GABARITO

1. (C)

Equação de f:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 15 & 1 \\ 5 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow y = -3x + 15$$

Equação de g:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow y = x + 1$$

Abscissa do ponto P:

$$-3w + 15 = w + 1$$
$$-4w = -14$$
$$\therefore w = \frac{7}{2}$$

2. (B)

Como g é do 1º grau, temos que g(x) = ax + b. Logo:

$$\begin{cases} a \cdot 1 + b = 2 \\ a \cdot (-1) + b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 2 \\ -a + b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases}$$
$$\therefore g(x) = 3x - 1$$

Logo:

$$g(0) = 3 \cdot 0 - 1 = -1$$

3. (A)

Sendo x e y, respectivamente, o preço cobrado por fatia e o número de fatias vendidas, temos que:

$$y = ax + b$$
$$\begin{cases} 55 = 6a + b \quad (\text{I}) \\ 25 = 8a + b \quad (\text{II}) \end{cases}$$
$$(\text{I}) - (\text{II}):$$
$$30 = -2a$$
$$a = -15$$
$$b = 55 - 6 \cdot (-15) = 145$$
$$\therefore y = -15x + 145$$

Dessa forma, vendendo cada fatia por R$ 5,00, a quantidade de fatias vendidas no dia foi de:

$$y = -15 \cdot 5 + 145$$
$$\therefore y = 70 \text{ fatias}$$

4. (E)

O ponto P de interseção entre as retas é dado por:

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 3x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 4 \\ 6x - 2y = 10 \end{cases} +$$
$$7x = 14 \Rightarrow x = 2$$
$$2 + 2y = 4 \Rightarrow y = 1$$
$$\therefore P = (2, 1)$$

Ponto Q de interseção da reta x + 2y = 4 com o eixo y:

$$0 + 2y = 4 \Rightarrow y = 2$$
$$\therefore Q = (0, 2)$$

Portanto, o sistema é representado graficamente pelo gráfico da alternativa [E].

5. (E)

$$f(x) = b + a \cdot x$$
$$f(x) = 12 + \frac{0 - 12}{2 - 0} \cdot x$$
$$\boxed{f(x) = 12 - 6 \cdot x}$$

6. (D)

Resolvendo o sistema com a funções, obtemos:

$$\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = -x + 6 \end{cases}$$
$$2x + 3 = -x + 6$$
$$3x = 3$$
$$x = 1 \text{ e } y = 5$$

Portanto, estas funções têm o ponto (1, 5) em comum.

7. (A)

Considerando que a reta de equação f(x) = ax + b passa pelos pontos (–3, 2) e (2, 0), temos:

$$\begin{cases} f(2) = 0 \\ f(-3) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ -3a + b = 2 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, obtemos:

$$\boxed{a = -\frac{2}{5}} \text{ e } \boxed{b = \frac{4}{5}}$$

Logo, $\boxed{f(x) = -\frac{2x}{5} + \frac{4}{5}}$

8. (A)

Admitindo que V (reais) seja o valor do equipamento eletrônico em função do tempo t (anos), temos:

$t = 0 \Rightarrow V = 180.000$

$t = 3 \Rightarrow V = 135.000$

$t = 5 \Rightarrow V = ?$

Determinando a taxa de variação do valor V em relação ao tempo t, temos:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{135.000 - 180.000}{3 - 0} = -15.000 \text{ por ano.}$$

Logo, daqui a dois anos o valor será:

$V = 135.000 - 2 \cdot 15.000$

$\boxed{V = R\$\,105.000}$

9. (C)

Após $18 - 10 = 8$ horas a caixa continha 2000 litros. Logo, segue que $V(8) = 2000$ e, portanto, vem

$2000 = 5000 - k \cdot 8 \Leftrightarrow k = 375.$

O valor de t para o qual se tem $V(t) = 2750$ litros é dado por

$2750 = 5000 - 375t \Leftrightarrow t = 6.$

A resposta é $10 + 6 = 16$ h.

10. (E)

A ordenada do ponto de interseção da função f com o eixo x é dada por:

$f(0) = a \cdot 0 + b = b$

Da função composta, obtemos:

$f(f(x)) = 49x + 24$

$af(x) + b = 49x + 24$

$a(ax + b) + b = 49x + 24$

$a^2x + ab + b = 49x + 24$

$$\begin{cases} a^2 = 49 \\ b(a+1) = 24 \end{cases}$$

Como a > 0, devemos ter:

$a = 7$

$b(7 + 1) = 24$

$\therefore b = 3$

11. (B)

$f(m) = n \Rightarrow 3m - 7 = n \Rightarrow 3m - n = 7$

$f(n) = 2m \Rightarrow 3n - 7 = 2m \Rightarrow -2m + 3n = 7$

Podemos, então, considerar o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} 3m - n = 7 \\ -2m + 3n = 7 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, obtemos:

$m = 4$ e $n = 5.$

Portanto:

$m^2 - n^2 = 4^2 - 5^2 = 16 - 25 = -9$

12. (B)

Decorridos t minutos a partir das 4 horas, as posições angulares dos ponteiros de um relógio em perfeito estado de funcionamento são dadas por:

$$\begin{cases} \theta_{min} = 6t \\ \theta_h = 0{,}5t + 120° \end{cases}$$

E, para o relógio defeituoso, teremos:

$$\begin{cases} \theta'_{min} = 0{,}5t \\ \theta'_h = 6t + 120° \end{cases}$$

Para que o relógio marque o horário corretamente, devemos ter (com $k \in \mathbb{Z}$):

$$\begin{cases} \theta_{min} - \theta'_{min} = 360k \\ \theta'_h - \theta_h = 360k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6t - 0{,}5t = 360k \\ 6t + 120° - (0{,}5t + 120°) = 360k \end{cases} \Rightarrow t = \frac{360k}{5{,}5}$$

O 1º horário após às 4 horas em que será marcado um horário correto é dado por k = 1:

$$t = \frac{360 \cdot 1}{5{,}5} \text{ min} \cong 65{,}5 \text{ min}$$

O que resulta em aproximadamente 5h 5min 30s. Ou seja:

