

מבני נתונים יבש 2

הסבר על מבנה הנתונים:

מבנה הנתונים יהיה מורכב מ UF של הציים שממומש בעזרת עצים הפוכים, איחוד לפי גדלים וכיווץ מסלולים כפי שנלמד בהרצאה.

ומ – HashTable דינמי עבור הפיראטים.

הערה: המערך של ה UF הוא טבלת ערבול דינמית. מימשנו את ה HashTable בשיטה של chain ובחרנו בפונקציית הערבול להיות פונקציה mod שמקיימת את הנחת הפיזור האחיד כפי שלמדנו בהרצאות.

בנוסף, מימשנו את הטבלת הערבול הדינמית בעזרת מערך דינמי וכאשר פקטור העומס היה גדול מ- 0.75 הגדלנו את טבלת הערבול פי 2 מגודלה הקודם כפי שלמדנו בתרגול, ומעדכן את פונקציית הערבול בהתאם לגודל החדש. מכיוון שאין מחיקות במבנה הנתונים שלו טבלת הערבול רק תגדל במידת הצורך ואינה תקטן.

כאשר נוסף fleet חדש למבנה הוא יכנס ל UF בתור קבוצה חדשה בפני עצמה.

בכל צומת של fleet נשמור את המידע הבא:

- ID – מספר המזהה של הצי.
- numOfPirates – מספר הפיראטים בצי.
- numOfShips – מספר הספינות בצי.
- updateID – ה ID המעודכן, נפרט בהמשך על השימוש בשדה זה.
- extraToRank – שדה שבעזרתנו נדע מה הדרגה של כל פיראט, נפרט בהמשך.
- nextFleet – מצביע לצי הבא.

בכל צומת של pirate נשמור את המידע הבא:

- ID – מספר המזהה של הפיראט.
- Coin – כמה כסף יש לפיראט.
- Rank – הדרגה המקורית של הפיראט בעת הכנסתו למבנה.
- Fleetptr - מצביע לצי המקורי שאליו נכנס.

השיטה `oceans.t()`:

מאתחלת UF ריק, וטבלת ערבול ריקה ולכן סיבוכיות זמן היא $O(1)$ במקרה הגרוע.

השיטה `~oceans.t`:

השיטה עוברת על 2 הטבלאות ערבול, הטבלת ערבול של הפיראטים והטבלת ערבול של הציים (שמימשנו את הUF באמצעות טבלת הערבול של הציים) ומוחקת את האובייקטים שהוקצו דינמית המעבר על טבלאות הערבול מתבצעות כך: עובר תא תא בטבלת הערבול ובכל תא שיש בו רשימה מקושרת הוא עובר על כל הרשימה המקושרת.

לכן בסה"כ מעבר על טבלת הערבול של הפיראטים הוא $O(n)$ ומעבר על טבלת הערבול של הציים הוא $O(m)$.

לכן סיבוכיות הזמן של פעולה זו היא $O(m+n)$ במקרה הגרוע כנדרש.

השיטה `add fleet(int fleetID)`:

תחילה נבצע בדיקת תקינות על הקלט לפי הנדרש בתרגיל. (אם הקלט לא תקין החזר `INVALID_INPUT`)

נחפש האם קיים `fleetID` בטבלת הערבול שבתוך הUF בעזרת השיטה `find(i)` של טבלת הערבול כפי שלמדנו בהרצאות, במידה ומצאנו ID כזה החזר `FAILURE`.

אחרת הקצאה דינמית אובייקט חדש של צי עם הערכים הבאים:

`numOfPirates = 0, numOfShips = 1, ID = fleetID, updateID = fleetID, nextFleet=nullptr.`

ובצע `makeSet(ptr,fleetID)` כאשר `ptr` הוא המצביע של הצי החדש שהקצתה דינמית (בכל צומת של טבלת הערבול יהיה את ה ID ובנוסף את המצביע לצי)

במידה ויש בעיות בהקצאת זיכרון החזר `ALLOCATION_ERROR` וסיים.

אחרת החזר `SUCCESS` וסיים.

ניתוח סיבוכיות זמן:

בדיקת תקינות קלט – $O(1)$

ביצוע `find(index)` בטבלת ערבול - $O(1)$ בממוצע על הקלט.

