

2014年陕西中考数学试卷

第I卷(选择题 共30分)

一. 选择题(共10小题, 每小题3分, 计30分. 每小题只有一个选项是符合题意的)

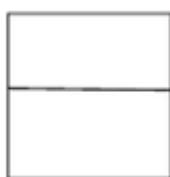
1. 4 的算术平方根是()

- A. -2 B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

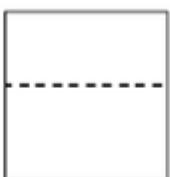
2. 下面是一个正方体被截去一个直三棱柱得到的几何体, 则该几何体的左视图是()



(2题图)



A



B



C



D

3. 若点 $A(-2, m)$ 在正比例函数 $y = -\frac{1}{2}x$ 的图像上, 则 m 的值是()

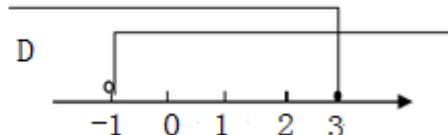
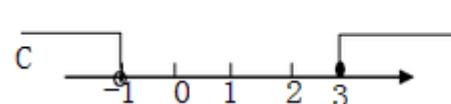
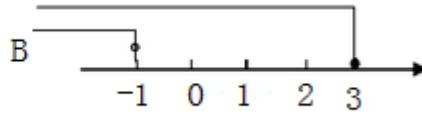
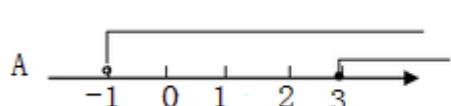
- A. $\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. 1 D. -1

4. 小军旅行箱的密码是一个六位数, 由于他忘记了密码的末位数字, 则小军能一次打开该旅行箱的概率是()

- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{5}$

$$x + 2 > 1$$

5. 把不等式组 $\begin{cases} x+2 > 1 \\ 3-x \geq 0 \end{cases}$ 的解集表示在数轴上, 正确的是()



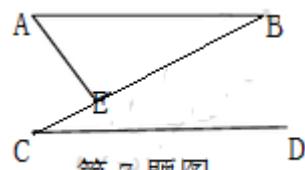
6. 某区10名学生参加市级汉字听写大赛, 他们得分情况如下表:

人数	3	4	2	1
得分	80	85	90	95

那么这10名学生所得分数的平均数和众数分别是()

- A. 80 和 82.5 B. 85.5 和 85 C. 85 和 85 D. 85.5 和 80

7. 如图, $AB \parallel CD$, $\angle A=45^\circ$, $\angle C=28^\circ$, 则 $\angle AEC$ 的大小为()



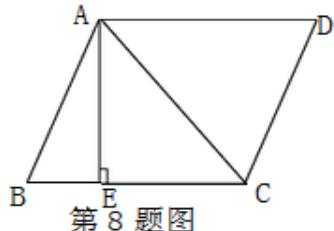
(第7题图)

- A. 17° B. 62° C. 63° D. 73°

8. 若 $x=-2$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - \frac{5}{2}ax + a^2 = 0$ 的一个根, 则 a 的值为 ()

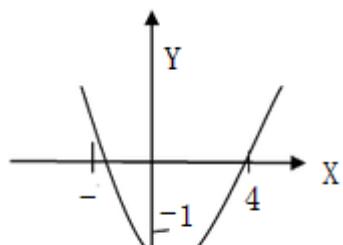
- A. 1 或 4 B. -1 或 -4 C. -1 或 4 D. 1 或 -4

9. 如图, 在菱形 ABCD 中, $AB=5$, 对角线 $AC=6$, 若过点 A 作 $AE \perp BC$, 垂足为 E, 则 AE 的长为 ()



- A. 4 B. $\frac{12}{5}$ C. $\frac{24}{5}$ D. 5

10. 二次函数 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 的图像如图所示, 则下列结论中正确的是 ()



- A. $c > -1$ B. $b > 0$ C. $2a+b \neq 0$ D. $9a^2+c > 3b$

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二. 填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 计 18 分)

11. 计算: $(-\frac{1}{3})^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

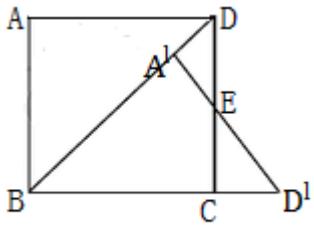
12. 因式分解: $m(x-y)+n(x-y) = \underline{\hspace{2cm}}.$

13. 请从以下两个小题中任选一个作答, 若多选, 则按所选做的第一题计分.

A. 一个正五边形的对称轴共有 条.

B. 用科学计算器计算: $\sqrt{31} + 3 \tan 56^\circ \approx \underline{\hspace{2cm}}.$ (结果精确到 0.01)

14. 如图, 在正方形 ABCD 中, $AD=1$, 将 $\triangle ABD$ 绕点 B 顺时针旋转 45° 得到 $\triangle A'B'D'$, 此时 $A'D'$ 与 CD 交于点 E, 则 DE 的长度为 .

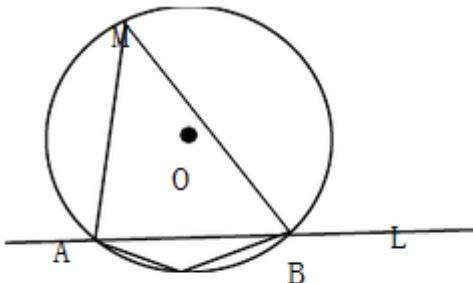


(第 14 题图)

15. 已知 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 是同一个反比例函数图像上的两点. 若 $x_2 = x_1 + 2$, 且

$$\frac{1}{y_2} = \frac{1}{y_1} + \frac{1}{2}, \text{ 则这个反比例函数的表达式为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

16. 如图, $\odot O$ 的半径是 2, 直线 l 与 $\odot O$ 相交于 A、B 两点, M、N 是 $\odot O$ 上两个动点, 且在直线 l 的异侧, 若 $\angle AMB=45^\circ$, 则四边形 MANB 面积的最大值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



(第 16 题图)

三. 解答题 (共 9 小题, 计 72 分. 解答应写出过程)

17. (本题满分 5 分)

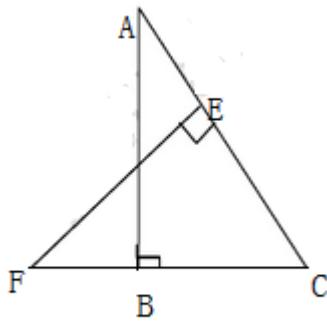
先化简, 再求值:

$$\frac{2x^2}{x^2 - 1} - \frac{x}{x + 1}, \text{ 其中 } x = -\frac{1}{2}.$$

18. (本题满分 6 分)

如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 点 D 在边 AB 上, 使 $DB=BC$, 过点 D 作 $EF \perp AC$, 分别交 AC 于点 E、CB 的延长线于点 F.

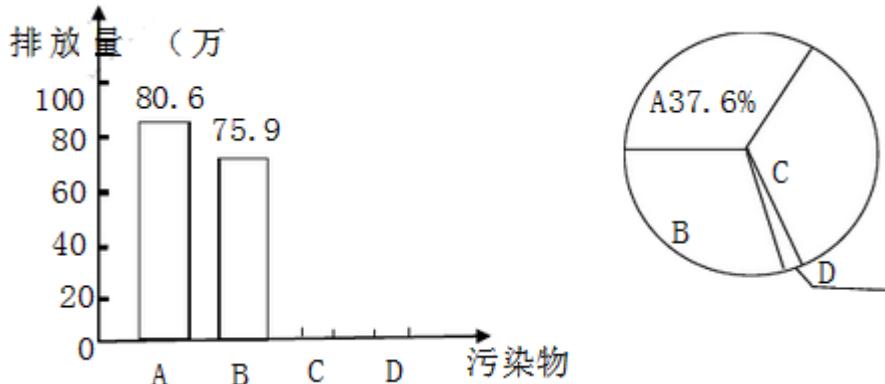
求证: $AB=BF$.



(第 18 题图)

19. (本题满分 7 分)

根据《2013 年陕西省国民经济和社会发展统计公报》提供的大气污染物 (A—二氧化硫, B—氮氧化物, C—化学需氧量, D—氨氮) 排放量的相关数据, 我们将这些数据用条形统计图和扇形统计图统计如下:



根据以上统计图提供的信息, 解答下列问题:

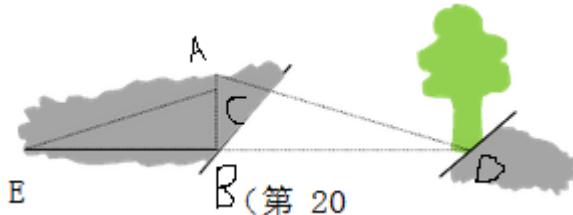
- (1) 补全上面的条形统计图和扇形统计图;
- (2) 国务院总理李克强在十二届全国人大二次会议的政府工作报告中强调, 建设美好家园、加大节能减排力度, 今年二氧化硫、化学需氧量的排放量在去年基础上都要减少 2%. 按此指示精神, 求出陕西省 2014 年二氧化硫、化学需氧量的排放量共需减少约多少万吨? (结果精确到 0.1)

20. (本题满分 8 分)

某一天, 小明和小亮来到一河边, 想用遮阳帽和皮尺测量这条河的大致宽度, 两人在确保无安全隐患的情况下, 先在河岸边选择了一点 B (点 B 与河对岸岸边的一棵树的底部点 D 所确定的直线垂直于河岸).

①小明在 B 点面向树的方向站好, 调整帽檐, 使视线通过帽檐正好落在树的底部点 D 处, 如图所示, 这时小亮测得小明眼睛距地面的距离 $AB=1.7$ 米; ②小明站在原地转动 180° 后蹲下, 并保持原来的观察姿态 (除身体重心下移外, 其他姿态均不变), 这时视线通过帽檐落在了 DB 延长线上的点 E 处, 此时小亮测得 $BE=9.6$ 米, 小明的眼睛距地面的距离 $CB=1.2$ 米.

根据以上测量过程及测量数据, 请你求出河宽 BD 是多少米?



