VECTEURS

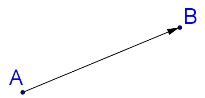
Dans toute la suite, on considère un plan (abstrait), muni d'un repère orthonormé.

I – DÉFINITIONS D'UN VECTEUR ET D'UNE TRANSLATION

Définition Un vecteur non nul est constitué :
- d'une direction du plan ;
- d'un sens associé à cette direction ;
- d'une norme (ou longueur) non nulle.

Notation Un vecteur se note avec une flèche, par exemple $\vec{u}$.

Exemple fondamental Soient A et B deux points distincts.



Par définition, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le vecteur non nul :
- de direction la direction de la droite (AB) ;
- de sens A vers B ;
- de norme (ou longueur) AB.

On peut représenter le vecteur $\overrightarrow{AB}$ par une flèche joignant A à B.
On peut aussi le représenter par une flèche joignant d'autres points à condition que les direction, sens et longueur soient les mêmes.

Vecteur nul Par commodité, on considère un autre vecteur appelé vecteur nul et noté $\vec{0}$. Sa longueur est 0 mais il n'a ni direction, ni sens.

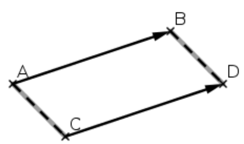
Soit C un point. Par définition, le vecteur $\overrightarrow{CC}$ est le vecteur nul.

Définition On considère un vecteur non nul $\vec{u}$.
La translation de vecteur $\vec{u}$ est la transformation du plan qui consiste à déplacer les points dans la direction de $\vec{u}$, le sens de $\vec{u}$ et la longueur de $\vec{u}$.
La translation de vecteur nul est la transformation qui à chaque point associe lui-même.

II – ÉGALITÉ DE DEUX VECTEURS

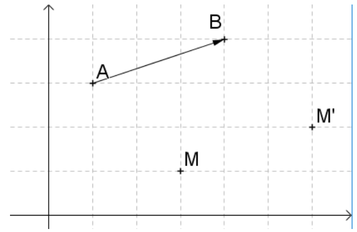
Théorème Soient A, B, C, D quatre points.

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ si et seulement si $ABDC$ est un parallélogramme.



III – COORDONNÉES D'UN VECTEUR DANS UN REPÈRE

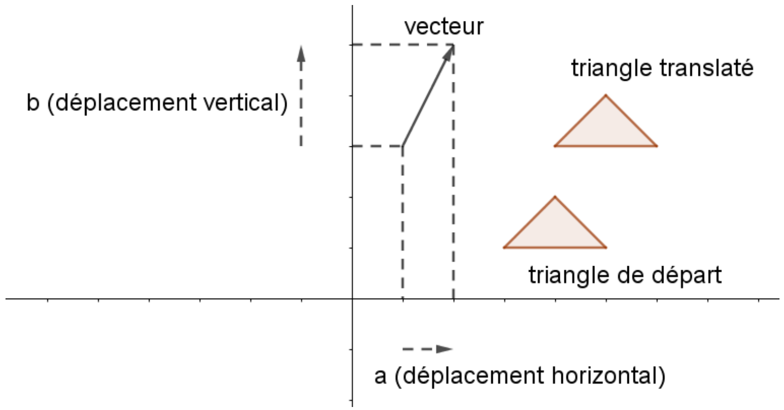
Théorème Soit $\overrightarrow{AB}$ un vecteur. Soit M un point et soit M' son image par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
Alors $\quad x_{M'} = x_M + (x_B - x_A)$
et $\quad y_{M'} = y_M + (y_B - y_A)$.



Définition Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ dans le repère sont les deux nombres $x_B - x_A$ et $y_B - y_A$.

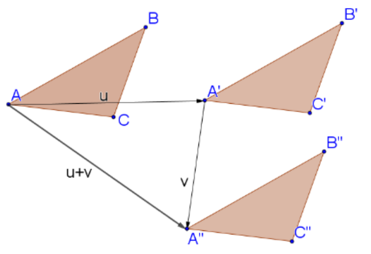
Remarques et notation
- Deux vecteurs sont égaux si et seulement s'ils ont les mêmes coordonnées.
- Les coordonnées du vecteur nul sont 0 et 0.
- Soient a et b les coordonnées d'un vecteur $\vec{u}$. On note $\vec{u}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$.
- a correspond au déplacement horizontal de la translation de vecteur $\vec{u}$: vers la droite si $a > 0$, vers la gauche si $a < 0$.
- b correspond au déplacement vertical de la translation de vecteur $\vec{u}$: vers le haut si $b > 0$, vers le bas si $b < 0$.

Exemple dans le cas $a > 0$ et $b > 0$

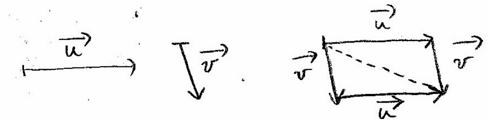


IV – Somme de deux vecteurs, opposé d'un vecteur

Théorème et définition Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs.
Alors la transformation qui consiste à enchaîner la translation de vecteur $\vec{u}$ puis la translation de vecteur $\vec{v}$ est une translation.
Son vecteur est appelé somme des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, noté $\vec{u}+\vec{v}$.

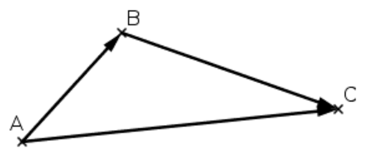


Propriété
Soient deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
Alors $\vec{v}+\vec{u}=\vec{u}+\vec{v}$.



Propriété (relation de Chasles)
Soient trois points A, B et C. On a :

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$$



Définition Le vecteur opposé d'un vecteur $\vec{u}$ est l'unique vecteur dont la somme avec $\vec{u}$ est égale à $\vec{0}$. Ce vecteur est noté $-\vec{u}$.

Propriété Soient deux points A et B. Alors $-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BA}$

Notation Soient deux vecteurs $\boldsymbol{\vec{u}}$ et $\boldsymbol{\vec{v}}$. La somme $\boldsymbol{\vec{v}}+(-\boldsymbol{\vec{u}})$est notée $\boldsymbol{\vec{v}}-\boldsymbol{\vec{u}}$

Théorème Soient $\vec{u}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}c\\d\end{pmatrix}$.

Alors $\vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix}a+c\\b+d\end{pmatrix}$ et $-\vec{u}\begin{pmatrix}-a\\-b\end{pmatrix}$.