`makeSet` שמשתמש ב `insert` של טבלת ערבול (כאשר הטבלת ערבול דינמית) – $O(1)$ משוערך בממוצע על הקלט. (בתרגול למדנו שהכנסה למערך דינמי הוא $O(1)$ משוערך)

לסיכום, סיבוכיות הזמן של פעולה זו היא $O(1)$ משוערך בממוצע על הקלט.

השיטה `add_pirate(int pirateID, int fleetID)`:

תחילה נבצע בדיקת תקינות על הקלט לפי הנדרש בתרגיל. (אם הקלט לא תקין החזר `INVALID_INPUT`)

נבצע פעולת `find(pirateID)` על טבלת הערבול של הפיראטים, במידה ומצאנו פיראט עם אותו מספר מזהה כמו שקיבלנו בארגומנט, נחזיר `FAILURE`.

כעת נבצע `find(fleetID)` על ה `UF` באופן רגיל כפי שלמדנו בהרצאות (מחזיר את השורש של הקבוצה) במידה וחזר `nullptr` סימן שלא נכנס למבנה הנתונים צי שהמספר מזהה שלו הוא `fleetID` ולכן נחזיר `FAILURE`. אחרת חזר לנו מצביע לשורש של הקבוצה נסמן מצביע זה ב `ptr`.

(*) **הערה:** המזהה של כל קבוצה (צי פעיל) פעילה יהיה השדה `updateID` של השורש של הקבוצה. ייתכן שבמהלך איחוד של קבוצות (ציים) מכיוון שהמזהה של הקבוצה החדשה תהיה המזהה של הקבוצה עם מספר הפיראטים הגדול יותר אך מכיוון שאנחנו מאחדים לפי גודל האיברים בקבוצה (מספר ספינות) ייתכן והקבוצה עם מספר הפיראטים הגדול יותר לא יהיה השורש של הקבוצה ולכן נעדכן בשורש של הקבוצה את השדה `updateID` למספר המזהה של הקבוצה עם מספר הפיראטים הגדול יותר, נפרט יותר בהמשך. הסבר נוסף ב (***) בעמוד 7.

לכן כדי לבדוק אם ה `fleetID` שקיבלנו הוא מזהה תקין שאפשר להוסיף לו פיראטים נבדוק האם `fleetID == updateID → ptr`. במידה ולא החזר `FAILURE` וסיים.

אחרת הקצה דינמית אובייקט של פיראט עם הערכים הבאים:

$ID = pirateID, coin = 0, rank = ptr \rightarrow numOfPirate - extraToRank, fleetptr = ptr$

- נסביר בהמשך את המשמעות של השדה `extraToRank` (זה שדה עם אותו תפקיד לשדה הנוסף שהיה בתרגול בשאלת הארגזים שפתרנו בסעיף ב')

נסמן את המצביע לפיראט שהקצנו דינמית ב `piratePtr`

במידה ויש בעיות בהקצאת זיכרון החזר `ALLOCATION_ERROR` וסיים.

לאחר מכן נבצע `insert(pirateID, piratePtr)` בטבלת הערבול של הפיראטים (כל צומת בטבלת הערבול יחזיק `ID` ומצביע לפיראט). בנוסף נגדיל באחד את מספר הפיראטים במצביע `ptr` ונחזיר `SUCCESS`.

ניתוח סיבוכיות זמן:

בדיקת תקינות קלט – $O(1)$

ביצוע `find(index)` בטבלת ערבול – $O(1)$ בממוצע על הקלט.

ביצוע `find(index)` ב `UF` – $O(\log^* m)$ משוערך בממוצע על הקלט.

ביצוע `insert()` בטבלת הערבול – $O(1)$ בממוצע על הקלט.

לסיכום, סיבוכיות הזמן של שיטה זו היא $O(\log^* m)$ משוערך בממוצע על הקלט.

השיטה `pay_pirate(int pirateID, int salary)`:

תחילה נבצע בדיקת תקינות על הקלט לפי הנדרש בתרגיל. (אם הקלט לא תקין החזר INVALID_INPUT)

נבצע פעולת `find(pirateID)` על טבלת הערבול של הפיראטים, במידה ולא מצאנו פיראט עם אותו מספר מזהה כמו שקיבלנו בארגומנט, נחזיר FAILURE.

אחרת, הוסף לשדה `coin` של הפיראט את הסכום `salary` והחזר SUCCESS.

ניתוח סיבוכיות זמן:

בדיקת תקינות קלט – $O(1)$

ביצוע `find(index)` בטבלת ערבול – $O(1)$ בממוצע על הקלט.

