2012陕西省中考数学试题及解析

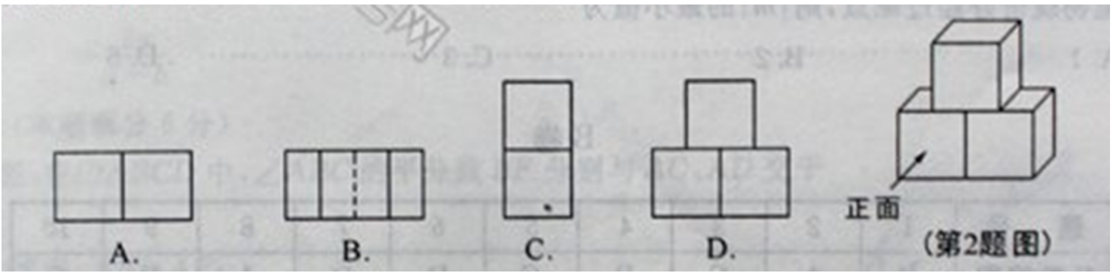
第I卷（选择题　共30分）

一、选择题（共10小题，每小题3分，计30分）

1．如果零上5 ℃记做+5 ℃，那么零下7 ℃可记作（　　）

A．-7 ℃　　B．+7 ℃　　C．+12 ℃　　D．-12 ℃

2．如图，是由三个相同的小正方体组成的几何体，该几何体的左视图是（　　）



3．计算$(-5a^3)^2$的结果是（　　）

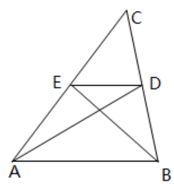
A．$-10a^5$　　B．$10a^6$　　C．$-25a^5$　　D．$25a^6$

4．某中学举行歌咏比赛，以班为单位参赛，评委组的各位评委给九年级三班的演唱打分情况（满分100分）如下表，从中去掉一个最高分和一个最低分，则余下的分数的平均分是（　　）

分数（分）	89	92	95	96	97
评委（位）	1	2	2	1	1

A．92分　　B．93分　　C．94分　　D．95分

5．如图，在ΔABC中，AD,BE是两条中线，则$S_{\Delta EDC}:S_{\Delta ABC}=$（　　）



A．1∶2　　B．2∶3

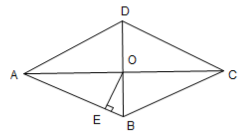
C．1∶3　　D．1∶4

6．下列四组点中，可以在同一个正比例函数图象上的一组点是（　　）

A．（2．-3），（-4，6）　　B．（-2，3），（4，6）

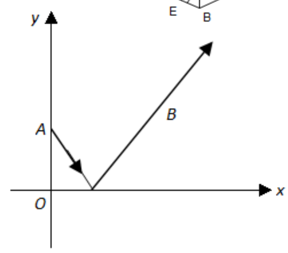
C．（-2，-3），（4，-6）　　　　　　　　D．（2，3），（-4，6）

7．如图，在菱形$ABCD$中，对角线AC与BD相交于点O，$OE\perp AB$，垂足为E，若$\angle ADC=130°$，则$\angle AOE$的大小为（　　）



A．75°　　　　　　B．65°

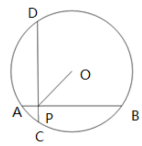
C．55°　　　　　　D．50°



8．在同一平面直角坐标系中，若一次函数$y=-x+3$与$y=3x-5$图象交于点M，则点M的坐标为（　　）

A．（-1，4）　　　B．（-1，2）　　　C．（2，-1）　　　D．（2，1）

9．如图，在半径为 5 的圆 *O* 中，*AB*，*CD* 是互相垂直的两条弦，垂足为 *P*，且 *AB*=*CD*=8，则 *OP* 的长为（　　）



A．3　　　　　　B．4

C．$3\sqrt{2}$　　　　　　D．$4\sqrt{2}$

10．在平面直角坐标系中，将抛物线$y=x^2-x-6$向上（下）或向左（右）平移了m个单位，使平移后的抛物线恰好经过原点，则$|m|$的最小值为（　　）

A．1　　　　　　B．2　　　　　　C．3　　　　　　D．6

第Ⅱ卷（非选择题　共 90 分）

二、填空题（共 6 小题，每小题 3 分，计 18 分）

11．计算：$2\cos 45°-3\sqrt{8}+\left(1-\sqrt{2}\right)^0=$__________.

