

Exercice des trois villes

M. et Mme Dupont travaillent à Compiègne. Leur fille habite à Amiens et leur fils à Beauvais. M. et Mme Dupont souhaitent déménager pour habiter à égale distance d’Amiens et de Beauvais, mais aussi le plus près possible de Compiègne. Indiquez sur le plan ci-après où ils peuvent essayer de s’installer.

Amiens

Beauvais

Compiègne

Exercice des deux projetés orthogonaux

$ABC$  est un triangle tel que  $\widehat{BAC} = 64^\circ$  et  $AB = AC = 4\text{ cm}$ .

$D$  est le point tel que  $\widehat{BAD} = \widehat{CAD} = 32^\circ$  et  $AD = 6\text{ cm}$ .

Soit  $E$  le projeté orthogonal du point  $D$  sur la droite  $(AB)$ .

Soit  $F$  le projeté orthogonal du point  $D$  sur la droite  $(AC)$ .

- 1. Faites une figure en vraie grandeur.
- 2. Les diagonales du quadrilatère  $AEDF$  sont-elles perpendiculaires ?

**Question 2 :** Attention, il ne suffit pas de vérifier avec l’équerre. En effet, il s’agit d’un exercice de géométrie abstraite (et non de géométrie dessinée). Il faut donc faire une démonstration en utilisant des propriétés de géométrie connues.

Pour préparer cette démonstration, on a listé tout ce qui semblait vrai sur la figure.  
On a classé chacune de ces affirmations entre données (écrites clairement dans l’énoncé) et conjectures (qui doivent être démontrées) dans le tableau ci-contre.  
On a ensuite proposé le plan de démonstration suivant :

| Données   | Conjectures  |
|---|--|
| $AB = AC = 4\text{ cm}$<br>$AD = 6\text{ cm}$<br>$\widehat{BAC} = 64^\circ$<br>$\widehat{DAB} = \widehat{DAC} = 32^\circ$<br>$E$ projeté orthogonal de $D$ sur $(AB)$<br>$F$ projeté orthogonal de $D$ sur $(AC)$ | $AED$ triangle rectangle en $E$<br>$AFD$ triangle rectangle en $F$<br>$AE = AF$<br>$DE = DF$<br>$(AD) \perp (BC)$<br>$(CB) \parallel (EF)$ |

**Objectif : Démontrer que  $(AD) \perp (EF)$**

Étape 1 : Justifier que les triangles  $AED$  et  $AFD$  sont rectangles.

Étape 2 : Montrer que  $AE = AF$  à l’aide de la trigonométrie.

Étape 3 : Montrer que  $DE = DF$  à l’aide de la trigonométrie.

Étape 4 : Justifier que  $(AD)$  est la médiatrice de  $[EF]$  et conclure.