

LES DEUX GÉOMÉTRIES PLANES

I – POURQUOI DEUX GÉOMÉTRIES PLANES ?

Les mathématiciens n'étudient pas les dessins géométriques en tant que tels car :

- ils ont forcément des défauts de tracé ;
- leurs mesures ne peuvent pas être exactes.

En mathématiques, nous pouvons étudier des objets géométriques entièrement imaginaires, parfaits, avec des mesures exactes. Par exemple un cercle parfaitement rond, sans épaisseur, ou bien un segment parfaitement droit de longueur 2 unités exactement, etc.

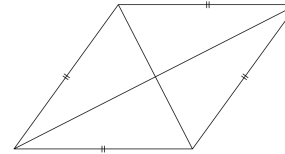
II – LES DEUX GÉOMÉTRIES PLANES

Géométrie dessinée	Géométrie abstraite
Pratiquée en primaire et encore un peu au collège, par les architectes, etc.	Pratiquée au collège, au lycée, par les mathématiciens, etc.
On travaille sur des dessins : segments dessinés, carrés dessinés, etc.	On travaille sur des objets géométriques imaginaires et « parfaits » : segments abstraits, carrés abstraits, etc.
La longueur d'un segment dessiné ne peut pas être infiniment précise ni exacte.	La longueur d'un segment abstrait est infiniment précise et exacte.
Une droite dessinée n'est pas parfaitement droite, et elle a une épaisseur et une couleur.	Une droite abstraite est parfaitement droite, et elle n'a pas d'épaisseur ni de couleur.
À l'intersection de deux droites dessinées, il y a un point dessiné. Les points dessinés n'ont pas tous la même forme ni la même taille.	À l'intersection de deux droites abstraites, il y a un point abstrait. Un point abstrait est « plus petit que tout » : il a « des dimensions égales à zéro ». Entre deux tels points on peut toujours en trouver un autre.

III – LA NOTION DE FIGURE

Pour étudier les objets géométriques imaginaires, les mathématiciens les représentent par des *figures*, bien faites ou à main levée.

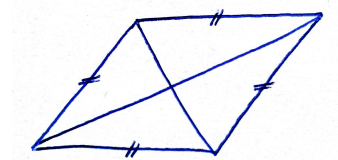
Exemple



À l'école, ce dessin était juste un dessin géométrique, un losange dessiné. Au lycée, on fait en général de la géométrie abstraite. Le dessin ci-contre a alors une signification particulière : c'est une figure d'un losange abstrait.

Si on ne tient pas compte des particularités de cette figure – la longueur des côtés et les angles – on peut même considérer que cette figure représente tous les losanges abstraits.

Grâce à cette figure, ou une figure à main levée comme ci-contre, on peut alors faire une *conjecture* : on pense que les diagonales de tous les losanges abstraits sont perpendiculaires.



On ne peut pas prouver cette conjecture en constatant seulement que, sur une figure, les diagonales sont perpendiculaires. Pour la prouver, la seule solution est de faire un raisonnement.