12．分解因式：$x^3y-2x^2y^2+xy^3=$__________.

13．请从以下两个小题中任选一个作答，若多选，则按所选的第一题计分.

A．在平面内，将长度为 4 的线段AB绕它的中点M，按逆时针方向旋转 30°，则线段AB扫过的面积为__________.

B．用科学计算器计算：$\sqrt{7}\sin 69°\approx$__________（精确到 0.01）.

14．小宏准备用 50 元钱买甲、乙两种饮料共 10 瓶．已知甲饮料每瓶 7 元，乙饮料每瓶 4 元，则小宏最多能买___________瓶甲饮料．

15．在同一平面直角坐标系中，若一个反比例函数的图象与一次函数 y=-$2x$+6 的图象无公共点，则这个反比例函数的表达式是___________（只写出符合条件的一个即可）．

16．如图，从点 $A\left(0,2\right)$发出的一束光，经 x 轴反射，过点 $B\left(4,3\right)$，则这束光从点 A 到点 B 所经过路径的长为___________．

三、解答题（共 9 小题，计 72 分．解答应写过程）

17．（本题满分 5 分）

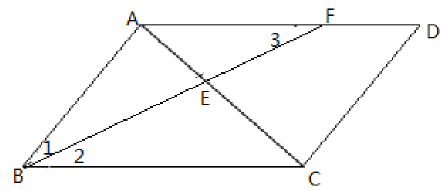
化简：$\left(\dfrac{2a-b}{a+b}-\dfrac{b}{a-b}\right)\div\dfrac{a-2b}{a+b}$．

18．（本题满分 6 分）

如图，在▱$ABCD$ 中，$\angle ABC$ 的平分线 BF 分别与 AC 、AD 交于点 E 、F ．

（1）求证：$AB=AF$ ；

（2）当 $AB=3$，$BC=5$ 时，求 $\dfrac{AE}{AC}$ 的值．



19．（本题满分 7 分）

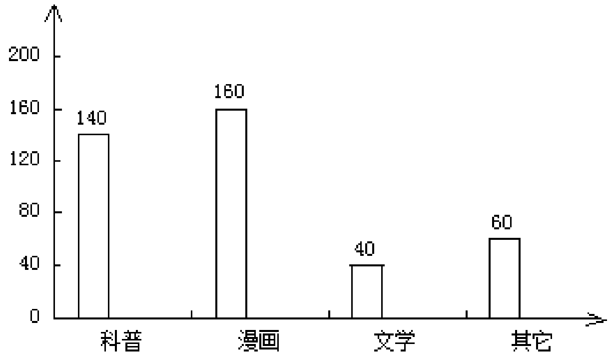
某校为了满足学生借阅图书的需求，计划购买一批新书．为此，该校图书管理员对一周内本校学生从图书馆借出各类图书的数量进行了统计，结果如下图．

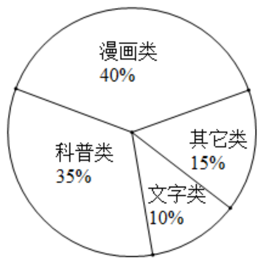
请你根据统计图中的信息，解答下列问题：

（1）补全条形统计图和扇形统计图；

（2）该校学生最喜欢借阅哪类图书？

（3）该校计划购买新书共 600 本，若按扇形统计图中的百分比来相应地确定漫画、科普、文学、其它这四类图书的购买量，求应购买这四类图书各多少本？





20.（本题满分 8 分）

如图，小明想用所学的知识来测量湖心岛上的迎宾槐与岸上的凉亭间的距离，他先在湖岸上的凉亭 A 处测得湖心岛上的迎宾槐 C 处位于北偏东 $65°$ 方向，然后，他从凉亭 A 处沿湖岸向正东方向走了 100 米到 B 处，测得湖心岛上的迎宾槐 C 处位于北偏东 $45°$ 方向（点 A、B　C 在同一水平面上）．请你利用小明测得的相关数据，求湖心岛上的迎宾槐 C 处与湖岸上的凉亭 A 处之间的距离（结果精确到 1 米）．

