

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ  
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

## ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΟΡΑΣΗ

### ΓΚΑΟΥΣΙΑΝΕΣ ΚΑΙ ΛΑΠΛΑΣΙΑΝΕΣ ΠΥΡΑΜΙΔΕΣ

Διδάσκων Επίκουρος Καθηγητής Εμμανουήλ Ζ. Ψαράκης  
Επικουρικό έργο :  
Υποψήφιος Διδάκτωρ Αριστείδης Μπίφης  
Υποψήφια Διδάκτωρ Αγγελική Φέκα

Πάτρα Οκτώβριος 2019



## ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗΣ ΘΕΩΡΙΑ

Σκοπός της άσκησης αυτής είναι η ανάπτυξη αναπαραστάσεων αποσύνθεσης εικόνων σε πολλαπλές κλίμακες με χρήση φίλτρων, με σκόπο:

- την αποθορυβοποίηση
- τον εντοπισμό και την εξαγωγή χαρακτηριστικών και/ή δομών για την αποδοτική:
  1. κωδικοποίηση
  2. βελτίωση και
  3. σύνθεση και συρραφή εικόνων.

Συγκεκριμένα, ο σκοπός της χρήσης των Λαπλασιανών πυραμίδων στο πλαίσιο της άσκησης αυτής θα είναι η συρραφή δύο ή περισσότερων εικόνων σε μωσαϊκό να γίνεται με τρόπο ώστε η ένωση τους να είναι σχεδόν φυσική και κατά συνέπεια κατά μία έννοια αόρατη. Η παραπάνω διαδικασία προϋποθέτει:

1. την αντιστοίχιση των εικόνων, και
2. την θόλωση της ένωσης τους

εξομαλύνοντας την περιοχή γύρω από την ένωση με έναν τρόπο εξαρτώμενο από την κλίμακα για την αποφυγή ανεπιθύμητων φωτομετρικών παραμορφώσεων.

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε στη διάθεσή μας:

1. δύο (2) εικόνες,  $I_k(\mathbf{n})$ ,  $k = 1, 2$  και  $\mathbf{n} = [n_1 \ n_2]$ , με πεδίο ορισμού το ορθογώνιο:

$$\mathcal{S} = \{\mathbf{n} : n_i = 0, \dots, N_i - 1, i = 1, 2\}$$

τις οποίες ας θεωρήσουμε ότι είναι στοιχισμένες, όπως το παράδειγμα των εικόνων που ακολουθούν.



Σχήμα 1: Αρχικές εικόνες

2. δύο (2) μάσκες  $m_k$ ,  $k = 1, 2$  του ίδιου μεγέθους με τις εικόνες, με τις ακόλουθες ιδιότητες:

- Ιδιότητα 1:  $\sum_{k=1}^2 m_k(\mathbf{n}) = 1, \forall \mathbf{n} \in \mathcal{S}$
- Ιδιότητα 2:  $m_k(\mathbf{n}) = 1$ , αν και μόνο αν  $I(\mathbf{n}) = I_k(\mathbf{n}), k = 1, 2, \forall \mathbf{n} \in \mathcal{S}$

Δύο μάσκες με τις παραπάνω ιδιότητες είναι οι ακόλουθες:

$$\begin{aligned} m_1(\mathbf{n}) &= \begin{cases} 1, & n_1 = 0, \dots, N_1 - 1, n_2 = 0, \dots, (N_2 - 1)/2 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases} \\ m_2(\mathbf{n}) &= 1 - m_1(\mathbf{n}) \end{aligned}$$

Το αποτέλεσμα της χρήσης της τεχνικής που θα υλοποιηθεί στο πλαίσιο της άσκησης στις εικόνες του Σχήματος 1 και τις μάσκες της παραπάνω σχέσης για δύο διαφορετικούς τρόπους ανάμιξης, φαίνεται στο Σχήμα 2.



Σχήμα 2: Συρραφή των εικόνων που προκύπτουν από τη χρήση διαφορετικών τρόπων ανάμιξης. Χώρις ανάμιξη (αριστερά), ανάμιξη με χρήσης λαπλασιανής πυραμίδας (δεξιά)

## ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΜΕΘΟΔΟΣ

1. Δημιουργία της  $L + 1$  επιπέδων Γκαουσιανής πυραμίδας της μάσκας  $m_1(\mathbf{n})$ :

$$\mathcal{G}_{m_1} = \{g_0(\mathbf{n}), g_1(\mathbf{n}), \dots, g_{L-1}(\mathbf{n}), g_L(\mathbf{n})\} \quad (1)$$

