



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
WIEN
Vienna University of Technology

Elektrotechnische Grundlagen der Informatik (LU 182.692)

Protokoll der 2. Laborübung: "Filter" "Transiente Vorgänge und Frequenzverhalten" b) Messungen

Gruppennr.: 22 Datum der Laborübung: 19.05.2017

Matr. Nr.	Kennzahl	Name
1614835	033 535	Jan Nausner
1633068	033 535	David Pernerstorfer

Kontrolle	✓
Verhalten eines Filters 1. Ordnung	
Verhalten eines RL-Filters	
Dynamisches System 2. Ordnung	

Contents

1	Messung des Verhaltens eines RC-Filters 1. Ordnung	3
2	Messung des Verhaltens eines RL-Filters 1. Ordnung	6
3	Messung des Verhaltens eines dynamischen Systems 2. Ordnung	9
4	Anhang - Messwerte	16

Materialien

- Oszilloskop: Agilent InfiniiVision MSO-X 3054A
- Frequenzgenerator: Agilent 33220A
- Multimeter: Amprobe 37XR-A

1 Messung des Verhaltens eines RC-Filters 1. Ordnung

1.1 Aufgabenstellung

Die charakteristischen Eigenschaften eines RC-Tiefpassfilters mit realen Bauteilen sollen untersucht werden.

1.2 Schaltplan

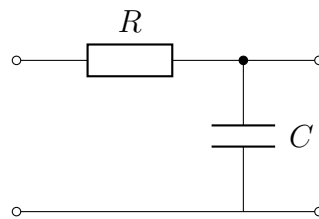


Figure 1: RC Tiefpassfilter 1.Ordnung

1.3 Durchführung

Die Schaltung wurde gemäß Schaltplan mit einem Widerstand $R = 22k\Omega$ und einem Kondensator $C = 10nF$ aufgebaut. Um die Sprungantwort aufzuzeichnen wurde am Eingang ein periodisches Rechtecksignal mit $1V_{PP}$, Offset $0,5V$, 50% Duty Circle und Frequenz $250Hz$, angelegt. Die Eingangs- und Ausgangsspannung wurden mit dem Oszilloskop im Zeitbereich aufgezeichnet (siehe Abbildung 2). Die Zeitkonstante wurde mit den gemessenen Bauteilwerten ($R = 21,75k\Omega$, $C = 10,28nF$) berechnet und ergibt einen Wert von $\tau = RC = 226,16\mu s$. Die Zeitkonstante wurde aus der Sprungantwort ausgelesen indem der Zeitpunkt gemessen wurde, an dem das Signal der Sprungantwort ca. 63% der Eingangsspannung betrug (Vergleich siehe Tabelle 2).

Am Eingang wurde nun ein Sinussignal mit $1V_{PP}$, Offset $0V$ angelegt. Die Eingangs- und Ausgangsspannung bzw. die Phasenverschiebung wurden mit dem Oszilloskop gemessen. Der Frequenzbereich von $10Hz$ bis $1MHz$ mit 5 Frequenzmesspunkten pro Dekade wurden abgetastet. Weiters wurde ein Frequenzmesspunkt an der Grenzfrequenz gesetzt. Die Messpunkte wurden in tabellarischer Form aufgezeichnet und in ein doppelt logarithmisches

Diagramm eingetragen (siehe Abbildung 3). Ab der Frequenz von rund 20kHz konnte die Phasenverschiebung nicht mehr gemessen werden, da der Messwert am Oszilloskop sehr schwach war und dadurch zu stark schwankte.

1.4 Ergebnis & Diskussion

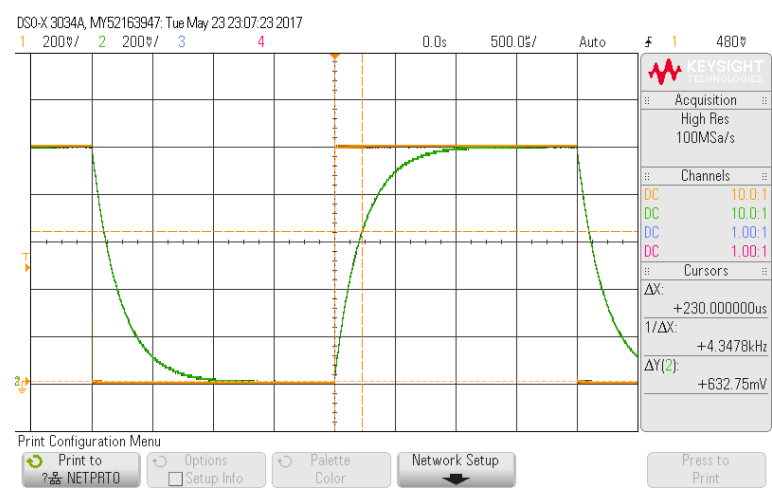


Figure 2: Sprungantwort RC Tiefpass

In der Abbildung 2 ist zu sehen, wie sich die Ausgangsspannung bei Anlegen eines Rechtecksignals verhält. Ein Sprung am Eingang bewirkt am Ausgang eine Kurve die sich der Eingangsspannung annähert. Das lässt auf ein System mit Energiespeicher schließen. In diesem Fall handelt es sich um einen Kondensator, weil anfangs die Spannung 0V ist und mit der Zeit die Impedanz des Kondensators steigt und somit auch die Spannung am Ausgang.

	berechnet	gemessen	Abweichung
Zeitkonstante τ	$226,16\mu\text{s}$	$230\mu\text{s}$	$+1,70\%$

Table 1: Vergleich Zeitkonstante τ berechnet und bemessen

Die Zeitkonstante τ wurde bei einem Spannungswert von ca. 63% der Eingangsspannung gemessen und beträgt $230\mu\text{s}$. Die Abweichung von $+1,70\%$ kommt daher, dass es sich einerseits um reale Bauteile handelt und andererseits ein gewisser Messfehler vorliegt (Cusor am Oszilloskop zeigt nur runde Werte an).

