

## E:Dist Max

(解説 : ynymxiaolongbao)

$$\begin{aligned} & |x_i - x_j| + |y_i - y_j| \\ &= \max(x_i - x_j, x_j - x_i) + \max(y_i - y_j, y_j - y_i) \\ &= \max((x_i - x_j) + (y_i - y_j), (x_i - x_j) + (y_j - y_i), (x_j - x_i) + (y_i - y_j), (x_j - x_i) + (y_j - y_i)) \\ &= \max(x_i + y_i - (x_j + y_j), x_i - y_i - (x_j - y_j), -(x_i - y_i) + (x_j - y_j), -(x_i + y_i) + x_j + y_j) \\ &= \max(|x_i + y_i - (x_j + y_j)|, |x_i - y_i - (x_j - y_j)|) \end{aligned}$$

よって、 $z_i = x_i + y_i, w_i = x_i - y_i$  とすると、 $|x_i - x_j| + |y_i - y_j| = \max(|z_i - z_j|, |w_i - w_j|)$  となります。この変形は 45 度回転とも呼ばれ、マンハッタン距離を扱う問題でよく使われます。これを用いると答えは以下のように表せます。

$$\begin{aligned} & \max_{1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq N} |x_i - x_j| + |y_i - y_j| \\ &= \max_{1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq N} \max(|z_i - z_j|, |w_i - w_j|) \\ &= \max(\max_{1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq N} |z_i - z_j|, \max_{1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq N} |w_i - w_j|) \\ &= \max(\max_{1 \leq i \leq N} z_i - \min_{1 \leq i \leq N} z_i, \max_{1 \leq i \leq N} w_i - \min_{1 \leq i \leq N} w_i) \end{aligned}$$

$z_i, w_i$  の最大値・最小値は  $O(N)$  で求めることができるので、それから答えも求めることができます。

解答例