Racine carrée d'un nombre positif ou nul

On considère un nombre positif ou nul a.

I – Équation $x^2 = a$ et définition de $\sqrt{a}$

Si $a > 0$, il y a exactement deux nombres dont le carré vaut a.

Autrement dit l'équation $x^2 = a$ possède exactement deux solutions.

Il y a une solution positive et une négative.

Par définition, la solution positive est la racine carrée de a. On la note $\sqrt{a}$.

L'équation $x^2 = 0$ a exactement une solution : c'est 0.

Par définition, la racine carrée de 0 est 0. On pose $\sqrt{0} = 0$.

Exemples d'écriture d'une racine carrée :

→ Les nombres dont le carré vaut 81 sont -9 et 9. Donc $\sqrt{81} = 9$

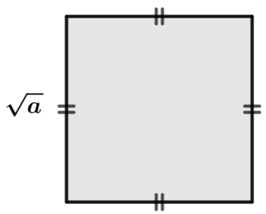
→ Attention ! $\sqrt{2}$ n'a pas d'écriture décimale. Le nombre 1,414213562 affiché par la calculatrice est seulement une valeur approchée de $\sqrt{2}$.

→ Certaines calculatrices affichent $2\sqrt{5}$ quand on saisit $\sqrt{20}$. Il s'agit d'une valeur exacte (voir preuve plus bas).

II – Propriétés

Propriété Si l'aire d'un carré est a, alors son côté est $\sqrt{a}$.

Carré dont l'aire vaut a



Propriétés On considère un autre nombre positif ou nul *b*.

1) $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

2) Si $a > 0$ et $b > 0$, alors $\sqrt{a + b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Exemples

1) $\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2 \times \sqrt{5}$

2) $\sqrt{1 + 1} < \sqrt{1} + \sqrt{1}$, c'est-à-dire $\sqrt{2} < 2$