21. (本题满分 8 分)

小李从西安通过某快递公司给在南昌的外婆寄一盒樱桃，快递时，他了解到这个公司除收取每次 6 元的包装费外，樱桃不超过 1kg 收费 22 元，超过 1kg，则超出部分按每千克 10 元加收费用。设该公司从西安到南昌快寄樱桃的费用为 y (元)，所寄樱桃为 x (kg)。

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 已知小李给外婆快寄了 2.5kg 樱桃，请你求出这次快寄的费用是多少元？

22. (本题满分 8 分)

小英与她的父亲、母亲计划外出旅游，初步选择了延安、西安、汉中、安康四个城市。由于时间仓促，他们只能去其中一个城市，到底去哪一个城市三人意见不统一。在这种情况下，小英父亲建议，用小英学过的摸球游戏来决定。规则如下：

- ① 在一个不透明的袋子中装一个红球（延安）、一个白球（西安）、一个黄球（汉中）和一个黑球（安康），这四个球除颜色不同外，其余完全相同；
- ② 小英父亲先将袋中球摇匀，让小英从袋中随机摸出一球，父亲记录下其颜色，并将这个球放回袋中摇匀，然后让小英母亲从袋中随机摸出一球，父亲记录下它的颜色；
- ③ 若两人所摸出球的颜色相同，则去该球所表示的城市旅游，否则，前面的记录作废，按规则②重新摸球，直到两人所摸出球的颜色相同为止。

按照上面的规则，请你解答下列问题：

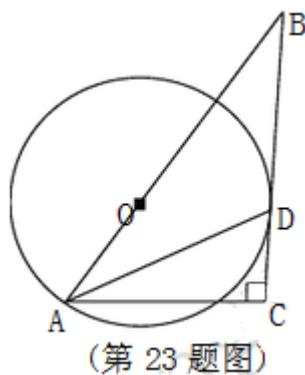
- (1) 已知小英的理想旅游城市是西安，小英和母亲随机各摸球一次，均摸出白球的概率是多少？
- (2) 已知小英母亲的理想旅游城市是汉中，小英和母亲随机各摸球一次，至少有一人摸出黄球的概率是多少？

23. (本题满分 8 分)

如图， $\odot O$ 的半径为 4，B 是 $\odot O$ 外一点，连接 OB ，且 $OB=6$ 。过点 B 作 $\odot O$ 的切线 BD，切点为 D，延长 BO 交 $\odot O$ 于点 A，过点 A 作切线 BD 的垂线，垂足为 C。

(1) 求证：AD 平分 $\angle BAC$ ；

(2) 求 AC 的长.



(第 23 题图)

24. (本题满分 10 分)

已知抛物线 $C: y = -x^2 + bx + c$ 经过 $A(-3, 0)$ 和 $B(0, 3)$ 两点. 将这条抛物线的顶点记为 M, 它的对称轴于 x 轴的交点记为 N.

(1) 求抛物线 C 的表达式;

(2) 求点 M 的坐标;

(3) 将抛物线 C 平移到 C' , 抛物线 C' 的顶点记为 M' , 它的对称轴于 x 轴的交点记为 N' . 如果以点 M、N、M'、N' 为顶点的四边形是面积为 16 的平行四边形, 那么应将抛物线 C 怎样平移? 为什么?

25. (本题满分 12 分)

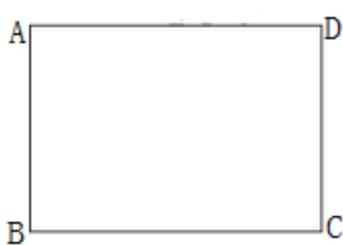
问题探究

(1) 如图①, 在矩形 ABCD 中, $AB=3$, $BC=4$. 如果 BC 边上存在点 P, 使 $\triangle APD$ 为等腰三角形, 那么请画出满足条件的一个等腰 $\triangle APD$, 并求出此时 BP 的长;

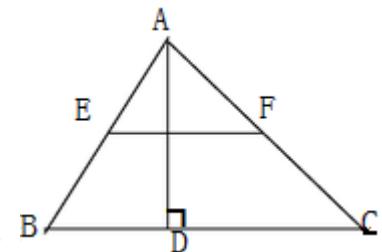
(2) 如图②, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=60^\circ$, $BC=12$, AD 是 BC 边上的高, E、F 分别为边 AB、AC 的中点. 当 $AD=6$ 时, BC 边上存在一点 Q, 使 $\angle EQF=90^\circ$, 求此时 BQ 的长;

问题解决

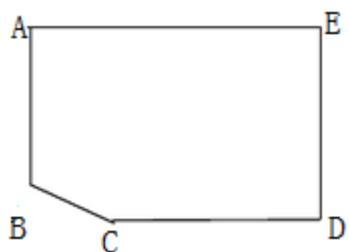
(3) 有一山庄, 它的平面图为如图③的五边形 ABCDE, 山庄保卫人员想在线段 CD 上选一点 M 安监控装置, 用来监视边 AB. 现只要使 $\angle AMB$ 大约为 60° , 就可以让监控装置的效果达到最佳. 已知 $\angle A=\angle E=\angle D=90^\circ$, $AB=270m$, $AE=400m$, $ED=285m$, $CD=340m$. 问在线段 CD 上是否存在点 M, 使 $\angle AMB=60^\circ$? 若存在, 请求出符合条件的 DM 的长; 若不存在, 请说明理由.



图①



图②



图③

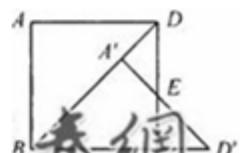
参考答案

- 1、B 2、A 3、C 4、A 5、D 6、B 7、D 8、B 9、C 10、D

第Ⅱ卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题(共 6 小题, 每小题 3 分, 计 18 分)

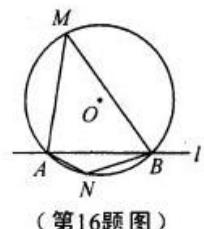
11. 计算: $(-\frac{1}{3})^{-2} = \underline{9}$.
12. 因式分解: $m(x-y)+n(x-y) = \underline{(x-y)(m+n)}$.
13. 请从以下两个小题中任选一个作答, 若多选, 则按所选做的第一题计分.
 - A. 一个正五边形的对称轴共有 5 条.
 - B. 用科学计算器计算: $\sqrt{31}+3\tan 56^\circ \approx \underline{10.02}$. (结果精确到 0.01)
14. 如图, 在正方形 ABCD 中, $AD=1$. 将 $\triangle ABD$ 绕点 B 顺时针旋转得
到 $\triangle A'D'B'$, 此时 $A'D'$ 与 CD 交于点 E, 则 DE 的长度为 $2-\sqrt{2}$.



15. 已知 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ 是同一个反比例函数图象上的两点.

若 $x_2 = x_1 + 2$, 且 $\frac{1}{y_2} = \frac{1}{y_1} + \frac{1}{2}$, 则这个反比例函数的表达式为 $y = \frac{4}{x}$.

16. 如图, $\odot O$ 的半径是 2. 直线 l 与 $\odot O$ 相交于 A, B 两点, M, N 是 $\odot O$ 上的两个动点, 且在直线 l 的异侧. 若 $\angle AMB = 45^\circ$, 则四边形 $MANB$ 面积的最大值是 $4\sqrt{2}$.



(第16题图)

三、解答题(共 9 小题,计 72 分. 解答应写出过程)

17. (本题满分 5 分)

先化简,再求值:

$$\frac{2x^2}{x^2-1} - \frac{x}{x+1}, \text{其中 } x = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{解: 原式} = \frac{2x^2}{(x+1)(x-1)} - \frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)} \quad \dots \dots \dots \quad (1 \text{ 分})$$

$$= \frac{2x^2 - x^2 + x}{(x+1)(x-1)} \quad \dots \dots \dots \quad (2 \text{ 分})$$

$$= \frac{x(x+1)}{(x+1)(x-1)} \quad \dots \dots \dots \quad (3 \text{ 分})$$

$$= \frac{x}{x-1}. \quad \dots \dots \dots \quad (4 \text{ 分})$$

$$\text{当 } x = -\frac{1}{2} \text{ 时, 原式} = \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{3}. \quad \dots \dots \dots \quad (5 \text{ 分})$$

18. (本题满分 6 分)

如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$. 点 D 在边 AB 上, 使 $DB = BC$, 过点 D 作 $EF \perp AC$, 分别交 AC 于点 E 、 CB 的延长线于点 F .

求证: $AB = BF$.

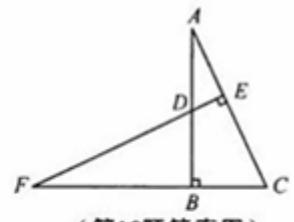
证明: $\because EF \perp AC$,

$$\therefore \angle F + \angle C = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle A + \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle F. \quad \dots \dots \dots \quad (3 \text{ 分})$$

又 $\because DB = BC, \angle FBD = \angle ABC$,



(第18题答案图)

$$\therefore \triangle FBD \cong \triangle ABC.$$

$$\therefore AB = BF. \quad \dots \dots \dots$$

19. (本题满分 7 分)

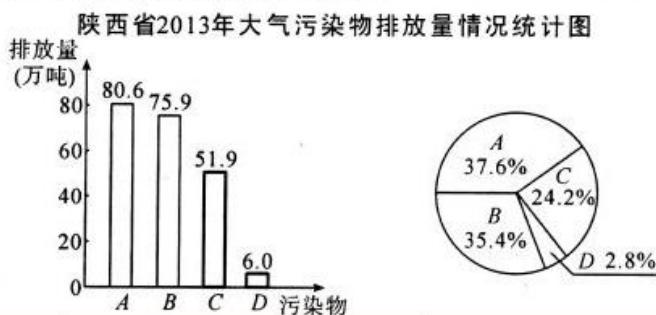
根据《2013 年陕西省国民经济和社会发展统计公报》提供的大气污染物(A—二氧化硫, B—氮氧化物, C—化学需氧量, D—氨氮)排放量的相关数据,我们将这些数据用条形统计图和扇形统计图统计如下:

根据以上统计图提供的信息,解答下列问题:

(1) 补全上面的条形统计图和扇形统计图;

(2) 国务院总理李克强在十二届全国人大二次会议的政府工作报告中强调,建设美好家园、加大节能减排力度,今年二氧化硫、化学需氧量的排放量在去年基础上都要减少 2%. 按此指示精神,求出陕西省 2014 年二氧化硫、化学需氧量的排放量共需减少约多少万吨? (结果精确到 0.1)

解:(1) 补全的条形统计图与扇形统计图如下图所示. (4 分)



(第19题答案图)

(2) 由题意,得 $(80.6 + 51.9) \times 2\% \approx 2.7$.