（参考数据：$\sin 25° \approx 0.4226$，$\cos 25° \approx 0.9063$ $\tan 25° \approx 0.4663$ $\sin 65° \approx 0.9063$，

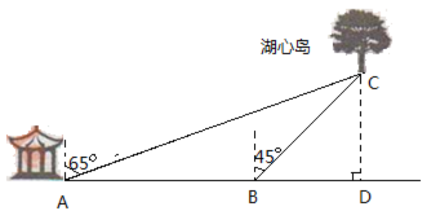
$\cos 65° \approx 0.4226, \tan 65° \approx 2.1445$）

21．（本题满分 8 分）

科学研究发现，空气含氧量 y （克/立方米）与海拔高度 x （米）之间近似地满足一次函数关系．经测量，在海拔高度为 0 米的地方，空气含氧量约为 299 克/立方米；在海拔高度为 2000 米的地方，空气含氧量约为 235 克/立方米．

（1）求出 y 与 x 的函数表达式；

（2）已知某山的海拔高度为 1200 米，请你求出该山山顶处的空气含氧量约为多少？



22．（本题满分 8 分）

小峰和小轩用两枚质地均匀的骰子做游戏，规则如下：每人随机掷两枚骰子一次（若掷出的两枚骰子摞在一起，则重掷），点数和大的获胜；点数和相同为平局．

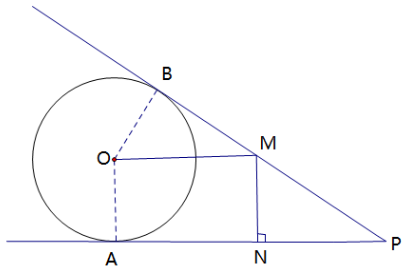
依据上述规则，解答下列问题：

（1）随机掷两枚骰子一次，用列表法求点数和为 2 的概率；

（2）小峰先随机掷两枚骰子一次，点数和是 7，求小轩随机掷两枚骰子一次，胜小峰的概率.

（骰子：六个面分别刻有 1、2、3、4、5、6 个小圆点的立方块．点数和：两枚骰子朝上的点数之和.）

23．（本题满分 8 分）



如图，PA、PB 分别与$\odot O$ 相切于点 A、B，点 M 在 PB 上，且 $OM//AP$，$MN\perp AP$，垂足为 N .

（1）求证：$OM=AN$；

（2）若$\odot O$ 的半径 $R=3$，$PA=9$，求 OM 的长.

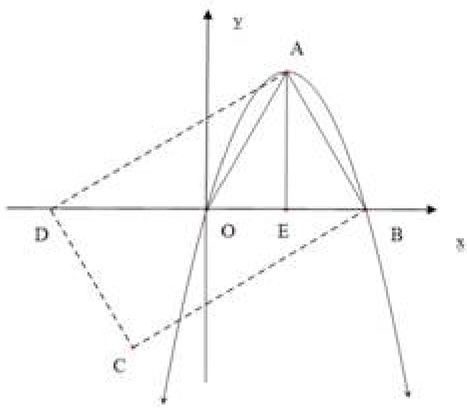
24．（本题满分 10 分）

如果一条抛物线 $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$ 与 x 轴有两个交点，那么以该抛物线的顶点和这两个交点为顶点的三角形称为这条抛物线的“抛物线三角形”.

（1）“抛物线三角形”一定是___________三角形；

（2）若抛物线 $y=-x^2+bx\left(b>0\right)$ 的“抛物线三角形”是等腰直角三角形，求 b 的值；

（3）如图，$\triangle OAB$ 是抛物线 $y=-x^2+b'x\left(b'>0\right)$ 的“抛物线三角形”，是否存在以原点 O 为对称中心的矩形 $ABCD$？若存在，求出过 O、C　D 三点的抛物线的表达式；若不存在，说明理由．



25．（本题满分 12 分）

如图，正三角形 ABC 的边长为 $3+\sqrt{3}$．

（1）如图①，正方形 $EFPN$ 的顶点 E、F 在边 AB 上，顶点 N 在边 AC 上．在正三角形

ABC 及其内部，以 A 为位似中心，作正方形 $EFPN$ 的位似正方形 $E'F'P'N'$，且使正方形 $E'F'P'N'$ 的面积最大（不要求写作法）；

（2）求（1）中作出的正方形 $E'F'P'N'$ 的边长；

（3）如图②，在正三角形 ABC 中放入正方形 $DEMN$ 和正方形 $EFPH$，使得 DE、EF 在边 AB 上，点 P、N 分别在边 CB、CA 上，求这两个正方形面积和的最大值及最小值，并说明理由．

