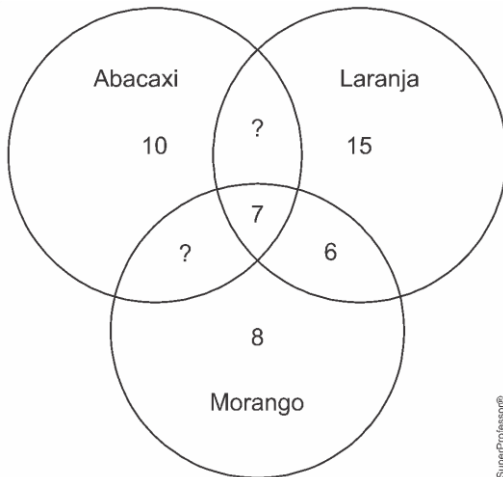


## LISTA COM GABARITO COMENTADO

1) Uma lanchonete recebeu uma encomenda de 65 copos de sucos de frutas. Até 3 sabores podem ser misturados dentro do copo, sendo eles: abacaxi, laranja e morango. O diagrama a seguir representa algumas quantidades produzidas de cada tipo de suco. Por exemplo, foram pedidos 10 sucos exclusivamente de abacaxi e 6 sucos usando somente laranja e morango.



Os sucos foram colocados em copos não rotulados. Se uma pessoa escolher um copo ao acaso, qual a probabilidade de que ela tome um suco que tenha exatamente dois sabores?

- a)  $5/13$ .
- b)  $1/10$ .
- c)  $7/22$ .
- d)  $2/7$ .

2) Para fazer o sorteio de um livro, quatro amigos colocaram três bolas brancas e duas pretas em uma caixa. Decidiram que o primeiro a retirar uma bola preta ficará com o livro. Na ordem alfabética de seus nomes, cada um retira uma bola, ao acaso, sem devolvê-la à caixa. A probabilidade de o terceiro amigo retirar a primeira bola preta e ficar com o livro é igual a:

- a) 10%
- b) 20%
- c) 30%
- d) 40%

3) João e Maria estão passeando pela floresta. Para não se perderem no caminho, levaram consigo uma sacola com 100 pedrinhas, sendo 60 pedrinhas brancas e 40 pedrinhas pretas. A cada 5 passos eles retiram aleatoriamente uma pedrinha da sacola e jogam-na no chão para marcar o caminho.

Quando eles pararam para fazer um lanche, notaram que já tinham sido jogadas 35 pedrinhas brancas e 25 pedrinhas pretas.

Qual a probabilidade de as próximas duas pedrinhas jogadas serem brancas?

- a)  $\frac{7}{13}$ .
- b)  $\frac{5}{13}$ .
- c)  $\frac{11}{52}$ .
- d)  $\frac{7}{52}$ .

4) Ana somou dois números distintos sorteados ao acaso do conjunto  $\{8, 9, 10\}$ . Beto multiplicou dois números distintos sorteados ao acaso do conjunto  $\{3, 5, 6\}$ . A probabilidade de que o resultado obtido na conta de Ana tenha sido maior ou igual ao obtido na conta de Beto é igual a:

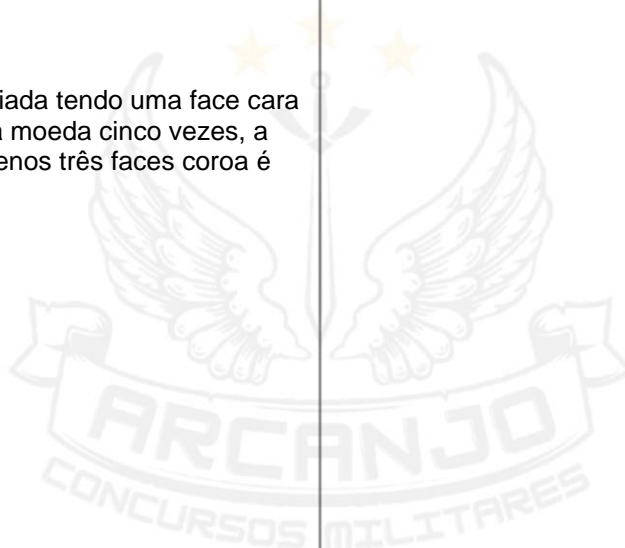
- a)  $\frac{1}{3}$
- b)  $\frac{2}{3}$
- c)  $\frac{4}{9}$
- d)  $\frac{3}{8}$
- e)  $\frac{5}{9}$

5) Considere uma moeda não viciada tendo uma face cara e uma face coroa. Ao lançar essa moeda cinco vezes, a probabilidade de se obter pelo menos três faces coroa é

- a)  $\frac{1}{8}$ .
- b)  $\frac{1}{6}$ .
- c)  $\frac{1}{5}$ .
- d)  $\frac{1}{4}$ .
- e)  $\frac{1}{2}$ .

6) Em um conjunto de bolas de sinuca há 15 bolas numeradas de 1 a 15. As bolas numeradas de 9 a 15 são listradas, as demais não. Tomando-se aleatoriamente uma bola listrada e uma bola não listrada, a probabilidade de a soma dos números nessas duas bolas ser maior ou igual a 18 é de

- a)  $\frac{3}{8}$
- b)  $\frac{2}{5}$
- c)  $\frac{7}{20}$
- d)  $\frac{17}{40}$
- e)  $\frac{9}{16}$



7) Um atleta comprou barras de proteína para fazer seus lanches entre as refeições. Ele comprou barras de quatro sabores: doce de coco, pasta de amendoim, Romeu e Julieta, e trufa de maracujá. Ele colocou essas barras em quatro potes, cada pote contendo as barras de um mesmo sabor. No pote 1, colocou as com sabor de doce de coco; no pote 2, as com sabor de pasta de amendoim; no pote 3, as com sabor Romeu e Julieta; e, no pote 4, as com sabor de trufa de maracujá. Num certo dia, ele verificou que o pote 1 continha 12 barras das quais 3 haviam passado do prazo de validade; o pote 2 continha 8 barras das quais 2 haviam passado do prazo de validade; o pote 3 continha 9 barras das quais 3 haviam passado do prazo de validade; e o pote 4 continha 15 barras das quais 5 haviam passado do prazo de validade. Escolhendo aleatoriamente um dos potes e retirando-se ao acaso uma barra de proteína desse pote, a probabilidade de que essa barra esteja com prazo de validade vencido é de

- a)  $\frac{1}{4}$ .
- b)  $\frac{7}{6}$ .
- c)  $\frac{7}{24}$ .
- d)  $\frac{7}{44}$ .
- e)  $\frac{13}{88}$ .

8) Como parte do trabalho de conclusão de curso, um aluno do curso de Comunicação Social entrevistou 100 pessoas no *campus* onde estuda. As pessoas foram perguntadas se usavam a rede social A, a rede social B ou nenhuma delas. As respostas colhidas foram dispostas na seguinte tabela.

	Total de pessoas
Usa a rede social A	87
Usa a rede social B	73
Nenhuma delas	12

A porcentagem das pessoas entrevistadas que usam ambas as redes sociais A e B é de

- a) 25%.
- b) 43%.
- c) 57%.
- d) 65%.
- e) 72%.

