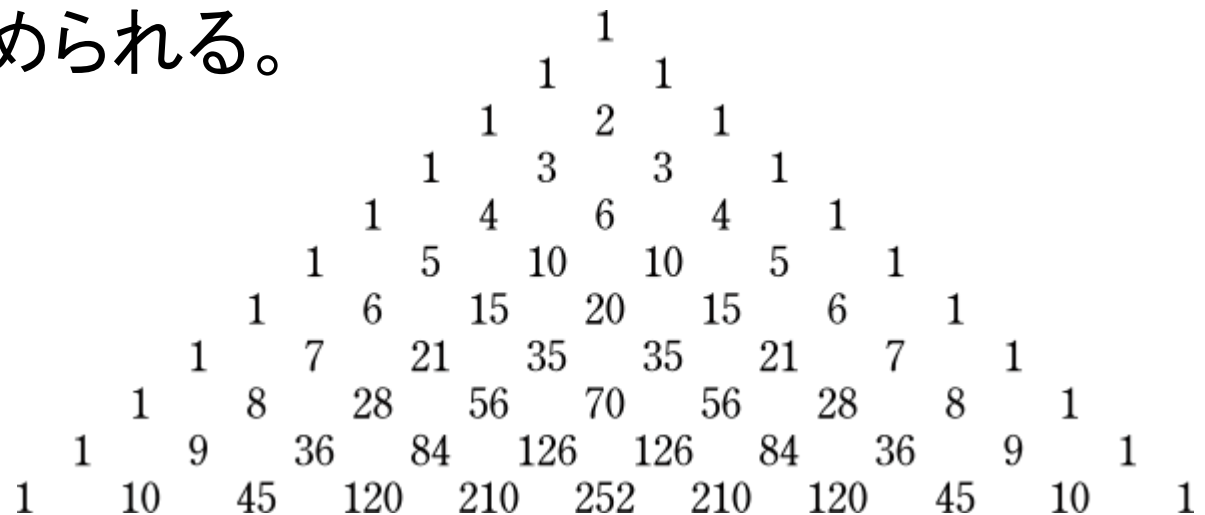
- <http://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%83%91%E3%82%B9%E3%82%AB%E3%83%AB%E3%81%AE%E4%B8%89%E8%A7%92%E5%BD%A2>

画像はwikipedia上記ページより引用



D問題 100点解法解説

- パスカルの三角形を使おう！
 - 0から数えて、 i 列目の j 番目の数字が、 $|C_j|$ に対応している。
 - 足し算しか使わずに求めることが可能なので、あまりも求められる。



D問題 100点解法解説

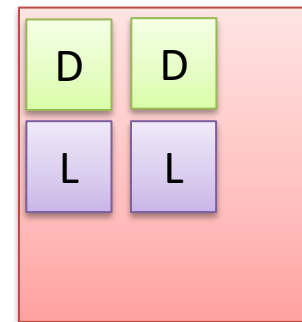
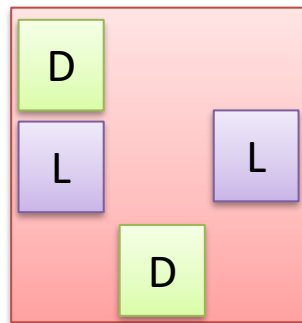
- 組み合わせの求め方(特殊)
 - 特殊な方法なので、興味がある人だけどうぞ。
 - $900C450$ を普通に計算すると、膨大な数字になる
 - 余りを求めた状態でも、割り算が出来れば問題はない
 - $\text{mod } 10^9+7$ に対する逆元さえ求めることが出来れば、割り算相当の演算を掛け算で求めることが出来る。
 - 10^9+7 は素数なので、フェルマーの小定理などが使える

D問題 100点解法解説

- 最終的な手順
 - まずは、使う領域を求める
 - これは単純な掛け算で求めることが出来る。
 - 次に、領域内のデスクとサーバーラックの置き方を求める
 - これも単純な組み合わせで求めることが出来る。
 - 組み合わせの求め方は、パスカルの三角形を使用する。