参考答案

1、【答案】A

【解析】通过题意我们可以联想到数轴，零摄氏度即原点，大于零摄氏度为正方向，数值为正数，

小于零摄氏度为负数．故选 A．

2、【答案】C

【解析】三视图主要考查学生们的空间想象能力，是近几年中考的必考点，从图中我们可以知道正

面为三个正方形，（下面两个，上面一个），左视图即从左边观看，上边有一个正方形，下

面两个正方体重叠，从而看到一个正方形，故选 C．

3、【答案】D

【解析】本题主要考查了数的乘方以及幂的乘方，从整体看，外边是个平方，那么这个数肯定是正

数，排除 A，C，然后看到 5 的平方，是 25，a^3 的平方是 a^6，积为 $25a^6$，选 D．

4、【答案】C

【解析】统计题目也是年年的必考题，注重学生们的实际应用能力，根据题目规则，去掉一个最高

分和一个最低分，也就是不算 89 分和 97 分，然后把其余数求平均数，得到 94 分．其实这

种计算有个小技巧，我们看到都是 90 多分，所以我们只需计算其个位数的平均数，然后再

加上 90 就可以快速算出结果．个位数平均数为 $(2\times2+5\times2+6)\div5=4$，所以其余这些数

的平均数为 94 分．故选 C．

5、【答案】D

【解析】本题主要考查了三角形的中位线的性质，由题意可知，ED 为 ΔABC 的中位线，则面积比

$$S_{\Delta EDC}:S_{\Delta ABC}=(\frac{ED}{AB})^2=(\frac{1}{2})^2=1:4$$，故选 D.

6、【答案】A

【解析】本题考查了一次函数的图象性质以及应用，若干点在同一个正比例函数图像上，由 $y=kx$，

可知，y 与 x 的比值是相等的，代进去求解，可知，A 为正确解．选 A.

7、【答案】B

【解析】本题考查了菱形的性质，我们知道菱形的对角线互相平分且垂直，外加 $OE\perp AB$，即可得

出 $\angle AOE=\angle OBE=\frac{1}{2}\times\angle ABC=\frac{1}{2}\times 130°=65°$．选 B.

8、【答案】D

【解析】一次函数交点问题可以转化为二元一次方程组求解问题，解得 x=2，y=1．选 D.

9、【答案】C

【解析】本题考查圆的弦与半径之间的边角关系，连接 *OB*，*OD*，过 *O* 作 $OH\perp AB$，交 AB 于点 H．

在 $Rt\Delta OBH$ 中，由勾股定理可知，*OH*=3，同理可作 $OE\perp AB$，*OE*=3，且易证

$\Delta OPE\cong\Delta OPH$，所以 *OP*=$3\sqrt{2}$，选 C.

10、【答案】B

【解析】本题考查了抛物线的平移以及其图像的性质，由 $y=x^2-x-6=(x-3)(x+2)$，可知其与

x 轴有两个交点，分别为 $(3,0)$ $(-2\ 0)$．画图，数形结合，我们得到将抛物线向右平移 2

个单位，恰好使得抛物线经过原点，且移动距离最小．选 B．

11、【答案】$-5\sqrt{2}+1$

【解析】原式$=2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}-3\times2\sqrt{2}+1=-5\sqrt{2}+1$

12、【答案】$xy\left(x-y\right)^2$

【解析】$x^3y-2x^2y^2+xy^3=xy\left(x^2-2xy+y^2\right)=xy\left(x-y\right)^2$

13、A【答案】$\dfrac{2}{3}\pi$

【解析】将长度为 4 的线段 AB 绕它的中点 M，按逆时针方向旋转 30°，则线段 AB 扫过部分的形

状为半径为 2，圆心角度数为 30°的两个扇形，所以其面积

为$2\times\dfrac{30\pi\times2^2}{360}=\dfrac{2}{3}\pi$．

B【答案】2.47

14、【答案】3

【解析】设小宏能买 x 瓶甲饮料，则买乙饮料$\left(10-x\right)$瓶．根据题意，得

$7x+4\left(10-x\right)\le50$　　解得 $x\le3\dfrac{1}{3}$

所以小宏最多能买 3 瓶甲饮料．

15、【答案】$y=\dfrac{18}{x}$（只要 $y=\dfrac{k}{x}$ 中的 k 满足 $k>\dfrac{9}{2}$ 即可）

【解析】设这个反比例函数的表达式是 $y=\dfrac{k}{x}\left(k\neq 0\right)$.

