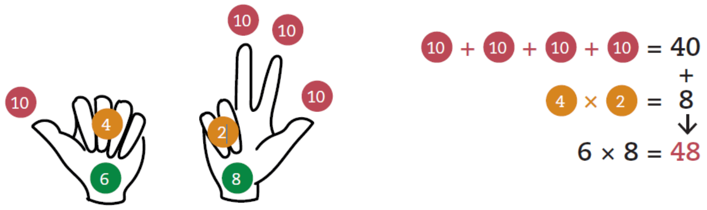
EXERCICE DES MULTIPLICATIONS

On a vu une méthode de calcul des produits de deux nombres entiers compris entre 5 et 10.
Voici une illustration de cette méthode pour le produit de 6 par 8.
Démontrez, à l'aide d'un calcul littéral, que cette méthode fonctionne toujours.



Démonstration
On note *m* le nombre de doigts levés de la première main, celle qui correspond au premier nombre à multiplier.
On note *n* le nombre de doigts levés de la deuxième main, celle qui correspond au deuxième nombre à multiplier.

Nombre total de doigts levés : $m + n$ Nombre de doigts baissés de la 1ère main : $5 - m$ Nombre de doigts baissés de la 2ème main : $5 - n$ **Résultat du calcul avec les doigts :** $R = 10(m+n) + (5-m)(5-n)$ $= 10m + 10n + 25 - 5n - 5m + nm$ $= 5m + 5n + 25 + mn$	Premier nombre à multiplier : $5 + m$ Deuxième nombre à multiplier : $5 + n$ **Produit des deux nombres à multiplier :** $P = (5+m)(5+n)$ $= 25 + 5n + 5m + mn$

Donc $R = P$ pour n'importe quelles valeurs de m et de n, ce qui signifie que la méthode fonctionne toujours.

EXERCICE DE LA FONCTION AFFINE

Démontrez que la fonction qui correspond au programme de calcul ci-dessous est une fonction affine.

```
Doubler
Retirer 3
Multiplier par la somme de 4 et du nombre de départ
Retirer le double du carré du nombre de départ
```

SÉRIE CL3 – 1 (CLUB DES EXPRESSIONS)

Reconstituez les huit premières expressions (la dernière est un défi).

1. x^2
2. $(a + b)^2$
3. $a^2 + b^2$
4. $(a - b)^2$
5. $3x^2$
6. $(3x)^2$
7. $(5 + m)(5 + n)$
8. $(x - 2)(x + 3)$
9. $10(m + n) + (5 - m)(5 - n)$

Carré d'une somme

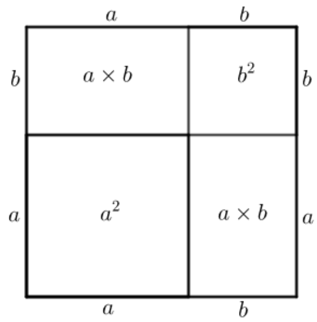
<u>Attention</u> : En général, le carré de la somme de deux nombres n'est pas égal à la somme des carrés.
Autrement dit $(a+b)^2$ n'est pas toujours égal à a^2+b^2. Par exemple, $(1+2)^2 = 9$ et $1^2 + 2^2 = 5$

Pour tous nombres a et b, on a plutôt :
$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b)(a+b)\\ &= a^2+ab+ba+b^2\\ &= a^2+2ab+b^2\end{aligned}$$

<u>Identité remarquable</u> : Pour tous nombres a et b, on a :

$$\boldsymbol{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

Par exemple, pour tout x, on a :
$$\begin{aligned}(5x+6)^2 &= (5x)^2 + 2\times 5x \times 6 + 6^2\\ &= 25x^2+60x+36\end{aligned}$$



Interprétation géométrique dans le cas $a > 0$ et $b > 0$

Première expression de l'aire du grand carré : $(a+b)^2$

Deuxième expression de l'aire du grand carré : $ab + b^2 + a^2 + ab$

Donc $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$.

Exercice de la fonction peut-être affine

La fonction associée au programme de calcul suivant est-elle affine ?

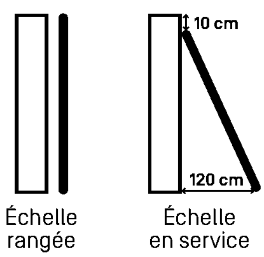
```
Retirer 1
Mettre au carré
Retirer le carré du nombre de départ
Ajouter le double du nombre de départ
```

Série CL3 – 1 (club des expressions)

1. $5x^2$
2. $-x^2$
3. $(x-4)^2$
4. $(-x)^2$
5. $x^2 - 4^2$
6. $(a-b)(a+b)$
7. $a^2 + 2ab + b^2$
8. $a^2 - 2ab + b^2$
9. $(x-1)^2 - x^2 + 2x$

Exercice de l'échelle

Lorsqu'elle est rangée verticalement, une échelle atteint le haut d'un mur. Lorsqu'on écarte le pied de l'échelle de 1 m 20, le haut de l'échelle est à 10 cm du haut du mur.



1. Quelle est la longueur de l'échelle ?
2. (Question pour les rapides) La somme des carrés de cinq entiers positifs consécutifs vaut 1 584 855. Quels sont ces entiers ?

Exercice des deux carrés

Résolvez le problème suivant en le mettant en équation.
Deux architectes discutent des plans d'une cour carrée. Le premier dit au deuxième : « C'est dommage que cette cour carrée soit si petite ! Si on rallongeait chaque côté de seulement 2 m, on gagnerait 100 m² de surface ! »
Quelles sont les dimensions de la cour ?