9) Na construção de um alvo para ser usado em uma competição olímpica, são usadas circunferências concêntricas, cujos raios medem 2, 4, 6, 8 e 10, respectivamente, tal como mostrado na figura abaixo.



Após a confecção do alvo, é realizado um teste, em que uma máquina dispara de maneira aleatória um dardo em direção ao alvo.

A probabilidade de o dardo lançado atingir, com a sua ponta, a parte sombreada do alvo é

- a) 20%.
- b) 30%.
- c) 40%.
- d) 50%.
- e) 60%.

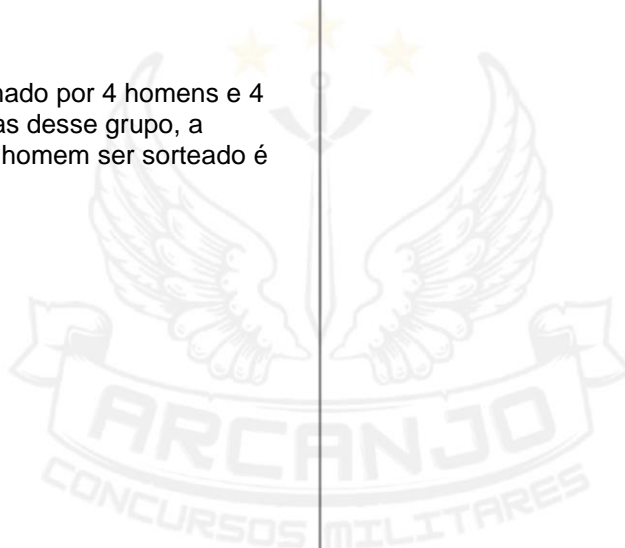
10) Um grupo de 8 turistas é formado por 4 homens e 4 mulheres. Sorteando-se 3 pessoas desse grupo, a probabilidade de exatamente um homem ser sorteado é

- a)  $\frac{3}{14}$
- b)  $\frac{9}{14}$
- c)  $\frac{9}{28}$
- d)  $\frac{15}{28}$
- e)  $\frac{3}{7}$

11) No final de um campeonato de futebol, após o jogo terminar empatado, os times foram para a disputa de pênaltis. Sabendo-se que os 2 primeiros batedores de um dos times têm probabilidade  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{1}{3}$  de fazer gol, respectivamente, constata-se que a probabilidade de os dois fazerem gol

- a) é maior que 80%
- b) é menor do que 40%
- c) está entre 75% e 80%
- d) está entre 45% e 55%
- e) está entre 60 % e 75 %

12) Numa marcenaria, duas tupias  $T_1$  e  $T_2$  produzem juntas 5.000 peças em um dia. A tupia  $T_1$  produz 2.000 peças, das quais 2% são defeituosas. A tupia  $T_2$  produz as 3.000 peças restantes, das quais 3% são defeituosas. Da produção total diária, uma peça é escolhida ao acaso. Verificou-se que ela é defeituosa. A probabilidade de que essa peça escolhida tenha sido produzida pela tupia  $T_1$  é



- a)  $\frac{9}{13}$   
b)  $\frac{3}{13}$   
c)  $\frac{4}{13}$   
d)  $\frac{2}{13}$   
e)  $\frac{1}{13}$

13) Márcia vai sortear um número entre 1 e 2025. Qual a probabilidade de o número sorteado ser múltiplo de 3 ou de 7?

- a)  $\frac{868}{2025}$   
b)  $\frac{289}{2025}$   
c)  $\frac{675}{2025}$   
d)  $\frac{951}{2025}$

15) Carla tem 3 fichas na mão: 1 rosa, 1 verde e 1 amarela. Fernanda tem 4 fichas na mão: 2 rosas, 1 azul e 1 verde. Cada uma delas pega uma ficha aleatoriamente para mostrar a outra.

A probabilidade de as duas fichas terem a mesma cor é de:

- a)  $\frac{1}{4}$   
b)  $\frac{2}{7}$   
c)  $\frac{1}{3}$   
d)  $\frac{2}{5}$   
e)  $\frac{3}{7}$

15) Em uma urna há 5 bolas vermelhas e as demais bolas são amarelas, de modo que, ao retirar-se aleatoriamente uma bola dessa urna, a probabilidade de ela ser amarela é

- $\frac{2}{3}$ . O número total de bolas que há nessa urna é  
a) 10.  
b) 15.  
c) 21.  
d) 12.  
e) 18.

16) Uma loja tem em estoque geladeiras das marcas A, B e C, na proporção de 40%, 20% e 40%, respectivamente.

Sabe-se que 1% das geladeiras da marca A, 1% das geladeiras da marca B e 5% das geladeiras da marca C, em estoque, estão com defeito de fabricação. Sabe-se que Mariana comprou uma geladeira do estoque dessa loja, e ela estava com defeito. A probabilidade de que a geladeira comprada por ela tenha sido da marca B é de

- a)  $\frac{3}{13}$   
b)  $\frac{99}{487}$   
c)  $\frac{1}{13}$   
d)  $\frac{1}{400}$   
e)  $\frac{1}{26}$

17) Uma urna contém cartões com as 26 letras do alfabeto. Retirando-se aleatoriamente 4 cartões de uma única vez dessa urna, a probabilidade de que com eles seja possível, em alguma ordem das letras, formar a palavra VIDA é igual a

- a)  $\frac{2}{7475}$   
b)  $\frac{1}{7475}$   
c)  $\frac{3}{1495}$   
d)  $\frac{1}{14950}$   
e)  $\frac{6}{7475}$

18) Uma urna contém bolas numeradas de 1 até 100. Considere os seguintes eventos associados à retirada aleatória de uma bola dessa urna:

$E_1$ : sair um número de 2 algarismos;

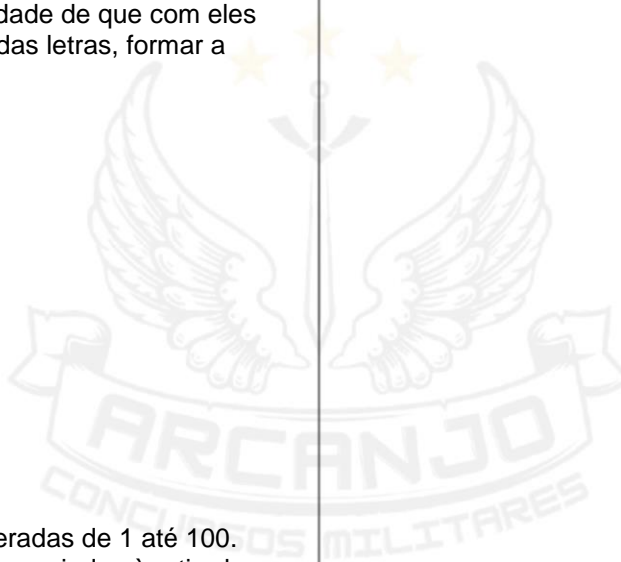
$E_2$ : sair um número cuja soma de seus algarismos seja igual a 3;

$E_3$ : sair um número estritamente maior que k (sendo k um inteiro de 1 até 100).

Sendo  $P(E_2) < P(E_3) \leq P(E_1)$  a ordenação das probabilidades associadas a cada um dos três eventos, a quantidade de possibilidades distintas para k é igual a

- a) 87.  
b) 86.  
c) 88.  
d) 90.  
e) 89.