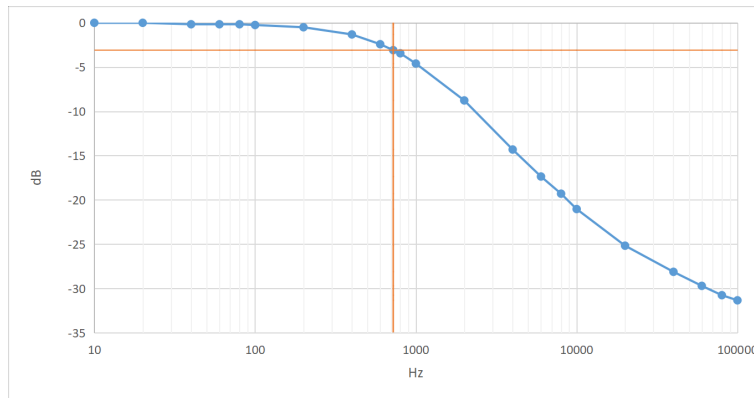


Figure 3: Amplitudengang RC-Tiefpass durch Messungen

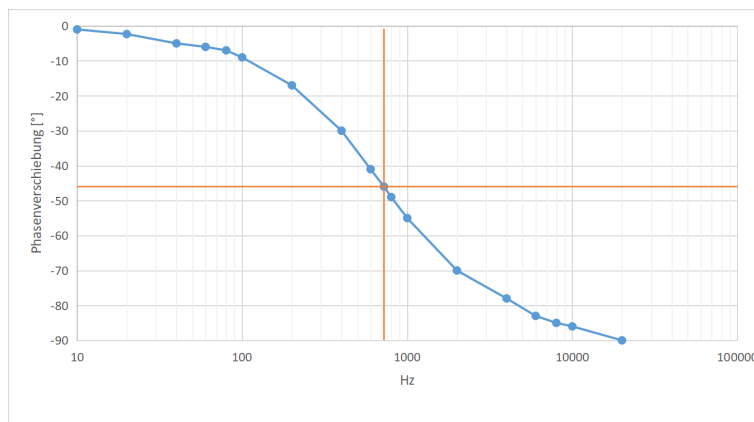


Figure 4: Phasengang RC-Tiefpass durch Messungen

In Abbildung 3 und Abbildung 4 sind Amplituden- und Phasengang des RC-Tiefpassfilters anhand der gemessenen Werte dargestellt. Die beiden Graphen entsprechen der erwarteten Form aus der Simulation. Bei der Grenzfrequenz (723Hz) wurde am Ausgang eine Spannung von 750mV und eine Phasenverschiebung von -46° gemessen. Diese Werte sind plausibel, da lt. Berechnung und Simulation die Ausgangsspannung $\frac{1V}{\sqrt{2}} \approx 707,11\text{mV}$ und die Phasenverschiebung -45° sind. Bis zur Frequenz von rund 10kHz hat der Amplitudengang, wie erwartet, eine Filtersteilheit von -20dB/Dekade . Bei idealen Bauteilen wäre der Spannungswert ab einer gewissen Frequenz 0V . Bei realen Bauteilen jedoch wird diese Dämpfung (0V) nie erreicht, stattdessen geht die Dämpfung, wie in Abbildung 3 zu erkennen, asymptotisch gegen 0V .

2 Messung des Verhaltens eines RL-Filters 1. Ordnung

2.1 Aufgabenstellung

2.2 Schaltplan

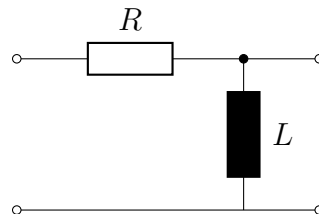


Figure 5: RL Hochpassfilter 1.Ordnung

2.3 Durchführung

Die Schaltung wurde gemäß Schaltplan mit einem Widerstand $R = 47\Omega$ und einem Kondensator $L = 1mH$ aufgebaut. Um die Sprungantwort aufzuzeichnen wurde am Eingang ein periodisches Rechtecksignal mit $1V_{PP}$, Offset $0,5V$, 50% Duty Circle und Frequenz $2,5kHz$, angelegt. Die Eingangs- und Ausgangsspannung wurden mit dem Oszilloskop im Zeitbereich aufgezeichnet (siehe Abbildung 6). Die Zeitkonstante wurde mit den gemessenen Bauteilwerten ($R = 46,83k\Omega$, $C = 1,075mH$) berechnet und ergibt einen Wert von $\tau = \frac{L}{R} = 22,96\mu s$. Die Zeitkonstante wurde aus der Sprungantwort ausgelesen indem der Zeitpunkt gemessen wurde, an dem das Signal der Sprungantwort rund 37% der Eingangsspannung betrug.

Am Eingang wurde nun ein Sinussignal mit $1V_{PP}$, Offset $0V$ angelegt. Die Eingangs- und Ausgangsspannung bzw. die Phasenverschiebung wurden mit dem Oszilloskop gemessen. Der Frequenzbereich von $100Hz$ bis $1MHz$ wurde mit 5 Frequenzmesspunkten pro Dekade abgetastet. Weiters wurde ein Frequenzmesspunkt an der Grenzfrequenz gesetzt. Die Messpunkte wurden in tabellarischer Form aufgezeichnet und in eine doppelt logarithmischen Diagramm eingetragen (siehe Abbildung 7 und Abbildung 8). Bei Frequenzen unter $100Hz$ konnten keine Vernünftigen Messungen der Ausgangsspannung bzw. der Phasenverschiebung durchgeführt werden, da das Signal am Oszilloskop zu schwach war.