Exercice des antécédents de 100

Voici un programme de calcul :

```
Multiplier par 128
Enlever 695
Doubler
Multiplier par le nombre de départ
Ajouter 1856
```

Soit f la fonction correspondant à ce programme. Déterminez deux antécédents de 100 par la fonction f.

Exercice des deux solutions

1. Montrez que le nombre 2 est solution de l'équation du second degré $-2y^2 + 3y + 2 = 0$.

2. Montrez que le nombre – 0,5 est solution de l'équation $-2y^2 + 3y + 2 = 0$.

3. Montrez que pour tout nombre *y*, on a $-2y^2 + 3y + 2 = (2y + 1)(2 - y)$.

4. Les nombres 2 et $-0{,}5$ sont-ils les seules solutions de l'équation $-2y^2 + 3y + 2 = 0$?

---

1. Quand on remplace y par 2, on trouve bien 0. On peut noter : $2 \in S$.

2. Similaire.

3. Pour tout nombre *y*, on a $(2y + 1)(2 - y) = 4y - 2y^2 + 2 - y = -2y^2 + 3y + 2$.

4. L'équation$-2y^2 + 3y + 2 = 0$ est équivalente à l'équation $(2y + 1)(2 - y) = 0$.

Cette dernière équation est une <u>équation produit nul</u>.

Pour que le produit de deux nombres soit nul, il faut et il suffit que l'un des deux nombres soit nul.

Donc un nombre est solution de l'équation $(2y + 1)(2 - y) = 0$ à condition que $2y + 1 = 0$ ou $2 - y = 0$.

On démontre que la seule solution de l'équation $2y + 1 = 0$ est $-0{,}5$
et que la seule solution de l'équation $2 - y = 0$ est 2.

<u>Conclusion</u> : 2 et – 0,5 sont les seules solutions de l'équation$-2y^2 + 3y + 2 = 0$. On peut noter : $S = \{-0{,}5; 2\}$

Exercice des antécédents de 100 (le retour)

Soit f la fonction correspondant au programme suivant et x un nombre.

```
Multiplier par 128
Enlever 695
Doubler
Multiplier par le nombre de départ
Ajouter 1856
```

1. Développez les expressions $2x(128x - 695) + 1856$ et $(2x - 4)(128x - 439)$.

2. En déduire que $f(x) = 100$ est équivalent a $(2x - 4)(128x - 439) = 0$.

3. Les nombres 2 et 3,4296875 sont-ils les seuls antécédents de 100 par la fonction f ?

4. (Question pour les rapides) Déterminez les antécédents de 1856 par la fonction f.

Exercice des antécédents de 0

Soit f la fonction correspondant au programme suivant.

```
Tripler
Enlever 8
Diviser par la somme du nombre de départ et de 5
```

1. Déterminez l'image de −5 par la fonction f.

2. Déterminez les antécédents de 0 par la fonction f.

3. (Question pour les rapides) Déterminez les antécédents de 3 par la fonction f.

Exercice nul

Complétez les phrases suivantes, puis traduisez le résultat avec deux variables x et y.

1. Pour que la somme de deux nombres soit nulle, il faut et il suffit que . . . .

Traduction littérale : . . . .

2. Pour que la différence de deux nombres soit nulle, il faut et il suffit que . . . .

Traduction littérale : . . . .

3. Pour que le produit de deux nombres soit nul, il faut et il suffit que . . . .

Traduction littérale : . . . .

4. Pour que le quotient de deux nombres soit nul, il faut et il suffit que . . . .

Traduction littérale : . . . .

5. Pour que le carré d'un nombre soit nul, il faut et il suffit que . . . .

Traduction littérale : . . . .

Factorisation

Factoriser une somme ou une différence, c'est la transformer en un produit ou une puissance.

On peut factoriser à l'aide d'un facteur commun ou à l'aide d'une identité remarquable.

Équation	**Méthode**	**Calculs et solutions**
$x^2 - 16x = 0$	Se ramener à une équation produit en factorisant à l'aide d'un facteur commun.	$x \times x - 16 \times x = 0$ $x(x - 16) = 0$ $x = 0$ ou $x - 16 = 0$ $S = \{0\,;16\}$
$x^2 - 16 = 0$	Se ramener à une équation du type $x^2 = a$.	$x^2 = 16$ $\sqrt{16} = 4$ $S = \{-4\,;4\}$

Équation	**Méthode**	**Calculs et solutions**
$x^2 + 2x + 1 = 0$	Se ramener à une équation du type $(ax + b)^2 = 0$en factorisant à l'aide d'une identité remarquable. Le seul nombre dont le carré est nul est 0. Donc cette équation équivaut à $ax + b = 0$.	$(x + 1)^2 = 0$ $x + 1 = 0$ $S = \{1\}$
$x^2 + 1 = 0$	Se ramener à une équation du type $x^2 = a$.	$x^2 = -1$ $-1 < 0$ $S = \emptyset$
$1 + \frac{2}{x - 5} = 0$	Se ramener à une équation de la forme $\frac{ax+b}{cx+d} = 0$en réduisant au même dénominateur. Puis utiliser qu'un quotient est nul à condition que son numérateur soit nul.	$\frac{x - 5}{x - 5} + \frac{2}{x - 5} = 0$ $\frac{x - 3}{x - 5} = 0$ $x - 3 = 0$ $S = \{3\}$