由 $\begin{cases} y=\dfrac{k}{x}, \\ y=-2x+6, \end{cases}$ 得 $2x^2-6x+k=0$.

因为这个反比例函数与一次函数的图象没有交点，所以方程 $2x^2-6x+k=0$ 无解.

所以 $\Delta=\left(-6\right)^2-4\times 2k=36-8k<0$ ，解得 $k>\dfrac{9}{2}$.

16、【答案】$\sqrt{41}$

【解析】方法一：设这一束光与 x 轴交与点 C ，过点 C 作 x 轴的垂线 CD ，

过点 B 作 $BE\perp x$ 轴于点 E .

根据反射的性质，知 $\angle ACO=\angle BCE$.

所以 $Rt\Delta ACO\backsim Rt\Delta BCE$. 所以 $\dfrac{AO}{CO}=\dfrac{BE}{CE}$.

已知 $AO=2$ ， $BE=3$ ， $OC+CE=4$ ，则 $\dfrac{2}{4-CE}=\dfrac{3}{CE}$.

所以 $CE=\dfrac{12}{5}$ ， $CO=\dfrac{8}{5}$.

由勾股定理，得 $AC=\dfrac{2}{5}\sqrt{41}$ ， $BC=\dfrac{3}{5}\sqrt{41}$ ，所以 $AB=AC+BC=\sqrt{41}$.

方法二：设设这一束光与 x 轴交与点 C ，作点 B 关于 x 轴的对称点 B'，过 B' 作 $B'D\perp y$ 轴

于点 D .

由反射的性质，知 A，C B' 这三点在同一条直线上.

再由对称的性质，知 $B'C=BC$.

则 $AB=AC+CB=AC+CB'=AB'$.

由题意易知 AD=5， $B'D$=4，由勾股定理，得 $AB'=\sqrt{41}$．所以 $AB=AB'=\sqrt{41}$．

17、【答案】解：原式=$\dfrac{(2a-b)(a-b)-b(a+b)}{(a+b)(a-b)}\cdot\dfrac{a+b}{a-2b}$

$$=\frac{2a^2-2ab-ab+b^2-ab-b^2}{(a-b)(a-2b)}$$

$$=\frac{2a^2-4ab}{(a-b)(a-2b)}$$

$$=\frac{2a(a-2b)}{(a-b)(a-2b)}$$

$$=\frac{2a}{a-b}.$$

18、【答案】解：（1）如图，在□ $ABCD$ 中， $AD//BC$，

$\therefore \angle 2=\angle 3$.

$\because$ BF 是 $\angle ABC$ 的平分线，

$\therefore \angle 1=\angle 2$.

$\therefore \angle 1=\angle 3$.

$\therefore AB=AF$.

（2）$\because \angle AEF=\angle CEB$，$\angle 2=\angle 3$

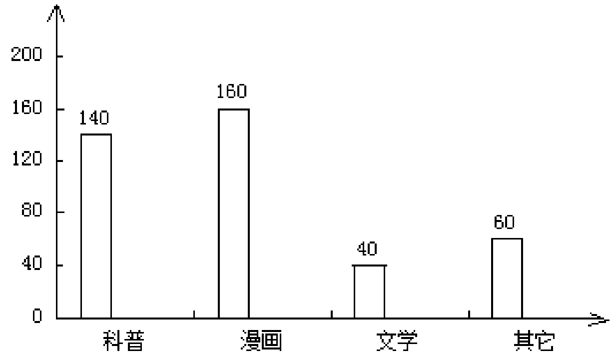
$\therefore \triangle AEF \backsim \triangle CEB$，

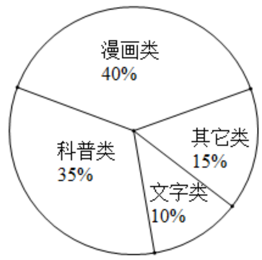
$\therefore \dfrac{AE}{EC}=\dfrac{AF}{BC}=\dfrac{3}{5}$，

$\therefore \dfrac{AE}{AC}=\dfrac{3}{8}$.