19) Em uma urna, há 4 plaquinhas com igual tamanho e forma, e, em cada uma, está escrita uma letra:



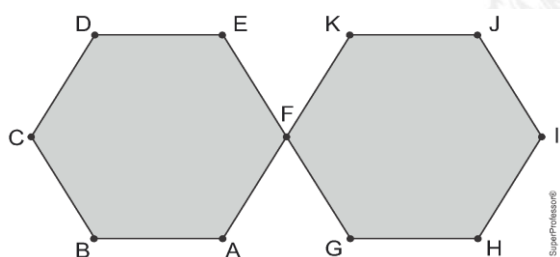
- Uma placa tem a letra C;
- Duas placas têm a letra A;
- Uma placa tem a letra S.

As placas serão retiradas aleatoriamente, uma por vez, sem reposição, e serão fixadas em um quadro, segundo a mesma ordem em que forem retiradas.

Qual é a probabilidade de, ao final, a palavra formada ser CASA?

- a)  $\frac{1}{24}$
- b)  $\frac{1}{12}$
- c)  $\frac{1}{6}$
- d)  $\frac{1}{4}$
- e)  $\frac{1}{3}$

20) A figura a seguir é composta por dois polígonos regulares equivalentes cujos vértices são os pontos A, B, C, D, E, F, G, H, I, J e K (os pontos E, F e G são colineares).



Foram escolhidos, ao acaso, exatamente três desses onze pontos (vértices dos polígonos) e verificou-se que eles determinam um triângulo equilátero. Qual a probabilidade de que esse triângulo equilátero e o polígono ABCDEF tenham perímetros diferentes?

- a) 0,50
- b) 0,60
- c) 0,75
- d) 0,80
- e) 1,00

21) Um jogo consiste em lançar um dado honesto de 6 faces, numeradas de 1 a 6, por três vezes seguidas. Cada três lançamentos equivalem a uma rodada. O jogador vence o jogo quando conseguir tirar o número 6 duas vezes consecutivas em uma rodada. Qual é a probabilidade de o jogador vencer o jogo na primeira rodada?

- a)  $\frac{13}{216}$
- b)  $\frac{14}{216}$

- c)  $\frac{11}{216}$   
 d)  $\frac{12}{216}$   
 e)  $\frac{10}{216}$

22) Pedra-papel-tesoura, também chamado *jankenpon* ou *jokempô*, é um jogo recreativo para duas pessoas. Nesse jogo, os participantes usam as mãos para representar os símbolos de pedra, papel e tesoura, conforme mostrado nos *emojis* a seguir:

Pedra:

Papel:

Tesoura:



Pelas regras do jogo, o participante que escolher “pedra” ganha do que escolher tesoura; o participante que escolher tesoura ganha do que escolher papel; por fim, o que escolher papel ganha do que escolher pedra. Se ambos escolherem os mesmos símbolos, eles empatam.

Admitindo que os participantes escolhem os símbolos com igual probabilidade, qual a chance de acontecer pelo menos um empate em três partidas?

- a)  $\frac{16}{27}$ .  
 b)  $\frac{17}{27}$ .  
 c)  $\frac{18}{27}$ .  
 d)  $\frac{19}{27}$ .

23) Num torneio escolar de vôlei, na cidade de Passo Fundo, estão disputando quatro times, sendo que:

- cada time joga contra cada um dos outros uma única vez.
- qualquer partida termina com a vitória de um dos times.
- em qualquer partida, os times têm a mesma probabilidade de ganhar.
- ao final do torneio, os times são classificados em ordem, pelo número de vitórias.

A probabilidade de que o torneio termine com três times empatados em primeiro lugar é:

- a)  $\frac{1}{8}$   
 b)  $\frac{1}{4}$   
 c)  $\frac{3}{4}$   
 d)  $\frac{3}{8}$   
 e)  $\frac{1}{2}$



24) Analise as afirmações:

- I. Um conjunto finito  $T$  de números naturais é chamado de egoísta se o seu tamanho pertence a  $T$ . Por exemplo,  $T = \{2, 3, 7\}$  é egoísta, pois o tamanho de  $T$  é 3 e  $3 \in T$ . Então a quantidade total de subconjuntos egoístas de  $\{1, 2, \dots, 10\}$  é 512.
- II. Sejam os conjuntos  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  e  $B = \{5, 6, 7\}$ , a probabilidade de escolher, aleatoriamente, um par ordenado do produto cartesiano  $B \times A$  em que a soma das suas coordenadas seja um número par, sabendo que a sua ordenada é par, é  $\frac{1}{6}$ .
- III. A área da região formada pela intersecção do 4º quadrante com  $f(x) \geq 0$  tal que  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $f(x) = |x - 1| - 1$ , é de 2 unidades de área.

Assinale a alternativa que contém todas as afirmações CORRETAS.

- a) I, III.  
b) II.  
c) I.  
d) II, III.

25) Em uma sala de aula com meninos e meninas, ninguém ambidestro, um quarto dos meninos são canhotos e as meninas canhotas são um quarto do total de estudantes canhotos da sala. O número de meninos destros na sala é igual a três décimos do total de estudantes da sala. Sorteando-se ao acaso um estudante dessa sala, a probabilidade de que seja uma aluna canhota é igual a:

- a)  $\frac{3}{5}$   
b)  $\frac{1}{30}$   
c)  $\frac{1}{15}$   
d)  $\frac{1}{10}$   
e)  $\frac{2}{15}$

26) Um segmento de reta de 2 cm deve ser dividido em três partes. Qual a probabilidade dessas três partes formarem um triângulo?

- a)  $\frac{1}{8}$   
b)  $\frac{1}{5}$   
c)  $\frac{1}{4}$

- d)  $\frac{1}{3}$   
e)  $\frac{1}{2}$

27) Sejam dois dados cúbicos (com faces numeradas de 1 a 6) e um dado na forma de dodecaedro (com faces numeradas de 1 a 12). Em cada tipo de dado, todas as faces possuem mesma probabilidade de ocorrência. Com um único lançamento de cada dado, a probabilidade de se obter maior pontuação com o dodecaedro do que com os dois dados cúbicos somados é:

- a)  $\frac{2}{3}$   
b)  $\frac{1}{6}$   
c)  $\frac{7}{36}$   
d)  $\frac{5}{12}$   
e)  $\frac{3}{16}$

28) Em uma escada, uma bola lançada do  $i$ -ésimo degrau irá parar em qualquer degrau mais baixo com probabilidade  $1/i$ . Por exemplo, ao lançarmos uma bola do 3º degrau, a bola tem  $1/3$  de chances de parar no 2º degrau,  $1/3$  de chances de parar no 1º degrau e  $1/3$  de chances de parar no degrau 0. Nessa escada lançamos uma bola preta do degrau  $m$ ,  $m > 0$ , e uma bola branca do degrau  $n$ ,  $n > m$ . A probabilidade de a bola branca parar em um degrau mais baixo do que a bola preta é:

- a)  $\frac{m^2 - 2m + 1}{2n}$   
b)  $\frac{m^2 - 1}{2n}$   
c)  $\frac{m}{2n}$   
d)  $\frac{m^2}{2n}$   
e)  $\frac{m - 1}{2n}$

29) Um exame de laboratório tem eficiência de 90% para detectar uma doença quando essa doença existe de fato. Entretanto, o teste aponta um resultado "falso positivo" para 10% das pessoas sadias testadas. Se 10% da população tem a doença, a probabilidade de que uma pessoa tenha a doença dado que seu exame foi positivo é

- a) 0,1  
b) 0,2  
c) 0,9  
d) 0,5  
e) 0,4

30) Um conjunto de moedas é lançado sucessivas vezes. Em cada lançamento, todas as moedas que resultam em coroa, e apenas estas, são retiradas. As demais moedas permanecem para o próximo lançamento. O jogo termina quando todas as moedas tiverem sido retiradas. A probabilidade de o jogo durar mais do que três rodadas, se for iniciado com quatro moedas,

- a) 1341/4096.
- b) 1695/4096.
- c) 2049/4096.
- d) 2401/4096.
- e) 2755/4096.



