# Taux de variation d'une fonction

## TAUX DE VARIATION D'UNE FONCTION

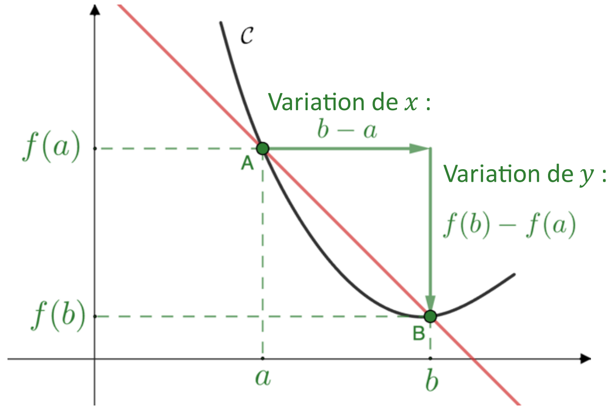
**Définition** Le **taux de variation** de la fonction $f$ entre deux valeurs $a$ et $b$ est donné par la formule :

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

**Interprétation géométrique**

Notons $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction $f$. Le taux de variation de $f$ entre $a$ et $b$ est le **coefficient directeur** de la droite passant par les points de $\mathcal{C}$ d'abscisses $a$ et $b$.

Sur l'illustration ci-contre, il s'agit du coefficient directeur de la droite (**AB**) avec **A** et **B** les points de coordonnées respectives $\big(a\,;f(a)\big)$ et $\big(b\,;f(b)\big)$.




## CALCULER UN TAUX DE VARIATION

**À partir de l'expression littérale**

On calcule $f(a)$ et $f(b)$ à l'aide de l'expression littérale de la fonction puis on applique la formule de la définition.

*Exemple : Calculer le taux de variation de la fonction $f : x \mapsto x^2-2x+1$ entre $3$ et $5$*

*On commence par calculer $f(2)$ et $f(5)$ :*

$$f(3)=3^2-2\times3+1=9-6+1=4$$

$$f(5)=5^2-2\times5+1=25-10+1=16$$

*Ensuite, on applique la formule de la définition du taux de variation :*

$$\frac{f(5)-f(3)}{5-3}=\frac{16-4}{2}=\frac{12}{2}=6$$

*Le taux de variation de la fonction $f$ entre $3$ et $5$ vaut donc $6$.*

**À partir de la courbe représentative**

On lit graphiquement le coefficient directeur de la droite passant par les points de $\mathcal{C}$ d'abscisses $a$ et $b$.

*Exemple : Calculer le taux de variation entre $2$ et $6$ de la fonction $g$ définie par sa courbe représentative $\mathcal{C}$.*

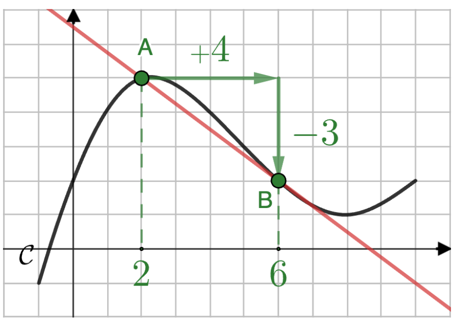
*On repère les points A et B de la courbe $\mathcal{C}$ d'abscisse $2$ et $6$.*

*La variation de $x$ entre A et B est $+4$.*

*La variation de $y$ entre A et B est $-3$.*

*Donc le coefficient directeur de (AB) est $-\frac{3}{4}$.*

*Donc le taux de variation de $g$ entre $2$ et $6$ est $-\frac{3}{4}$.*



**Définition formelle de la monotonie**

La fonction $f$ est **croissante** sur l'intervalle $I$
<u>si et seulement si</u>
pour tous nombres $a$ et $b$ de $I$ tels que $a < b$,
$f(a) \leq f(b)$.

La fonction $f$ est **décroissante** sur l'intervalle $I$
<u>si et seulement si</u>
pour tous nombres $a$ et $b$ de $I$ tels que $a < b$,
$f(a) \geq f(b)$.

**Autrement dit, la fonction $f$ est croissante lorsqu'elle conserve l'ordre sur l'intervalle $I$ et décroissante lorsqu'elle renverse l'ordre sur l'intervalle $I$.**

**Propriété Lien entre monotonie et signe du taux de variation**

La fonction $f$ est **croissante** sur l'intervalle $I$
<u>si et seulement si</u>
pour tous nombres $a$ et $b$ de $I$,
le taux de variation de $f$ entre $a$ et $b$ est **positif**.

La fonction $f$ est **décroissante** sur l'intervalle $I$
<u>si et seulement si</u>
pour tous nombres $a$ et $b$ de $I$,
le taux de variation de $f$ entre $a$ et $b$ est **négatif**.

**Ainsi, pour démontrer qu'une fonction est croissante ou décroissante sur un intervalle, il suffit d'étudier le signe du taux de variation entre deux valeurs quelconques de l'intervalle.**