$5\text{ h} \le t < 5\text{ h }30\text{ min}$

13. (A)

Se os ângulos são múltiplos de 45°, concluímos que os possíveis coeficientes angulares são 1 ou –1, portanto as equações das retas são:

$f_1(x) = x + p_1$ e $f_2(x) = -x + p_2$

Considerando que o ponto P(5, 10) pertence às duas retas, temos:

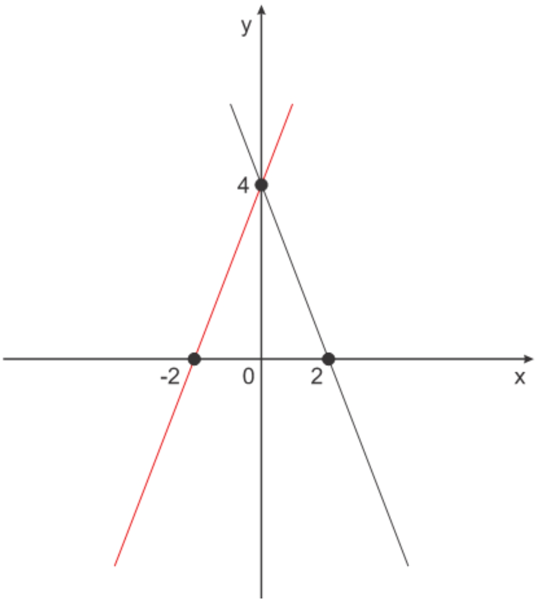
$10 = 5 + p_1 \Rightarrow \boxed{p_1 = 5}$

$10 = -5 + p_2 \Rightarrow \boxed{p_2 = 10}$

Logo, $\boxed{p_1 + p_2 = 20}$

14. (A)

A reta simétrica à reta dada, em relação ao eixo y, passa pelos pontos $(0, 4)$ e $B(-2, 0)$ como se observa na figura abaixo:



Determinando agora o coeficiente angular da reta obtemos:

$$m = \frac{4-0}{0-(-2)} = 2$$

O coeficiente linear é $q = 4$, portanto a função g representada pelo gráfico será dada por $g(x) = 2x + 4$.

15. (C)

Como o gráfico de f passa pelos pontos $(-2, 0)$ e $(0, 2)$, segue que $f(x) = x + 2$. Além disso, como o gráfico de g passa pelos pontos $(0, 0)$ e $(0, 1)$, temos que $g(x) = ax^2 - ax$, com $a > 0$. Portanto,
$h(x) = ax^2 - (a-1)x + 2$.
Desse modo, o gráfico de h intersecta o eixo y no ponto de ordenada 2 e tem sua concavidade voltada para cima.
A abscissa do vértice do gráfico de h é dada por

$$x_v = -\frac{-(a-1)}{2a} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2a} < \frac{1}{2}.$$

Finalmente, como $f(1) = 3$ e $g(1) = 0$, segue que $h(1) = f(1) + g(1) = 3$ e, portanto, o gráfico que melhor representa a função h é o da alternativa [C].

16. (D)

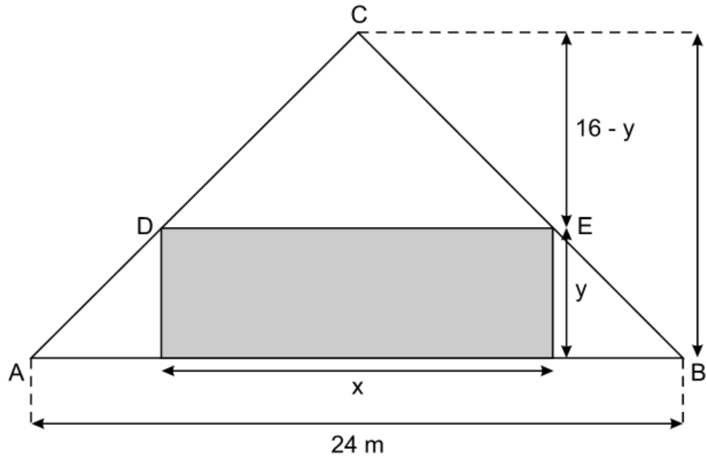
O lucro diário é dado por:

$$L(x) = \underbrace{x(20-x)}_{\text{receita}} - \underbrace{2(20-x)}_{\text{custo}} = 20x - x^2 - 40 + 2x$$

$$\therefore L(x) = -x^2 + 22x - 40$$

17. (E)

Sendo x e y as dimensões do retângulo, por semelhança entre os triângulos ABC e DEC, temos:



$$\frac{x}{24} = \frac{16-y}{16}$$

$$2x = 48 - 3y$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 16$$

A área do depósito é dada por:

$$A = xy = -\frac{2}{3}x^2 + 16x$$

Logo, a sua área máxima vale:

$$A_{máx} = y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$A_{máx} = -\frac{16^2 - 4\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot 0}{4\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)} = \frac{256}{\frac{8}{3}}$$

$$\therefore A_{máx} = 96\ m^2$$

18. (B)

Equação da reta:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow y = 2x + 2$$

Equação da parábola:

$y = \alpha(x+2)(x-1)$
$2 = \alpha(0+2)(0-1)$
$2 = \alpha \cdot (-2)$
$\alpha = -1$
$y = -(x+2)(x-1)$
$y = -(x^2 - x + 2x - 2)$
$y = -x^2 - x + 2$

Ponto de interseção entre a reta e a parábola:

$$\begin{cases} y = 2x+2 \\ y = -x^2 - x + 2 \end{cases}$$

$2x + 2 = -x^2 - x + 2$
$x^2 + 3x = 0$
$x(x+3) = 0$
$x = 0$ e $y = 2 \cdot 0 + 2 = 2$
ou
$x = -3$ e $y = 2 \cdot (-3) + 2 = -4$

Como o ponto P pertence ao 3º quadrante, devemos ter que P = (-3, -4). Logo: $a + b = -3 + (-4) = -7$

19. (D)

Ponto extremo de f(x):

$$\begin{cases} x_V = \dfrac{3+(-1)}{2} = 1 \\ y_V = 2(1-3)(1+1) = -8 \end{cases} \Rightarrow P_1 = (1, -8)$$