∴陕西省 2014 年二氧化硫、化学需氧量的排放量共需减少约 2.7 万吨. (7 分)

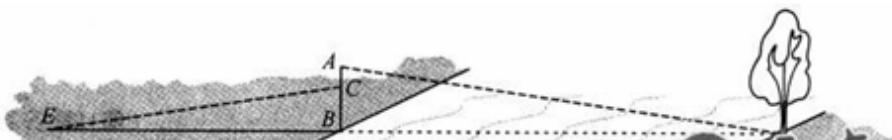
(减少约 2.6 万吨也对)

20. (本题满分 8 分)

某一天,小明和小亮来到一河边,想用遮阳帽和皮尺测量这条河的大致宽度,两人在确保无安全隐患的情况下,先在河岸边选择了一点 B(点 B 与河对岸岸边的一棵树的底部点 D 所确定的直线垂直于河岸).

① 小明在 B 点面向树的方向站好,调整帽檐,使视线通过帽檐正好落在树的底部点 D 处,如图所示,这时小亮测得小明眼睛距地面的距离 $AB=1.7$ 米;② 小明站在原地转动 180° 后蹲下,并保持原来的观察姿态(除身体重心下移外,其他姿态均不变),这时视线通过帽檐落在了 DB 延长线上的点 E 处,此时小亮测得 $BE=9.6$ 米,小明的眼睛距地面的距离 $CB=1.2$ 米.

根据以上测量过程及测量数据,请你求出河宽 BD 是多少米?



(第20题图)

解：由题意，知 $\angle BAD = \angle BCE$ (2 分)

$$\because \angle ABD = \angle ABE = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle BAD \sim \triangle BCE$ (4 分)

$$\therefore \frac{BD}{BE} = \frac{AB}{CB}.$$

$$\therefore \frac{BD}{9.6} = \frac{1.7}{1.2}.$$

$$\therefore BD = 13.6.$$

\therefore 河流的宽 BD 是 13.6 米. (8 分)

21. (本题满分 8 分)

小李从西安通过某快递公司给在南昌的外婆寄一盒樱桃，快递时，他了解到这个公司除收取每次 6 元的包装费外，樱桃不超过 1 kg 收费 22 元，超过 1 kg，则超出部分按每千克 10 元加收费用。设该公司从西安到南昌快寄樱桃的费用为 y (元)，所寄樱桃为 x (kg).

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 已知小李给外婆快寄了 2.5 kg 樱桃，请你求出这次快寄的费用是多少元？

解：(1) 当 $0 < x \leq 1$ 时， $y = 22 + 6 = 28$ ；

$$\text{当 } x > 1 \text{ 时，} y = 28 + 10(x - 1) = 10x + 18.$$

$$\therefore y \text{ 与 } x \text{ 的函数关系式为 } y = \begin{cases} 28 & (0 < x \leq 1), \\ 10x + 18 & (x > 1). \end{cases} \quad (5 \text{ 分})$$

$$(2) \text{ 当 } x = 2.5 \text{ 时，} y = 10 \times 2.5 + 18 = 43.$$

\therefore 小李这次快寄的费用是 43 元. (8 分)

22. (本题满分 8 分)

小英与她的父亲、母亲计划外出旅游，初步选择了延安、西安、汉中、安康四个城市。由于时间仓促，他们只能去其中一个城市，到底去哪一个城市三人意见不统一。在这种情况下，小英父亲建议，用小英学过的摸球游戏来决定。规则如下：

① 在一个不透明的袋子中装一个红球（延安）、一个白球（西安）、一个黄球（汉中）和一个黑球（安康），这四个球除颜色不同外，其余完全相同；

② 小英父亲先将袋中球摇匀，让小英从袋中随机摸出一球，父亲记录下其颜色，并将这个球放回袋中摇匀；然后让小英母亲从袋中随机摸出一球，父亲记录下它的颜色；

③ 若两人所摸出球的颜色相同，则去该球所表示的城市旅游。否则，前面的记录作废，按规则②重新摸球，直到两人所摸出球的颜色相同为止。

按照上面的规则，请你解答下列问题：

(1) 已知小英的理想旅游城市是西安，小英和母亲随机各摸球一次，均摸出白球的概率是多少？

(2) 已知小英母亲的理想旅游城市是汉中，小英和母亲随机各摸球一次，至少有一人摸出黄球的概率是多少？

解：(1) 由题意，共有 16 种等可能出现的结果，其中母女俩都摸出白球的结果只有 1 种。

$$\therefore \text{母女俩各摸球一次，都摸出白球的概率是 } \frac{1}{16}.$$

(2) 列表如下:

母亲摸球 小英摸球	红	白	黄	黑
红	(红, 红)	(红, 白)	(红, 黄)	(红, 黑)
白	(白, 红)	(白, 白)	(白, 黄)	(白, 黑)
黄	(黄, 红)	(黄, 白)	(黄, 黄)	(黄, 黑)
黑	(黑, 红)	(黑, 白)	(黑, 黄)	(黑, 黑)

从上表可知, 共有 16 种等可能的结果, 其中至少有一人摸出黄球的结果有 7 种.

$$\therefore \text{母女俩各摸球一次, 至少有一人摸出黄球的概率是 } \frac{7}{16}. \quad (8 \text{ 分})$$

23. (本题满分 8 分)

如图, $\odot O$ 的半径为 4, B 是 $\odot O$ 外一点, 连接 OB , 且 $OB=6$. 过点 B 作 $\odot O$ 的切线 BD , 切点为 D , 延长 BO 交 $\odot O$ 于点 A , 过点 A 作切线 BD 的垂线, 垂足为 C .

(1) 求证: AD 平分 $\angle BAC$;

(2) 求 AC 的长.

(1) 证明: 连接 OD .

$\because BD$ 是 $\odot O$ 的切线, D 为切点,

$$\therefore OD \perp BC. \quad (1 \text{ 分})$$

$\because AC \perp BD$,

$\therefore OD \parallel AC$.

$\therefore \angle 3 = \angle 2$.

又 $\because OD = OA$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 3. \quad (3 \text{ 分})$$

$\therefore \angle 1 = \angle 2$.

$$\therefore AD \text{ 平分 } \angle BAC. \quad (4 \text{ 分})$$

(2) 解: $\because OD \parallel AC$,

$\therefore \triangle BOD \sim \triangle BAC$.

$$\therefore \frac{OD}{AC} = \frac{BO}{BA}. \quad (6 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{4}{AC} = \frac{6}{10}.$$

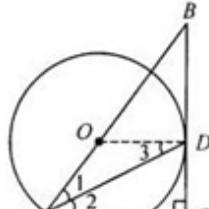
$$\therefore AC = \frac{20}{3}. \quad (8 \text{ 分})$$

24. (本题满分 10 分)

已知抛物线 $C: y = -x^2 + bx + c$ 经过 $A(-3, 0)$ 和 $B(0, 3)$ 两点. 将这条抛物线的顶点记为 M , 它的对称轴与 x 轴的交点记为 N .

(1) 求抛物线 C 的表达式;

(2) 求点 M 的坐标;



(第23题答案图)

(3) 将抛物线 C 平移到抛物线 C' , 抛物线 C' 的顶点记为 M' 、它的对称轴与 x 轴的交点记为 N' . 如果以点 M, N, M', N' 为顶点的四边形是面积为 16 的平行四边形, 那么应将抛物线 C 怎样平移? 为什么?

$$\text{解: (1) 根据题意, 得} \begin{cases} -9 - 3b + c = 0, \\ c = 3. \end{cases} \quad \text{解之, 得} \begin{cases} b = -2, \\ c = 3. \end{cases}$$

$$\therefore y = -x^2 - 2x + 3. \quad \dots \quad (3 \text{ 分})$$

$$(2) \because x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2 \times (-1)} = -1, \quad \therefore y = 4.$$

$$\therefore M(-1, 4). \quad \dots \quad (5 \text{ 分})$$

(3) 由题意, 以点 M, N, M', N' 为顶点的平行四边形的边 MN 的对边只能是 $M'N'$.

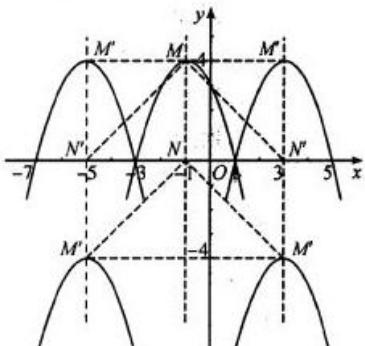
$$\therefore MN \parallel M'N'.$$

$$\therefore MN \cdot NN' = 16.$$

$$\therefore NN' = 4. \quad \dots \quad (6 \text{ 分})$$

i) 当以 M, N, M', N' 为顶点的平行四边形是 $\square MNN'M'$ 时, 将抛物线 C 向左或向右平移 4 个单位可得到符合条件的抛物线 C' . \dots (8 分)

ii) 当以 M, N, M', N' 为顶点的平行四边形是 $\square MNM'N'$ 时, 将抛物线 C 先向左或右平移 4 个单



(第24题答案图)

位, 再向下平移 8 个单位, 可得到符合条件的抛物线 C' .

\therefore 上述的四种平移, 均可得到符合条件的抛物线 C' . \dots (10 分)

25. (本题满分 12 分)

问题探究

(1) 如图①, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $BC=4$. 如果 BC 边上存在点 P , 使 $\triangle APD$ 为等腰三角形, 那么请画出满足条件的一个等腰 $\triangle APD$, 并求出此时 BP 的长;

(2) 如图②, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=60^\circ$, $BC=12$, AD 是 BC 边上的高, E, F 分别为边 AB, AC 的中点. 当 $AD=6$ 时, BC 边上存在一点 Q , 使 $\angle EQF=90^\circ$, 求此时 BQ 的长;

问题解决

(3) 有一山庄, 它的平面图为如图③的五边形 $ABCDE$, 山庄保卫人员想在线段 CD 上选一点 M 安装监控装置, 用来监视边 AB . 现只要使 $\angle AMB$ 大约为 60° , 就可以让监控装置的效果达到最佳. 已知 $\angle A=\angle E=\angle D=90^\circ$, $AB=270 \text{ m}$, $AE=400 \text{ m}$, $ED=285 \text{ m}$, $CD=40 \text{ m}$. 问线上是否存在点 M , 使 $\angle AMB=60^\circ$? 若存在, 请求出符合条件的 DM 的长. 不存在, 请说明理由.

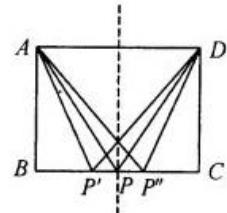
解:(1)符合条件的等腰三角形如图①所示.