2.4 Ergebnis & Diskussion

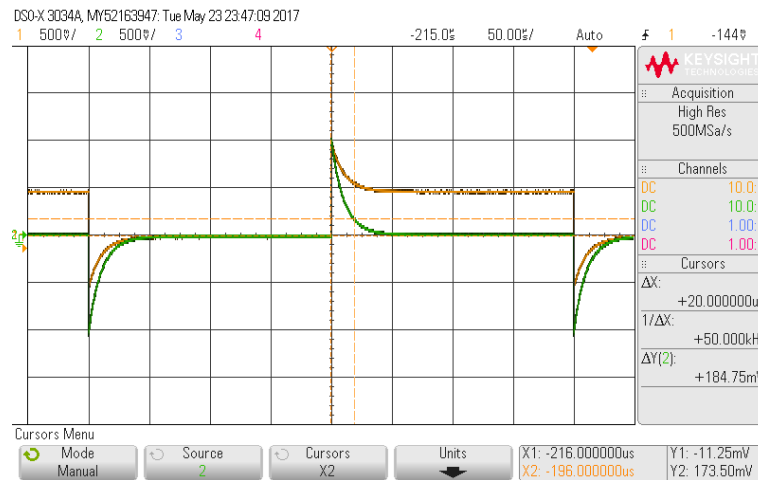


Figure 6: Sprungantwort RL Hochpass

In der Abbildung 2 ist zu sehen, wie sich die Ausgangsspannung bei Anlegen eines Rechtecksignals verhält. Ein Sprung am Eingang bewirkt am Ausgang einen sprunghaften Anstieg der Spannung. Mit der Zeit geht die Ausgangsspannung asymptotisch gegen 0V. Das lässt auf ein System mit Energiespeicher schließen. In diesem Fall handelt es sich um eine Spule, weil anfangs die Impedanz der Spule (und dadurch auch die Spannung) groß ist, und mit der Zeit die Impedanz gegen 0Ω und somit auch die Ausgangsspannung gegen 0V geht. Bei der negativen Flanke des Rechtecksignals am Eingang, entsteht eine negative Spannung am Ausgang. Dieses Verhalten entsteht durch die gespeicherte Energie der Spule. Weiters ist zu erkennen, dass sich die gemessene Eingangsspannung bei der positiven bzw. negativen Flanke ähnlich wie die Ausgangsspannung verhält. Das ist auf die Reflexion der Spule im System zurückzuführen. Die Spule wirkt also negativ auf den Frequenzgenerator aus. Daher ist es besser den Hochpass mittels RC-Glied zu realisieren.

	berechnet	gemessen	Abweichung
Zeitkonstante τ	22,96μs	20μs	-2,96μs ($\approx -12,89\%$)

Table 2: Vergleich Zeitkonstante τ berechnet und bemessen

Die Zeitkonstante τ wurde bei einem Spannungswert von ca. 63% der Eingangsspannung gemessen und beträgt 20μs. Die Abweichung zum berechneten Wert von -12,89% kommt einerseits daher, dass es sich einerseits um reale Bauteile handelt und ein gewisser Messfehler vorliegt (Cursor am Oszilloskop zeigt nur runde Werte).

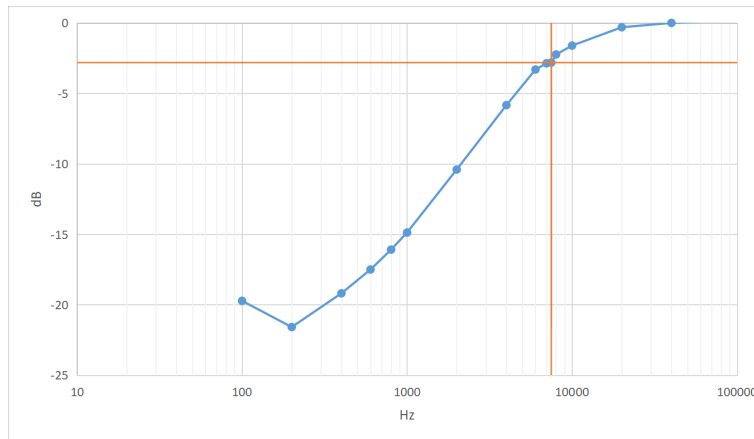


Figure 7: Amplitudengang RL-Hochpass durch Messungen

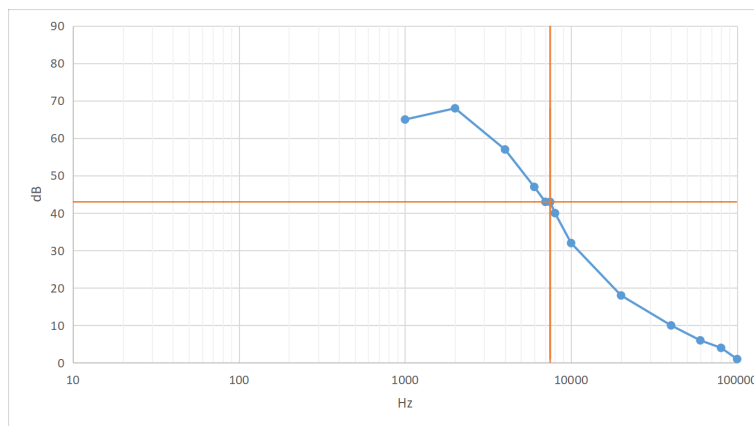


Figure 8: Phasengang RL-Hochpass durch Messungen

In Abbildung 6 sind Amplituden- und Phasengang des RL-Hochpassfilters anhand der gemessenen Werte dargestellt. Bei den Messungen wurde beobachtet, dass bei niedrigen Frequenzen die Eingangsspannung abfällt. Das kommt daher, dass das System durch die Spule viel Strom aufnimmt und der Funktionsgenerator den Strom nicht liefern kann. Trotzdem entsprechen die Graphen der erwarteten Form aus der Simulation, da das Verhältnis $\frac{U_a}{U_e}$ gleich bleibt.

