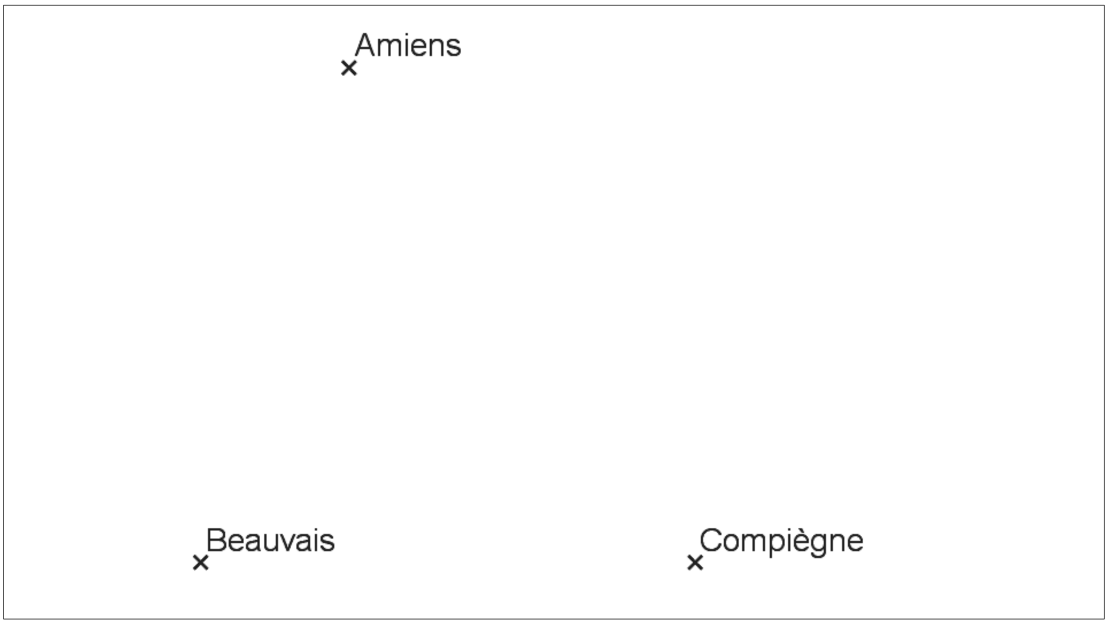
Exercice des trois villes

M. et Mme Dupont travaillent à Compiègne. Leur fille habite à Amiens et leur fils à Beauvais. M. et Mme Dupont souhaitent déménager pour habiter à égale distance d'Amiens et de Beauvais, mais aussi le plus près possible de Compiègne. Indiquez sur le plan ci-après où ils peuvent essayer de s'installer.



Exercice des deux projetés orthogonaux

ABC est un triangle tel que $\widehat{BAC} = 64°$ et *AB* = *AC* = 4 cm.

D est le point tel que $\widehat{BAD} = \widehat{CAD} = 32°$ et *AD* = 6 cm.

Soit *E* le projeté orthogonal du point *D* sur la droite (*AB*).

Soit *F* le projeté orthogonal du point *D* sur la droite (*AC*).

1. Faites une figure en vraie grandeur.

2. Les diagonales du quadrilatère *AEDF* sont-elles perpendiculaires ?

Exercice du quadrilatère abstrait

ACO est un triangle tel que $\widehat{OAC} = 36°$ et $\widehat{OCA} = 35°$.

Le point *B* est le point de la droite (*OC*) tel que *O* soit le milieu du segment [*BC*].

Le point *A'* est le symétrique du point *A* par rapport au point *O*.

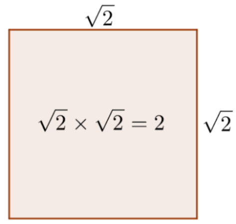
1. Faites une figure.

2. Le quadrilatère *ABA'C* est-il un parallélogramme ?

3. Le quadrilatère *ABA'C* est-il un rectangle ?

Le nombre $\sqrt{2}$

Considérons, en géométrie abstraite, un carré d'aire 2 cm².