19、【答案】解：（1）如图所示

一周内该校学生从图书馆借出各类图书数量情况统计图



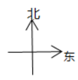


（2）该学校学生最喜欢借阅漫画类图书.

（3）漫画类：600×40%=240（本），科普类：600×35%=210（本），

文学类：600×10%=60（本），其它类：600×15%=90（本）.

20、【答案】解：如图，作 $CD\perp AB$ 交 AB 的延长线于点 D，



则 $\angle BCD=45°$，$\angle ACD=65°$.

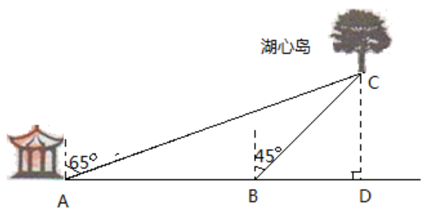
在 Rt△ ACD 和 Rt△ BCD 中，

设 $AC=x$，则 $AD=x\sin 65°$，

$BD=CD=x\cos 65°$.

$\therefore 100+x\cos 65°=x\sin 65°$.

$\therefore x=\dfrac{100}{\sin 65°-\cos 65°}\approx 207$ （米）.



∴湖心岛上的迎宾槐 C 处与凉亭 A 处之间距离约为 207 米.

21、【答案】解：（1）设 $y=kx+b$，则有 $\begin{cases} b=299, \\ 2000k+b=235. \end{cases}$

解之，得 $\begin{cases} k=-\dfrac{4}{125}, \\ b=299. \end{cases}$

$\therefore y=-\dfrac{4}{125}x+299$.

（2）当 $x=1200$ 时，$y=-\dfrac{4}{125}\times 1200+299=260.6$（克/立方米）.

∴该山山顶处的空气含氧量约为 260.6 克/立方米.

22、【答案】解：（1）随机掷两枚骰子一次，所有可能出现的结果如右表：

右表中共有 36 种等可能结果，其中点数和

为 2 的结果只有一种.

$\therefore P$（点数和为 2）= $\dfrac{1}{36}$.

（2）由右表可以看出，点数和大于 7 的结果

有 15 种.

$\therefore P$（小轩胜小峰）= $\dfrac{15}{36}=\dfrac{5}{12}$.

骰子 2 骰子 1	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

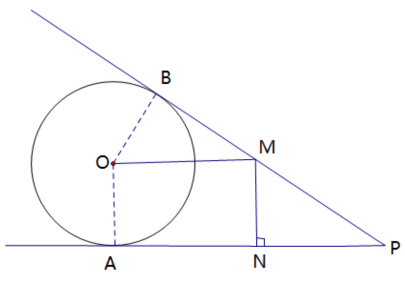
23、【答案】解：（1）证明：如图，连接 OA，则 $OA\perp AP$.

$\because MN\perp AP$，

$\therefore MN//OA$.

$\because OM//AP$，

∴四边形 $ANMO$ 是矩形.



$\therefore OM=AN$.

（2）连接 OB ，则 $OB\perp BP$.

$\because OA=MN$ ， $OA=OB$ ， $OM//AP$ ，

$\therefore OB=MN$ ， $\angle OMB=\angle NPM$.

$\therefore Rt\Delta OBM\cong Rt\Delta MNP$.

$\therefore OM=MP$.

设 $OM=x$ ，则 $NP=9-x$.

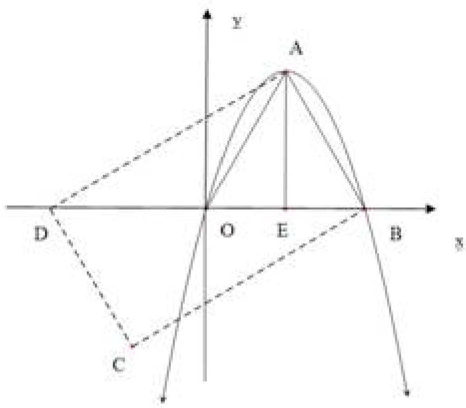
在 $Rt\Delta MNP$ 中，有 $x^2=3^2+(9-x)^2$.

