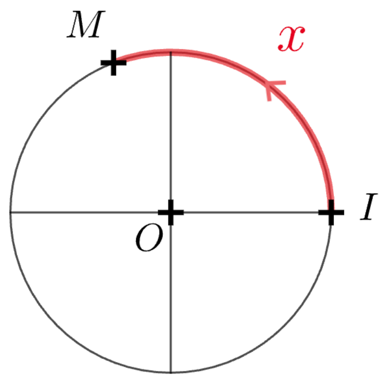
# Cercle trigonométrique et radians

## LE CERCLE TRIGONOMÉTRIQUE

Le **cercle trigonométrique** est un cercle de rayon 1. On peut le parcourir dans le **sens direct** (le sens inverse des aiguilles d'une montre) ou le **sens indirect** (l'autre sens).



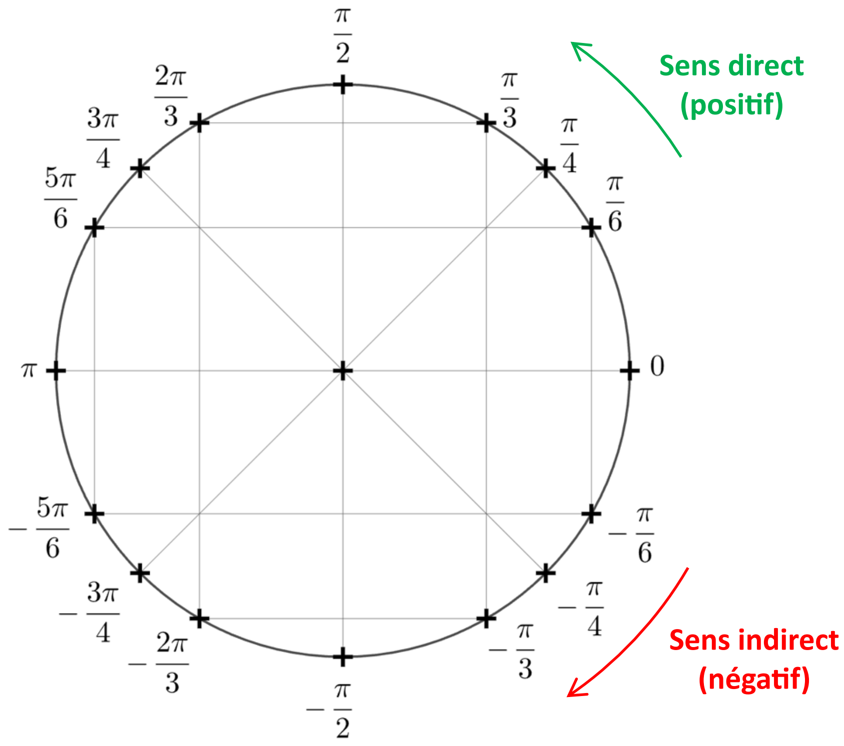

Chaque nombre réel $x$ est associé à un unique point $M$ du cercle :

- Si $x$ est positif, on trouve le point $M$ en parcourant sur le cercle la distance $x$ dans le sens direct ;
- Si $x$ est négatif, on trouve le point $M$ en parcourant sur le cercle la distance $|x|$ (*valeur absolue de* $x$) dans le sens indirect ;

**Remarque** : Un point se retrouve donc associé à plusieurs nombres réels selon le nombre de tours effectués. Puisqu'un tour complet réalise une distance de $2\pi$, le point $M$ est associé aux nombres :

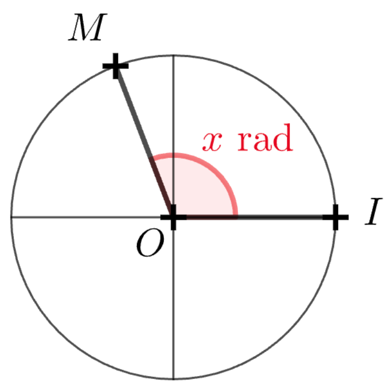
$$\ldots \quad ; \quad x-6\pi \quad ; \quad x-4\pi \quad ; \quad x-2\pi \quad ; \quad x \quad ; \quad x+2\pi \quad ; \quad x+4\pi \quad ; \quad x+6\pi \quad ; \ldots$$

**À connaître par cœur : les nombres suivants et les points associés.**




## UNE NOUVELLE UNITÉ DE MESURE D'ANGLE : LE RADIAN

Les nombres précédemment associés aux points du cercle trigonométrique permettent de définir une nouvelle unité de mesure des angles.