2. Δημιουργία των  $L + 1$  επιπέδων Λαπλασιανών πυραμίδων των εικόνων  $I_k(\mathbf{n})$ :

$$\mathcal{L}_{I_k} = \{l_{k,0}(\mathbf{n}), l_{k,1}(\mathbf{n}), \dots, l_{k,L-1}(\mathbf{n}), g_{k,L}(\mathbf{n})\}, k = 1, 2 \quad (2)$$

3. Δημιουργία της ακόλουθης  $L + 1$  επιπέδων πυραμίδας:

$$\mathcal{B} = \{b_0(\mathbf{n}), b_1(\mathbf{n}), \dots, b_{L-1}(\mathbf{n}), g_{0,L}(\mathbf{n})\} \quad (3)$$

όπου:

$$\begin{aligned} b_j(\mathbf{n}) &= g_j(\mathbf{n})l_{1,j}(\mathbf{n}) + (1 - g_j(\mathbf{n}))l_{2,j}(\mathbf{n}), j = 0, \dots, L - 1 \\ g_{0,L}(\mathbf{n}) &= g_L(\mathbf{n})g_{1,L}(\mathbf{n}) + (1 - g_L(\mathbf{n}))g_{2,L}(\mathbf{n}). \end{aligned} \quad (4)$$

4. Ανακατασκευή της επιθυμητής εικόνας χρησιμοποιώντας την πυραμίδα  $\mathcal{B}$ .

## ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΓΚΑΟΥΣΙΑΝΗΣ ΠΥΡΑΜΙΔΑΣ

Μία γκαουσιανή πυραμίδα δεν είναι τίποτα άλλο παρά μία ακολουθία από υποδειγματοληπτικές εικόνες φιλτραρισμένες ώστε να περιέχουν μόνο πληροφορία χαμηλών συχνοτήτων. Για το σκοπό αυτό:

1. για το φιλτράρισμα συνήθως χρησιμοποιούμε ένα διαχωρίσιμο μονοδιάστατο πυρήνα. Ένας τυπικός πυρήνας με διωνυμικούς συντελεστές που αποτελεί την κρουστική απόκριση του επιθυμητού φίλτρου με χαμηλοπερατά χαρακτηριστικά, είναι ο ακόλουθος:

$$\mathbf{h} = \frac{1}{16}[1 \ 4 \ 6 \ 4 \ 1]^t. \quad (5)$$

Αν υποθέσουμε ότι θέλαμε να δημιουργήσουμε την πυραμίδα ενός μονοδιάστατου σήματος  $\mathbf{x}_k$  μήκους  $N$ , έχοντας ορίσει την κρουστική απόκριση του χαμηλοπερατού φίλτρου, μπορούμε να υπολογίσουμε την γραμμική συνέλιξη από την ακόλουθη, μητρικής μορφής, σχέση:

$$\mathbf{y}_k = T\mathbf{x}_k \quad (6)$$

όπου  $T = \text{toeplitz}(\frac{1}{16}\mathbf{e}_N, \mathbf{h}_{N^t})$  μητρώο Toeplitz μεγέθους  $N \times N$  με  $\mathbf{e}_N$  διάνυσμα μήκους  $N$  με το πρώτο στοιχείο ίσο με τη μονάδα και όλα τα υπολοιπα μηδενικά και  $\mathbf{h}_N$  η επαυξημένη με  $N - 5$  μηδενικά κρουστική απόκριση του συστήματος.

2. Αν ορίσουμε τώρα το ακόλουθο μητρώο υποδειγματοληψίας:

$$D_N = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{\frac{N}{2}}^{1 \ t} \\ \mathbf{e}_{\frac{N}{2}}^{2 \ t} \\ \vdots \\ \mathbf{e}_{\frac{N}{2}}^{N \ t} \end{bmatrix} \quad (7)$$

όπου  $\mathbf{e}_{\frac{N}{2}}^i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  διάνυσμα μήκους  $N/2$  με  $N/2 - 1$  μηδενικά και μία μονάδα στην  $i$ -στή θέση, μπορούμε να κάνουμε υποδειγματοληψία κατά παράγοντα  $2^1$  αν εφαρμόσουμε την ακόλουθη εξίσωση:

$$\mathbf{x}_{k+1} = (D_N \otimes \mathbf{e}_2^{1 \ t})\mathbf{y}_k \quad (8)$$

ή ισοδύναμα:

$$\mathbf{x}_{k+1} = (D_N \otimes \mathbf{e}_2^{1 \ t})T\mathbf{x}_k. \quad (9)$$

όπου  $A \otimes B$  συμβολίζει το γινόμενο Kronecker των μητρώων  $A$ ,  $B$ .

3. Επιβεβαιώστε (επιλέξτε εσείς τον τρόπο) ότι η κρουστική απόκριση της Σχέσης (5) αποτελεί διακριτό "ισοδύναμο" του γκαουσιανού πυρήνα.

