

2015 年陕西省中考数学试卷

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，计 30 分，每小题只有一个选项是符合题意的）

1. (3 分) (2015•陕西) 计算： $(\frac{2}{3})^0 =$ ()

- A 1 B $\frac{3}{2}$ C 0 D $\frac{2}{3}$

2. (3 分) (2015•陕西) 如图是一个螺母的示意图，它的俯视图是 ()

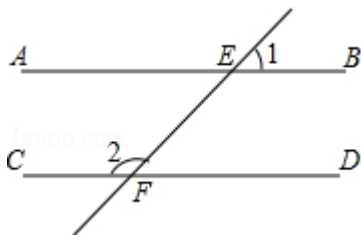


- A  B  C  D 

3. (3 分) (2015•陕西) 下列计算正确的是 ()

- A $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(-2ab)^2 = 4a^2b^2$
- C. $(a^2)^3 = a^5$ D $3a^2b^2 \div a^2b^2 = 3ab$

4. (3 分) (2015•陕西) 如图， $AB \parallel CD$ ，直线 EF 分别交直线 AB，CD 于点 E，F. 若 $\angle 1 = 46^\circ 30'$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()

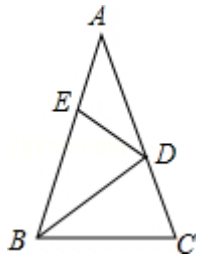


- A $43^\circ 30'$ B $53^\circ 30'$ C $133^\circ 30'$ D $153^\circ 30'$

5. (3 分) (2015•陕西) 设正比例函数 $y = mx$ 的图象经过点 A (m, 4)，且 y 的值随 x 值的增大而减小，则 m = ()

- A 2 B -2 C 4 D -4

6. (3 分) (2015•陕西) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 36^\circ$ ， $AB = AC$ ，BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线. 若在边 AB 上截取 $BE = BC$ ，连接 DE，则图中等腰三角形共有 ()



- A 2 个 B 3 个 C 4 个 D 5 个

7. (3分) (2015•陕西) 不等式组 $\begin{cases} \frac{1}{2}x+1 \geq -3 \\ x-2(x-3) > 0 \end{cases}$ 的最大整数解为 ()
- A 8 B 6 C 5 D 4

8. (3分) (2015•陕西) 在平面直角坐标系中, 将直线 $l_1: y=-2x-2$ 平移后, 得到直线 $l_2: y=-2x+4$, 则下列平移作法正确的是 ()
- A 将 l_1 向右平移 3 个单位长度 B. 将 l_1 向右平移 6 个单位长度
- C. 将 l_1 向上平移 2 个单位长度 D 将 l_1 向上平移 4 个单位长度

9. (3分) (2015•陕西) 在 $\square ABCD$ 中, $AB=10$, $BC=14$, E, F 分别为边 BC, AD 上的点, 若四边形 AECF 为正方形, 则 AE 的长为 ()
- A 7 B 4 或 10 C 5 或 9 D 6 或 8

10. (3分) (2015•陕西) 下列关于二次函数 $y=ax^2-2ax+1$ ($a>1$) 的图象与 x 轴交点的判断, 正确的是 ()
- A 没有交点
- B. 只有一个交点, 且它位于 y 轴右侧
- C. 有两个交点, 且它们均位于 y 轴左侧
- D 有两个交点, 且它们均位于 y 轴右侧

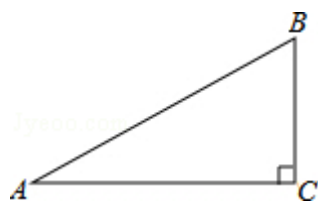
二、填空题 (共 5 小题, 每小题 3 分, 计 12 分, 其中 12、13 题为选做题, 任选一题作答)

11. (3分) (2015•陕西) 将实数 $\sqrt{5}$, π , 0, -6 由小到大用“<”号连起来, 可表示为_____.

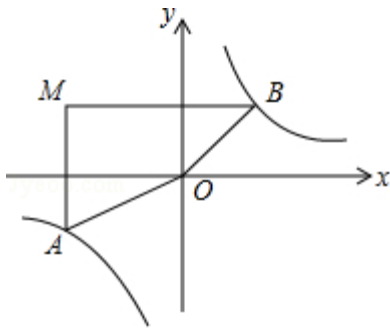
12. 请从以下两个小题任选一个作答, 若多选, 则按第一题计分。

A. (3分) (2015•陕西) 正八边形一个内角的度数为_____.

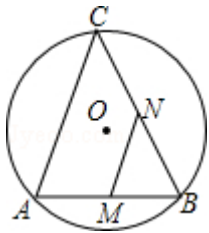
B. (3分) (2015•陕西) 如图, 有一滑梯 AB, 其水平宽度 AC 为 5.3 米, 铅直高度 BC 为 2.8 米, 则 $\angle A$ 的度数约为_____ (用科学计算器计算, 结果精确到 0.1°).