D問題 チャレンジ点解法

- 今までの方法では、上手くいかないケースが出てしまう。
- 左はOK 右がNG
 - 上下左右の壁に、ぴったりくっついてるパターンだけ取り出さなければならない

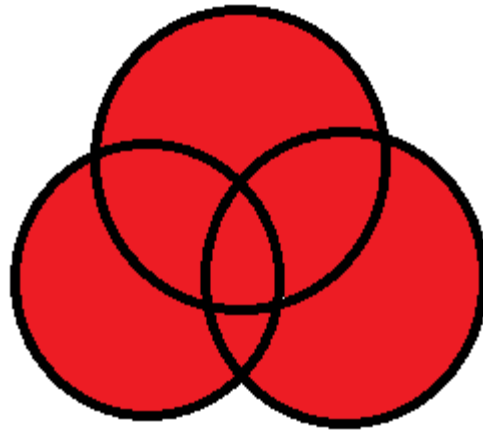


D問題 チャレンジ点解法

- 「壁にぴったりくっついてるケース」だけを計算することは、非常に難しい。
- 「壁にぴったりくっついていないケース」を引いてあげることで、上手く求めることが出来る。
 - 「包除原理」と呼ばれる手法！

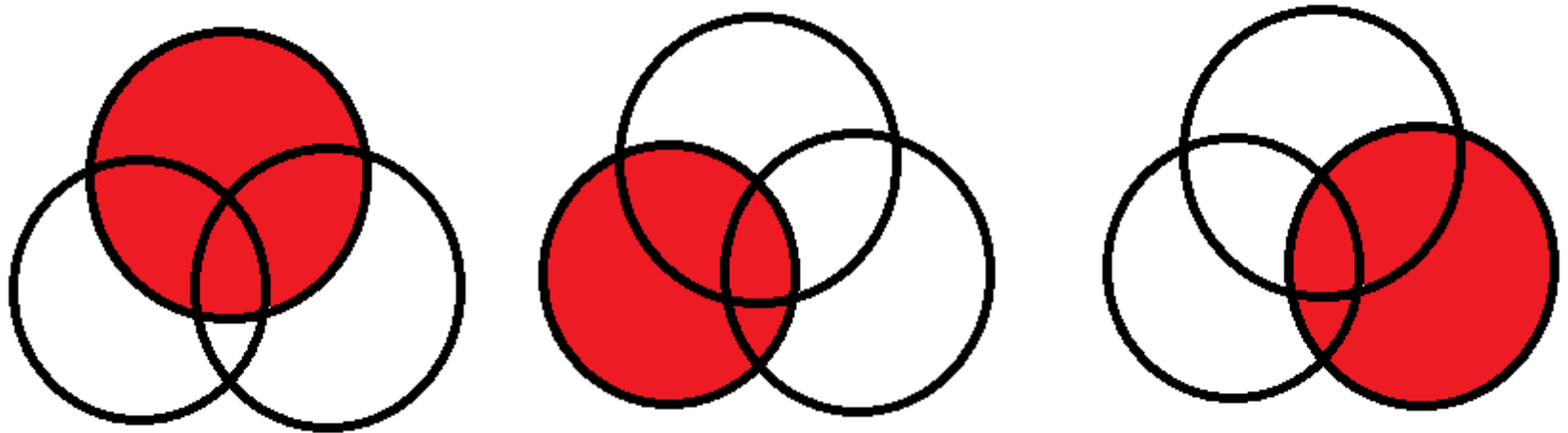
D問題 チャレンジ点解法

- 包除原理とは？
 - 赤い領域を求めたいとする



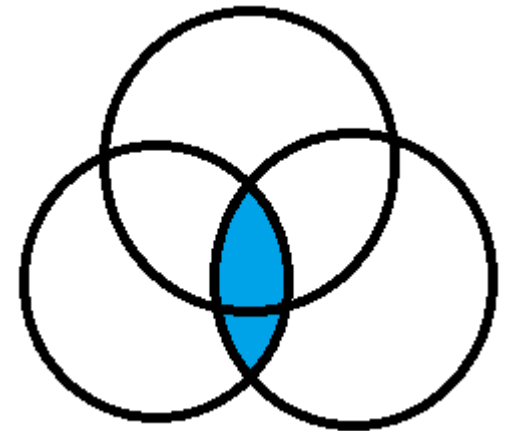
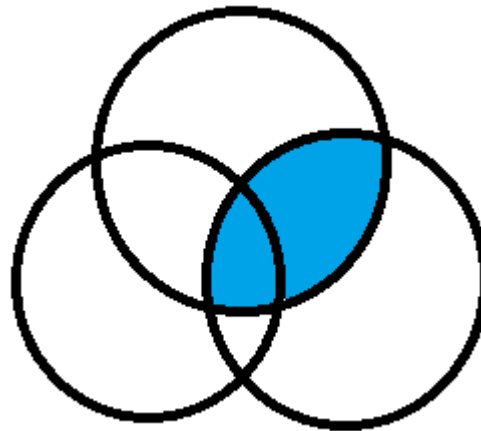
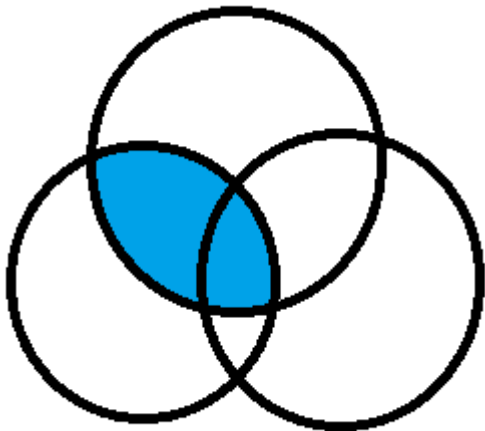
D問題 チャレンジ点解法