Bei der Grenzfrequenz (7480Hz) wurde am Eingang $U_e = 650\text{mV}$, am Ausgang $U_a = 470\text{mV}$ und eine Phasenverschiebung von -43° gemessen. Das entspricht einer Dämpfung von $\approx 72,31\%$. Die Werte sind plausibel, da bei idealen Bauelementen die Dämpfung bei der Grenzfrequenz $-3\text{db} \approx 70,71\%$ und die Phasenverschiebung -45° ist.

3 Messung des Verhaltens eines dynamischen Systems 2. Ordnung

3.1 Aufgabenstellung

Die Sprungantwort sowie das Frequenzverhalten eines RLC-Systems 2. Ordnung soll untersucht werden.

3.2 Schaltplan

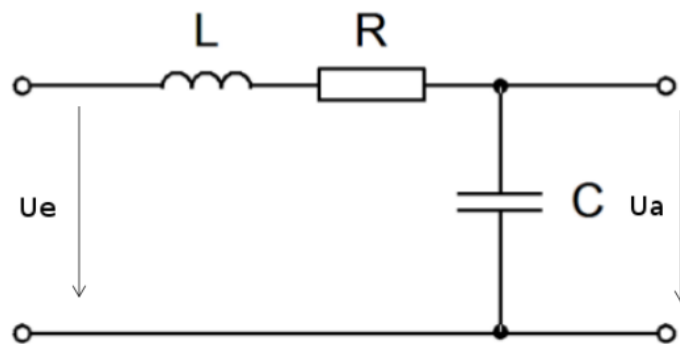


Figure 9: RLC-System 2.Ordnung

3.3 Durchführung

Die Schaltung wurde gemäß Schaltplan mit den Bauteilwerten $L = 1\text{mH}$, $C = 100\text{nF}$ und $R = 22\Omega$ aufgebaut. Um die Sprungantwort des Systems mit dem Oszilloskop aufzuzeichnen, wurde als Eingangssignal eine periodische Rechteckschwingung mit $1V_{pp}$, Offset $0,5V$ und Frequenz $2,5\text{kHz}$ (Periodendauer $400\mu\text{s}$) angelegt. Weiters wurde das Frequenz- bzw. Dämpfungsverhalten des Systems mit einem Sinussignal ($1V_{pp}$) ermittelt. Hierbei wurde zuerst die Resonanzfrequenz durch Variation der Frequenz des Eingangssignals bestimmt. Diese ist erreicht, wenn Eingangs- und Ausgangssignal eine Phasenverschiebung von -90° zueinander aufweisen. Um den Amplitudengang des Systems zu ermitteln, wurden Eingangs- und Ausgangsspannung an verschiedenen Frequenzmesspunkten im logarithmischen Maßstab ermittelt. Im Bereich der Resonanzfrequenz wurden zusätzlich Messpunkte gewählt, um die Genauigkeit zu erhöhen. Die oben beschriebene Vorgangsweise wurde mit den Widerstandswerten $R = 183\Omega$ (in der Angabe wurden 180Ω verlangt, es gibt jedoch keinen Normwiderstand mit diesem Wert, darum wurden hier ein 150Ω und ein 33Ω in Serie geschaltet) und $R = 1\text{k}\Omega$ wiederholt.

3.4 Ergebnis & Diskussion

Die Resonanzfrequenz des Systems ergibt sich aus folgender Formel:

$$f_R = \sqrt{f_H * f_L} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \approx 15916Hz$$

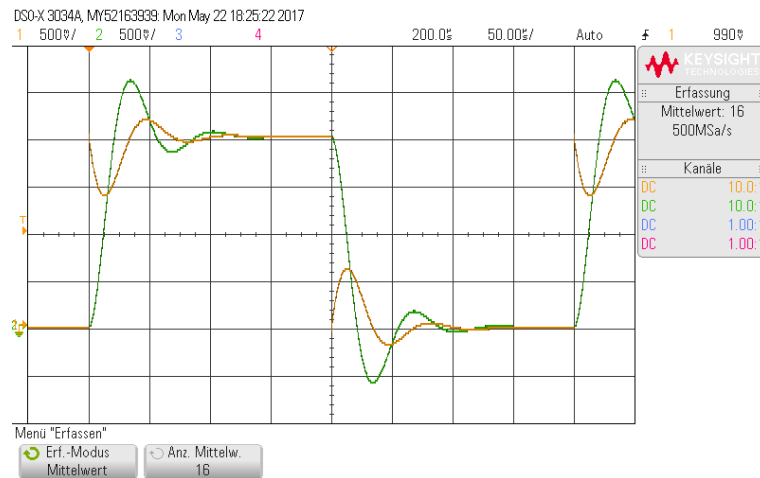


Figure 10: Sprungantwort bei $R = 22\Omega$ (gelb ... Eingangsspannung, grün ... Ausgangsspannung)

Durch den kleinen Widerstand ($R = 22\Omega$) kommt es zu gut sichtbaren Überschwingungen des LC -Glieds (Resonanzfall). Die Spule verursacht Schwingungen der Eingangsspannung.