הוספה לשדה `coin` של הפיראט את הסכום `salary` – $O(1)$.

לסיכום, סיבוכיות הזמן של פעולה זו היא $O(1)$ בממוצע על הקלט.

השיטה `num_ships_for_fleet(int fleetID)`:

תחילה נבצע בדיקת תקינות על הקלט לפי הנדרש בתרגיל. (אם הקלט לא תקין החזר INVALID_INPUT)

נבצע `find(fleetID)` על ה UF. במידה וחזר `nullptr` זה סימן לכך שמתחילת אתחול המבנה לא הכניסו ציי עם מספר מזהה `fleetID` ולכן החזר FAILURE וסיים.

נסמן את המצביע (של השורש של הקבוצה) שחזר מהפעולה `find` ב `ptr`.

כדי לבדוק האם `fleetID` הוא מזהה תקין לפי אותו הסבר של (*) שהסברנו למעלה נבדוק האם `ptr == updateID == fleetID`, במידה ולא סימן שלא קיים ציי פעיל עם מזהה `fleetID` במבנה הנתונים ולכן החזר FAILURE וסיים.

אחרת, החזר את `ptr == numOfShips` SUCCESS וסיים.

ניתוח סיבוכיות זמן:

בדיקת תקינות קלט – $O(1)$

ביצוע `find(index)` ב UF – $O(\log^*m)$ משוערך בממוצע על הקלט.

בדיקה האם קיבלנו מזהה של צי פעיל ובמידה וכן החזרת מספר הספינות של הצי – $O(1)$

לסיכום, סיבוכיות הזמן של שיטה זו היא $O(\log^*m)$ משוערך בממוצע על הקלט.

השיטה `get_pirate_money(int pirateId)`:

נפעל באותו אופן בדיוק כמו בשיטה `pay_pirate` אך במקום לעדכן את השדה `coin`, נחזיר את ערך השדה הזה.

ניתוח סיבוכיות זמן:

בדיוק כמו השיטה `pay_pirate` לכן, סיבוכיות הזמן של שיטה זו היא לסיכום, סיבוכיות הזמן של פעולה זו היא $O(1)$ בממוצע על הקלט.

השיטה `unite_fleets(int fleetId1,int fleetId2)`:

תחילה נבצע בדיקת תקינות על הקלט לפי הנדרש בתרגיל. (אם הקלט לא תקין החזר `INVALID_INPUT`)

נבצע `find(fleetId1)` על ה `UF`. במידה וחזר `nullptr` זה סימן לכך שמתחילת אתחול המבנה לא הכניסו ציי עם מספר מזהה `fleetID1` ולכן החזר `FAILURE` וסיים.

נבצע `find(fleetId2)` על ה `UF`. במידה וחזר `nullptr` זה סימן לכך שמתחילת אתחול המבנה לא הכניסו ציי עם מספר מזהה `fleetID2` ולכן החזר `FAILURE` וסיים.

(**) כדי לבדוק האם `fleetID1` הוא מזהה תקין לפי אותו הסבר של (*) שהסברנו למעלה נבדוק האם `updateID == fleetID`, במידה ולא סימן שלא קיים ציי פעיל עם מזהה `fleetID` במבנה הנתונים ולכן החזר `FAILURE` וסיים.

נבדוק עבור `fleetID2` באותו האופן כפי שבדקנו עבור `fleetID1` (סימנתי את זה ב(**)).

כעת לאחר שגילינו ששני המזהים שקיבלנו תקינים ומציינים פעילים, השתמשנו באלגוריתם שלמדנו בתרגול בשאלת הארגזים, נרשום את ההקבלה.

השדה `h(A)` - הוא כמו השדה `numOfPirates` שנמצא בכל `fleet`.

השדה `r(a)` - הוא כמו השדה `extraToRank` שנמצא בכל `fleet`.

הגודל של קבוצה `A` כללית כלומר $|A|$ - הוא מספר הספינות (מספר הציים, הצמתים) שיש בקבוצה `A` ב `UF`.

וכמו שבתרגול שמו את הקבוצה `B` על הקבוצה `A` זה בדיוק מקביל לכך שבקבוצה `A` יש מספר פיראטים גדול יותר מאשר הקבוצה מספר הפיראטים בקבוצה `B`.