当 $AP=PD$ 时, P 在 BC 的中垂线上, $BP=2$ (3分)

(等腰 $\triangle ADP'$, $BP'=4-\sqrt{7}$; 或等腰 $\triangle ADP''$, $BP''=\sqrt{7}$, 也符合题意.)

(2) $\because E, F$ 分别为 AB, AC 中点,

$$\therefore EF \parallel BC, EF = \frac{1}{2}BC = 6.$$



(第25题答案图①)

$\because AD=6, AD \perp BC$,

$\therefore EF$ 与 BC 间距离为 3.

\therefore 以 EF 为直径的 $\odot O$ 与 BC 相切.

$\therefore BC$ 上符合条件的点 Q 只有一个. (5分)

如图②, $\odot O$ 与 BC 的切点记为 Q , 连接 OQ .

过 E 作 $EG \perp BC$, 垂足为 G .

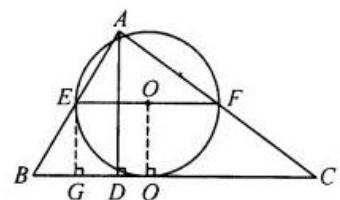
$$\therefore EG=3.$$

\therefore 四边形 $EOQG$ 为正方形.

在 $Rt\triangle EBG$ 中, $\angle B=60^\circ, EG=3$,

$$\therefore BG=\sqrt{3}.$$

$$\therefore BQ=3+\sqrt{3}. (7分)$$



(第25题答案图②)

(3) 在 CD 上存在符合题意的点 M (8分)

理由如下:

如图③, 构造等边 $\triangle ABG$. 作 $GP \perp AB$ 于点 P 、 $AK \perp BG$ 于点 K , AK 与 GP 交于点 O , 以 O 为圆心 OA 长为半径画圆, 则 $\odot O$ 为 $\triangle ABG$ 的外接圆, 作 $OH \perp CD$ 于点 H .

在 $Rt\triangle AOP$ 中, $AP=\frac{1}{2}AB=135, OA=90\sqrt{3}, OP=45\sqrt{3}$.

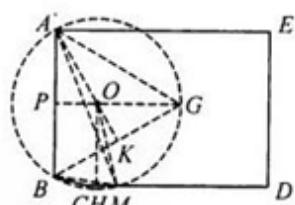
又知 $OH=285-\frac{270}{2}=150$.

而 $90\sqrt{3}>150$,

$\therefore \odot O$ 与 CD 相交. (10分)

记 $\odot O$ 与 CD 的交点为 M , 连接 OM, MA, MB .

则 $\angle AMB=\angle AGB=60^\circ$.



(第25题答案图③)

\therefore 在 $Rt\triangle OHM$ 中, $HM=\sqrt{OM^2-OH^2}=\sqrt{(90\sqrt{3})^2-150^2}=30\sqrt{2}$,

$\therefore DM=400-45\sqrt{3}-30\sqrt{2}<340$, 或 $DM=400-45\sqrt{3}+30\sqrt{2}>340$ (舍去).

$\therefore CD$ 上符合题意的点 M 只有一个.

\therefore 点 M 就是符合要求的点.

故 $DM=400-45\sqrt{3}-30\sqrt{2}\approx 279.63m$.

2014 年陕西省中考数学试卷

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) (2014•陕西) 4 的算术平方根是 ()

- A. -2 B. 2 C. ± 2 D. 16

考点： 算术平方根.

分析： 根据算术平方根的定义进行解答即可.

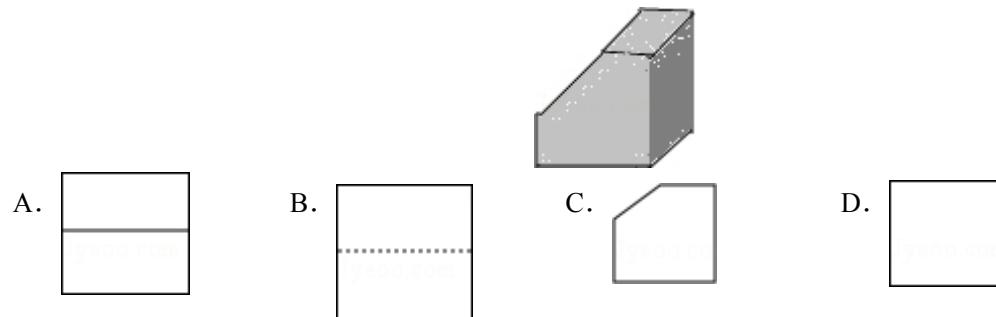
解答： 解： $\because 2^2=4$,

$\therefore 4$ 的算术平方根是 2.

故选 B.

点评： 本题考查了算术平方根的定义，熟记定义是解题的关键.

2. (3 分) (2014•陕西) 如图是一个正方体被截去一个直三棱柱得到的几何体，则该几何体的左视图是 ()



考点： 简单几何体的三视图；截一个几何体.

分析： 根据三视图的特点，知道左视图从图形的左边向右边看，看到一个正方形的面，在面上有一条实线，得到结果.

解答： 解：左视图从图形的左边向右边看，

看到一个正方形的面，

在面上有一条实线，

故选：A.

点评： 本题考查空间图形的三视图，本题是一个基础题，正确把握三视图观察角度是解题

关键.

3. (3分) (2014·陕西) 若点 $A(-2, m)$ 在正比例函数 $y = -\frac{1}{2}x$ 的图象上, 则 m 的值是 ()

A. $\frac{1}{4}$

B. $-\frac{1}{4}$

C. 1

D. -1

考点: 一次函数图象上点的坐标特征.

分析: 利用待定系数法代入正比例函数 $y = -\frac{1}{2}x$ 可得 m 的值.

解答: 解: ∵点 $A(-2, m)$ 在正比例函数 $y = -\frac{1}{2}x$ 的图象上,

$$\therefore m = -\frac{1}{2} \times (-2) = 1,$$

故选: C.

点评: 此题主要考查了一次函数图象上点的坐标特点, 关键是掌握凡是函数图象经过的点必能满足解析式.

4. (3分) (2014·陕西) 小军旅行箱的密码是一个六位数, 由于他忘记了密码的末位数字, 则小军能一次打开该旅行箱的概率是 ()

A. $\frac{1}{10}$

B. $\frac{1}{9}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{5}$

考点: 概率公式.

分析: 由一共有 10 种等可能的结果, 小军能一次打开该旅行箱的只有 1 种情况, 直接利用概率公式求解即可求得答案.

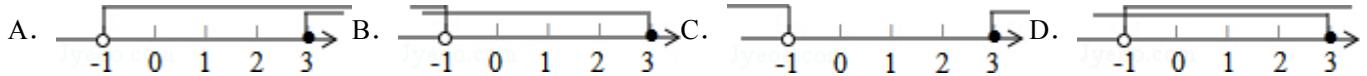
解答: 解: ∵一共有 10 种等可能的结果, 小军能一次打开该旅行箱的只有 1 种情况,

$$\therefore \text{小军能一次打开该旅行箱的概率是: } \frac{1}{10}.$$

故选 A.

点评: 此题考查了概率公式的应用. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

5. (3分) (2014·陕西) 把不等式组 $\begin{cases} x+2 > 1 \\ 3-x \geqslant 0 \end{cases}$ 的解集表示在数轴上, 正确的是 ()



考点：在数轴上表示不等式的解集；解一元一次不等式组.

分析：先求出不等式组中每一个不等式的解集，再求出它们的公共部分，然后把不等式的解集表示在数轴上即可

解答：解： $\begin{cases} x+2 > 1 \\ 3-x \geqslant 0 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x > -1 \\ x \leqslant 3 \end{cases}$

故选：D.

点评：把每个不等式的解集在数轴上表示出来（ $>$, \geqslant 向右画； $<$, \leqslant 向左画），数轴上的点把数轴分成若干段，如果数轴的某一段上面表示解集的线的条数与不等式的个数一样，那么这段就是不等式组的解集. 有几个就要几个. 在表示解集时“ \geqslant ”, “ \leqslant ”要用实心圆点表示；“ $<$ ”, “ $>$ ”要用空心圆点表示.

6. (3分) (2014·陕西) 某区10名学生参加市级汉字听写大赛，他们得分情况如下表：

人数	3	4	2	1
分数	80	85	90	95

那么这10名学生所得分数的平均数和众数分别是（ ）

- A. 85和82.5 B. 85.5和85 C. 85和85 D. 85.5和80

考点：众数；中位数.

分析：根据众数及平均数的定义，即可得出答案.

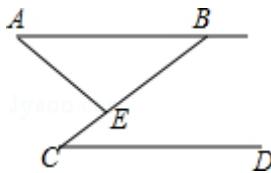
解答：解：这组数据中85出现的次数最多，故众数是85；

$$\text{平均数} = \frac{1}{10} (80 \times 3 + 85 \times 4 + 90 \times 2 + 95 \times 1) = 85.$$

故选B.

点评：本题考查了众数及平均数的知识，掌握各部分的概念是解题关键.

7. (3分) (2014·陕西) 如图， $AB \parallel CD$, $\angle A=45^\circ$, $\angle C=28^\circ$, 则 $\angle AEC$ 的大小为（ ）



- A. 17° B. 62° C. 63° D. 73°

考点: 平行线的性质.

分析: 首先根据两直线平行, 内错角相等可得 $\angle ABC = \angle C = 28^\circ$, 再根据三角形内角与外角的性质可得 $\angle AEC = \angle A + \angle ABC$.

解答: 解: $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle ABC = \angle C = 28^\circ,$$

$$\because \angle A = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AEC = \angle A + \angle ABC = 28^\circ + 45^\circ = 73^\circ,$$

故选: D.

点评: 此题主要考查了平行线的性质, 以及三角形内角与外角的性质, 关键是掌握两直线平行, 内错角相等, 三角形的外角等于与它不相邻的两个内角之和.

8. (3分) (2014·陕西) 若 $x = -2$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - \frac{5}{2}ax + a^2 = 0$ 的一个根, 则 a 的值为 ()

- A. 1 或 4 B. -1 或 -4 C. -1 或 4 D. 1 或 -4

考点: 一元二次方程的解.

分析: 将 $x = -2$ 代入关于 x 的一元二次方程 $x^2 - \frac{5}{2}ax + a^2 = 0$, 再解关于 a 的一元二次方程即可.