---

<sup>1</sup>Στην περίπτωση μίας εικόνας το μέγεθός της υποτετραπλασιάζεται κάθε φορά.

4. Επιλέξτε ένα σήμα μονοδιάστατο της αρεσκείας σας και χρησιμοποιώντας τις Σχέσεις (6-9) δημιουργήστε γκαουσιανή πυραμίδα όσων επιπέδων επιθυμείτε.
5. Επιβεβαιώστε ότι από την γκαουσιανή πυραμίδα, μπορούμε να δημιουργήσουμε την λαπλασιανή και αντίστροφα. Για το σκοπό αυτό, γράψτε κατάλληλη συνάρτηση στο Matlab.
6. Από την διεύθυνση:

<http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/30790-image-pyramid-gaussian-and-laplacian> , μπορείτε να κατεβάσετε ένα toolbox που έχει έτοιμες τις συναρτήσεις:

- *gen\_Pyr()* για την δημιουργία γκαουσιανής ή Λαπλασιανής πυραμίδας
- *pyr\_Expand()* για interpolation
- *pyr\_Reduce()* για decimation
- *pyrBlend()* για blending, και
- *pyr\_Reconstruct()* για την ανακατασκευή της εικόνας από πυραμίδα

Εξοικειωθείτε με τις συναρτήσεις του toolbox και καταγράψτε αναλυτικά τις βασικές λειτουργίες κάθε μίας εξ αυτών. Συσχετίστε τις βασικές λειτουργίες της συνάρτησης *gen\_Pyr()* με τις βασικές λειτουργίες που περιγράφονται για την μονοδιάστατη περίπτωση στις Σχέσεις (5-9).

## ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

1. Τις εικόνες του Σχήματος 1 μπορείτε να τις βρείτε στα αρχεία apple.jpg και orange.jpg αντίστοιχα.
  - Ακολουθήστε τα βήματα της προτεινόμενης μεθόδου και δημιουργήστε τις αντίστοιχες πυραμίδες  $\mathcal{L}_{I_k}$ ,  $k = 1, 2$  και  $\mathcal{B}$ .
  - Απεικονίστε τα αποτελέσματά σας σε κατάλληλο σχήμα και εξηγήστε αναλυτικά την μορφή, σε κάθε επίπεδο (κλίμακα) της πυραμίδας, των εικόνων που προκύπτουν.
  - Εξηγήστε αναλυτικά την μορφή, της δεξιάς εικόνας του Σχήματος 2 που ουσιαστικά είναι η ανακατασκευασμένη επιθυμητή εικόνα.
2. Τις εικόνες του Σχήματος 3 μπορείτε να τις βρείτε στα αρχεία woman.png και hand.png αντίστοιχα.
  - Ορίστε κατάλληλες μάσκες  $m_k(\mathbf{n})$ ,  $k = 1, 2$  και κάνετε όλες τις απαραίτητες ενέργειες ώστε το αποτέλεσμα μετά την συρραφή να είναι παρόμοιο<sup>2</sup> με αυτό του Σχήματος 4.

<sup>2</sup>Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε οποιαδήποτε συνάρτηση του Matlab που σας διευκολύνει προς την κατεύθυνση αυτή



Σχήμα 3: Αρχικές εικόνες

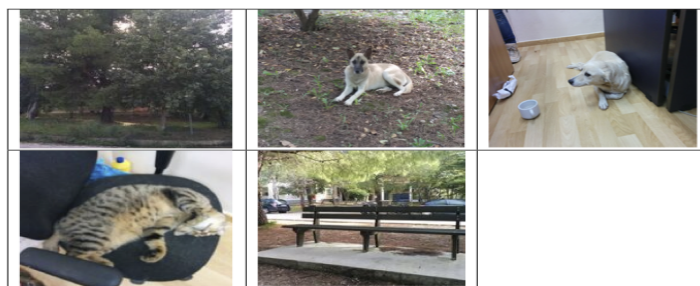


Σχήμα 4: Επιθυμητό αποτέλεσμα

- Αναλύστε και δικαιολογήστε όλες τις επιλογές σας.

3. Δίνονται οι ακόλουθες εικόνες (δες Σχήμα 5):

- (α) P200.jpg
- (β) dog1.jpg
- (γ) dog2.jpg
- (δ) cat.jpg
- (ε) bench.jpg



Σχήμα 5: Εικόνες που θα χρησιμοποιηθούν στην υλοποίηση του ερωτήματος 3

και σκοπός είναι χρησιμοποιώντας τις παραπάνω εικόνες και μία δικιά σας (η οποία θα ταυτοποιεί την εργασία σας), να δημιουργήσετε μία σύνθεση της αρεσκείας σας.