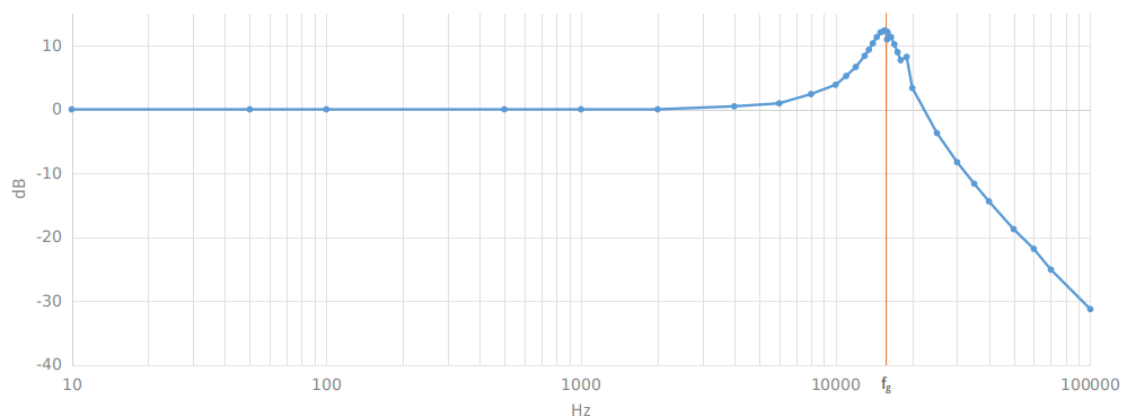


Figure 11: Bode-Diagramm (Amplitudengang) bei $R = 22\Omega$

Die gemessene Resonanzfrequenz beträgt hier $\sim 15,8kHz$ (Abweichung $-0,7\%$). Von $10 - 2000Hz$ ist die Dämpfung $0dB$, das Ausgangssignal entspricht dem Eingangssignal. Im Bereich um f_R erkennt man am Bode-Diagramm, dass hier tatsächlich eine Verstärkung des Eingangssignals stattfindet. Dies lässt sich durch die kleine Dämpfung bei $R = 22\Omega$ erklären, wodurch sich das LC -Glied im Resonanzfall befindet, es kommt zu Überschwingungen. Nach dem die Resonanzfrequenz erreicht wurde ist die Dämpfung sehr stark, danach lässt sich die typische Filtersteilheit eines Tiefpassfilters 2.Ordnung von $-40dB/Dezade$ gut erkennen.

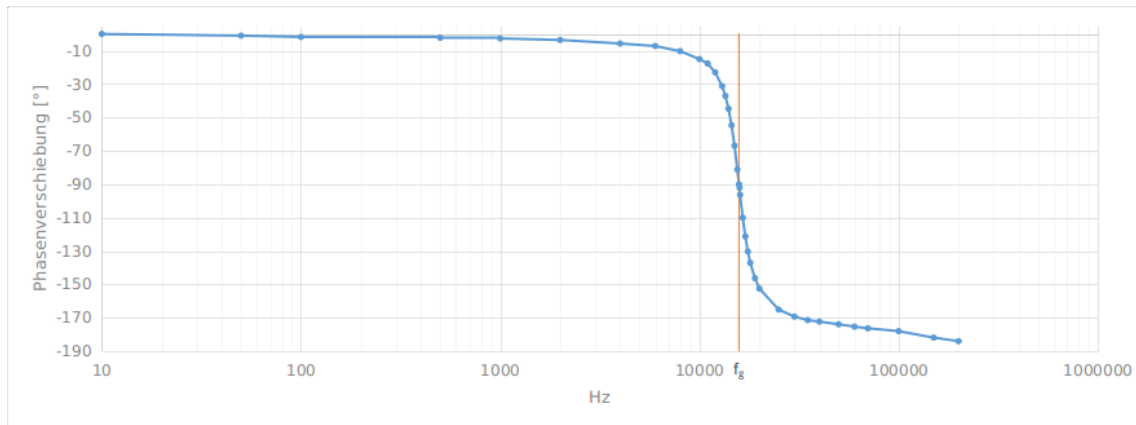


Figure 12: Phasengang bei $R = 22\Omega$

Bei -90° Phasenverschiebung wird die Resonanzfrequenz erreicht.

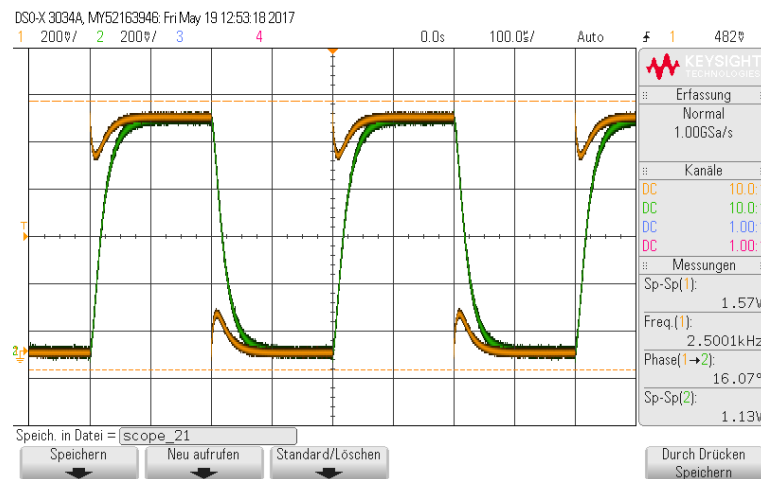


Figure 13: Sprungantwort bei $R = 183\Omega$ (gelb ... Eingangsspannung, grün ... Ausgangsspannung)

Bei $R = 183\Omega$ sind gerade keine Überschwingungen sichtbar (aperiodischer Grenzfall). Die Sprungantwort zeigt das typische Tiefpassverhalten. Die Schwingung an der Eingangsspannung wird durch die Induktivität verursacht.