## GABARITO:

### Resposta da questão 1:

[A]

Sendo x a quantidade de sucos que utilizam apenas abacaxi e laranja, e y os que utilizam apenas abacaxi e morango, devemos ter que:

$$10 + 15 + 8 + x + y + 6 + 7 = 65$$

$$x + y = 19$$

Portanto, a probabilidade pedida vale:

$$P = \frac{19 + 6}{65} = \frac{25}{65} = \frac{5}{13}$$

### Resposta da questão 2:

[B]

A probabilidade pedida é dada por:

$$p = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{5} = 20\%$$

B   B   P

### Resposta da questão 3:

[B]

Como restaram 25 pedrinhas brancas em um total de 40 pedrinhas, a probabilidade pedida vale:

$$P = \frac{25}{40} \cdot \frac{24}{39} = \frac{5}{13}$$

### Resposta da questão 4:

[E]

Resultados possíveis obtidos por Ana:  
{17, 18, 19}

Resultados possíveis obtidos por Beto:  
{15, 18, 30}

Resultados em que o número obtido por Ana foi maior ou igual ao obtido por Beto:  
{(17, 15), (18, 15), (18, 18), (19, 15), (19, 18)}

Total de resultados possíveis:

$$3 \cdot 3 = 9$$

Portanto, a probabilidade pedida vale:

$$P = \frac{5}{9}$$

### Resposta da questão 5:

[E]

Sendo coroa = K e cara = C, temos:

Probabilidade de se obter 3 faces coroa e 2 faces cara:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{5!}{3!2!} = \frac{10}{32}$$

K K K C C  $p_{5,2}^{3,2}$

Probabilidade de se obter 4 faces coroa e 1 face cara:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{5!}{4!1!} = \frac{5}{32}$$

K K K K C  $p_5^4$

Probabilidade de se obter 5 faces coroa:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$$

K K K K K

Portanto, a probabilidade pedida vale:

$$\frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$$

### Resposta da questão 6:

[A]

Número de possibilidades de retirada de uma bola listrada e uma não listrada:

$$7 \cdot 8 = 56$$

As possibilidades favoráveis são dadas por:

Bola listrada	Bolas não listradas	Número de possibilidades
15	3 a 8	6
14	4 a 8	5
13	5 a 8	4
12	6 a 8	3
11	7 a 8	2
10	8	1
9	—	—
Total		21

Logo, a probabilidade pedida vale:

$$P = \frac{21}{56} = \frac{3}{8}$$

### Resposta da questão 7:

[C]

A probabilidade pedida vale:

$$P = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{12} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{8} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{9} + \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{15}$$

$$P = \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12}$$

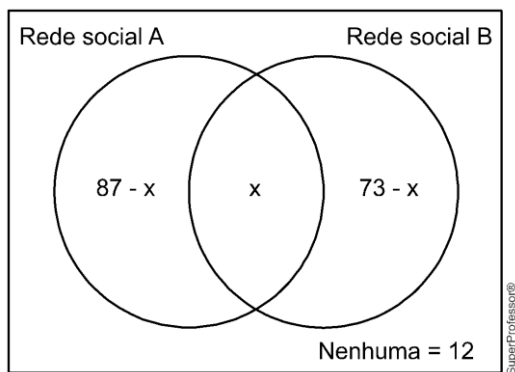
$$P = \frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{3+4}{24}$$

$$\therefore P = \frac{7}{24}$$

**Resposta da questão 8:**

[E]

Seja  $x$  o número de pessoas que usam ambas as redes sociais, temos:



$$87 - x + x + 73 - x + 12 = 100$$

$$x = 72$$

Portanto, a probabilidade pedida vale:

$$P = \frac{72}{100} = 72\%$$

**Resposta da questão 9:**

[E]

Área da parte sombreada do alvo:

$$A_S = \pi \cdot 2^2 + (\pi \cdot 6^2 - \pi \cdot 4^2) + (\pi \cdot 10^2 - \pi \cdot 8^2)$$

$$A_S = 4\pi + 36\pi - 16\pi + 100\pi - 64\pi$$

$$A_S = 60\pi$$

Área total do alvo:

$$A_T = \pi \cdot 10^2$$

$$A_T = 100\pi$$

Portanto, a probabilidade pedida vale:

$$P = \frac{60\pi}{100\pi} \cdot 100\% = 60\%$$

**Resposta da questão 10:**

[E]

A probabilidade de exatamente um homem ser sorteado é dada por:

$$\frac{4}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot 3 = \frac{3}{7}$$

H M M

Seja o produto final por 3 devido ao número de possibilidades de embaralhamento.

**Resposta da questão 11:**

[B]

Probabilidade do primeiro bater do time 1 e o primeiro bater do time 2 acertarem os pênaltis.

Esta conjunção e destacada nos faz pensar no produto de probabilidades.

Portanto, a probabilidade pedida será dada por:

$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \approx 16,67\%$$

Resposta: menor que 40%.

**Resposta da questão 12:**

[C]

Total de peças defeituosas:

$$0,02 \cdot 2000 + 0,03 \cdot 3000 = 130$$

Número de peças defeituosas produzida pela tupa  $T_1$ :

$$0,02 \cdot 2000 = 40$$

Logo, a probabilidade pedida vale:

$$p = \frac{40}{130} = \frac{4}{13}$$

**Resposta da questão 13:**

[A]

Os múltiplos de 3 entre 1 e 2025 são os termos da PA (3, 6, ..., 2025). E a sua quantidade de termos é:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$2025 = 3 + (n_3 - 1) \cdot 3$$

$$n_3 = 675$$

Os múltiplos de 7 entre 1 e 2025 são os termos da PA (7, 14, ..., 2023). E a sua quantidade de termos é:

$$2023 = 7 + (n_7 - 1) \cdot 7$$

$$n_7 = 289$$

Os múltiplos de 3 e 7 são os múltiplos do mínimo múltiplo de comum entre 3 e 7, ou seja, 21. E os seus termos são os elementos da PA (21, 42, ..., 2016). E a sua quantidade de termos é:



$$2016 = 21 + (n_{21} - 1) \cdot 21$$

$$n_{21} = 96$$

Sendo assim, a quantidade de múltiplos de 3 ou de 7 entre 1 e 2025 é igual a:

$$675 + 289 - 96 = 868$$

Portanto, a probabilidade procurada vale  $\frac{868}{2025}$ .

#### Resposta da questão 14:

[A]

Temos duas possibilidades para a escolha das fichas.