Για το σκοπό αυτό:

- Ορίστε κατάλληλα αναγκαίες ποσότητες όπως:
  - (α') τις μάσκες  $m_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, 6$  η μορφή των οποίων θα εξαρτηθεί από τις θέσεις που θα επιλέξετε να τοποθετήσετε αυτά που σας ζητούνται και το μέγεθός τους.
  - (β') τις πυραμίδες  $\mathcal{G}_{m_k}$ ,  $k = 1, 2, \dots, 5$  (δες Σχέση (1) )
  - (γ') τις πυραμίδες  $\mathcal{L}_{I_k}$ ,  $k = 1, 2, \dots, 6$  (δες Σχέση (2) )
  - (δ') την πυραμίδα  $\mathcal{B}$  της Σχέσης (3), αφού ορίσετε κατάλληλα τις ποσότητες (δες Σχέση (4) ) που θα απαιτηθούν.
- Καταγράψτε τις αντίστοιχες ιδιότητες 1 & 2 της Σελίδας 2, που θα ισχύουν στην περίπτωσή σας.

#### 4. Πως χρησιμοποιούνται οι πυραμίδες

- Στην κωδικοποίηση και
- Στην βελτίωση ποιότητας της εικόνας,[1],[2],[3].

#### 5. (Μόνο για Μεταπτυχιακούς Φοιτητές)

Η ανίχνευση ενός προτύπου (template) σε μία εικόνα, ορίζεται ως pattern matching και μπορεί να επιτευχθεί με διαφορετικές μεθόδους. Ωστόσο, αν το pattern προς αναζήτηση βρίσκεται σε διαφορετική κλίμακα από αυτό στην εικόνα χρησιμοποιούμε πυραμίδα για την ανίχνευσή του.

Η αναζήτηση ενός προτύπου σε μία σκηνή, με χρήση πυραμίδων, μπορεί να επιτευχθεί με δύο μεθόδους. Στην πρώτη προσέγγιση, χρησιμοποιούμε ένα αντίγραφο του pattern, το οποίο συνελίσσεται με κάθε επίπεδο της πυραμίδας της εικόνας, με φθίνουσα πορεία της κλίμακας. Στην δεύτερη προσέγγιση, υλοποιούμε αυξανόμενη κλίμακας αντίγραφα του pattern και συνελίσσουμε με την εικόνα.

Δίνονται η σκηνή το pattern και το ενθόρυβο pattern, οι οποίες βρίσκονται στα αρχεία scene.bmp, pattern.bmp και noisy\_pattern.bmp, αντίστοιχα. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε οποιαδήποτε μετρική ομοιότητας ή απόστασης επιθυμείτε. Επίσης, λάβετε υπόψιν ότι ο αλγόριθμος που θα υλοποιήσετε θα πρέπει να είναι ανθεκτικός σε προσθετικό γκαουσιανό θόρυβο και γεωμετρικούς μετασχηματισμούς.



- Σκοπός είναι να γίνει η αναζήτηση:
  - (α) του αρχικού pattern στην σκηνή χρησιμοποιώντας Λαπλασιανή πυραμίδα και οποιαδήποτε από τις παραπάνω δύο μεθόδους. Και στις δύο προσεγγίσεις θα πρέπει να προκύπτει το ίδιο αποτέλεσμα, ωστόσο, η πρώτη προσέγγιση θα πρέπει να έχει καλύτερη απόδοση. Αιτιολογήστε γιατί συμβαίνει αυτό.
  - (β) του ενθόρυβου pattern ακολουθώντας την παραπάνω διαδικασία. Αναφέρατε τη βασική διαφορά στον εντοπισμό του αθόρυβου και του ενθόρυβου pattern.
- Προσθέτοντας λευκό γκαουσιανό θόρυβο διαφορετικής ισχύος, μελετήστε την ανθεκτικότητα του αλγορίθμου σας και καταγράψτε τα συμπεράσματά σας.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] J.M. Ogden, E.H. Adelson, J.R. Bergen, P.J. Burt: Pyramid-based computer graphics, RCA Engineer, vol. 30(5), pp. 4-15 (1985).
- [2] Peter J. Burt, Edward H. Adelson: The Laplacian Pyramid as a Compact Image Code, IEEE TRANSACTIONS ON COMMUNICATIONS, VOL. COM-31, NO. 4, APRIL 1983.
- [3] J.M. Ogden, E.H. Adelson, J.R. Bergen, P.J. Burt: Pyramid-based computer graphics, Journal ACM Transactions on Graphics Volume 2 Issue 4, October 1983 Pages 217-236.