解答: 解: $\because x = -2$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - \frac{5}{2}ax + a^2 = 0$ 的一个根,

$$\therefore 4 + 5a + a^2 = 0,$$

$$\therefore (a+1)(a+4) = 0,$$

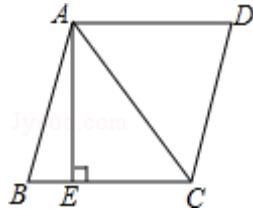
$$\text{解得 } a_1 = -1, a_2 = -4,$$

故选 B.

点评: 本题主要考查了一元二次方程的解的定义, 解题关键是把 x 的值代入, 再解关于 a

的方程即可.

9. (3分)(2014•陕西)如图,在菱形 $ABCD$ 中, $AB=5$,对角线 $AC=6$.若过点 A 作 $AE\perp BC$,垂足为 E ,则 AE 的长为()



- A. 4 B. $\frac{12}{5}$ C. $\frac{24}{5}$ D. 5

考点: 菱形的性质.

分析: 连接 BD ,根据菱形的性质可得 $AC\perp BD$, $AO=\frac{1}{2}AC$,然后根据勾股定理计算出 BO 长,再算出菱形的面积,然后再根据面积公式 $BC\cdot AE=\frac{1}{2}AC\cdot BD$ 可得答案.

解答: 解:连接 BD ,

\because 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore AC\perp BD, AO=\frac{1}{2}AC, BD=2BO,$$

$$\therefore \angle AOB=90^\circ,$$

$$\because AC=6,$$

$$\therefore AO=3,$$

$$\therefore BO=\sqrt{25-9}=4,$$

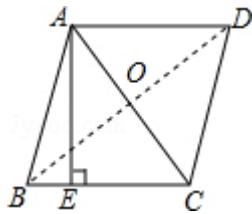
$$\therefore DB=8,$$

$$\therefore \text{菱形 } ABCD \text{ 的面积是 } \frac{1}{2}\times AC\cdot DB=\frac{1}{2}\times 6\times 8=24,$$

$$\therefore BC\cdot AE=24,$$

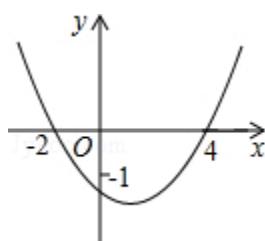
$$AE=\frac{24}{5},$$

故选: C.



点评：此题主要考查了菱形的性质，以及菱形的性质面积，关键是掌握菱形的对角线互相垂直且平分.

10. (3分)(2014·陕西)二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$)的图象如图，则下列结论中正确的是()



- A. $c > -1$ B. $b > 0$ C. $2a+b \neq 0$ D. $9a+c > 3b$

考点：二次函数图象与系数的关系.

专题：数形结合.

分析：由抛物线与 y 轴的交点在点 $(0, -1)$ 的下方得到 $c < -1$ ；由抛物线开口方向得 $a > 0$ ，再由抛物线的对称轴在 y 轴的右侧得 a, b 异号，即 $b < 0$ ；由于抛物线过点 $(-2, 0)、(4, 0)$ ，根据抛物线的对称性得到抛物线对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a} = 1$ ，则 $2a+b=0$ ；由于当 $x=-3$ 时， $y<0$ ，所以 $9a-3b+c>0$ ，即 $9a+c>3b$.

解答：解： \because 抛物线与 y 轴的交点在点 $(0, -1)$ 的下方.

$$\therefore c < -1;$$

\because 抛物线开口向上，

$$\therefore a > 0,$$

\because 抛物线的对称轴在 y 轴的右侧，

$$\therefore x = -\frac{b}{2a} > 0,$$

$$\therefore b < 0;$$

\because 抛物线过点 $(-2, 0)、(4, 0)$ ，

\therefore 抛物线对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a} = 1$,

$$\therefore 2a+b=0;$$

\because 当 $x = -3$ 时, $y < 0$,

$$\therefore 9a - 3b + c > 0,$$

$$\text{即 } 9a + c > 3b.$$

故选 D.

点评: 本题考查了二次函数的图象与系数的关系: 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象为抛物线, 当 $a>0$, 抛物线开口向上; 对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a}$; 抛物线与 y 轴的交点坐标为 $(0, c)$; 当 $b^2 - 4ac > 0$, 抛物线与 x 轴有两个交点; 当 $b^2 - 4ac = 0$, 抛物线与 x 轴有一个交点; 当 $b^2 - 4ac < 0$, 抛物线与 x 轴没有交点.

二、填空题 (共 2 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. (3 分) (2014•陕西) 计算: $(-\frac{1}{3})^{-2} = \underline{\quad 9 \quad}$.

考点: 负整数指数幂.

专题: 计算题.

分析: 根据负整数指数幂的运算法则进行计算即可.

解答: 解: 原式 $= \frac{1}{(-\frac{1}{3})^2} = \frac{1}{\frac{1}{9}} = 9$.

故答案为: 9.

点评: 本题考查的是负整数指数幂, 即负整数指数幂等于该数对应的正整数指数幂的倒数.

12. (3 分) (2014•陕西) 因式分解: $m(x-y) + n(x-y) = \underline{\quad (x-y)(m+n) \quad}$.

考点: 因式分解-提公因式法.

分析: 直接提取公因式 $(x-y)$, 进而得出答案.

解答: 解: $m(x-y) + n(x-y) = (x-y)(m+n)$.

故答案为: $(x-y)(m+n)$.

点评: 此题主要考查了提取公因式法分解因式, 正确找出公因式是解题关键.

请从以下两个小题中任选一个作答，若多选，则按所选做的第一题计分.

13. (3分) (2014·陕西) 一个正五边形的对称轴共有 5 条.

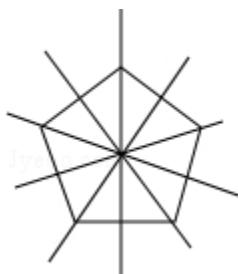
考点： 轴对称的性质.

分析： 过正五边形的五个顶点作对边的垂线，可得对称轴.

解答： 解：如图，

正五边形的对称轴共有 5 条.

故答案为：5.



点评： 本题考查了轴对称的性质，熟记正五边形的对称性是解题的关键.

14. (2014·陕西) 用科学计算器计算： $\sqrt{31}+3\tan 56^\circ \approx \underline{10.02}$ (结果精确到 0.01)

考点： 计算器—三角函数；计算器—数的开方.

分析： 先用计算器求出 $\sqrt{31}$ 、 $\tan 56^\circ$ 的值，再计算加减运算.

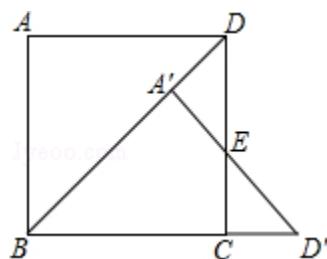
解答： 解： $\sqrt{31} \approx 5.5678$, $\tan 56^\circ \approx 1.4826$,

则 $\sqrt{31}+3\tan 56^\circ \approx 5.5678+3 \times 1.4826 \approx 10.02$

故答案是：10.02.

点评： 本题考查了计算器的使用，要注意此题是精确到 0.01.

15. (3分) (2014·陕西) 如图，在正方形 $ABCD$ 中， $AD=1$ ，将 $\triangle ABD$ 绕点 B 顺时针旋转 45° 得到 $\triangle A'D'B'$ ，此时 $A'D'$ 与 CD 交于点 E ，则 DE 的长度为 $2-\sqrt{2}$.



考点： 旋转的性质.

分析： 利用正方形和旋转的性质得出 $A'D=A'E$ ，进而利用勾股定理得出 BD 的长，进而利用

锐角三角函数关系得出 DE 的长即可.

解答: 解: 由题意可得出: $\angle BDC=45^\circ$, $\angle DA'E=90^\circ$,

$$\therefore \angle DEA'=45^\circ,$$

$$\therefore A'D=A'E,$$

\because 在正方形 $ABCD$ 中, $AD=1$,

$$\therefore AB=A'B=1,$$

$$\therefore BD=\sqrt{2},$$

$$\therefore A'D=\sqrt{2}-1,$$

\therefore 在 $Rt\triangle DA'E$ 中,

$$DE=\frac{DA'}{\sin 45^\circ}=2-\sqrt{2}.$$

故答案为: $2-\sqrt{2}$.

点评: 此题主要考查了正方形和旋转的性质以及勾股定理、锐角三角函数关系等知识, 得出 $A'D$ 的长是解题关键.

16. (3 分) (2014•陕西) 已知 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 是同一个反比例函数图象上的两点, 若

$x_2=x_1+2$, 且 $\frac{1}{y_2}-\frac{1}{y_1}+\frac{1}{2}$, 则这个反比例函数的表达式为 $y=\frac{4}{x}$.

考点: 反比例函数图象上点的坐标特征.

分析: 设这个反比例函数的表达式为 $y=\frac{k}{x}$, 将 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 代入得

$$x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2 = k, \text{ 所以 } \frac{1}{y_1} = \frac{x_1}{k}, \frac{1}{y_2} = \frac{x_2}{k}, \text{ 由 } \frac{1}{y_2} - \frac{1}{y_1} + \frac{1}{2} = \frac{1}{k}(x_2 - x_1) = \frac{1}{2},$$

$$\text{将 } x_2=x_1+2 \text{ 代入, 求出 } k=4, \text{ 得出这个反比例函数的表达式为 } y=\frac{4}{x}.$$

解答: 解: 设这个反比例函数的表达式为 $y=\frac{k}{x}$,

$\because P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 是同一个反比例函数图象上的两点,

$$\therefore x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2 = k,$$

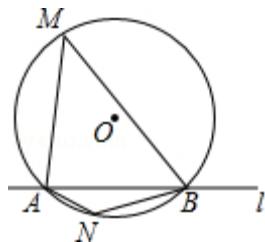
$$\therefore \frac{1}{y_1} = \frac{x_1}{k}, \frac{1}{y_2} = \frac{x_2}{k},$$

$$\begin{aligned}
 & \because \frac{1}{y_2} - \frac{1}{y_1} + \frac{1}{2}, \\
 & \therefore \frac{x_2 - x_1}{k} + \frac{1}{2}, \\
 & \therefore \frac{1}{k} (x_2 - x_1) = \frac{1}{2}, \\
 & \because x_2 = x_1 + 2, \\
 & \therefore \frac{1}{k} \times 2 = \frac{1}{2}, \\
 & \therefore k = 4, \\
 & \therefore \text{这个反比例函数的表达式为 } y = \frac{4}{x}.
 \end{aligned}$$

故答案为 $y = \frac{4}{x}$.

