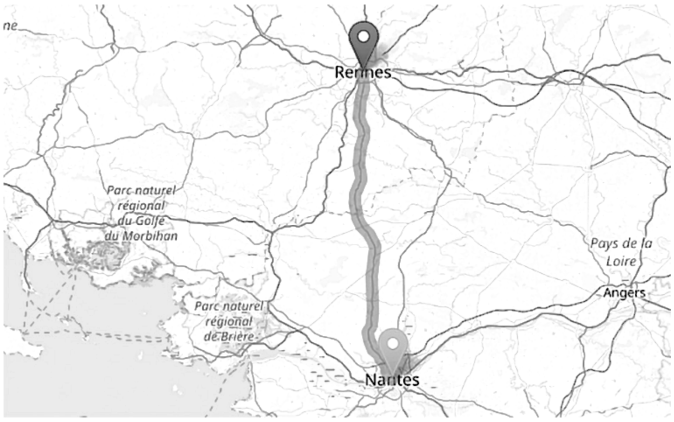
EXERCICE DU CROISEMENT

Au volant de sa voiture, **N**olwenn quitte **N**antes en direction de Rennes en empruntant la voie rapide.

Au même moment, **R**ozenn quitte **R**ennes en direction de Nantes à l'autre bout de cette même voie rapide. La distance entre la porte de Rennes à Nantes et la porte de Nantes à Rennes est de 97 km.



Le trajet est dessiné ci-contre.

Nolwenn roule à la vitesse constante de 90 km/h.
Rozenn roule à la vitesse constante de 120 km/h.

Quand et où les deux automobilistes vont-elles se croiser ?

Étude des fonctions $\boldsymbol{N: t \mapsto 1,5t}$ **et** $\boldsymbol{R: t \mapsto 97 - 2t}$

La fonction N est linéaire (multiplier par 1,5) et croissante.
La fonction R est affine (multiplier par -2 puis ajouter 97) et décroissante mais pas linéaire car $R(0) \neq 0$.

Propriétés

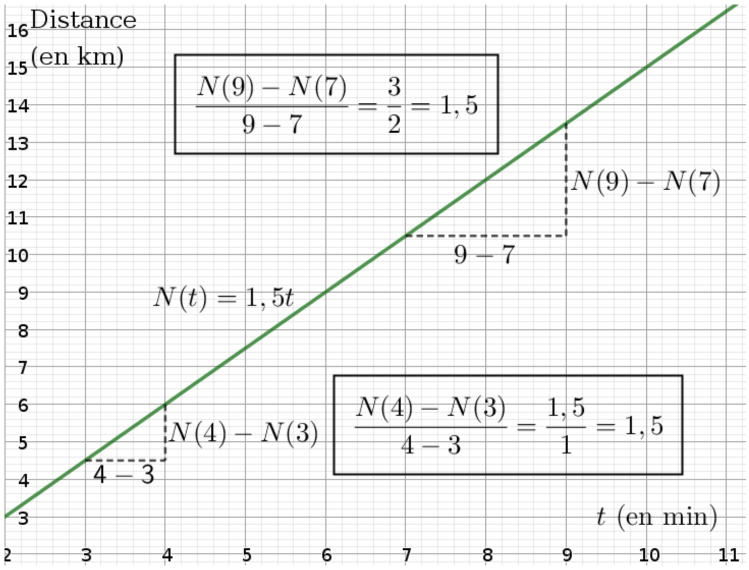
La courbe d'une fonction linéaire est une partie d'une droite passant par l'origine.
La courbe d'une fonction affine est une partie d'une droite qui ne passe pas par l'origine.

Taux d'accroissement des fonctions *R* et *N*

Pour tous t et t' tels que $t < t'$, on a :

$$\frac{N(t') - N(t)}{t' - t} = \frac{1{,}5t' - 1{,}5t}{t' - t} = \frac{1{,}5(t' - t)}{t' - t} = 1{,}5$$

$$\frac{R(t') - R(t)}{t' - t} = \frac{97 - 2t' - (97 - 2t)}{t' - t} = \frac{-2t' + 2t}{t' - t}$$
$$= \frac{-2(t' - t)}{t' - t} = -2$$



Ces taux d'accroissements ne dépendent pas de t et de t' car les vitesses de Nolwen et Rozenn sont constantes.