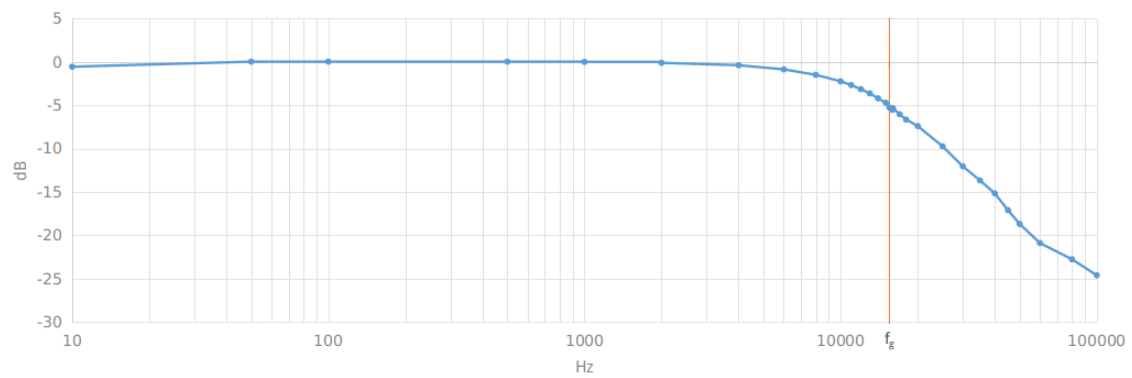


Figure 14: Bode-Diagramm (Amplitudengang) bei $R = 183\Omega$

Die gemessene Resonanzfrequenz beträgt hier $\sim 15,5\text{kHz}$ (Abweichung $-2,61\%$). Das System befindet sich im aperiodischen Grenzfall. Von $10 - 2000\text{Hz}$ ist die Dämpfung 0dB , das Ausgangssignal entspricht dem Eingangssignal. Auch hier lässt sich die typische Filtersteilheit von $-40\text{dB}/\text{Dekade}$ nach dem Erreichen der Resonanzfrequenz aus dem Diagramm ablesen.

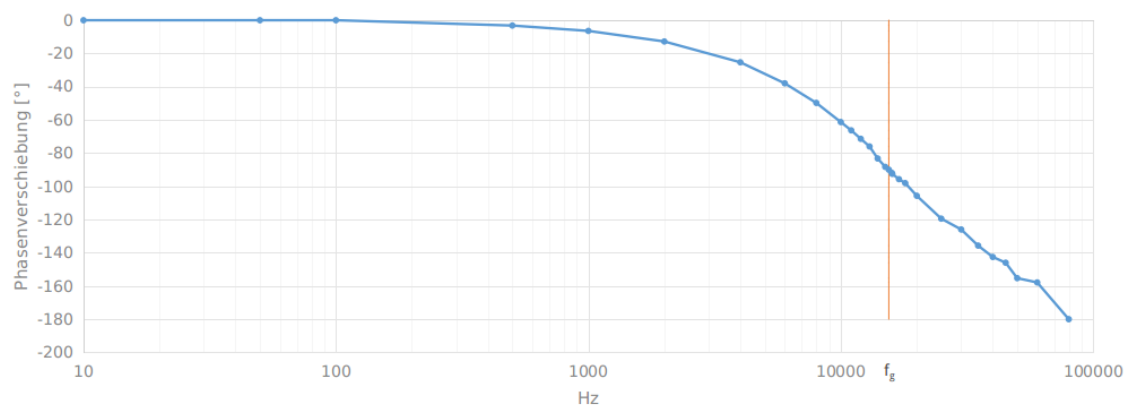


Figure 15: Phasengang bei $R = 183\Omega$

Bei -90° Phasenverschiebung wird die Resonanzfrequenz erreicht.

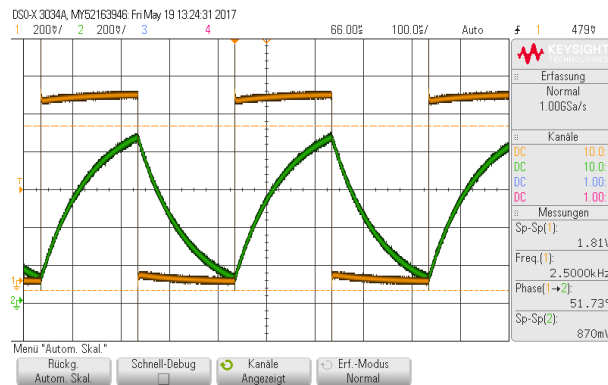


Figure 16: Sprungantwort bei $R = 1k\Omega$ (gelb ... Eingangsspannung, grün ... Ausgangsspannung)

Durch den großen Widerstand von $R = 1k\Omega$ ist die Zeitkonstante des Systems sehr groß. Dadurch wird die am Eingang anliegende Rechteckspannung am Ausgang stark verschliffen.

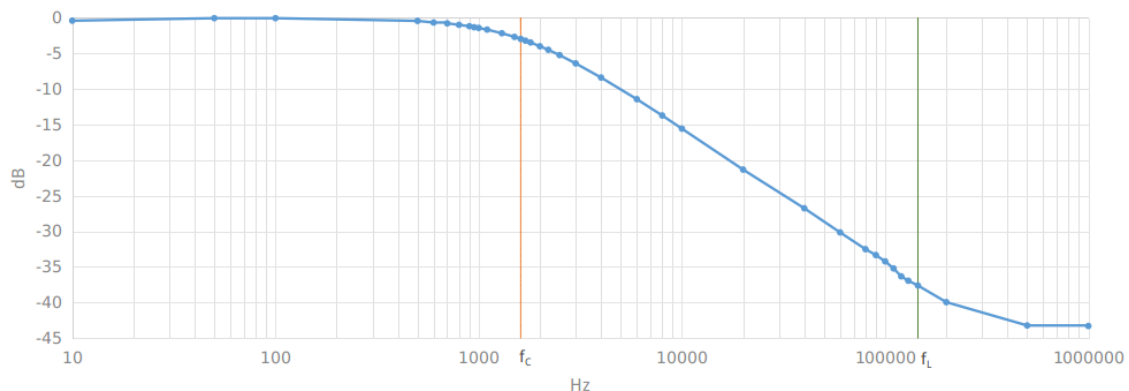


Figure 17: Bode-Diagramm (Amplitudengang) bei $R = 1k\Omega$

Die Grenzfrequenz des Kondensators liegt bei:

$$f_C = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi * 1k\Omega * 100nF} = 1,59kHz$$

Die Grenzfrequenz der Spule liegt bei:

$$f_L = \frac{R}{2\pi L} = \frac{1k\Omega}{2\pi * 1mH} \approx 159,15kHz$$

Durch den großen Widerstand wird die Grenzfrequenz des Kondensators f_C (orange) früher erreicht, sie liegt laut Messung bei $\sim 1,6kHz$. Die Grenzfrequenz der Spule f_L (grün) wird laut Messung erst bei $\sim 145kHz$ erreicht. Der Filter beginnt hier sehr früh zu Dämpfen, jedoch wird im Bereich zwischen f_C und f_L nur eine Filtersteilheit von $-20dB/Dekade$ erreicht.