**Lorsque le nombre $x$ est associé au point $M$, une mesure de l'angle $\widehat{IOM}$ en radian est $x$.**

**Remarque** : Comme plusieurs nombres sont associés à un même point, plusieurs mesures d'un même angle sont valides. Il suffit d'ajouter ou retrancher une ou plusieurs fois la valeur $2\pi$ :

$$\ldots \quad ; \quad x-4\pi \quad ; \quad x-2\pi \quad ; \quad x \quad ; \quad x+2\pi \quad ; \quad x+4\pi \quad ; \ldots$$

**<u>À connaître par cœur</u> : le tableau de correspondance degré / radian.**

| **Degré** | $0^\circ$ | $30^\circ$ | $45^\circ$ | $60^\circ$ | $90^\circ$ | $180^\circ$ | $360^\circ$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Radian** | $0$ | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $2\pi$ |

**Méthode : Convertir degré en radian et inversement**
On utilise la proportionnalité entre degré et radian et la règle du produit en croix.

<u>Exemple 1</u> : Pour convertir $22^\circ$ en radian, on applique la règle du produit en croix dans le tableau de proportionnalité ci-contre.

| **Degré** | $180^\circ$ | $22^\circ$ |
|---|---|---|
| **Radian** | $\pi$ | $x$ |

$$180 \times x = 22 \times \pi \qquad \text{donc} \quad x = \frac{22\pi}{180} = \frac{11\pi}{90}.$$

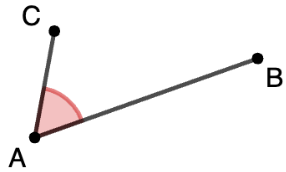
<u>Exemple 2</u> : Pour convertir $\frac{3\pi}{7}$ en degré, on applique la règle du produit en croix dans le tableau de proportionnalité ci-contre.

| **Degré** | $180^\circ$ | $x$ |
|---|---|---|
| **Radian** | $\pi$ | $\frac{3\pi}{7}$ |

$$180 \times \frac{3\pi}{7} = x \times \pi \qquad \text{donc} \quad x = 180 \times \frac{3}{7} \approx 77{,}1^\circ.$$

## ANGLE ORIENTÉ DE VECTEURS

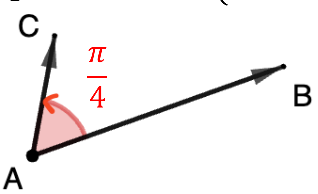
Au collège, les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{CAB}$ étaient considérés comme identiques.
Au lycée, on va les distinguer grâce à la notion d'**angle orienté de vecteurs**.




L'angle orienté de vecteurs $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$ est l'angle formé par les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, en allant de $\overrightarrow{AB}$ vers $\overrightarrow{AC}$.

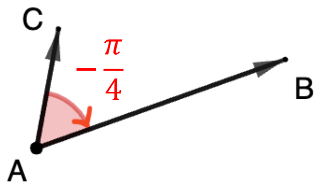
**Comprendre sur l'exemple :**

**Angle de vecteurs $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$**




Orienté dans le sens direct, mesure positive.

**Angle de vecteurs $\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}\right)$**




Orienté dans le sens indirect, mesure négative.

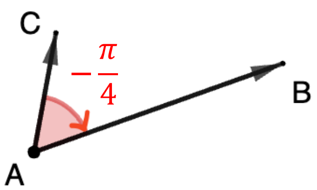
## MESURE PRINCIPALE D'UN ANGLE ORIENTÉ

Puisque la mesure d'un angle orienté n'est pas unique, selon le sens de parcours et le nombre de tours effectués, on désigne une mesure comme étant la **mesure principale**. Il s'agit de la mesure de l'angle qui est comprise entre $-\pi$ (exclus) et $\pi$ (inclus), c'est-à-dire qui appartient à l'intervalle $]-\pi\,;\pi\,]$.

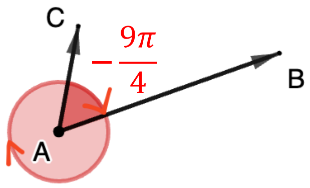
**Comprendre sur l'exemple :**

$-\frac{\pi}{4}$, $-\frac{9\pi}{4}$ et $\frac{7\pi}{4}$ sont toutes des mesures correctes de l'angle orienté de vecteurs $\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}\right)$.

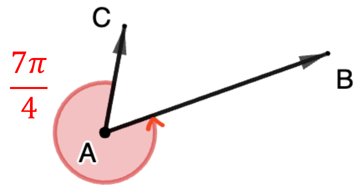
Cependant, seule $-\frac{\pi}{2}$ est la mesure principale de cet angle.




Mesure principale




Mesure en parcourant un tour complet supplémentaire, dans le sens indirect




Mesure dans le sens direct