点评：本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，所有在反比例函数上的点的横纵坐标的积应等于比例系数。同时考查了式子的变形。

17. (3分)(2014·陕西)如图, $\odot O$ 的半径是 2, 直线 l 与 $\odot O$ 相交于 A 、 B 两点, M 、 N 是 $\odot O$ 上的两个动点, 且在直线 l 的异侧, 若 $\angle AMB=45^\circ$, 则四边形 $MANB$ 面积的最大值是 $4\sqrt{2}$.



考点：垂径定理；圆周角定理。

专题：计算题。

分析：过点 O 作 $OC \perp AB$ 于 C , 交 $\odot O$ 于 D 、 E 两点, 连结

OA 、 OB 、 DA 、 DB 、 EA 、 EB , 根据圆周角定理得 $\angle AOB=2\angle AMB=90^\circ$, 则 $\triangle OAB$ 为等腰直角三角形, 所以 $AB=\sqrt{2}OA=2\sqrt{2}$, 由于 $S_{\text{四边形 } MANB}=S_{\triangle MAB}+S_{\triangle NAB}$, 而当 M 点到 AB 的距离最大, $\triangle MAB$ 的面积最大; 当 N 点到 AB 的距离最大时, $\triangle NAB$ 的面积最大, 即 M 点运动到 D 点, N 点运动到 E 点, 所以四边形 $MANB$ 面积的最大值 $= S_{\text{四边形 } DAEB}=S_{\triangle DAB}+S_{\triangle EAB}=\frac{1}{2}AB \cdot CD+\frac{1}{2}AB \cdot CE=\frac{1}{2}AB(CE+CD)$

$$=\frac{1}{2}AB \cdot DE=\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 4=4\sqrt{2}.$$

解答: 解: 过点 O 作 $OC \perp AB$ 于 C , 交 $\odot O$ 于 D, E 两点, 连结

OA, OB, DA, DB, EA, EB , 如图,

$$\because \angle AMB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 2\angle AMB = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle OAB$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore AB = \sqrt{2}OA = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore S_{\text{四边形 } MANB} = S_{\triangle MAB} + S_{\triangle NAB},$$

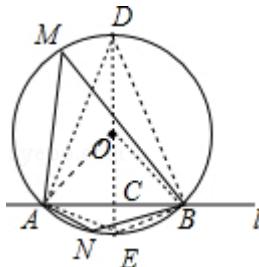
\therefore 当 M 点到 AB 的距离最大, $\triangle MAB$ 的面积最大; 当 N 点到 AB 的距离最大时, $\triangle NAB$ 的面积最大,

即 M 点运动到 D 点, N 点运动到 E 点,

此时四边形 $MANB$ 面积的最大值 $= S_{\text{四边形 } DAEB} = S_{\triangle DAB} + S_{\triangle}$

$$EAB = \frac{1}{2}AB \cdot CD + \frac{1}{2}AB \cdot CE = \frac{1}{2}AB(CD + CE) = \frac{1}{2}AB \cdot DE = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 4 = 4\sqrt{2}.$$

故答案为 $4\sqrt{2}$.



点评: 本题考查了垂径定理: 平分弦的直径平分这条弦, 并且平分弦所对的两条弧. 也考查了圆周角定理.

四、解答题 (共 9 小题, 计 72 分)

18. (5 分) (2014•陕西) 先化简, 再求值: $\frac{2x^2}{x^2 - 1} - \frac{x}{x+1}$, 其中 $x = -\frac{1}{2}$.

考点: 分式的化简求值.

专题: 计算题.

分析: 原式通分并利用同分母分式的减法法则计算得到最简结果, 将 x 的值代入计算即可求出值.

解答：

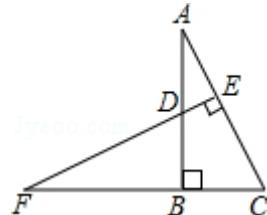
$$\begin{aligned} \text{解：原式} &= \frac{2x^2}{(x+1)(x-1)} - \frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{x(x+1)}{(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{x}{x-1}, \end{aligned}$$

$$\text{当 } x = -\frac{1}{2} \text{ 时，原式} = \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{3}.$$

点评：此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键。

19. (6分) (2014·陕西) 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ，点D在边AB上，使 $DB=BC$ ，过点D作 $EF \perp AC$ ，分别交AC于点E，CB的延长线于点F.

求证： $AB=BF$.



考点：全等三角形的判定与性质。

专题：证明题。

分析：根据 $EF \perp AC$ ，得 $\angle F + \angle C = 90^\circ$ ，再由已知得 $\angle A = \angle F$ ，从而 AAS 证明 $\triangle FBD \cong \triangle ABC$ ，则 $AB = BF$ 。

解答：证明： $\because EF \perp AC$ ，

$$\therefore \angle F + \angle C = 90^\circ,$$

$$\because \angle A + \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle F,$$

在 $\triangle FBD$ 和 $\triangle ABC$ 中，

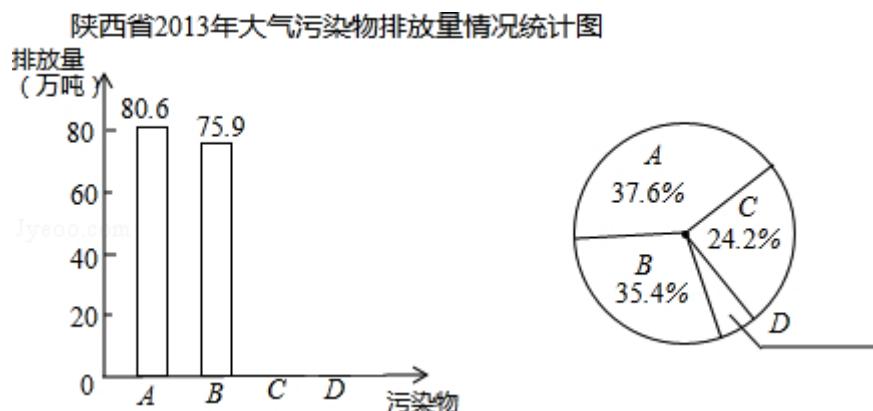
$$\begin{cases} \angle A = \angle F \\ \angle FBD = \angle ABC = 90^\circ, \\ BD = BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle FBD \cong \triangle ABC (AAS),$$

$$\therefore AB = BF.$$

点评： 本题考查了全等三角形的判定和性质，是基础知识要熟练掌握.

20. (7分) (2014•陕西) 根据《2013年陕西省国民经济和社会发展统计公报》提供的大气污染物(A -二氧化硫, B -氢氧化物, C -化学需氧量, D -氨氮)排放量的相关数据, 我们将这些数据用条形统计图和扇形统计图统计如下:



根据以上统计图提供的信息, 解答下列问题:

- (1) 补全上面的条形统计图和扇形统计图;
- (2) 国务院总理李克强在十二届全国人大二次会议的政府工作报告中强调, 建设美好家园, 加大节能减排力度, 今年二氧化硫、化学需氧量的排放量在去年基础上都要减少2%, 按此指示精神, 求出陕西省2014年二氧化硫、化学需氧量的排放量供需减少约多少万吨? (结果精确到0.1)

考点： 条形统计图; 扇形统计图.

专题： 图表型.

分析： (1) 用 A 的排放量除以所占的百分比计算求出2013年总排放量, 然后求出 C 的排放量, 再根据各部分所占的百分比之和为1求出 D 的百分比, 乘以总排放量求出 D 的排放量, 然后补全统计图即可;

(2) 用 A 、 C 的排放量乘以减少的百分比计算即可得解.

解答： 解: (1) 2013年总排放量为: $80.6 \div 37.6\% \approx 214.4$ 万吨,

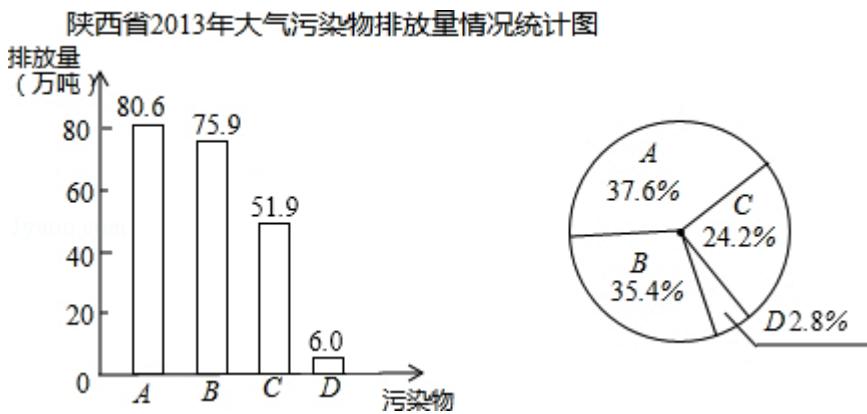
C 的排放量为: $214.4 \times 24.2\% \approx 51.9$ 万吨,

D 的百分比为 $1 - 37.6\% - 35.4\% - 24.2\% = 2.8\%$,

排放量为 $214.4 \times 2.8\% \approx 6.0$ 万吨;

(2) 由题意得, $(80.6 + 51.9) \times 2\% \approx 2.7$ 万吨,

答: 陕西省2014年二氧化硫、化学需氧量的排放量供需减少约2.7万吨.

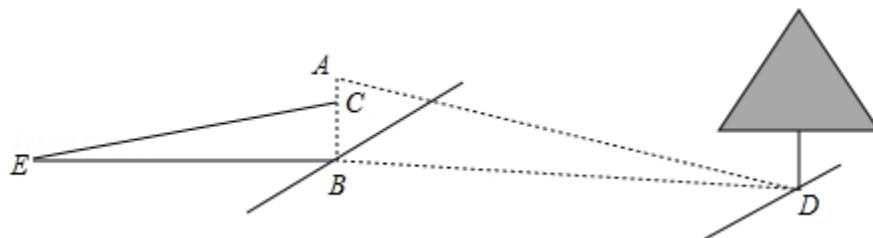


点评：本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键。条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小。

21. (8分) (2014·陕西) 某一天，小明和小亮来到一河边，想用遮阳帽和皮尺测量这条河的大致宽度，两人在确保无安全隐患的情况下，现在河岸边选择了一点B(点B与河对岸岸边上的一棵树的底部点D所确定的直线垂直于河岸).