Ponto extremo de g(x):

$$\begin{cases} x_V = \dfrac{2+4}{2} = 3 \\ y_V = 3(2-3)(3-4) = 3 \end{cases} \Rightarrow P_2 = (3, 3)$$

Portanto, a área do triângulo formado vale:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \left\| \begin{matrix} 1 & -8 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} \right\| = \frac{27}{2}$$

20. (A)

Substituindo os pontos dados na função, obtemos:

$$\begin{cases} 0 = (-2)^2 + m \cdot (-2) + p \\ 0 = 4^2 + m \cdot 4 + p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 - 2m + p = 0 \quad \text{(I)} \\ 16 + 4m + p = 0 \quad \text{(II)} \end{cases}$$

Fazendo (II) – (I):
$12 + 6m = 0 \Rightarrow m = -2$
$4 - 2 \cdot (-2) + p = 0 \Rightarrow p = -8$

Portanto:
$m + p = -10$

21. (C)

Sabendo que as raízes de f são $x_1 = 1$ e $x_2 = 3$, pelas Relações de Girard, temos

$$1 \cdot 3 = \frac{c}{-6} \Leftrightarrow c = -18.$$

Por conseguinte, vem $f(0) = c = -18.$

22. (E)

O lucro é dado por:
$L(p) = p \cdot Q(p) - C(p)$
$L(p) = p(200 - p) - [400 + 25(200 - p)]$
$L(p) = 200p - p^2 - 400 - 5000 + 25p$
$L(p) = -p^2 + 225p - 5400$

Preço para 150 unidades vendidas:
$150 = 200 - p$
$p = \text{R\$ } 50{,}00$

Logo, o lucro será de:
$L(50) = -50^2 + 225 \cdot 50 - 5400$
$\therefore L(50) = \text{R\$ } 3350{,}00$

23. (E)

Determinando as coordenadas do vértice, temos:
$y_V = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1$
$\therefore V = (2, -1)$

Determinando as coordenadas do ponto P:
$y_P = 4^2 - 4 \cdot 4 + 3 = 3$
$\therefore P = (4, 3)$

Seja Q(0, q) o ponto de intersecção da reta, que passa pelos pontos V e P, com o eixo y.

Logo:

$$\begin{vmatrix} 0 & q & 1 \\ 4 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 0 - 4 + 2q - (6 + 0 + 4q) = 0 \Rightarrow$$

$$-2q - 10 = 0 \Rightarrow -2q = 10 \Rightarrow \boxed{q = -5}$$

24. (C)

Função da reta:

$$f(x) = mx + n$$

$$\begin{cases} f(0) = 15600 \\ f(10) = 16800 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \cdot 0 + n = 15600 \\ m \cdot 10 + n = 16800 \end{cases} \Rightarrow (m, n) = (120, 15600)$$

$$\therefore f(x) = 120x + 15600$$

Para a produção e venda de 110 ton, temos:

$$f(110) = 120 \cdot 110 + 15600 = 28800$$

Função da parábola:

$$g(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{cases} g(0) = 9000 \\ g(10) = 16800 \\ g(110) = 28800 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 9000 \\ a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c = 16800 \\ a \cdot 110^2 + b \cdot 110 + c = 28800 \end{cases} \Rightarrow (a, b, c) = (-6, 840, 9000)$$

$$\therefore g(x) = -6x^2 + 840x + 9000$$

Portanto, o valor máximo em impostos e taxas pagos (em R$) na situação 2 é de:

$$y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{840^2 - 4 \cdot (-6) \cdot 9000}{4 \cdot (-6)} = 38400$$

Que é um valor do intervalo [38000, 42000[.

25. (C)

Seja a função f dada por:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Como f é simétrico em relação ao eixo das ordenadas e o seu valor máximo é 16, devemos ter que:

$$f(0) = 16: \ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 16 \Rightarrow c = 16$$

E a distância entre as raízes de f é igual a 8. Logo:

$$|x_1 - x_2| = 8 \Rightarrow \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = 8 \Rightarrow \frac{\cancel{2}\sqrt{\Delta}}{\cancel{2}a} = 8$$

$$\Rightarrow \sqrt{b^2 - 4ac} = 8a \Rightarrow b^2 - 64a = 64a^2 \quad \text{(I)}$$

Do valor máximo de f, também obtemos:

$$y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{b^2 - 4a \cdot 16}{4a} = 16 \Rightarrow -b^2 + 64a = 64a \quad \text{(II)}$$

Somando (I) e (II), vem:

$$\begin{cases} b^2 - 64a = 64a^2 \\ -b^2 + 64a = 64a \end{cases} + \Rightarrow 0 = 64a^2 + 64a \Rightarrow a(a+1) = 0 \Rightarrow a = -1 \text{ ou } a = 0 \text{ (não convém)}$$

Sendo assim, b vale:

$$b^2 - 64 \cdot (-1) = 64 \cdot (-1)^2 \Rightarrow b = 0$$

Logo, a expressão algébrica de f é:

$$f(x) = -x^2 + 16$$

26. (C)

A abscissa do vértice da parábola é 1, portanto:

$$-\frac{b}{2 \cdot (-1)} = 1 \Rightarrow \boxed{b = 2}$$

A ordenada do vértice é y = 4, logo:

$$f(1) = 4 \Rightarrow f(1) \Rightarrow -1 + 2 + c = 4 \Rightarrow \boxed{c = 3}$$

$$\therefore f(x) = -x^2 + 2x + 3$$

Determinando os N e T, intersecções, com os eixos coordenados, obtemos:
N = (0,3)

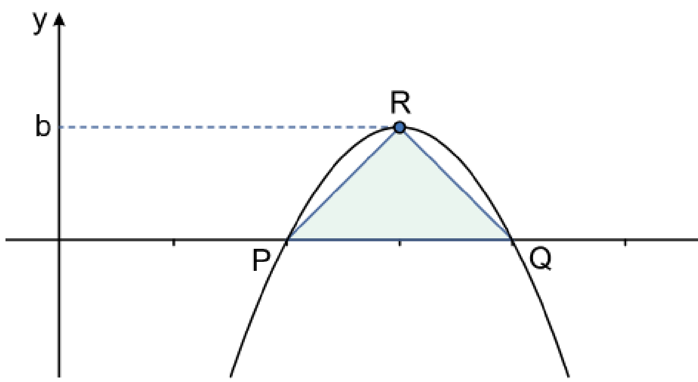
$$-x^2 + 2x + 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ ou } x = -1$$

