

## FONCTIONS : GÉNÉRALITÉS

### I – FONCTION, IMAGE, ANTÉCÉDENT

**Définition** Une fonction est un procédé qui associe à chaque nombre d'un certain ensemble un autre nombre. Cet autre nombre est appelé image du premier nombre.

**Remarque** Le premier nombre et l'image de ce nombre varient « ensemble », les variations de l'image dépendant des variations du premier nombre.

**Exemple** Le programme de calcul « Multiplier par 5 puis ajouter 3 » correspond à la fonction  $x \mapsto 5x + 3$ . L'image de 10 est 53 car  $5 \times 10 + 3 = 53$ .

**Notation** L'image d'un nombre  $x_0$  par une fonction  $f$  est notée  $f(x_0)$  (lire «  $f$  de  $x_0$  »).

**Définition** Un antécédent d'un nombre  $y_1$  est un nombre  $x_1$  tel que  $y_1$  soit l'image de  $x_1$ .

**Remarque** On dit *un* antécédent de  $y_1$  car  $y_1$  peut en avoir plusieurs.

**Moyen mnémotechnique** Supposons que  $f(x_1) = y_1$ .

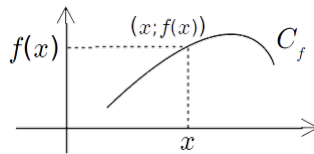
Quand on écrit  $x_1 \mapsto y_1$ , alors  $x_1$  est « *avant* »  $y_1$ , et  $x_1$  est *un antécédent* de  $y_1$ .

Et l'image, c'est le contraire :  $y_1$  est « *après* »  $x_1$ , et  $y_1$  est *l'image* de  $x_1$ .

### II – COURBE REPRÉSENTATIVE D'UNE FONCTION $f$

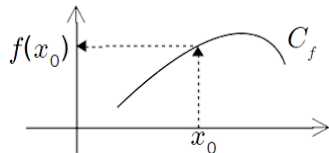
Quand on trace tous les points de coordonnées  $(x; f(x))$ , on obtient la courbe représentative de  $f$ , notée  $C_f$ .

Les valeurs de  $x$  sont sur l'axe des abscisses, celles de  $f(x)$  sont sur l'axe des ordonnées.

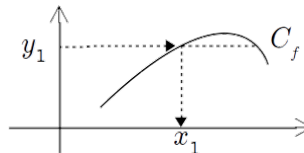


#### Interprétation graphique des notions d'image et d'antécédent

L'image de  $x_0$  par  $f$  est  $f(x_0)$ .



$x_1$  est un antécédent de  $y_1$  par  $f$ .



Les images se lisent sur l'axe des ordonnées, les antécédents sur l'axe des abscisses.

**Moyen mnémotechnique** L'ordre alphabétique est respecté car, dans un dictionnaire, « antécédent » vient avant « image » et « abscisse » vient avant « ordonnée ».

## FONCTIONS : EXTREMUMS, SENS DE VARIATION

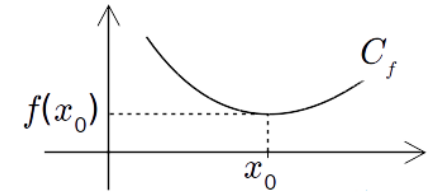
### I – MINIMUM ET MAXIMUM D'UNE FONCTION SUR UN INTERVALLE

Le minimum de  $f$  sur l'intervalle  $I$  est la plus petite valeur de  $f(x)$  quand  $x$  prend toutes les valeurs possibles dans  $I$ .

Lorsque le minimum est égal à  $f(x_0)$ , on dit que : le minimum est atteint en  $x_0$ .

La définition du maximum est similaire :

on remplace « plus petite valeur » par « plus grande valeur ».



### II – FONCTION CROISSANTE (OU DÉCROISSANTE) SUR UN INTERVALLE

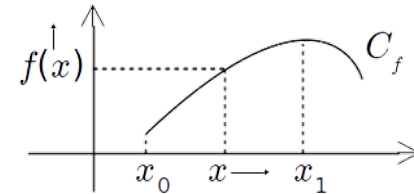
Une fonction  $f$  est croissante sur un intervalle  $I$  lorsque  $f(x)$  augmente quand  $x$  augmente en restant dans  $I$ .

Voir ci-contre une figure pour  $I = [x_0; x_1]$ .

La définition d'une fonction décroissante est similaire :

on remplace «  $f(x)$  augmente » par «  $f(x)$  diminue » (toujours quand  $x$  augmente).

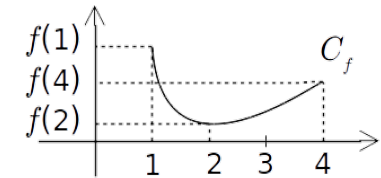
Une fonction est monotone sur un intervalle lorsqu'elle est croissante sur cet intervalle ou décroissante sur cet intervalle.



### III – TABLEAU DE VARIATIONS D'UNE FONCTION (EXEMPLE)

Voici la courbe représentative d'une fonction  $f$  décroissante sur  $[1; 2]$  et croissante sur  $[2; 4]$ .

On peut résumer les variations de  $f$  dans un tableau de variations :



- Sur la première ligne du tableau, on place des valeurs intéressantes de la variable de départ en ordre croissant.
- Sur la deuxième ligne, on indique les variations de  $f$  ainsi que des valeurs intéressantes de  $f(x)$ .

$x$	1	2	4
Variations de $f(x)$	$f(1)$	$f(2)$	$f(4)$