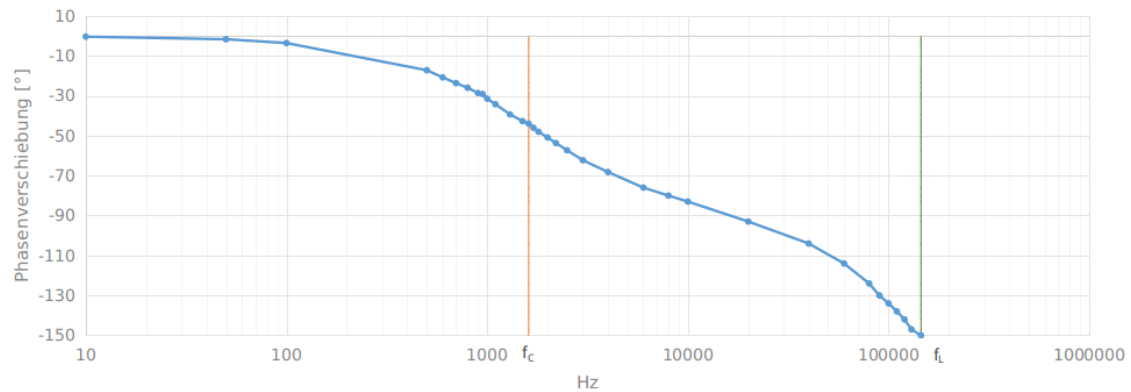


Figure 18: Phasengang bei $R = 1k\Omega$

Hier lässt sich gut erkennen, dass die Grenzfrequenz des Kondensators früher erreicht wird als jene der Spule, die Änderung der Phasenverschiebung ist im Bereich der beiden Grenzfrequenzen größer.

Der Widerstand hat aus rein mathematischer Sicht keinen Einfluss auf die Resonanzfrequenz, wie man an obenstehender Formel sehen kann. Bei den Messungen zeigen sich jedoch leichte Abweichungen von der berechneten Resonanzfrequenz, diese sind auf die Eigenschaften realer Bauteile zurückzuführen.

Im Vergleich zu den Simulationen lässt sich sagen, dass das simulierte Verhalten des Filters mit verschiedenen Widerständen im Labor sehr gut messbar und nachvollziehbar war. Es zeigen sich jedoch einige Ungenauigkeiten, die auf reale Bauteile und Messfehler zurückzuführen sind.

Die Übertragungsfunktion $H(s)$ des Systems lautet:

$$\frac{U_a}{U_e} = \frac{Z_C}{Z_R + Z_L + Z_C} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{j\omega CR - \omega^2 CL + 1} \Rightarrow H(s) = \frac{1}{s^2 CL + sCR + 1}$$

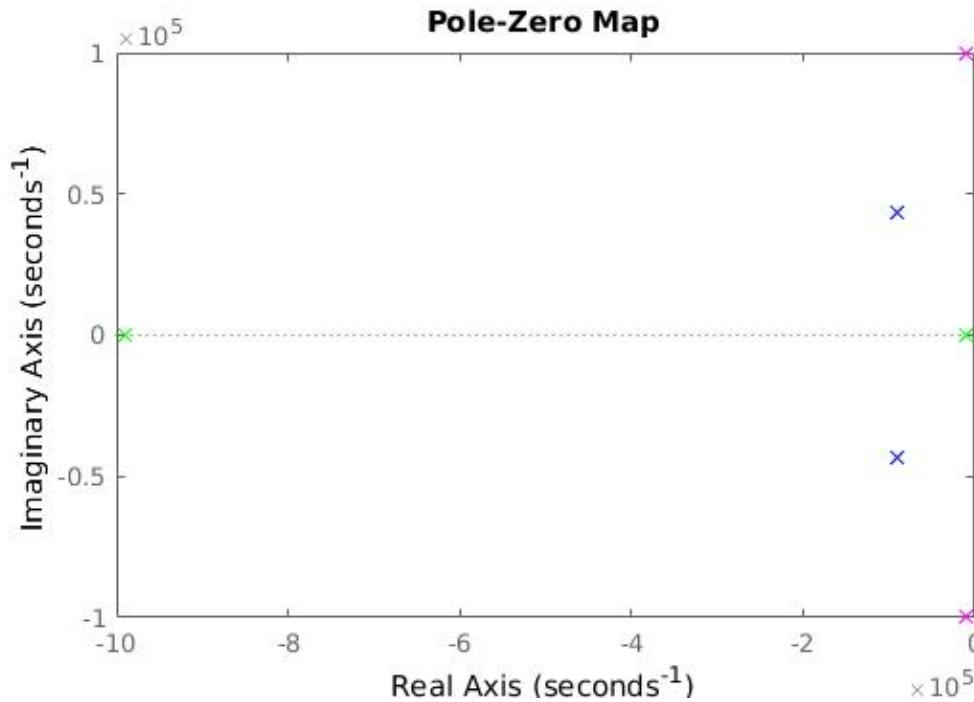


Figure 19: PN-Diagramm der Übertragungsfunktion (violett: $R = 22\Omega$, blau: $R = 180\Omega$, grün: $R = 1k\Omega$)

Bei $R = 22\Omega$ und $R = 180\Omega$ hat das System jeweils zwei konjugiert komplexe Polstellen, bei $R = 1k\Omega$ zwei reelle Polstellen. Da alle Punkte in der linken Halbebene liegen, ist das System stabil.

