

# Suites numériques

## QU'EST-CE QU'UNE SUITE NUMÉRIQUE ?

Une **suite numérique** est une fonction qui n'est définie que pour les nombres entiers naturels (c'est-à-dire les nombres entiers positifs ou nuls). Son ensemble de définition est donc l'ensemble  $\mathbb{N} = \{0 ; 1 ; 2 ; \dots\}$

Dans le cadre des suites, on utilise les notations et un vocabulaire spécifique :

- Les lettres  $u, v, w$  sont généralement utilisées pour nommer les suites (plutôt que  $f, g, h, \dots$ ) ;
- La lettre  $n$  est généralement utilisée pour désigner la variable (plutôt que  $x$ ) ;
- On parle du « **terme de rang  $n$  de la suite  $u$**  » pour désigner l'image de  $n$  par  $u$  ;
- On préfère noter  $u_n$  le terme de rang  $n$  de la suite  $u$ , plutôt que  $u(n)$ .

## COMMENT DÉFINIT-ON UNE SUITE NUMÉRIQUE ?

Il existe deux principaux moyens de définir une suite numérique : de manière explicite et par récurrence.

- ➔ On peut définir une suite comme en définirait une fonction : la valeur de  $u_n$  est donnée directement en fonction de la valeur de  $n$  à l'aide d'une expression littérale.  
**On dit dans ce cas que la suite est définie de manière explicite.**

Exemple : Soit  $u$  la suite définie par l'expression suivante :

$$u_n = 7 \times n - 2$$

On peut alors calculer les premiers termes de la suite :

$$u_0 = 7 \times 0 - 2 = -2$$

$$u_1 = 7 \times 1 - 2 = 5$$

$$u_2 = 7 \times 2 - 2 = 12$$

$$u_3 = 7 \times 3 - 2 = 19$$

$$u_4 = 7 \times 4 - 2 = 26$$

$$u_5 = \dots$$

On peut aussi calculer directement n'importe quel terme de la suite. Par exemple, le terme de rang 523 de la suite  $u$  est :

$$u_{523} = 7 \times 523 - 2 = 3659$$

- ➔ On peut définir une suite en donnant la valeur de son premier terme et une relation de récurrence, c'est-à-dire une règle de calcul permettant de passer d'un terme au suivant. **On dit dans ce cas que la suite est définie par récurrence.**

Exemple : Soit  $u$  la suite définie par son premier terme  $u_0 = 0,5$  et la relation de récurrence suivante :

$$u_{n+1} = 3 \times u_n + 2$$

Ainsi, pour passer d'un terme au suivant, on multiplie par 3 puis on ajoute 2. On a donc :

$$u_0 = 0,5$$

$$u_1 = 3 \times 0,5 + 2 = 3,5$$

$$u_2 = 3 \times 3,5 + 2 = 7,5$$

$$u_4 = 3 \times 7,5 + 2 = 24,5$$

$$u_5 = \dots$$

**Attention**, on ne peut pas calculer directement un terme quelconque de la suite... Pour calculer le terme de rang 523, il faudrait calculer tous les termes précédents !

# COMMENT REPRÉSENTER GRAPHIQUEMENT UNE SUITE NUMÉRIQUE ?

Afin de mieux visualiser les variations d’une suite numérique, on peut représenter ces termes successifs sur un graphique. On obtient alors un nuage de points. Chaque point représente un terme de la suite. Le point associé au terme de rang  $n$  est donné par ses coordonnées :

$$(n ; u_n)$$

Exemple : Pour tracer la représentation graphique de la suite  $u$  définie par son premier terme  $u_0 = 1$  et la relation de récurrence  $u_{n+1} = -0,5 \times u_n + 1$ , on construit un tableau de valeurs :

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$u_n$	1	0,5	<b>0,75</b>	$\approx 0,63$	$\approx 0,69$	$\approx 0,66$	$\approx 0,67$	$\approx 0,66$	$\approx 0,67$	$\approx 0,67$	$\approx 0,67$