$\therefore$ T= (3,0)

Determinando a equação da reta que passa pelos pontos T e N, obtemos:

$$y = \frac{0-3}{3-0} \cdot x + 3 \Rightarrow \boxed{y = -x + 3}$$

27. (A)



Determinando as raízes da função f(x) = $-x^2 + 6x - 8$

$$-x^2 + 6x - 8 = 0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{4}}{2 \cdot (-1)} \Rightarrow x = 2 \text{ ou } x = 4.$$

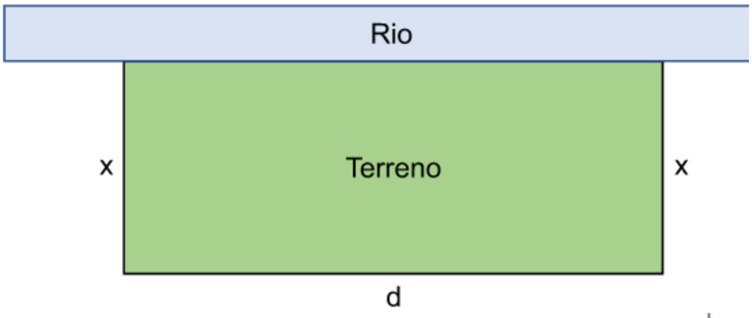
Logo, P(2, 0) e A(Q, 0)
A área do triângulo de base PQ = 4 – 2 = 2 será máxima quando b for igual a ordenada do vértice.

$$b = -\frac{\Delta}{4 \cdot a} \Rightarrow b = \frac{-4}{4 \cdot (-1)} \Rightarrow b = 1.$$

Logo, a área do triângulo PQR será:

$$A = \frac{2 \cdot 1}{2} \Rightarrow A = 1$$

28. (B)



$2x + d = 50 \Rightarrow d = 50 - 2x$

Calculando a área do terreno em função de x, obtemos:

$A = d \cdot x$

$A(x) = (50 - 2x) \cdot x$

$A(x) = -2 \cdot x^2 + 50x$

Para que essa área seja máxima, o valor de x deverá ser:

$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-50}{2 \cdot 2} = 12{,}5m$

Logo: d = 50 – 2x = 25m

Resposta: 12,5 m e 25 m.

29. (A)

De acordo com os gráficos, podemos escrever que:

$a < 0$

$c < 0$

$-\frac{b}{2a} < 0(\times 2a) \Rightarrow -b > 0(\times(-1)) \Leftrightarrow b < 0$

$d > 0$

$f > 0$

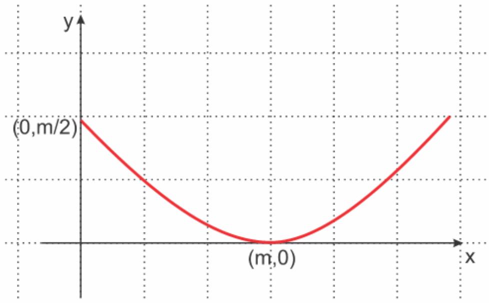
$-\frac{e}{2d} > 0(\times 2d) \Rightarrow -e > 0(\times(-1)) \Leftrightarrow e < 0$

Portanto, a opção correta é:

$bf < -\frac{e}{2d}.$

30. (A)

Adotando um sistema cartesiano ortogonal para a figura, podemos determinar sua equação facilmente.



Para isto utilizaremos a forma canônica do trinômio do segundo grau.

$f(x) = a(x - xv)^2 + yv.$

considerando que o vértice é o ponto $(m, 0)$ e também o ponto $(0, m/2)$, temos:

$f(x) = a(x - m)^2 + 0$

Com o ponto $(0, m/2)$, pertence a parábola, temos:

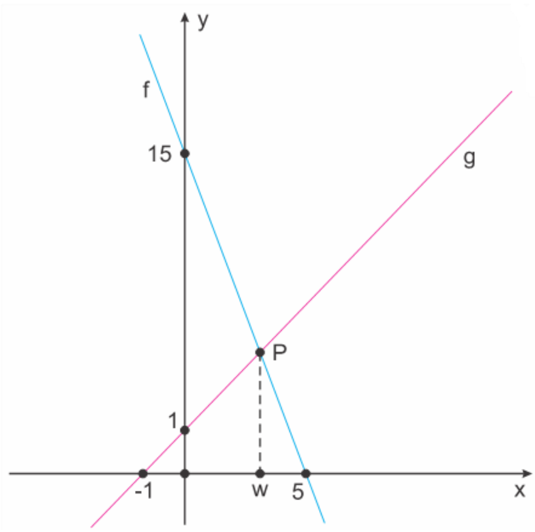
$\frac{m}{2} = a(0 - m)^2 \Rightarrow a = \frac{1}{2m}$

Portanto:

$f(x) = \left(\frac{1}{2m}\right)(x - m)^2$

<u>LISTA COM GABARITO (LETRINHA)</u>

1) Observe o plano cartesiano, no qual estão representadas as funções f e g:



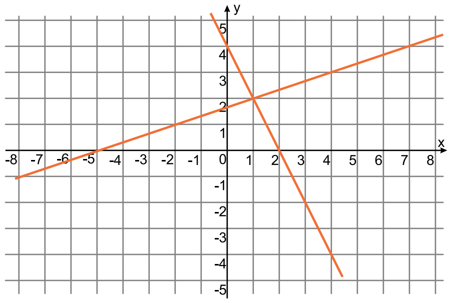
O ponto P de interseção entre os gráficos dessas funções possui abscissa w, cujo valor é:

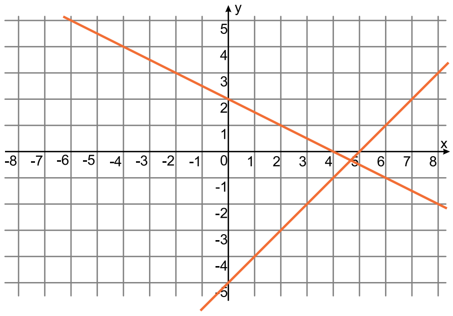
a) $\frac{5}{2}$
b) 3
c) $\frac{7}{2}$
d) 4

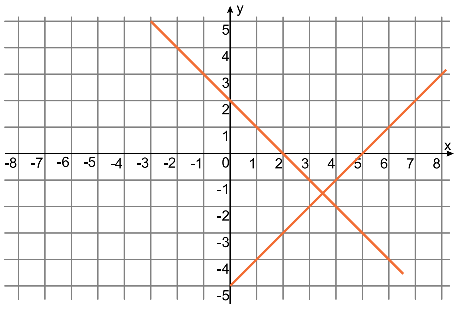
2) Seja a função g(x) do 1º grau, sabemos que g(1) = 2 e que g(−1) = −4. Determine o valor de g(0):
a) −2
b) −1
c) 0
d) 1
e) 2

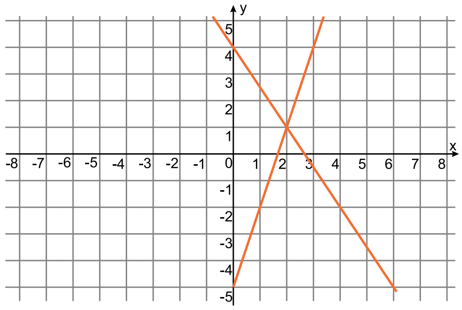
3) O gerente de uma padaria observou que o gráfico da relação entre a quantidade de fatias de bolo de chocolate vendidas por dia e o preço cobrado por cada uma delas era uma reta. Ele notou que quando cobrava R$ 6,00 por fatia eram vendidas 55 fatias e quando cobrava R$ 8,00 por fatia eram vendidas apenas 25. Certo dia, ele resolveu fazer uma promoção, vendendo cada fatia por R$ 5,00. A quantidade de fatias de bolo de chocolate vendidas naquele dia foi de:
a) 70.
b) 75.
c) 80.
d) 85.
e) 90.

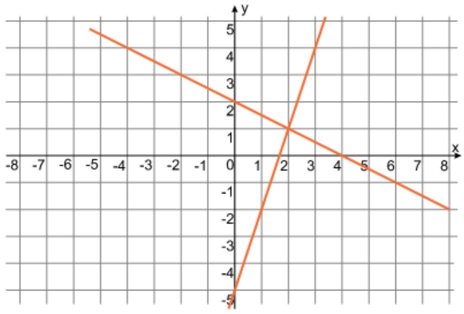
4) Considere o sistema linear $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$. Assinale a alternativa que representa graficamente esse sistema.

a)


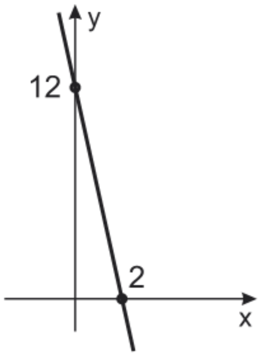
b)


c)


d)


e)


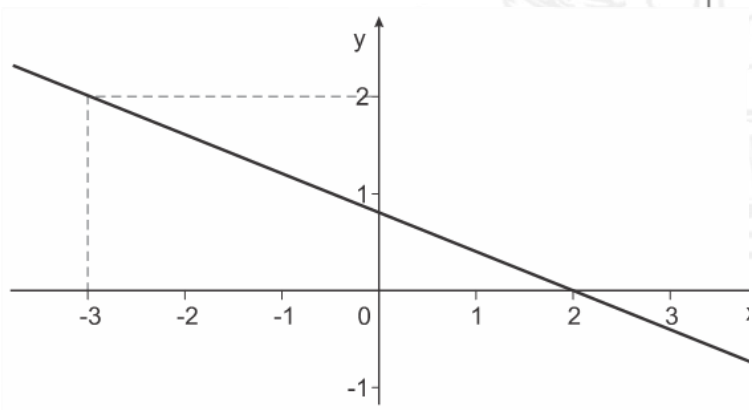
5) Considere o gráfico a seguir:



A lei que melhor representa a função afim y = f(x) do gráfico é dada por:
a) f(x) = 12 − 4x
b) f(x) = 12 − 2x
c) f(x) = 12 + 6x
d) f(x) = 12 + 12x
e) f(x) = 12 − 6x

6) Considere as funções polinomiais do 1º grau f(x) = 2x + 3 e g(x) = –x + 6. Sobre essas funções, afirma-se que:
a) possuem pontos de máximo.
b) são crescentes.
c) possuem domínios diferentes.
d) têm o ponto (1,5) em comum.
e) suas representações gráficas não se intersectam.

7) A função $f: R \rightarrow R$ é uma função polinomial do 1° grau tal que f(2) = 0 e f(-3) = 2, conforme mostra o gráfico.



A lei de formação da função f é:

a) $f(x) = -\frac{2x}{5} + \frac{4}{5}$

b) $f(x) = -3x + 2$

c) $f(x) = -3x - 2$

d) $f(x) = -\frac{3x}{5} + \frac{2}{5}$

e) $f(x) = -\frac{3x}{5} + 2$

8) Um equipamento eletrônico utilizado por uma indústria tem seu valor monetário continuamente reduzido em função do uso e do surgimento de novas tecnologias, dentre outros fatores. Se o valor monetário do equipamento decresce linearmente com o tempo, sabendo-se que foi adquirido há três anos pelo valor de R$180.000,00 e que hoje está avaliado em R$ 135.000,00, é correto afirmar que o valor monetário do equipamento daqui a dois anos será:

(Uma função real de variável real decresce linearmente se é do tipo f(x) = ax + b, com a e b números reais constantes e a < 0).
a) R$ 105.000,00.
b) R$ 115.000,00.
c) R$ 108.000,00.
d) R$ 112.000,00.