4 Anhang - Messwerte

f[Hz]	Ue[V]	Ua[V]	Phi[°]
10	1,07	1,07	-1
20	1,07	1,07	-2,33
40	1,07	1,05	-5
60	1,07	1,05	-6
80	1,07	1,05	-7
100	1,07	1,04	-9
200	1,07	1,01	-17
400	1,07	0,92	-30
600	1,07	0,81	-41
723	1,07	0,75	-46
800	1,07	0,72	-49
1000	1,07	0,63	-55
2000	1,07	0,39	-70
4000	1,07	0,206	-78
6000	1,07	0,145	-83
8000	1,07	0,116	-85
10000	1,07	0,095	-86
20000	1,07	0,059	-90
40000	1,07	0,042	
60000	1,07	0,035	
80000	1,07	0,031	
100000	1,07	0,029	

Figure 20: Messdaten RC-Tiefpass

f[Hz]	Ue[V]	Ua[V]	Phi[°]
10	0,04	0,028	
20	0,09	0,028	
40	0,14	0,028	
60	0,2	0,032	
80	0,26	0,032	
100	0,31	0,032	
200	0,48	0,04	
400	0,51	0,056	
600	0,51	0,068	
800	0,51	0,08	
1000	0,51	0,092	65
2000	0,52	0,157	68
4000	0,55	0,281	57
6000	0,6	0,41	47
7000	0,64	0,46	43
7480	0,65	0,47	43
8000	0,66	0,51	40
10000	0,71	0,59	32
20000	0,86	0,83	18
40000	0,97	0,97	10
60000	1	1,01	6
80000	1,01	1,02	4
100000	1,01	1,04	1

Figure 21: Messdaten RL-Hochpass

f[Hz]	Ue[V]	Ua[V]	Phi[°]
10	1,07	1,07	0
50	1,07	1,07	-1
100	1,07	1,07	-1,8
500	1,07	1,07	-2,25
1000	1,07	1,07	-2,67
2000	1,07	1,07	-3,6
4000	1,07	1,13	-5,73
6000	1,05	1,17	-7,23
8000	0,98	1,29	-10,31
10000	0,88	1,37	-15,03
11000	0,75	1,369	-17,7
12000	0,66	1,418	-23
13000	0,553	1,45	-31,2
13500	0,496	1,452	-37,1
14000	0,44	1,447	-44,8
14500	0,389	1,431	-54,7
15000	0,351	1,407	-66,9
15500	0,332	1,372	-81,2
15800	0,329	1,348	-90
15916	0,4	1,41	-92,13
16000	0,332	1,33	-96,3
16500	0,348	1,281	-110
17000	0,381	1,23	-121,3
17500	0,418	1,173	-130,3
18000	0,46	1,116	-137,1
19000	0,39	1,003	-146,3
20000	0,611	0,898	-152,5
25000	0,818	0,533	-165,1
30000	0,9	0,347	-169,3
35000	0,936	0,245	-171,4
40000	0,957	0,182	-172,3
50000	0,98	0,113	-173,9
60000	0,99	0,08	-175,3
70000	1	0,0556	-176,3
100000	1,008	0,0275	-178
150000	1,014	0,0135	-181,9
200000	1,013	0,013	-184

Figure 22: Messdaten RLC-Tiefpass mit $R = 22\Omega$

f[Hz]	Ue[V]	Ua[V]	Phi[°]
10	1,13	1,06	0
50	0,997	1	0
100	0,997	1	0
500	0,997	1	-3,2
1000	0,995	0,995	-6,43
2000	0,985	0,973	-12,8
4000	0,947	0,906	-25,32
6000	0,9	0,815	-38
8000	0,857	0,722	-49,78
10000	0,822	0,635	-61,3
11000	0,809	0,595	-66,3
12000	0,802	0,558	-71,4
13000	0,794	0,523	-76
14000	0,86	0,53	-83,23
15000	0,86	0,5	-88,3
15500	0,86	0,469	-90
15916	0,86	0,455	-91,87
16000	0,84	0,455	-92,5
17000	0,86	0,429	-95,7
18000	0,86	0,4	-98,07
20000	0,86	0,367	-105,7
25000	0,88	0,287	-119,45
30000	0,92	0,23	-126
35000	0,94	0,195	-135,7
40000	0,94	0,164	-142,53
45000	0,98	0,137	-146
50000	0,98	0,114	-155,3
60000	1,03	0,093	-157,87
80000	1,03	0,075	-180
100000	1,07	0,063	
150000	1,07	0,049	
200000	1,07	0,043	

Figure 23: Messdaten RLC-Tiefpass mit $R = 183\Omega$

f[Hz]	Ue[V]	Ua[V]	Phi[°]
10	1,04	0,994	-0,41
50	1	0,995	-1,7
100	1	0,995	-3,6
500	0,996	0,949	-17,2
600	0,995	0,923	-20,8
700	0,992	0,908	-23,7
800	0,99	0,885	-26
900	0,988	0,863	-28,63
950	0,988	0,849	-29,15
1000	0,987	0,839	-31,45
1100	0,984	0,814	-34,25
1300	0,982	0,766	-39,34
1500	0,979	0,72	-42,7
1610	0,977	0,695	-44
1700	0,976	0,675	-46
1800	0,975	0,655	-48
2000	0,972	0,614	-50,9
2200	0,97	0,579	-53,7
2500	0,968	0,53	-57,3
3000	0,965	0,462	-62,3
4000	0,961	0,366	-68,2
6000	0,958	0,257	-76
8000	0,956	0,197	-80
10000	0,955	0,159	-83
20000	0,955	0,082	-93
40000	0,958	0,044	-104
60000	0,965	0,03	-114
80000	0,971	0,023	-124
90000	0,975	0,021	-130
100000	0,977	0,019	-134
110000	0,98	0,017	-138
120000	0,983	0,015	-142
130000	0,985	0,014	-147
145000	0,988	0,013	-150
200000	0,995	0,01	
500000	1,016	0,007	
1000000	1,025	0,007	

Figure 24: Messdaten RLC-Tiefpass mit $R = 1k\Omega$