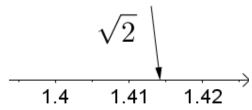
Comme $(\sqrt{2})^2 = 2$, la valeur exacte du côté de ce carré est $\sqrt{2}$.

On a $1{,}4^2 = 1{,}96 < 2$ et $1{,}5^2 = 2{,}25 > 2$. Donc $1{,}4 < \sqrt{2} < 1{,}5$.

En utilisant un algorithme de balayage, on a obtenu un meilleur encadrement :

$$1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$$

Quand on saisit $\sqrt{2}$, la calculatrice affiche 1,414213562 mais attention, ce n'est qu'une valeur approchée de $\sqrt{2}$.



Quatre formules sur le carré

On note C le côté d'un carré, P son périmètre et A son aire.

Périmètre en fonction du côté :	$P = 4 \times C$
Côté en fonction du périmètre :	$C = \frac{P}{4}$
Aire en fonction du côté :	$A = C^2$
Côté en fonction de l'aire :	$C = A^2$

Exercice de la circonférence de la Terre

Ératosthène, savant grec du iii^{e} siècle avant notre ère, est un des premiers à estimer la circonférence de la Terre. Il suppose que la Terre est une sphère puis, par un raisonnement subtil, il estime que la longueur d'un cercle passant par le pôle Nord et le pôle Sud est de 250 000 stades. Le stade est une ancienne unité de longueur égale à 157,5 m (source : Wikipedia).

1. Convertissez en kilomètres la longueur calculée par Ératosthène.

2. Les moyens modernes nous permettent de savoir que la longueur estimée par Ératosthène est en réalité de 40 007,864 km.

Par rapport à 40 007,864 km, quel est le pourcentage d'erreur d'Ératosthène ?

3. Aujourd'hui, l'Union géodésique et géophysique internationale considère que le rayon moyen de la Terre est de 6 371,009 km.

Cette valeur est-elle compatible avec la longueur donnée à la question 2 ?

4. Quelle valeur du rayon terrestre Ératosthène aurait-il pu déduire de ses calculs ? Donnez la réponse en stade et en kilomètre.

Exercice des huit formules sur le disque

On considère un disque. On note *R* son rayon ; *D* son diamètre ; *P* son périmètre ; *A* son aire.
Complétez le tableau suivant à l'aide des formules demandées.

Description	**Formule**
Diamètre en fonction du rayon	
Rayon en fonction du diamètre	
Périmètre en fonction du rayon	
Périmètre en fonction du diamètre	
Rayon en fonction du périmètre	
Diamètre en fonction du périmètre	
Aire en fonction du rayon	
Aire en fonction du diamètre	

Exercice du point mystère

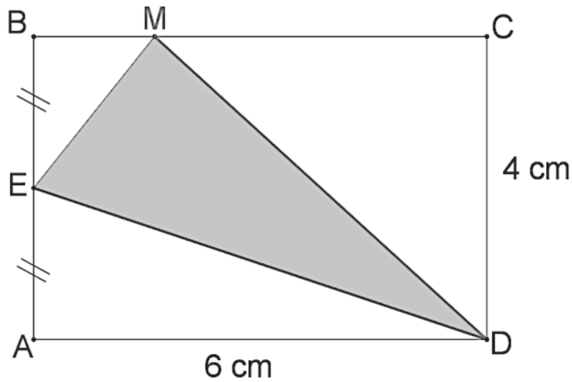
ABCD est un rectangle tel que *AB* = 4 cm et *BC* = 6 cm.

M est un point du segment [*BC*].

E est le milieu du segment [*AB*].

Est-il possible que le triangle *EDM* soit isocèle en *D* ?

Si oui, à quelle distance du point *C* le point *M* doit-il se trouver ?
Sinon, pourquoi ?



Exercice de la relation trigonométrique

On considère un triangle DEF rectangle en D tel que $EF = 1$.

1. Démontrer que $DE^2 + DF^2 = 1$.

2. On note α l'angle $\widehat{DEF}$. Exprimer $\cos\alpha$ et $\sin\alpha$ en fonction de DE et DF.

3. En déduire que $(\cos\alpha)^2 + (\sin\alpha)^2 = 1$