9) Uma caixa d'água, cuja capacidade é 5000 litros, tem uma torneira no fundo que, quando aberta, escoa água a uma vazão constante. Se a caixa está cheia e a torneira é aberta, depois de t horas o volume de água na caixa é dado por $V(t) = 5000 - kt$, k constante. Certo dia, estando a caixa cheia, a torneira foi aberta às 10 horas. Às 18 horas do mesmo dia, observou-se que a caixa continha 2000 litros de água. Assim, pode-se afirmar corretamente que o volume de água na caixa era 2750 litros, exatamente, às
a) 15h.
b) 15h40.
c) 16h.
d) 16h40.

10) Para uma função polinomial de 1º grau $f: R \rightarrow R$ dada por $f(x) = ax + b$, tem-se um gráfico de reta de coeficiente angular positivo. Sabe-se que $f(f(x)) = 49x + 24$.

Assinale a alternativa CORRETA que demarca o ponto de ordenada da intersecção do gráfico de f com o eixo y.
a) –3
b) 8
c) 4
d) 7
e) 3

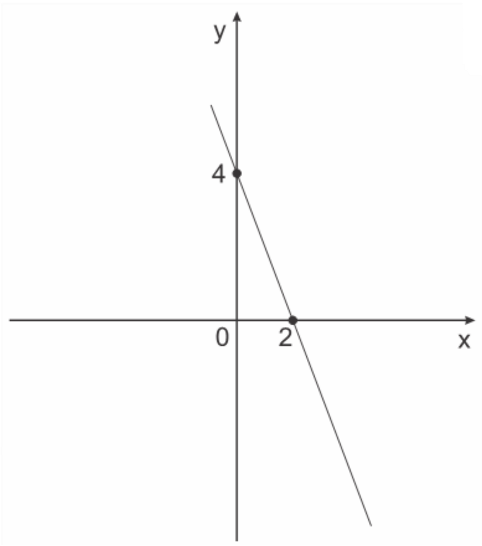
11) Para cada número real x, a função f é definida por $f(x) = 3x - 7$. Para os números m e n, valem $f(m) = n$ e $f(n) = 2m$. Para esses mesmos valores de m e n, é verdade que $m^2 - n^2$ é igual a:
a) –8.
b) –9.
c) 16.
d) 23.
e) 41.

12) Um aluno distraído desmontou um relógio. Ao remontá-lo, trocou a posição dos ponteiros das horas e dos minutos, de modo que o ponteiro das horas passou a girar com a velocidade do ponteiro dos minutos, e vice-versa. Sabendo que o relógio foi acertado para as 4 horas, o intervalo que contém o horário t que marcará a hora certa novamente pela primeira vez é:
a) $4h30\,min \leq t < 5h$
b) $5h \leq t < 5h30\,min$

c) $5h30\,min \le t < 6h$
d) $6h \le t < 6h30\,min$
e) $6h30\,min \le t < 7h10\,min$

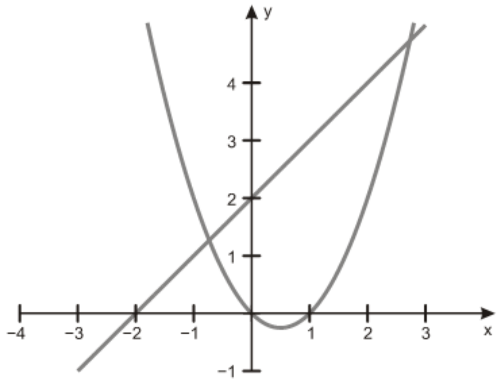
13) Uma função $f: R \to R$ definida por f(x) = mx + n, onde m e n são números reais não nulos, é comumente denominada de função linear afim. Quando n = 0 e $m \neq 0$, a função será chamada de função linear não nula. O gráfico de tais funções, quando desenhado em um plano munido de um sistema de coordenadas cartesiano ortogonal, é uma reta. Sejam $f_1(x) = m_1 x + p_1$ e $f_2(x) = m_2 x + p_2$ duas funções lineares afins distintas tais que a medida do ângulo que seus gráficos formam com o eixo das abscissas (eixo dos x) são múltiplos de 45°. Se os gráficos de f_1 e f_2 se cortam no ponto P = (5, 10), então, é correto afirmar que $p_1 + p_2$ é igual a:
a) 20.
b) 5.
c) 15.
d) 10.

14) Considere o gráfico da função real $f(x) = -2x + 4$, representado no plano cartesiano a seguir.

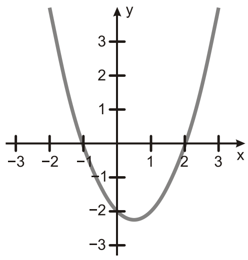


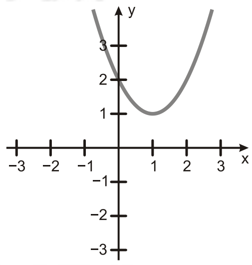
A função afim, g(x), cujo gráfico é simétrico ao dessa função f(x) em relação ao eixo y, é dada por:
a) $g(x) = 2x + 4$
b) $g(x) = 2x - 4$
c) $g(x) = -2x - 4$
d) $g(x) = -4x + 2$

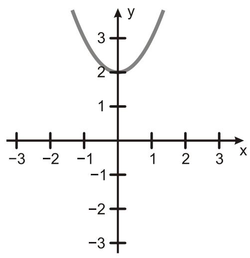
15) No gráfico estão representadas duas funções: f(x) do primeiro grau e g(x) do segundo grau.

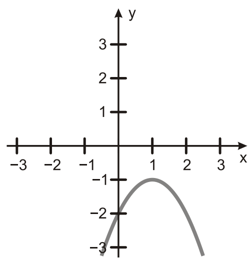


O gráfico que melhor representa a função h(x) = f(x) + g(x) é:

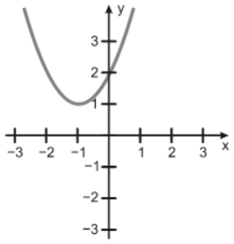
a)


b)


c)


d)


e)



16) Em uma confeitaria recém-inaugurada, o preço de custo de uma barra de chocolate é de R$ 2,00 e o preço de venda, de cada barra, é de x reais, sendo x um número inteiro. Estima-se que (20 − x) barras serão vendidas por dia.