①小明在B点面向树的方向站好，调整帽檐，使视线通过帽檐正好落在树的底部点D处，如图所示，这时小亮测的小明眼睛距地面的距离 $AB=1.7$ 米；②小明站在原地转动 180° 后蹲下，并保持原来的观察姿态(除身体重心下移外，其他姿态均不变)，这时视线通过帽檐落在了DB延长线上的点E处，此时小亮测得 $BE=9.6$ 米，小明的眼睛距地面的距离 $CB=1.2$ 米。

根据以上测量过程及测量数据，请你求出河宽 BD 是多少米？



考点：相似三角形的应用。

分析：根据题意求出 $\angle BAD=\angle BCE$ ，然后根据两组角对应相等，两三角形相似求出 $\triangle BAD$ 和 $\triangle BCE$ 相似，再根据相似三角形对应边成比例列式求解即可。

解答：解：由题意得， $\angle BAD=\angle BCE$ ，

$$\because \angle ABD=\angle CBE=90^{\circ},$$

$$\therefore \triangle BAD \sim \triangle BCE,$$

$$\therefore \frac{BD}{BE} = \frac{AB}{CB},$$

$$\text{即 } \frac{BD}{9.6} = \frac{1.7}{1.2},$$

解得 $BD=13.6$ 米.

答：河宽 BD 是 13.6 米.

点评：本题考查了相似三角形的应用，读懂题目信息得到两三角形相等的角并确定出相似三角形是解题的关键，也是本题的难点.

22. (8 分) (2014•陕西) 小李从西安通过某快递公司给在南昌的外婆寄一盒樱桃，快递时，他了解到这个公司除收取每次 6 元的包装费外，樱桃不超过 1kg 收费 22 元，超过 1kg，则超出部分按每千克 10 元加收费用. 设该公司从西安到南昌快递樱桃的费用为 y (元)，所寄樱桃为 x (kg).

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 已知小李给外婆快寄了 2.5kg 樱桃，请你求出这次快寄的费用是多少元？

考点：一次函数的应用.

分析： (1) 根据快递的费用=包装费+运费由分段函数就，当 $0 < x \leq 1$ 和 $x > 1$ 时，可以求出 y 与 x 的函数关系式；

(2) 由 (1) 的解析式可以得出 $x=2.5 > 1$ 代入解析式就可以求出结论.

解答： 解：(1) 由题意，得

当 $0 < x \leq 1$ 时，

$$y=22+6=28;$$

当 $x > 1$ 时

$$y=28+10(x-1)=10x+18;$$

$$\therefore y=\begin{cases} 28 (0 < x \leq 1) \\ 10x+18 (x > 1) \end{cases};$$

(2) 当 $x=2.5$ 时，

$$y=10\times 2.5+18=43.$$

\therefore 这次快寄的费用是 43 元.

点评：本题考查了分段函数的运用，一次函数的解析式的运用，由自变量的值求函数值的运用，解答时求出函数的解析式是关键.

23. (8分)(2014·陕西)小英与她的父亲、母亲计划外出旅游,初步选择了延安、西安、汉中、安康四个城市,由于时间仓促,他们只能去其中一个城市,到底去哪一个城市三个人意见不统一,在这种情况下,小英父亲建议,用小英学过的摸球游戏来决定,规则如下:

- ①在一个不透明的袋子中装一个红球(延安)、一个白球(西安)、一个黄球(汉中)和一个黑球(安康),这四个球除颜色不同外,其余完全相同;
- ②小英父亲先将袋中球摇匀,让小英从袋中随机摸出一球,父亲记录下其颜色,并将这个球放回袋中摇匀,然后让小英母亲从袋中随机摸出一球,父亲记录下它的颜色;
- ③若两人所摸出球的颜色相同,则去该球所表示的城市旅游,否则,前面的记录作废,按规则②重新摸球,直到两人所摸出球的颜色相同为止.

按照上面的规则,请你解答下列问题:

- (1) 已知小英的理想旅游城市是西安,小英和母亲随机各摸球一次,均摸出白球的概率是多少?
- (2) 已知小英母亲的理想旅游城市是汉中,小英和母亲随机各摸球一次,至少有一人摸出黄球的概率是多少?

考点: 列表法与树状图法.

分析: (1) 首先根据题意画出树状图,然后由树状图求得所有等可能的结果与小英和母亲随机各摸球一次,均摸出白球的情况,再利用概率公式即可求得答案;
(2) 由(1)得:共有16种等可能的结果,小英和母亲随机各摸球一次,至少有一人摸出黄球的有7种情况,然后利用概率公式求解即可求得答案.

解答: 解: (1) 画树状图得:



∴共有16种等可能的结果,小英和母亲随机各摸球一次,均摸出白球的只有1种情况,

∴小英和母亲随机各摸球一次,均摸出白球的概率是: $\frac{1}{16}$;

(2) 由(1)得:共有16种等可能的结果,小英和母亲随机各摸球一次,至少有一

人摸出黄球的有 7 种情况，

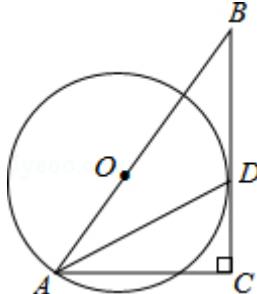
$$\therefore \text{小英和母亲随机各摸球一次, 至少有一人摸出黄球的概率是: } \frac{7}{16}.$$

点评: 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 列表法适合于两步完成的事件, 树状图法适合两步或两步以上完成的事件. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

24. (8 分) (2014·陕西) 如图, $\odot O$ 的半径为 4, B 是 $\odot O$ 外一点, 连接 OB , 且 $OB=6$, 过点 B 作 $\odot O$ 的切线 BD , 切点为 D , 延长 BO 交 $\odot O$ 于点 A , 过点 A 作切线 BD 的垂线, 垂足为 C .

(1) 求证: AD 平分 $\angle BAC$;

(2) 求 AC 的长.



考点: 切线的性质; 相似三角形的判定与性质.

分析: (1) 首先连接 OD , 由 BD 是 $\odot O$ 的切线, $AC \perp BD$, 易证得 $OD \parallel AC$, 继而可证得 AD 平分 $\angle BAC$;

(2) 由 $OD \parallel AC$, 易证得 $\triangle BOD \sim \triangle BAC$, 然后由相似三角形的对应边成比例, 求得 AC 的长.

解答: (1) 证明: 连接 OD ,

$\because BD$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore OD \perp BD$,

$\because AC \perp BD$,

$\therefore OD \parallel AC$,

$\therefore \angle 2 = \angle 3$,

$\because OA = OD$,

$\therefore \angle 1 = \angle 3$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$,

即 AD 平分 $\angle BAC$;

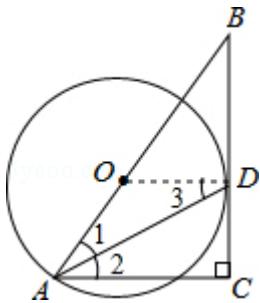
(2) 解: $\because OD \parallel AC$,

$\therefore \triangle BOD \sim \triangle BAC$,

$$\therefore \frac{OD}{AC} = \frac{BO}{BA}$$

$$\therefore \frac{4}{AC} = \frac{6}{10}$$

$$\text{解得: } AC = \frac{20}{3}$$



点评: 此题考查了切线的性质以及相似三角形的判定与性质. 此题难度适中, 注意掌握辅助线的作法, 注意掌握数形结合思想的应用.

25. (10 分) (2014•陕西) 已知抛物线 $C: y = -x^2 + bx + c$ 经过 $A(-3, 0)$ 和 $B(0, 3)$ 两点, 将这条抛物线的顶点记为 M , 它的对称轴与 x 轴的交点记为 N .

(1) 求抛物线 C 的表达式;

(2) 求点 M 的坐标;

(3) 将抛物线 C 平移到 C' , 抛物线 C' 的顶点记为 M' , 它的对称轴与 x 轴的交点记为 N' . 如果以点 M 、 N 、 M' 、 N' 为顶点的四边形是面积为 16 的平行四边形, 那么应将抛物线 C 怎样平移? 为什么?

考点: 二次函数图象与几何变换; 二次函数的性质; 待定系数法求二次函数解析式; 平行四边形的性质.

分析: (1) 直接把 $A(-3, 0)$ 和 $B(0, 3)$ 两点代入抛物线 $y = -x^2 + bx + c$, 求出 b , c 的值即可;

(2) 根据 (1) 中抛物线的解析式可得出其顶点坐标;

(3) 根据平行四边形的定义, 可知有四种情形符合条件, 如解答图所示. 需要分类讨论.

解答: 解: (1) ∵ 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过 $A(-3, 0)$ 和 $B(0, 3)$ 两点,

$$\therefore \begin{cases} -9 - 3b + c = 0 \\ c = 3 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} b = -2 \\ c = 3 \end{cases},$$

故此抛物线的解析式为: $y = -x^2 - 2x + 3$;

(2) ∵ 由(1)知抛物线的解析式为: $y = -x^2 - 2x + 3$,

$$\therefore \text{当 } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2 \times (-1)} = -1 \text{ 时, } y = 4,$$

$\therefore M(-1, 4)$.

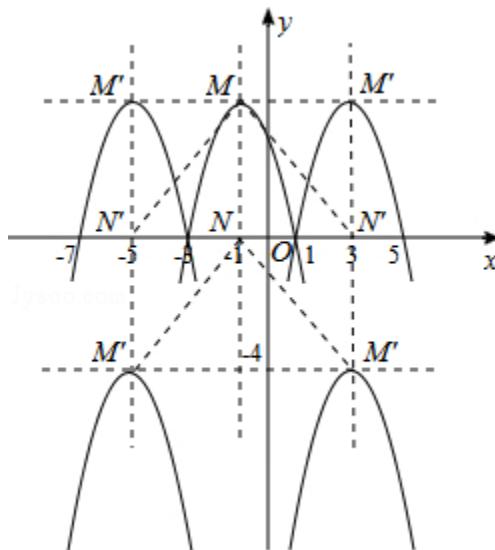
(3) 由题意, 以点 M 、 N 、 M' 、 N' 为顶点的平行四边形的边 MN 的对边只能是

$M'N'$,

$\therefore MN \parallel M'N'$ 且 $MN = M'N'$.

$$\therefore MN \cdot NN' = 16,$$

$$\therefore NN' = 4.$$



i) 当 M 、 N 、 M' 、 N' 为顶点的平行四边形是 $\square MNN'M'$ 时, 将抛物线 C 向左或向右平移 4 个单位可得符合条件的抛物线 C' ;

ii) 当 M 、 N 、 M' 、 N' 为顶点的平行四边形是 $\square MNM'N'$ 时, 将抛物线 C 先向左或向右平移 4 个单位, 再向下平移 8 个单位, 可得符合条件的抛物线 C' .