Ces taux sont les vitesses 1,5 km/min et -2 km/min.

EXERCICE DU TÉLÉCHARGEMENT

1. Un service de téléchargement propose à ses clients un tarif A, proportionnel au poids des données téléchargées :

- pour un poids de 40 Mo (mégaoctets), on paye 1,80 € ;
- pour un poids de 66 Mo, on paye 2,97 €.

Complétez, sans calculatrice, le tableau de proportionnalité ci-contre.

Poids des données (Mo)	40	66	80	146	106	73	1
Tarif A (€)							

2. Pour le mois de janvier, le site propose aux clients deux autres tarifs.

- Tarif B : somme fixe de 4,50 € en début de mois, puis 0,02 € par mégaoctet.
- Tarif C : 18 € pour un téléchargement illimité pendant tout le mois.

Déterminez, suivant le poids des données téléchargées, le tarif le plus avantageux.

---

2. On note $a(p)$ le prix avec le tarif A , $b(p)$ le prix avec le tarif B, $c(p)$ le prix avec le tarif C pour p Mo téléchargés.
On a :

$$a(p) = 0{,}045p \qquad b(p) = 0{,}02p + 4{,}5 \qquad c(p) = 18$$

On peut répondre à l'aide du graphique, mais pour plus de précision il vaut mieux résoudre les équations ci-dessous.

$$\begin{aligned} a(p) &= b(p) \\ 0{,}045p &= 0{,}02p + 4{,}5 \\ 0{,}025p &= 4{,}5 \\ p &= \frac{4{,}5}{0{,}025} = 180 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b(p) &= c(p) \\ 0{,}02p + 4{,}5 &= 18 \\ 0{,}02p &= 13{,}5 \\ p &= \frac{13{,}5}{0{,}02} = 675 \end{aligned}$$

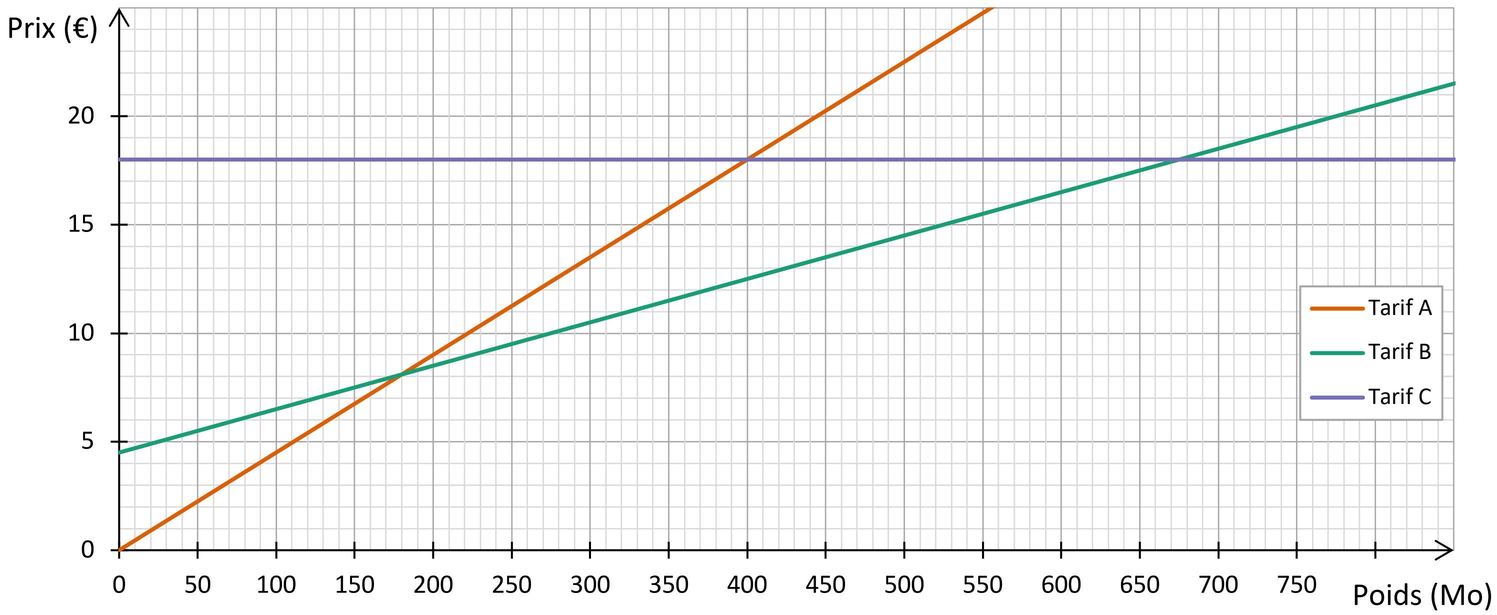
D'après ces résultats et le graphique, on peut dire que :