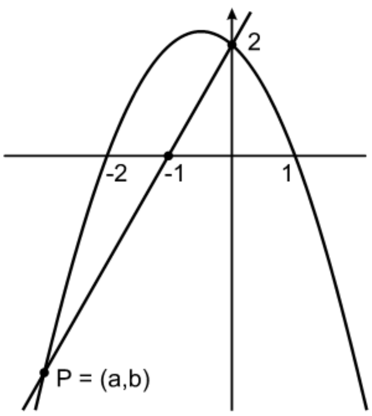
De acordo com essa estimativa, o lucro diário da venda dessas barras de chocolate, com o preço unitário de x reais, será igual a:

a) $-x^2 + 18x - 32$
b) $-x^2 - 18x + 40$
c) $-x^2 - 22x + 32$
d) $-x^2 + 22x - 40$

17. Um depósito de munições no formato retangular será construído em um campo de instrução do Exército Brasileiro. A planta da construção prevê que esse retângulo esteja inscrito em uma área cujo formato é de um triângulo isósceles de base 24m e altura 16m. A área máxima do depósito que atende a essas condições é igual a:

a) 32 m^2
b) 48 m^2
c) 64 m^2
d) 72 m^2
e) 96 m^2

18. Na figura abaixo estão representados os gráficos de uma parábola, de uma reta, e o ponto P = (a,b), que é um dos pontos de interseção da reta com a parábola.



O valor de a + b é:

a) −7,5.
b) −7.
c) −6,5.
d) −6.

19) No plano com o sistema de coordenadas cartesianas usual cuja origem é o ponto E = (0,0), sejam P e Q os pontos extremos (máximo ou mínimo) dos gráficos das funções quadráticas $f(x) = 2(x-3)(x+1)$ e $g(x) = 3(2-x)(x-4)$. A medida da área, em uc^2, do triângulo com vértices nos pontos E, P e Q é igual a:

Nota: uc é a unidade de comprimento usada na marcação dos pontos no sistema de coordenadas.

a) $\frac{31}{2}$.
b) $\frac{25}{2}$.
c) $\frac{29}{2}$.
d) $\frac{27}{2}$.

20) Seja uma função polinomial do segundo grau, dada por $f(x) = x^2 + mx + p$, com $m, p \in R$. Se o gráfico dessa função no plano cartesiano, intersecta o eixo x nos pontos de coordenadas (–2, 0) e (4, 0), então, m + p é igual a:

a) –10.
b) –12.
c) –8.
d) –6.
e) 6.

21. No plano cartesiano, o gráfico da função quadrática $f(x) = -6x^2 + bx + c$, em que b e c são números reais, corta o eixo das abscissas nos pontos de coordenadas (1, 0) e (3, 0).

O valor de f(0) é:

a) –15.
b) –12.
c) –18.
d) – 6.
e) – 9.

22) Uma confecção produz calças jeans e conclui que a quantidade Q de unidades vendidas mensalmente depende do preço p cobrado por unidade conforme a função Q(p) = 200 − p.

O custo de produção mensal dessas calças é composto por um valor fixo de R$ 400 acrescido de R$ 25 por unidade produzida, ou seja:

$C(p) = 400 + 25 \cdot Q(p)$

Para calcular o valor A arrecadado no mês com as vendas, multiplica-se o preço unitário p pela quantidade Q de unidades vendidas no período.

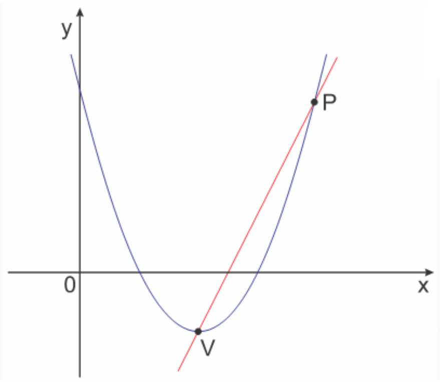
O lucro mensal L apurado no mês é dado pela diferença entre a arrecadação A e o custo C.

Em um mês em que forem vendidas 150 unidades, o lucro será de:

a) R$ 3000,00.
b) R$ 3050,00.
c) R$ 3150,00.

d) R$ 3250,00.
e) R$ 3350,00.

23) Em um plano cartesiano, a parábola descrita pela função quadrática $f(x) = x^2 - 4x + 3$ tem vértice no ponto V, de abscissa 2, e passa pelo ponto P de abscissa 4.



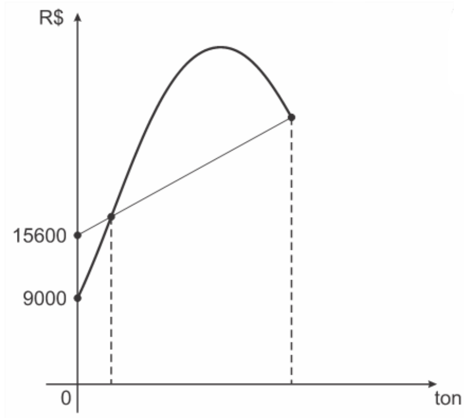
A reta que passa pelos pontos P e V intersecta o eixo y no ponto de ordenada igual a:
a) –2.
b) –1.
c) –4.
d) –3.
e) –5.

24) A análise dos dados financeiros mensais de uma indústria de bens duráveis indicou que:

SITUAÇÃO 1: Os impostos e taxas a pagar na produção dos bens dessa indústria podem ser modelados, em reais (R$), em função da quantidade de matéria prima necessária para a produção, em toneladas (ton), por uma linha reta.

SITUAÇÃO 2: Os impostos e taxas a pagar pela venda dos bens dessa indústria podem ser modelados, em reais (R$), em função da quantidade de matéria prima usada na produção, em
toneladas (ton), por uma linha parabólica.