$\therefore x=5$. 即 $OM=5$.

24、【答案】解：（1）等腰

（2）$\because$抛物线 $y=-x^2+bx\left(b>0\right)$ 的“抛物线三角形”是等腰直角三角形，

$\therefore$该抛物线的顶点 $\left(\frac{b}{2},\frac{b^2}{4}\right)$ 满足 $\frac{b}{2}=\frac{b^2}{4}$ $\left(b>0\right)$.



$\therefore b=2$.

（3）存在.

如图，作$\triangle OCD$ 与$\triangle OAB$ 关于原点 O 中心对称，

则四边形 $ABCD$ 为平行四边形.

当 $OA=OB$ 时，平行四边形 $ABCD$ 为矩形.

又$\because AO=AB$ ，

$\therefore\triangle OAB$ 为等边三角形.

作 $AE\perp OB$ ，垂足为 E .

$\therefore AE=\sqrt{3}OE$.

$\therefore \frac{b'^2}{4}=\sqrt{3}\cdot\frac{b'}{2}\left(b'>0\right)$.

$\therefore b'=2\sqrt{3}$.

$\therefore A\left(\sqrt{3},3\right),\ B\left(2\sqrt{3},0\right)$.

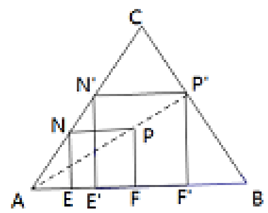
$\therefore C\left(-\sqrt{3},-3\right),\ D\left(-2\sqrt{3},0\right)$.

设过点O、C　D三点的抛物线$y=mx^2+nx$，则

$\begin{cases}12m-2\sqrt{3}n=0,\\3m-\sqrt{3}n=-3.\end{cases}$　　解之，得$\begin{cases}m=1,\\n=2\sqrt{3}.\end{cases}$

∴所求抛物线的表达式为$y=x^2+2\sqrt{3}x$.

25、【答案】解：（1）如图①，正方形$E'F'P'N'$即为所求.



图①

（2）设正方形$E'F'P'N'$的边长为x .

∵△ABC为正三角形，

$\therefore AE'=BF'=\frac{\sqrt{3}}{3}x$.

$\therefore x+\frac{2\sqrt{3}}{3}x=3+\sqrt{3}$.

$\therefore x=\frac{9+3\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+3}$，即$x=3\sqrt{3}-3$.（没有分母有理化也对，$x\approx 2.20$也正确）

（3）如图②，连接NE，EP　PN，则$\angle NEP=90°$.

设正方形$DEMN$、正方形$EFPH$的边长分别为m、n $\left(m\geq n\right)$，

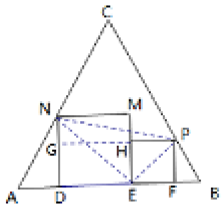
它们的面积和为S，则$NE=\sqrt{2}m$，$PE=\sqrt{2}n$.

$\therefore PN^2=NE^2+PE^2=2m^2+2n^2=2\left(m^2+n^2\right)$.

$\therefore S=m^2+n^2=\frac{1}{2}PN^2$.

延长PH交ND于点G，则$PG\perp ND$.

在$Rt\Delta PGN$中，$PN^2=PG^2+GN^2=\left(m+n\right)^2+$



图②

$\because \frac{\sqrt{3}}{3}m+m+n+\frac{\sqrt{3}}{3}n=\sqrt{3}+3$，即$m+n=3$.

$\therefore$ i ）当$\left(m-n\right)^2=0$时，即$m=n$时，S最小.

$\therefore S_{最小}=\frac{1}{2}\times 3^2=\frac{9}{2}$.

ii ）当$\left(m-n\right)^2$最大时，S最大.

即当m最大且n最小时，S最大.

$\because m+n=3$，由（2）知，$m_{最大}=3\sqrt{3}-3$.

$\therefore n_{最小}=3-m_{最大}=3-\left(3\sqrt{3}-3\right)=6-3\sqrt{3}$.

$\therefore S_{最大}=\frac{1}{2}\left[9+\left(m_{最大}-n_{最小}\right)^2\right]=\frac{1}{2}\left[9+\left(3\sqrt{3}-3-6+3\sqrt{3}\right)^2\right]=99-54\sqrt{3}$.