- jusqu'à 180 Mo téléchargés, le tarif le moins cher est le tarif A. Pour 180 Mo, le tarif A est égal au tarif B ;
- de 180 à 675 Mo téléchargés, le tarif le moins cher est le tarif B. Pour 675 Mo, le tarif B est égal au tarif C ;
- à partir de 675 Mo téléchargés, le tarif le moins cher est le tarif C.

À propos de la fonction *c*

La fonction *c* est une fonction affine particulière : elle prend toujours la même valeur. C'est une fonction constante.
Ses taux d'accroissement sont nuls.
La partie de droite qui la représente est horizontale.

Graphique pour l'exercice du téléchargement

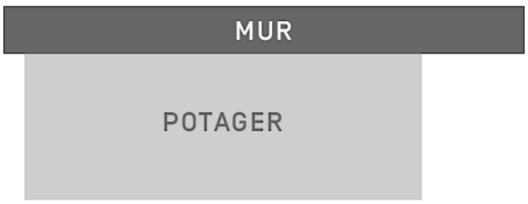


Exercice du jardin potager

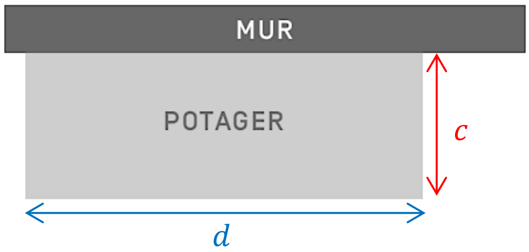
M. Legoff souhaite utiliser les 35 mètres de grillage dont il dispose pour délimiter un jardin potager rectangulaire. Pour que la surface du potager soit la plus grande possible, il utilise son mur pour délimiter un des côtés du rectangle. Ainsi, le grillage servira uniquement pour les trois autres côtés.

1. Comment peut-il s'y prendre ?

2. (Question pour les rapides) Même question en remplaçant 35 m par une longueur quelconque.



Solutions possibles de l'exercice du jardin potager



Le côté c varie entre 0 et 17,5 m. Le côté d varie entre 0 et 35 m.

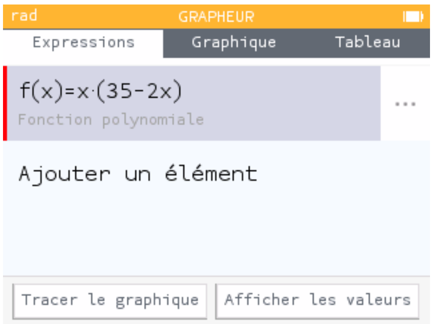
Comme la longueur du grillage est de 35 m, on a $2c + d = 35$.

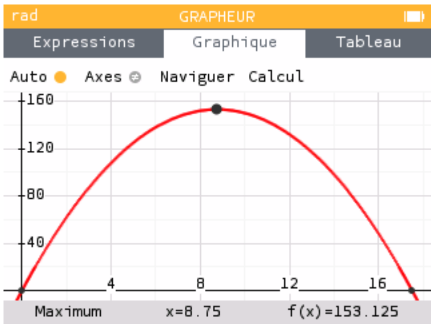
Donc $\quad c = \frac{35-d}{2} \qquad$ et $\qquad d = 35 - 2c.$

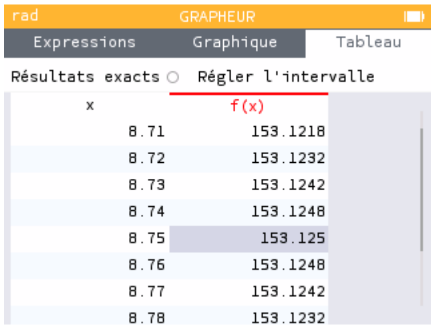
Donc l'aire du potager est donnée par :

$$\mathcal{A} = d \times c = c(35 - 2c) = \frac{d(35 - d)}{2}$$

<u>1re méthode</u> : étude de la fonction $f : c \mapsto c(35 - 2c)$ à la calculatrice Numworks