\therefore 上述的四种平移, 均可得到符合条件的抛物线 C' .

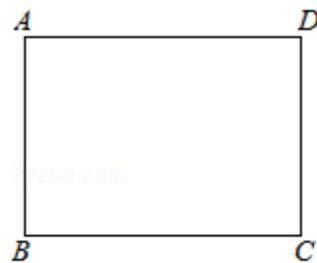
点评: 本题考查了抛物线的平移变换、平行四边形的性质、待定系数法及二次函数的图象与性质等知识点. 第(3)问需要分类讨论, 避免漏解.

(1) 如图①, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $BC=4$, 如果 BC 边上存在点 P , 使 $\triangle APD$ 为等腰三角形, 那么请画出满足条件的一个等腰三角形 $\triangle APD$, 并求出此时 BP 的长;

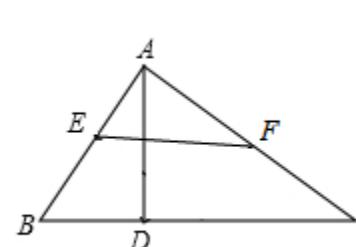
(2) 如图②, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=60^\circ$, $BC=12$, AD 是 BC 边上的高, E 、 F 分别为边 AB 、 AC 的中点, 当 $AD=6$ 时, BC 边上存在一点 Q , 使 $\angle EQF=90^\circ$, 求此时 BQ 的长;

问题解决

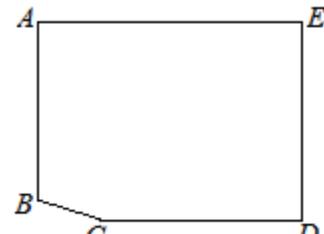
(3) 有一山庄, 它的平面图为如图③的五边形 $ABCDE$, 山庄保卫人员想在线段 CD 上选一点 M 安装监控装置, 用来监视边 AB , 现只要使 $\angle AMB$ 大约为 60° , 就可以让监控装置的效果达到最佳, 已知 $\angle A=\angle E=\angle D=90^\circ$, $AB=270m$, $AE=400m$, $ED=285m$, $CD=340m$, 问在线段 CD 上是否存在点 M , 使 $\angle AMB=60^\circ$? 若存在, 请求出符合条件的 DM 的长, 若不存在, 请说明理由.



图①



图②



图③

考点: 圆的综合题; 全等三角形的判定与性质; 等边三角形的性质; 勾股定理; 三角形中位线定理; 矩形的性质; 正方形的判定与性质; 直线与圆的位置关系; 特殊角的三角函数值.

专题: 压轴题; 存在型.

分析: (1) 由于 $\triangle PAD$ 是等腰三角形, 底边不定, 需三种情况讨论, 运用三角形全等、矩形的性质、勾股定理等知识即可解决问题.

(2) 以 EF 为直径作 $\odot O$, 易证 $\odot O$ 与 BC 相切, 从而得到符合条件的点 Q 唯一, 然后通过添加辅助线, 借助于正方形、特殊角的三角函数值等知识即可求出 BQ 长.

(3) 要满足 $\angle AMB=60^\circ$, 可构造以 AB 为边的等边三角形的外接圆, 该圆与线段 CD 的交点就是满足条件的点, 然后借助于等边三角形的性质、特殊角的三角函数值等知识, 就可算出符合条件的 DM 长.

解答: 解: (1) ①作 AD 的垂直平分线交 BC 于点 P , 如图①,

则 $PA=PD$.

$\therefore \triangle PAD$ 是等腰三角形.

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AB=DC, \angle B=\angle C=90^\circ.$$

$$\because PA=PD, AB=DC,$$

$$\therefore Rt\triangle ABP \cong Rt\triangle DCP \text{ (HL).}$$

$$\therefore BP=CP.$$

$$\because BC=4,$$

$$\therefore BP=CP=2.$$

②以点 D 为圆心, AD 为半径画弧, 交 BC 于点 P' , 如图①, .

$$\text{则 } DA=DP'.$$

$\therefore \triangle P'AD$ 是等腰三角形.

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AD=BC, AB=DC, \angle C=90^\circ.$$

$$\because AB=3, BC=4,$$

$$\therefore DC=3, DP'=4.$$

$$\therefore CP'=\sqrt{4^2 - 3^2}=\sqrt{7}.$$

$$\therefore BP'=4 - \sqrt{7}.$$

③点 A 为圆心, AD 为半径画弧, 交 BC 于点 P'' , 如图①,

$$\text{则 } AD=AP''.$$

$\therefore \triangle P''AD$ 是等腰三角形.

$$\text{同理可得: } BP''=\sqrt{7}.$$

综上所述: 在等腰三角形 $\triangle ADP$ 中,

若 $PA=PD$, 则 $BP=2$;

若 $DP=DA$, 则 $BP=4 - \sqrt{7}$;

若 $AP=AD$, 则 $BP=\sqrt{7}$.

(2) $\because E, F$ 分别为边 AB, AC 的中点,

$$\therefore EF \parallel BC, EF=\frac{1}{2}BC.$$

$$\therefore BC=12,$$

$$\therefore EF=6.$$

以 EF 为直径作 $\odot O$, 过点 O 作 $OQ \perp BC$, 垂足为 Q , 连接 EQ, FQ , 如图②.

$\because AD \perp BC, AD=6,$

$\therefore EF$ 与 BC 之间的距离为 3.

$\therefore OQ=3$

$\therefore OQ=OE=3.$

$\therefore \odot O$ 与 BC 相切, 切点为 Q .

$\because EF$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle EQF=90^\circ.$

过点 E 作 $EG \perp BC$, 垂足为 G , 如图②.

$\because EG \perp BC, OQ \perp BC,$

$\therefore EG \parallel OQ.$

$\because EO \parallel GQ, EG \parallel OQ, \angle EGQ=90^\circ, OE=OQ,$

\therefore 四边形 $OEGQ$ 是正方形.

$\therefore GQ=EO=3, EG=OQ=3.$

$\because \angle B=60^\circ, \angle EGB=90^\circ, EG=3,$

$\therefore BG=\sqrt{3}.$

$\therefore BQ=GQ+BG=3+\sqrt{3}.$

\therefore 当 $\angle EQF=90^\circ$ 时, BQ 的长为 $3+\sqrt{3}.$

(3) 在线段 CD 上存在点 M , 使 $\angle AMB=60^\circ$.

理由如下:

以 AB 为边, 在 AB 的右侧作等边三角形 ABG ,

作 $GP \perp AB$, 垂足为 P , 作 $AK \perp BG$, 垂足为 K .

设 GP 与 AK 交于点 O , 以点 O 为圆心, OA 为半径作 $\odot O$,

过点 O 作 $OH \perp CD$, 垂足为 H , 如图③.

则 $\odot O$ 是 $\triangle ABG$ 的外接圆,

$\because \triangle ABG$ 是等边三角形, $GP \perp AB$,

$\therefore AP=PB=\frac{1}{2}AB.$

$\because AB=270,$

$\therefore AP=135.$

$\because ED=285,$

$$\therefore OH=285 - 135=150.$$

$\because \triangle ABG$ 是等边三角形, $AK \perp BG$,

$$\therefore \angle BAK=\angle GAK=30^\circ.$$

$$\therefore OP=AP \cdot \tan 30^\circ$$

$$=135 \times \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$=45\sqrt{3}.$$

$$\therefore OA=2OP=90\sqrt{3}.$$

$$\therefore OH < OA.$$

$\therefore \odot O$ 与 CD 相交, 设交点为 M , 连接 MA 、 MB , 如图③.

$$\therefore \angle AMB=\angle AGB=60^\circ, OM=OA=90\sqrt{3}.$$

$$\because OH \perp CD, OH=150, OM=90\sqrt{3},$$

$$\therefore HM=\sqrt{OM^2-OH^2}$$

$$=\sqrt{(90\sqrt{3})^2-150^2}$$

$$=30\sqrt{2}.$$

$$\because AE=400, OP=45\sqrt{3},$$

$$\therefore DH=400 - 45\sqrt{3}.$$

若点 M 在点 H 的左边, 则 $DM=DH+HM=400 - 45\sqrt{3}+30\sqrt{2}$.

$$\therefore 400 - 45\sqrt{3}+30\sqrt{2} > 340,$$

$$\therefore DM > CD.$$

\therefore 点 M 不在线段 CD 上, 应舍去.

若点 M 在点 H 的右边, 则 $DM=DH-HM=400 - 45\sqrt{3}-30\sqrt{2}$.

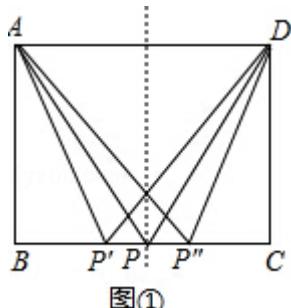
$$\therefore 400 - 45\sqrt{3}-30\sqrt{2} < 340,$$

$$\therefore DM < CD.$$

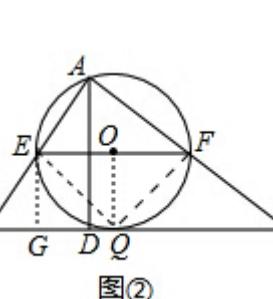
\therefore 点 M 在线段 CD 上.

综上所述: 在线段 CD 上存在唯一的点 M , 使 $\angle AMB=60^\circ$,

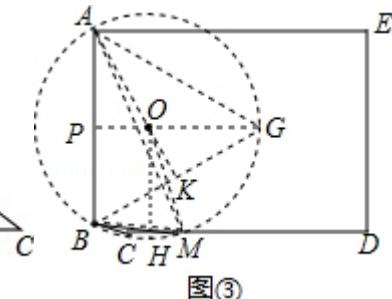
此时 DM 的长为 $(400 - 45\sqrt{3}-30\sqrt{2})$ 米.



图①



图②



图③

点评：本题考查了垂直平分线的性质、矩形的性质、等边三角形的性质、正方形的判定与性质、直线与圆的位置关系、圆周角定理、三角形的中位线定理、全等三角形的判定与性质、勾股定理、特殊角的三角函数值等知识，考查了操作、探究等能力，综合性非常强。而构造等边三角形及其外接圆是解决本题的关键。