Carla e Fernanda pegam fichas verdes ou fichas rosas.

Carla	Fernanda	ou	Carla	Fernanda
verde	verde		rosa	rosa

Portanto, a probabilidade P pedida será:

$$P = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \Rightarrow P = \frac{3}{12} \Leftrightarrow P = \frac{1}{4}$$

#### Resposta da questão 15:

[B]

Admitindo que há x bolas na urna:

5 vermelhas e x - 5 amarelas, logo:

$$\frac{x-5}{x} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3x - 125 = 2x \Rightarrow \boxed{x = 15}$$

#### Resposta da questão 16:

[C]

A probabilidade de comprar aparelhos com defeito das marcas A, B e C é, respectivamente:

$$40\% \cdot 1\% = 0,4\%, 20\% \cdot 1\% = 0,2\% \text{ e } 40\% \cdot 5\% = 2\%.$$

Logo, a probabilidade condicional de comprar uma geladeira da marca B, dado que comprou uma com defeito é:

$$P(B_{\text{DEFEITO}}) = \frac{0,2\%}{0,4\% + 0,2\% + 2\%} = \frac{0,2}{2,6} = \frac{1}{13}$$

#### Resposta da questão 17:

[D]

Retirar aleatoriamente e simultaneamente 4 cartões da urna é equivalente a retirar os 4 cartões sucessivamente e sem reposição. Logo, a resposta é

$$\frac{4}{26} \cdot \frac{3}{25} \cdot \frac{2}{24} \cdot \frac{1}{23} = \frac{1}{14950}$$

#### Resposta da questão 18:

[B]

Probabilidade de  $E_1$ :

$$P(E_1) = \frac{100 - 9 - 1}{100} = \frac{90}{100}$$

Probabilidade de  $E_2$ :

$$n(E_2) = n\{3, 12, 21, 30\} = 4$$

$$P(E_2) = \frac{4}{100}$$

Probabilidade de  $E_3$ :

$$P(E_3) = \frac{100 - k}{100}$$

Logo:

$$\frac{4}{100} < \frac{100 - k}{100} \leq \frac{90}{100}$$

$$-96 < -k \leq -10$$

$$\therefore 10 \leq k < 96$$

Sendo assim, a quantidade de valores distintos de k é:

$$96 - 10 = 86$$

#### Resposta da questão 19:

[B]

A probabilidade de sair a letra C na primeira retirada será dada por 1/4

A probabilidade de sair a letra A na segunda retirada será dada por 2/3.

A probabilidade de sair a letra S na terceira retirada será dada por 1/2

A probabilidade de sair a letra A na quarta retirada será dada por 1/1 = 1.

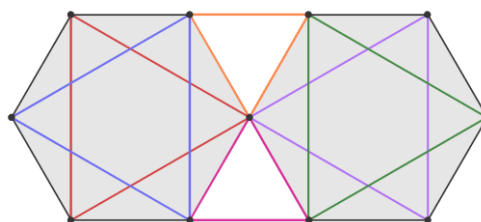
Portanto, a probabilidade pedida será dada por:

$$P = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{12}$$

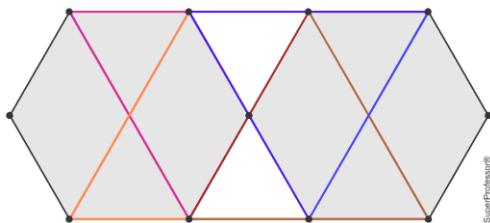
#### Resposta da questão 20:

[B]

É possível formar 6 triângulos equiláteros com perímetro diferente do polígono ABCDEF:



E é possível formar 4 triângulos equiláteros com perímetro equivalente ao do polígono ABCDEF:



Sendo assim, a probabilidade pedida vale:

$$p = \frac{6}{6+4} = 0,60$$

**Resposta da questão 21:**

[C]

Para resolver esta questão, devemos considerar três situações.

Tirar o número 6 nas três jogadas:  $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$

Tirar o número 6 apenas nas duas primeiras jogadas:

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{216}$$

Tirar o número 6 apenas nas duas últimas jogadas:

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{216}$$

Logo, a probabilidade pedida, será:

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{216} + \frac{5}{216} = \frac{11}{216}$$

**Resposta da questão 22:**

[D]

Pelo Princípio Multiplicativo, existem  $3 \cdot 3 = 9$  resultados possíveis, sendo 3 o número de empates. Logo, a probabilidade de não haver empate em uma partida é

$$\frac{6}{9} = \frac{2}{3}.$$

A probabilidade de haver pelo menos um empate em três partidas é igual a

$$1 - \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 1 - \frac{8}{27} = \frac{19}{27}.$$

**Resposta da questão 23:**

[A]

Para que o torneio termine com três times empatados em primeiro lugar, é necessário que três times vençam 2 partidas e percam uma, e que o time restante perca todas as suas partidas. Sejam os times A, B, C e D. Suponhamos que D tenha perdido todas as suas partidas, o número de possibilidades para os outros três times é de apenas 2 (pois teremos A ganhando de B que ganhou de C, ou A ganhando de C que ganhou de B). Como qualquer um dos

quatro times pode ficar em último, o total de possibilidades é de:

$$4 \cdot 2 = 8$$

E o total de possibilidades para os 6 jogos é de:

$$2^6 = 64$$

Portanto, a probabilidade pedida vale:

$$P = \frac{8}{64} = \frac{1}{8}$$

**Resposta da questão 24:**

[C]

[I] Verdadeira. O número de subconjuntos egoístas é dado por:

$$\binom{9}{0} + \binom{9}{1} + \binom{9}{2} + \dots + \binom{9}{9} = 2^9 = 512$$

[II] Falsa. Total de possibilidades de formação dos pares ordenados:

$$(5, 2), (6, 2), (7, 2), (5, 4), (6, 4), (7, 4)$$

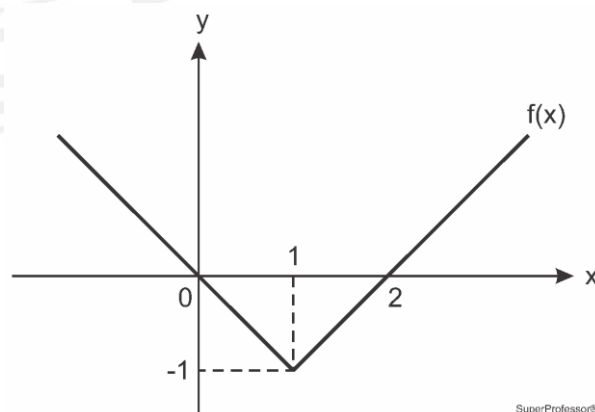
Pares ordenados cuja soma é um número par:

$$(6, 2), (6, 4)$$

Portanto, a probabilidade pedida vale:

$$P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

[III] Falsa. O gráfico de  $f(x)$  está representado abaixo:



$f(x) \geq 0$  para  $x \leq 0$  ou  $x \geq 2$ . Portanto, acredita-se que o que era esperado pelo autor da questão era que fosse calculada a área limitada por  $f(x)$  e o eixo  $x$  no 4º quadrante. Nesse caso, a área seria:

$$A = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1 \text{ u.a.}$$

**Resposta da questão 25:**

[B]