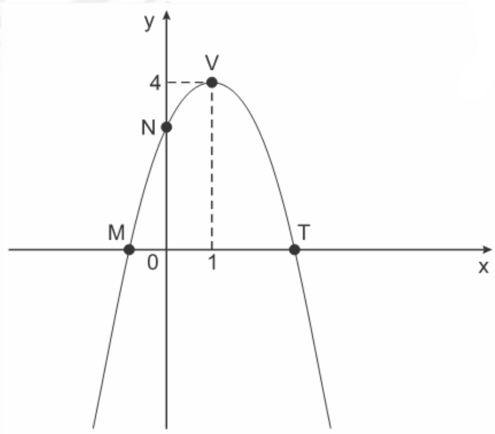
O desenho a seguir indica a análise dos dados para o mês de maio de 2022 no qual se vê que há dois pontos de igualdade entre as duas situações: um para a produção e venda de 10 ton com pagamento de R$ 16800,00 em impostos e taxas e o outro na produção e venda de 110 ton, maior quantidade que a indústria tem a capacidade de produzir por mês.



O valor máximo em impostos e taxas pagos na situação 2 é um número, em reais, do intervalo
a) [30000, 34000[
b) [34000, 38000[
c) [38000, 42000[
d) [42000, 46000[.

25) No sistema usual de coordenadas cartesianas, o gráfico da função quadrática f é simétrico em relação ao eixo das ordenadas. Se o valor máximo que f assume é igual a 16 e se a distância entre os pontos de cruzamento do gráfico de f com o eixo das abscissas é igual a 8, então a expressão algébrica da função f é:
a) $f(x) = -x^2 + 4x + 16$.
b) $f(x) = -2x^2 + 2x + 16$.
c) $f(x) = -x^2 + 16$.
d) $f(x) = -2x^2 + 16$.

26) Em um plano cartesiano, a parábola descrita pela função $f(x) = -x^2 + bx + c$, em que b e c são números reais, intersecta os eixos coordenados nos pontos M, N e T, e as coordenadas do ponto de máximo V são (1, 4).



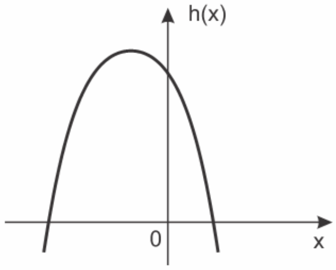
A equação da reta que passa pelos pontos N e T é dada por
a) $y = -x - 1$
b) $y = x + 2$
c) $y = -x + 3$
d) $y = x + 5$
e) $y = -x + 4$

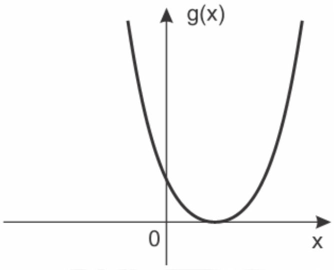
27) Considere a função $f(x) = -x^2 + 6x - 8$. No plano

cartesiano, sejam P e Q as intersecções do gráfico de f com o eixo x. Sendo R = (a, b) um ponto do gráfico de f, com b > 0, assinale a alternativa que corresponde ao maior valor numérico possível da área do triângulo PQR.
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 6

28) Um terreno retangular está localizado ao lado de uma margem de rio linear. Você tem à sua disposição 50 metros de arame para cercar o terreno, mas é importante observar que não é necessário cercar a margem do rio. Quais devem ser as dimensões do terreno retangular de modo a cercar a maior área possível?
a) 10,5 m e 35 m.
b) 12,5 m e 25 m.
c) 10 m e 25 m.
d) 15 m e 25 m.
e) 20 m e 15 m.

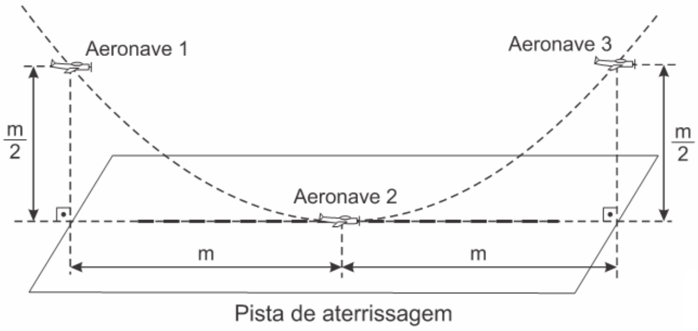
29) Nos gráficos indicados a seguir, estão desenhadas duas parábolas que representam as funções reais h e g definidas pelas leis: $h(x) = ax^2 + bx + c$ e $g(x) = dx^2 + ex + f$ com a, b, c, d, e, f números reais não nulos.





Com base nas informações e nos gráficos, é correto afirmar, necessariamente, que
a) $bf < -\frac{e}{2d}$
b) $e^2 \neq 4df$
c) $ad > f - e$
d)

30) Em um exercício de aperfeiçoamento de Cadetes da Força Aérea Brasileira, três aeronaves estão posicionadas como indicado na figura a seguir.



Em certo momento, as aeronaves 1, 2 e 3 são vistas de um determinado ponto, seguindo uma trajetória de voo sobre a curva de uma parábola, sendo dadas suas distâncias de referência como a da figura.

Considere um plano cartesiano em que:

- as aeronaves 1, 2 e 3 estão sobre a trajetória de uma única parábola;
- a pista de aterrissagem está no eixo das abscissas;
- a posição de cada aeronave é um ponto (x, y) desse plano, onde y = f(x) é a altura atingida pela aeronave, em km, em relação ao chão; e
- o eixo das ordenadas passa pela aeronave 1.

A lei da função f que satisfaz as condições estabelecidas na figura é
a) $f(x) = \left(\frac{1}{2m}\right)(x - m)^2$
b) $f(x) = \left(\frac{1}{m}\right)(x + m)^2$
c) $f(x) = \left(\frac{1}{2m}\right)(x - 2m)^2$
d) $f(x) = \left(\frac{1}{2m}\right)x^2$

Gabarito:

1. (C)
2. (B)
3. (A)
4. (E)
5. (E)
6. (D)
7. (A)
8. (A)
9. (C)
10. (E)
11. (B)
12. (B)
13. (A)
14. (A)

15. (C)

16. (D)

17. (E)

18. (B)

19. (D)

20. (A)

21. (C)

22. (E)

23. (E)

24. (C)

25. (C)

26. (C)

27. (A)

28. (B)

29. (A)

30. (A)