Notes

François Rousseau

2025-10-12

Table of contents

Préface

Quelques notes de travail.

1 Introduction

Intro.

2 Résumé

En résumé, ce livre ne contient pas encore grand-chose.

3 Systèmes dynamiques

Un système dynamique est une formalisation mathématique permettant de décrire l'évolution de l'état d'un système dans le temps. Les trois composantes fondamentales sont :

1. X : l'espace d'états, c'est-à-dire l'ensemble de tous les états possibles du système (également appelé espace de phase),
2. T : l'ensemble de temps,
3. ϕ_t : l'opérateur d'évolution (appelé flot pour les systèmes à temps continu) qui transforme un état initial x_0 en l'état x_t à l'instant t.

Si l'opérateur d'évolution ne dépend que du temps, on peut écrire :

$$\dot{x}_t = f(t, x_t)$$

qui est une équation différentielle ordinaire (EDO) du premier ordre. L'EDO définit la trajectoire d'un point dans un espace d'états de dimension finie.

Dans le cas où la fonction inconnue dépend de plusieurs variables (comme le temps et les coordonnées spatiales), on parlera d'équation différentielle partielle (EDP). C'est le cas lorsque l'on souhaite modéliser un système qui varie à la fois dans le temps et dans l'espace. L'état du système $x(t)$ est alors une fonction définie sur le domaine spatial. L'ensemble de toutes les fonctions possibles est appelé espace fonctionnel. Une EDP décrit alors l'évolution d'un système dynamique en dimension infinie.

Transport optimal : la carte de transport optimal est le gradient d'une fonction convexe.

Descente de gradient : EDO et flot de gradient.

Références