Sendo  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente, o total de meninas, o total de meninos e o número de meninas canhotas, temos:

$$z = \frac{y+z}{4} \Rightarrow y = 12z$$

$$\frac{3y}{4} = \frac{3(x+y)}{10} \Rightarrow 3y = 2x \Rightarrow 3 \cdot 12z = 2x \Rightarrow x = 18z$$

Portanto:

$$P = \frac{z}{18z+12z} = \frac{1}{30}$$

**Resposta da questão 26:**

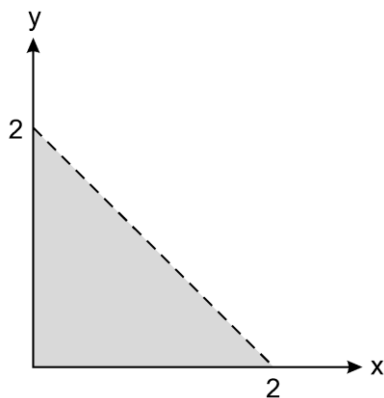
[C]

Sendo  $x$ ,  $y$  e  $z$  os comprimentos das partes do segmento de reta, devemos ter que:

$$x + y + z = 2 \Leftrightarrow z = 2 - x - y$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ 2 - x - y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ y < 2 - x \end{cases}$$

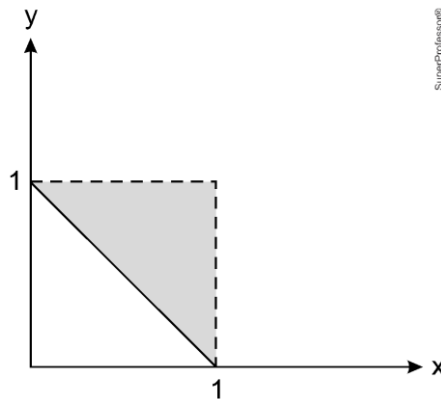
O que nos leva ao espaço amostral do problema:



$$n(\Omega) = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2$$

Para que os segmentos formem um triângulo, devemos ter:

$$\begin{cases} x < y + 2 - x - y \\ y < x + 2 - x - y \\ 2 - x - y < x + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ y < 1 \\ y > 1 - x \end{cases}$$



Ou seja:

$$n(A) = \frac{1 \cdot 1}{2} = \frac{1}{2}$$

Portanto, a probabilidade pedida vale:

$$P = \frac{1/2}{2} = \frac{1}{4}$$

**Resposta da questão 27:**

[D]

A probabilidade procurada é dada por:

$$\sum_{n=2}^{12} [P(\text{soma} = n) \cdot P(\text{resultado} > n)] = \frac{1}{36} \cdot \frac{10}{12} + \frac{2}{36} \cdot \frac{9}{12} + \frac{3}{36} \cdot \frac{8}{12} + \frac{4}{36} \cdot \frac{7}{12} + \frac{5}{36} \cdot \frac{6}{12} + \frac{6}{36} \cdot \frac{5}{12} + \frac{5}{36} \cdot \frac{4}{12} + \frac{4}{36} \cdot \frac{3}{12} + \frac{3}{36} \cdot \frac{2}{12} + \frac{2}{36} \cdot \frac{1}{12} + \frac{1}{36} \cdot \frac{0}{12} = \frac{5}{12}$$

**Resposta da questão 28:**

[E]

Se a bola preta parar no degrau  $m - k$  ( $k < m$ ), a bola

branca terá probabilidade  $\frac{m-k}{n}$ . Dessa forma, a probabilidade procurada vale:

$$p = \frac{1}{m} \cdot \frac{m-1}{n} + \frac{1}{m} \cdot \frac{m-2}{n} + \frac{1}{m} \cdot \frac{m-3}{n} \dots + \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{n} = \frac{m(m-1)}{2mn}$$

$$\therefore p = \frac{m-1}{2n}$$

**Resposta da questão 29:**

[D]

Número de indivíduos da população:  $x$

Pessoas que apresentam a doença:  $0,10x$

Pessoas que não apresentam a doença:  $0,90x$

Pessoas sem a doença que apresentam resultados

positivos:  $0,10 \cdot 0,90x = 0,09x$ .

Pessoas com a doença que apresentam resultados

positivos:  $0,90 \cdot 0,10x = 0,09x$ .

Portanto, a probabilidade pedida será:



$$P = \frac{0,09x}{0,09x + 0,09x}$$

$$P = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{P = 0,5}$$

**Resposta da questão 30:**

[B]

Probabilidade de uma moeda não ser retirada nas três primeiras rodadas:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

Probabilidade de uma moeda ser retirada até a terceira rodada:

$$1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

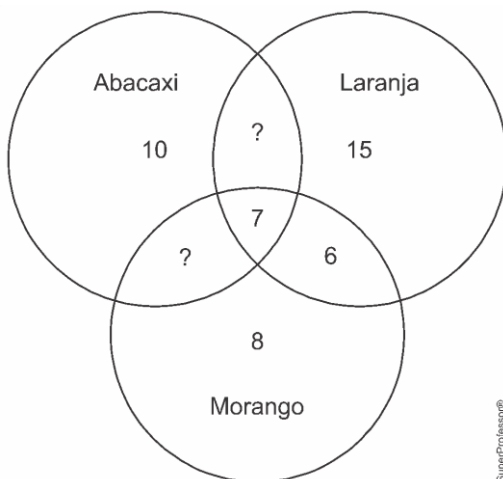
Probabilidade de que pelo menos uma moeda não seja retirada até a terceira rodada:

$$1 - \left(\frac{7}{8}\right)^4 = 1 - \frac{2401}{4096} = \frac{1695}{4096}$$

Portanto, a probabilidade pedida vale  $\frac{1695}{4096}$ .

### **LISTA COM GABARITO SIMPLIFICADO**

1) Uma lanchonete recebeu uma encomenda de 65 copos de sucos de frutas. Até 3 sabores podem ser misturados dentro do copo, sendo eles: abacaxi, laranja e morango. O diagrama a seguir representa algumas quantidades produzidas de cada tipo de suco. Por exemplo, foram pedidos 10 sucos exclusivamente de abacaxi e 6 sucos usando somente laranja e morango.



Os sucos foram colocados em copos não rotulados. Se

uma pessoa escolher um copo ao acaso, qual a probabilidade de que ela tome um suco que tenha exatamente dois sabores?

- a) 5/13.
- b) 1/10.
- c) 7/22.
- d) 2/7.

2) Para fazer o sorteio de um livro, quatro amigos colocaram três bolas brancas e duas pretas em uma caixa. Decidiram que o primeiro a retirar uma bola preta ficará com o livro. Na ordem alfabética de seus nomes, cada um retira uma bola, ao acaso, sem devolvê-la à caixa. A probabilidade de o terceiro amigo retirar a primeira bola preta e ficar com o livro é igual a:

- a) 10%
- b) 20%
- c) 30%
- d) 40%

3) João e Maria estão passeando pela floresta. Para não se perderem no caminho, levaram consigo uma sacola com 100 pedrinhas, sendo 60 pedrinhas brancas e 40 pedrinhas pretas. A cada 5 passos eles retiram aleatoriamente uma pedrinha da sacola e jogam-na no chão para marcar o caminho.

Quando eles pararam para fazer um lanche, notaram que já tinham sido jogadas 35 pedrinhas brancas e 25 pedrinhas pretas.