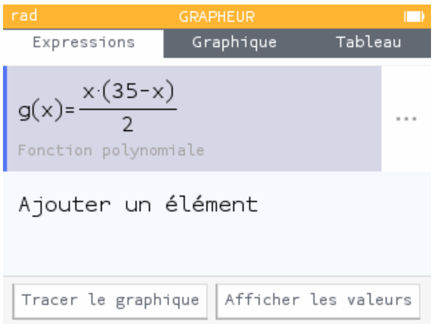


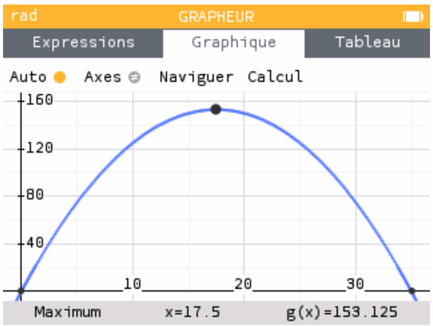
Sur l'application Grapheur de la calculatrice, la lettre **x** représente la longueur c, **f(x)** représente l'aire du potager.

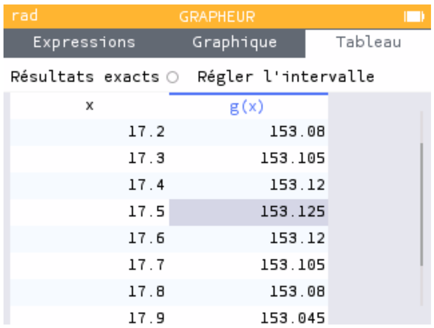
Le maximum de la fonction f est atteint pour $c = 8{,}75$ m. Dans ce cas, on a $d = 35 - 2 \times 8{,}75 = 17{,}5$ m.

La surface est maximale lorsque le côté perpendiculaire au mur mesure 8,75 m et celui parallèle au mur 17,5 m.

<u>2e méthode</u> : étude de la fonction $g : d \mapsto d\frac{d(35-d)}{2}$ à la calculatrice Numworks







Sur l'application Grapheur de la calculatrice, la lettre **x** représente la longueur d, **g(x)** représente l'aire du potager.

Le maximum de la fonction g est atteint pour $d = 17{,}5$ m. Dans ce cas, on a $c = \frac{35-17{,}5}{2} = 8{,}75$ m.

La surface est maximale lorsque le côté perpendiculaire au mur mesure 8,75 m et celui parallèle au mur 17,5 m.