- 包除原理とは？
 - まずは1つの円に対しての領域を足し算する



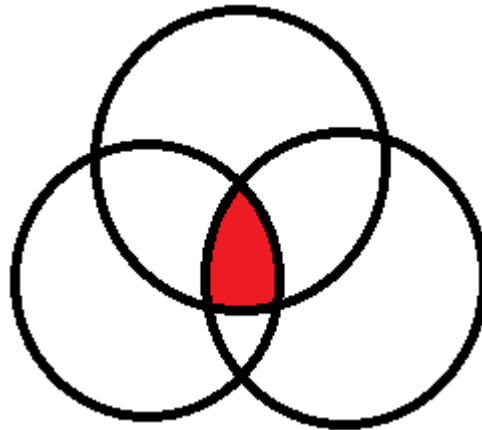
D問題 チャレンジ点解法

- 包除原理とは？
 - 次に、2円の共通部分の領域を引く



D問題 チャレンジ点解法

- 包除原理とは？
 - 最後に、3円の共通部分の領域を足す
 - これで求めたい領域が求まる！
 - 確認してみよう！



D問題 チャレンジ点解法

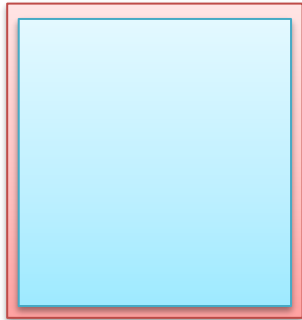
- これは、4つ、5つ、6つに拡大しても、同じようなことが出来る。
 - 奇数個の共通領域を足して、偶数個の共通領域を引くだけ。
 - 詳しくは包除原理の解説サイトなどを見てみよう！

D問題 チャレンジ点解法

- 今回のケース
 - XY領域のもっとも上の列を使っている、いない
 - XY領域のもっとも左の列を使っている、いない
 - XY領域のもっとも下の列を使っている、いない
 - XY領域のもっとも右の列を使っている、いない
- 以上4パターンに対して、包除原理を適用してあげれば良い。

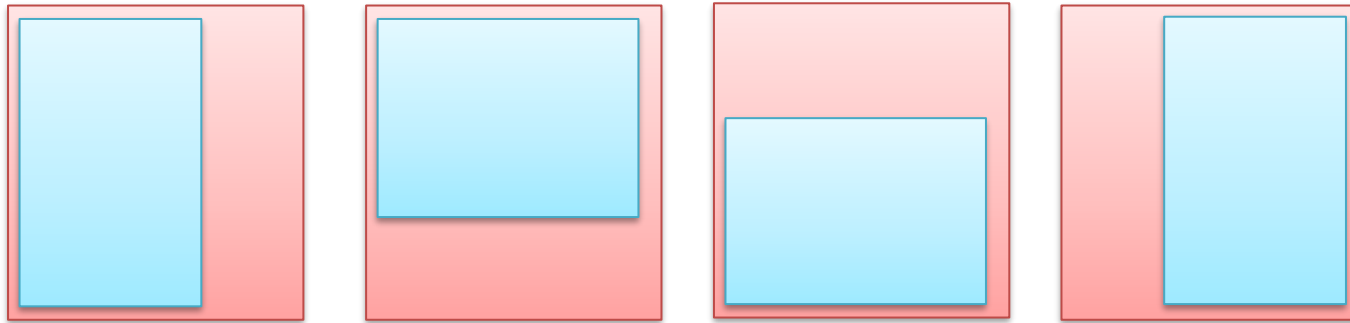
D問題 チャレンジ点解法

- まずは全領域を足す



D問題 チャレンジ点解法

- 次に1辺だけ使っていないのを引く
 - この繰り返しで求まる！



- わかんなかったら@chokudaiまで！
 - ぶっちゃけ間に合いませんでした＞＜