נשתמש בדיוק באותן נוסחאות ובכל פעם שנרצה לבצע איחוד נבדוק באיזה צי יש יותר פיראטים, במידה ולצי שהמזהה שלו הוא `fleetID1` יש יותר מספר פיראטים נתייחס אליו בתור הקבוצה `A` (שמתואר בנוסחאות בפתרון התרגיל של הארגזים) ול `fleetID2` בתור הקבוצה `B`.

אחרת במידה ולצי שהמזהה שלו הוא `fleetID2` יש יותר מספר פיראטים נתייחס אליו בתור הקבוצה `A` (שמתואר בנוסחאות בפתרון התרגיל של הארגזים) ול `fleetID1` בתור הקבוצה `B`.

(*) הסבר על עדכון שדה ה $updateID$:**

אנחנו רוצים שהמזהה $updateID$ של השורש החדש לאחר האיחוד יהיה המזהה של הצי עם מספר הפיראטים הגדול ביותר. בה"כ נניח שהקבוצה שיש לה יותר פיראטים היא $fleetID1$ ונסמנה ב A . והקבוצה שיש לה פחות פיראטים היא $fleetID2$ ונסמנה ב B .

נסתכל על 2 האפשרויות:

אפשרות ראשונה: $|A| \geq |B|$:

במקרה זה לאחר האיחוד של 2 הקבוצות השורש של הקבוצה החדשה הוא השורש של הקבוצה A מכיוון שבקבוצה A יש יותר ספינות (ציים, איברים) ומכיוון שאנחנו מאחדים לפי גודל מספר איברים (קבוצה עם מספר איברים קטן נאחד לקבוצה עם מספר איברים גדול) נקבל שהשורש של הקבוצה A הוא השורש החדש. בנוסף מכיוון שלקבוצה A יש יותר פיראטים המזהה החדש לא ישתנה והוא ישאר ה $updateID$ שהיה לשורש של A .

אפשרות שניה: $|A| < |B|$:

במקרה זה לאחר האיחוד של 2 הקבוצות השורש של הקבוצה החדשה הוא השורש של הקבוצה B מכיוון שבקבוצה B יש יותר ספינות (ציים, איברים) ומכיוון שאנחנו מאחדים לפי גודל מספר איברים (קבוצה עם מספר איברים קטן נאחד לקבוצה עם מספר איברים גדול) נקבל שהשורש של הקבוצה B הוא השורש החדש. בנוסף, מכיוון שלקבוצה A יש יותר פיראטים מאשר לקבוצה B נצטרך לעדכן את השדה $updateID$ של השורש של הקבוצה B לערך $updateID$ של השורש של הקבוצה A .

ובכך נשמור שבכל איחוד מספר המזהה של הקבוצה המאוחדת יהיה מספר המזהה של הקבוצה שבה היה יותר מספר פיראטים בזמן האיחוד.

בנוסף מימשנו את ה $find$ של ה UF כפי שהוסבר באלגוריתם של הפתרון לשאלת הארגזים על מנת לשמור על הערכים הנכונים של השדות הנוספים של כל צי בעת כיווץ מסלולים.

ניתוח סיבוכיות זמן:

בדיקת תקינות קלט – $O(1)$

ביצענו 2 פעולות $find$ ב UF - $O(\log^* m)$ משוערך בממוצע על הקלט.

ביצענו פעולת $union$ אחת - $O(\log^* m)$ משוערך בממוצע על הקלט.

עדכון של השדות בשורש החדש – $O(1)$.

לסיכום, סיבוכיות זמן של פעולה זו היא $O(\log^* m)$ משוערך בממוצע על הקלט.

השיטה `pirate_argument(int pirateid1, int pirateid2)`:

תחילה נבצע בדיקת תקינות על הקלט לפי הנדרש בתרגיל. (אם הקלט לא תקין החזר `INVALID_INPUT`)

נבצע פעולת `find(pirateID1)` על טבלת הערבול של הפיראטים, במידה ולא מצאנו פיראט עם אותו מספר מזהה כמו שקיבלנו בארגומנט, נחזיר `FAILURE` ונסיים.

נבצע פעולת `find(pirateID2)` על טבלת הערבול של הפיראטים, במידה ולא מצאנו פיראט עם אותו מספר מזהה כמו שקיבלנו בארגומנט, נחזיר `FAILURE` ונסיים.