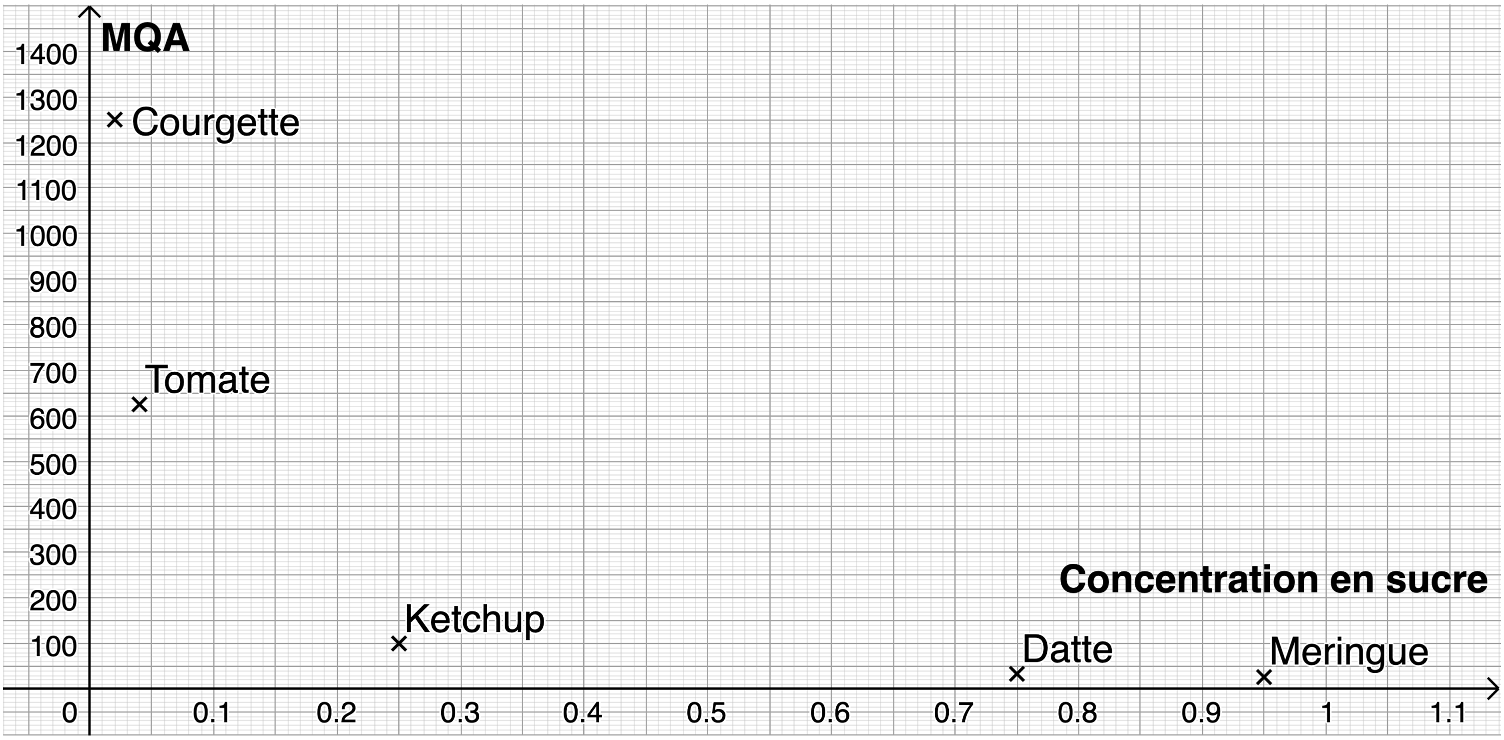
Exercice du jardin potager (suite)

1. Malheureusement, M. Legoff n'a pas maximisé la surface de son potager puisqu'elle est seulement de 117 m². Quelle peut être la longueur du côté perpendiculaire au mur de son potager ?

2. La voisine de M. Legoff lui explique que s'il avait mieux choisi les dimensions, il aurait pu avoir un potager d'au moins 140 m². Quelles longueurs du côté perpendiculaire au mur lui auraient permis d'obtenir une aire supérieure ou égale à 140 m² ?

EXERCICE DE LA CONCENTRATION EN SUCRE

Le médecin de Monsieur X lui recommande de ne pas consommer plus d'une certaine quantité de sucre par jour. La masse quotidienne autorisée (MQA) d'un aliment – si Monsieur X ne prend pas de sucre par ailleurs – dépend de la concentration en sucre de cet aliment. Voici quelques MQA regroupées dans un graphique.



Pour Monsieur X, quelle est la MQA des aliments suivants :

– les corn flakes sucrés dont la concentration en sucre est de 0,85 ;

– l'ananas dont la concentration en sucre est de 0,12 ;

– le fromage de chèvre dont la concentration en sucre est de 0,015.

SOLUTIONS POSSIBLES DE L'EXERCICE DE LA CONCENTRATION EN SUCRE

Méthode graphique

En reliant les points en arrondissant bien, on trouve environ 210 g pour l'ananas et 30 g pour les corn flakes. Mais cela ne fonctionne pas pour le fromage de chèvre.

Méthode calculatoire

On note C la concentration en sucre.

La quantité de sucre contenue dans une masse M d'un aliment de concentration C est égale à $C \times M$.

On a remarqué que pour tous les points du graphique, le produit $C \times MQA$ est égal à 25.

Cela signifie que monsieur X a droit à 25 g de sucre par jour au maximum.

- Pour l'ananas, $0{,}12 \times MQA = 25$, donc $MQA = \frac{25}{0{,}12} \simeq 208$ g.
- Pour le fromage de chèvre, $MQA = \frac{25}{0{,}015} \simeq 167$ g.

Bilan sur la fonction $f : C \mapsto MQA$

Pour tout $x \in]0;1]$, on a $f(x) = \frac{25}{x}$. La courbe de f est un arc d'hyperbole.