Qual a probabilidade de as próximas duas pedrinhas jogadas serem brancas?

- a) 7/13.
- b) 5/13.
- c) 11/52.
- d) 7/52.

4) Ana somou dois números distintos sorteados ao acaso do conjunto {8, 9, 10}. Beto multiplicou dois números distintos sorteados ao acaso do conjunto {3, 5, 6}. A probabilidade de que o resultado obtido na conta de Ana tenha sido maior ou igual ao obtido na conta de Beto é igual a:

- a)  $\frac{1}{3}$
- b)  $\frac{2}{3}$
- c)  $\frac{4}{9}$
- d)  $\frac{3}{8}$
- e)  $\frac{5}{9}$

5) Considere uma moeda não viciada tendo uma face cara e uma face coroa. Ao lançar essa moeda cinco vezes, a probabilidade de se obter pelo menos três faces coroa é



- d)  $\frac{15}{28}$   
e)  $\frac{3}{7}$

11) No final de um campeonato de futebol, após o jogo terminar empatado, os times foram para a disputa de pênaltis. Sabendo-se que os 2 primeiros batedores de um dos times têm probabilidade  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{1}{3}$  de fazer gol, respectivamente, constata-se que a probabilidade de os dois fazerem gol

- a) é maior que 80%  
b) é menor do que 40%  
c) está entre 75% e 80%  
d) está entre 45% e 55%  
e) está entre 60 % e 75 %

12) Numa marcenaria, duas tupias  $T_1$  e  $T_2$  produzem juntas 5.000 peças em um dia. A tupia  $T_1$  produz 2.000 peças, das quais 2% são defeituosas. A tupia  $T_2$  produz as 3.000 peças restantes, das quais 3% são defeituosas. Da produção total diária, uma peça é escolhida ao acaso. Verificou-se que ela é defeituosa. A probabilidade de que essa peça escolhida tenha sido produzida pela tupia  $T_1$  é

- a)  $\frac{9}{13}$   
b)  $\frac{3}{13}$   
c)  $\frac{4}{13}$   
d)  $\frac{2}{13}$   
e)  $\frac{1}{13}$

13) Márcia vai sortear um número entre 1 e 2025. Qual a probabilidade de o número sorteado ser múltiplo de 3 ou de 7?

- a)  $\frac{868}{2025}$   
b)  $\frac{289}{2025}$   
c)  $\frac{675}{2025}$   
d)  $\frac{951}{2025}$

15) Carla tem 3 fichas na mão: 1 rosa, 1 verde e 1 amarela. Fernanda tem 4 fichas na mão: 2 rosas, 1 azul e 1 verde. Cada uma delas pega uma ficha aleatoriamente para mostrar í outra.

A probabilidade de as duas fichas terem a mesma cor é de:

- a)  $\frac{1}{4}$

- b)  $\frac{2}{7}$   
c)  $\frac{1}{3}$   
d)  $\frac{2}{5}$   
e)  $\frac{3}{7}$

15) Em uma urna há 5 bolas vermelhas e as demais bolas são amarelas, de modo que, ao retirar-se aleatoriamente uma bola dessa urna, a probabilidade de ela ser amarela é

- $\frac{2}{3}$ . O número total de bolas que há nessa urna é  
a) 10.  
b) 15.  
c) 21.  
d) 12.  
e) 18.

16) Uma loja tem em estoque geladeiras das marcas A, B e C, na proporção de 40%, 20% e 40%, respectivamente. Sabe-se que 1% das geladeiras da marca A, 1% das geladeiras da marca B e 5% das geladeiras da marca C, em estoque, estão com defeito de fabricação. Sabe-se que Mariana comprou uma geladeira do estoque dessa loja, e ela estava com defeito. A probabilidade de que a geladeira comprada por ela tenha sido da marca B é de

- a)  $\frac{3}{13}$   
b)  $\frac{99}{487}$   
c)  $\frac{1}{13}$   
d)  $\frac{1}{400}$   
e)  $\frac{1}{26}$

17) Uma urna contém cartões com as 26 letras do alfabeto. Retirando- se aleatoriamente 4 cartões de uma única vez dessa urna, a probabilidade de que com eles seja possível, em alguma ordem das letras, formar a palavra VIDA é igual a

- a)  $\frac{2}{7475}$   
b)  $\frac{1}{7475}$   
c)  $\frac{3}{1495}$   
d)  $\frac{1}{14950}$

e)  $\frac{6}{7475}$

18) Uma urna contém bolas numeradas de 1 até 100. Considere os seguintes eventos associados à retirada aleatória de uma bola dessa urna:

$E_1$ : sair um número de 2 algarismos;

$E_2$ : sair um número cuja soma de seus algarismos seja igual a 3;

$E_3$ : sair um número estritamente maior que  $k$  (sendo  $k$  um inteiro de 1 até 100).

Se  $P(E_2) < P(E_3) \leq P(E_1)$  a ordenação das probabilidades associadas a cada um dos três eventos, a quantidade de possibilidades distintas para  $k$  é igual a

- a) 87.
- b) 86.
- c) 88.
- d) 90.
- e) 89.

19) Em uma urna, há 4 plaquinhas com igual tamanho e forma, e, em cada uma, está escrita uma letra:

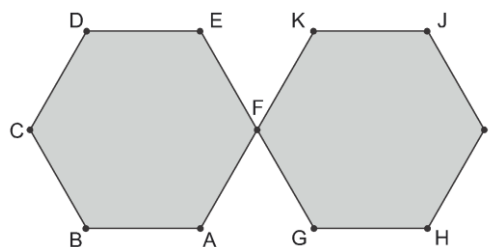
- Uma placa tem a letra C;
- Duas placas têm a letra A;
- Uma placa tem a letra S.

As placas serão retiradas aleatoriamente, uma por vez, sem reposição, e serão fixadas em um quadro, segundo a mesma ordem em que forem retiradas.

Qual é a probabilidade de, ao final, a palavra formada ser CASA?

- a)  $\frac{1}{24}$
- b)  $\frac{1}{12}$
- c)  $\frac{1}{6}$
- d)  $\frac{1}{4}$
- e)  $\frac{1}{3}$

20) A figura a seguir é composta por dois polígonos regulares equivalentes cujos vértices são os pontos A, B, C, D, E, F, G, H, I, J e K (os pontos E, F e G são colineares).



Foram escolhidos, ao acaso, exatamente três desses onze pontos (vértices dos polígonos) e verificou-se que eles determinam um triângulo equilátero. Qual a probabilidade de que esse triângulo equilátero e o polígono ABCDEF tenham perímetros diferentes?

- a) 0,50
- b) 0,60
- c) 0,75
- d) 0,80
- e) 1,00

21) Um jogo consiste em lançar um dado honesto de 6 faces, numeradas de 1 a 6, por três vezes seguidas. Cada três lançamentos equivalem a uma rodada. O jogador vence o jogo quando conseguir tirar o número 6 duas vezes consecutivas em uma rodada. Qual é a probabilidade de o jogador vencer o jogo na primeira rodada?