אחרת, קיבלנו 2 מזהים תקינים של פיראטים. נסמן את המצביע שחזר מהפעולה `find(pirateID1)` ב `ptr1` ואת המצביע שחזר מהפעולה `find(pirateID2)` ב `ptr2`.

נסמן ב `fleetID1` את ה-ID של הצי שהשדה `fleetPtr` של `ptr1` מצביע אליו (יש לנו גישה ב $O(1)$ ל ID הזה)

נסמן ב `fleetID2` את ה-ID של הצי שהשדה `fleetPtr` של `ptr2` מצביע אליו (יש לנו גישה ב $O(1)$ ל ID הזה)

לאחר מכן נבדוק אם `find(fleetID1) == find(fleetID2)` (אם 2 הפיראטים באותו צי השורש של הקבוצה שלהם צריך להיות אותו שורש). אם תנאי זה לא מתקיים, סימן ש-2 הפיראטים לא נמצאים באותו צי ולכן נחזיר `FAILURE` ונסיים.

אחרת, שני הפיראטים נמצאים באותו צי ונמשיך בביצוע הפעולה.

נסמן ב `rank1` את ערך השדה `rank` של `ptr1` (הפיראט עם ה `id1`)

נסמן ב `rank2` את ערך השדה `rank` של `ptr2` (הפיראט עם ה `id2`)

לאחר מכן ניגש ל `fleetPtr` של המצביע `ptr1`, נאתחל משתנה `temp = fleetPtr` ונבצע לולאה באופן הבא (נלך מ `temp` עד לשורש):

- אם `temp == nullptr`
- הוסף ל `rank1` את `extraToRank` $temp \rightarrow extraToRank$
- $temp = temp \rightarrow nextFleet$

לאחר ביצוע לולאה זאת נקבל את הדרגה האמיתית של `pirateID1` ב `rank1`.

נבצע פעולה זו באופן זהה עבור הפיראט השני, ובסוף נקבל את הדרגה האמיתית של

`pirateID2` ב `rank2`.

(הפעולה של מציאת הדרגה מקבילה לשיטה `HeightFromGround` מהפתרון של שאלת הארגזים שפתרנו בתרגול).

לאחר שמצאנו את הדרגות של שני הפיראטים נבדוק למי יש דרגה יותר גבוהה.

בה"כ נניח ש $rank1 > rank2$:

לכן נוסיף לשדה `coin` של הפיראט שהמזהה שלו הוא `pirateID2` את הסכום `rank1 - rank2`.

ולפיראט שהמזהה שלו הוא pirateID1 נחסיר מהשדה coin את הסכום $\text{rank1} - \text{rank2}$.
נחזיר בסיום SUCCESS.

ניתוח סיבוכיות זמן:

בדיקת תקינות קלט – $O(1)$

ביצוע $\text{find}(\text{index})$ בטבלת ערבול – $O(1)$ בממוצע על הקלט.

ביצענו 2 פעולות find ב UF – $O(\log^* m)$ משוערך בממוצע על הקלט.

חישוב $\text{rank1}/\text{rank2}$ – $O(\log^* m)$ משוערך. (***)

(***) הסבר: חישוב $\text{rank1}/\text{rank2}$ נעשה בידיק כמו שמתבצעת הפעולה find ב UF ותוך כדי מוסיפה ל $\text{rank1}/\text{rank2}$ את השדה extraToRank בכל צומת.

בדיקות נוספות ועדכון השדה coin של הפיראטים – $O(1)$

לסיכום סיבוכיות הזמן היא $O(\log^* m)$ משוערך בממוצע על הקלט.

ניתוח סיבוכיות מקום של מבנה הנתונים:

במבנה הנתונים שלנו יש 2 טבלאות ערבול (UF מורכב מטבלת ערבול)

נסמן ב m – את מספר הציים.

נסמן ב n – את מספר הפיראטים.

בכל רגע נתון גודל טבלת הערבול של הציים (טבלת הערבול שמרכיבה את ה UF) היא בסדר גודל של $2m$.

בכל רגע נתון גודל טבלת הערבול של הפיראטים הוא בסדר גודל של $2n$.

בנוסף לכל פיראט יש מספר קבוע של משתנים (שדות) נסמן קבוע זה ב d

ולכל ציי יש מספר קבוע של משתנים (שדות) נסמן קבוע זה ב c .

לכן סיבוכיות המקום של מבנה הנתונים הוא:

$$O((2+c)m + (2+d)n) = O(m+n) \quad \text{כנדרש.}$$