- a)  $\frac{13}{216}$
- b)  $\frac{14}{216}$
- c)  $\frac{11}{216}$
- d)  $\frac{12}{216}$
- e)  $\frac{10}{216}$

22) Pedra-papel-tesoura, também chamado *jankenpon* ou *jokempô*, é um jogo recreativo para duas pessoas. Nesse jogo, os participantes usam as mãos para representar os símbolos de pedra, papel e tesoura, conforme mostrado nos *emojis* a seguir:

Pedra:



Papel:



Tesoura:



Pelas regras do jogo, o participante que escolher “pedra” ganha do que escolher tesoura; o participante que escolher tesoura ganha do que escolher papel; por fim, o que escolher papel ganha do que escolher pedra. Se ambos escolherem os mesmos símbolos, eles empatam.

Admitindo que os participantes escolhem os símbolos com igual probabilidade, qual a chance de acontecer pelo menos um empate em três partidas?

- a) 16/27.
- b) 17/27.
- c) 18/27.
- d) 19/27.

23) Num torneio escolar de vôlei, na cidade de Passo Fundo, estão disputando quatro times, sendo que:

- cada time joga contra cada um dos outros uma única vez.
- qualquer partida termina com a vitória de um dos times.
- em qualquer partida, os times têm a mesma probabilidade de ganhar.
- ao final do torneio, os times são classificados em ordem, pelo número de vitórias.

A probabilidade de que o torneio termine com três times empatados em primeiro lugar é:

- a)  $\frac{1}{8}$
- b)  $\frac{1}{4}$
- c)  $\frac{3}{4}$
- d)  $\frac{3}{8}$
- e)  $\frac{1}{2}$

24) Analise as afirmações:

I. Um conjunto finito  $T$  de números naturais é chamado de egoísta se o seu tamanho pertence a  $T$ . Por exemplo,

$T = \{2, 3, 7\}$  é egoísta, pois o tamanho de  $T$  é 3 e  $3 \in T$ . Então a quantidade total de subconjuntos egoístas de  $\{1, 2, \dots, 10\}$  é 512.

II. Sejam os conjuntos  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  e  $B = \{5, 6, 7\}$ , a probabilidade de escolher, aleatoriamente, um par ordenado do produto cartesiano  $B \times A$  em que a soma das suas coordenadas seja um número par, sabendo

que a sua ordenada é par, é  $\frac{1}{6}$ .

III. A área da região formada pela intersecção do 4º

quadrante com  $f(x) \geq 0$  tal que  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e

$f(x) = |x - 1| - 1$ , é de 2 unidades de área.

Assinale a alternativa que contém todas as afirmações CORRETAS.

- a) I, III.
- b) II.
- c) I.
- d) II, III.

25) Em uma sala de aula com meninos e meninas,

ninguém ambidestro, um quarto dos meninos são canhotos e as meninas canhotas são um quarto do total de estudantes canhotos da sala. O número de meninos destros na sala é igual a três décimos do total de estudantes da sala. Sorteando-se ao acaso um estudante dessa sala, a probabilidade de que seja uma aluna canhota é igual a:

- a)  $\frac{3}{5}$
- b)  $\frac{1}{30}$
- c)  $\frac{1}{15}$
- d)  $\frac{1}{10}$
- e)  $\frac{2}{15}$

26) Um segmento de reta de 2 cm deve ser dividido em três partes. Qual a probabilidade dessas três partes formarem um triângulo?

- a)  $\frac{1}{8}$
- b)  $\frac{1}{5}$
- c)  $\frac{1}{4}$
- d)  $\frac{1}{3}$
- e)  $\frac{1}{2}$

27) Sejam dois dados cúbicos (com faces numeradas de 1 a 6) e um dado na forma de dodecaedro (com faces numeradas de 1 a 12). Em cada tipo de dado, todas as faces possuem mesma probabilidade de ocorrência. Com um único lançamento de cada dado, a probabilidade de se obter maior pontuação com o dodecaedro do que com os dois dados cúbicos somados é:

- a)  $\frac{2}{3}$
- b)  $\frac{1}{6}$
- c)  $\frac{7}{36}$
- d)  $\frac{5}{12}$
- e)  $\frac{3}{16}$

28) Em uma escada, uma bola lançada do  $i$ -ésimo degrau irá parar em qualquer degrau mais baixo com probabilidade  $1/i$ . Por exemplo, ao lançarmos uma bola do 3º degrau, a bola tem  $1/3$  de chances de parar no 2º degrau,  $1/3$  de chances de parar no 1º degrau e  $1/3$  de chances de parar no degrau 0. Nessa escada lançamos uma bola preta do degrau  $m$ ,  $m > 0$ , e uma bola branca do degrau  $n$ ,  $n > m$ . A probabilidade de a bola branca parar em um degrau mais baixo do que a bola preta é:



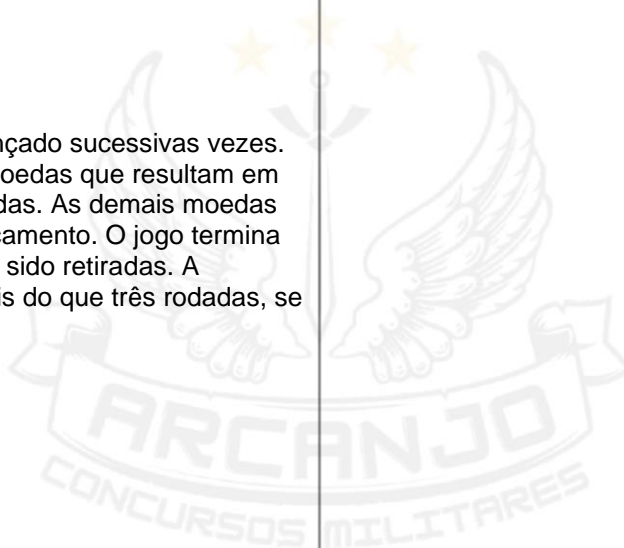
- a)  $\frac{m^2 - 2m + 1}{2n}$
- b)  $\frac{m^2 - 1}{2n}$
- c)  $\frac{m}{2n}$
- d)  $\frac{m^2}{2n}$
- e)  $\frac{m - 1}{2n}$

29) Um exame de laboratório tem eficiência de 90% para detectar uma doença quando essa doença existe de fato. Entretanto, o teste aponta um resultado "falso positivo" para 10% das pessoas sadias testadas. Se 10% da população tem a doença, a probabilidade de que uma pessoa tenha a doença dado que seu exame foi positivo é

- a) 0,1
- b) 0,2
- c) 0,9
- d) 0,5
- e) 0,4

30) Um conjunto de moedas é lançado sucessivas vezes. Em cada lançamento, todas as moedas que resultam em coroa, e apenas estas, são retiradas. As demais moedas permanecem para o próximo lançamento. O jogo termina quando todas as moedas tiverem sido retiradas. A probabilidade de o jogo durar mais do que três rodadas, se for iniciado com quatro moedas,

- a) 1341/4096.
- b) 1695/4096.
- c) 2049/4096.
- d) 2401/4096.
- e) 2755/4096.



**GABARITO:**

1: [A]

2: [B]

3: [B]

4: [E]

5: [E]

6: [A]

7: [C]

8: [E]

9: [E]

10: [E]

11: [B]

12: [C]

13: [A]

14: [A]

15: [B]

16: [C]

17: [D]

18: [B]

19: [B]

20: [B]

21: [C]

22: [D]

23: [A]

24: [C]

25: [B]

26: [C]

27: [D]

28: [E]

29: [D]

30: [B]