13. (3分) (2015•陕西) 如图, 在平面直角坐标系中, 过点 M (-3, 2) 分别作 x 轴、y 轴的垂线与反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ 的图象交于 A, B 两点, 则四边形 MAOB 的面积为_____.



14. (3分) (2015•陕西) 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, $AB=6$, 点 C 是 $\odot O$ 上的一个动点, 且 $\angle ACB=45^\circ$. 若点 M, N 分别是 AB, BC 的中点, 则 MN 长的最大值是_____.

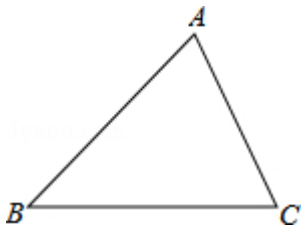


三、解答题 (共 11 小题, 计 78 分, 解答时写出过程)

15. (5分) (2015•陕西) 计算: $\sqrt{3} \times (-\sqrt{6}) + |2\sqrt{2}| + (\frac{1}{2})^{-3}$.

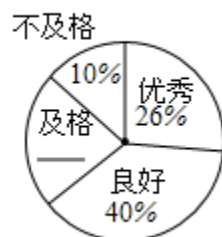
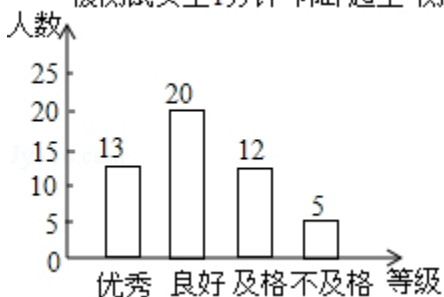
16. (5分) (2015•陕西) 解分式方程: $\frac{x-2}{x+3} - \frac{3}{x-3} = 1$.

17. (5分) (2015•陕西) 如图, 已知 $\triangle ABC$, 请用尺规过点 A 作一条直线, 使其将 $\triangle ABC$ 分成面积相等的两部分. (保留作图痕迹, 不写作法)



18. (5分) (2015•陕西) 某校为了了解本校九年级女生体育测试项目“仰卧起坐”的训练情况, 让体育老师随机抽查了该年级若干名女生, 并严格地对她们进行了 1 分钟“仰卧起坐”测试, 同时统计了每个人做的个数 (假设这个个数为 x), 现在我们将这些同学的测试结果分为四个等级: 优秀 ($x \geq 44$)、良好 ($36 \leq x \leq 43$)、及格 ($25 \leq x \leq 35$) 和不及格 ($x \leq 24$), 并将统计结果绘制成如下两幅不完整的统计图.

被测试女生 1 分钟“仰卧起坐”测试结果统计图

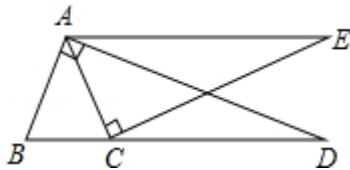


根据以上信息, 解答下列问题:

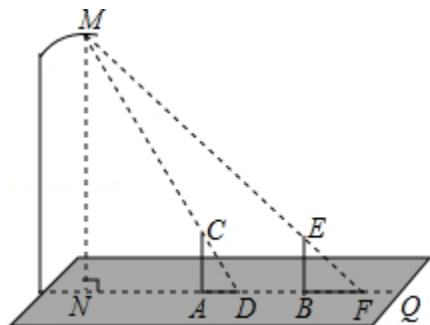
- (1) 补全上面的条形统计图和扇形统计图;

- (2) 被测试女生 1 分钟“仰卧起坐”个数的中位数落在_____等级；
- (3) 若该年级有 650 名女生，请你估计该年级女生中 1 分钟“仰卧起坐”个数达到优秀的人数。

19. (7 分) (2015•陕西) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，作 $AD \perp AB$ 交 BC 的延长线于点 D ，作 $AE \parallel BD$ ， $CE \perp AC$ ，且 AE ， CE 相交于点 E ，求证： $AD=CE$ 。



20. (7 分) (2015•陕西) 晚饭后，小聪和小军在社区广场散步，小聪问小军：“你有多高？”小军一时语塞。小聪思考片刻，提议用广场照明灯下的影长及地砖长来测量小军的身高。于是，两人在灯下沿直线 NQ 移动，如图，当小聪正好站在广场的 A 点（距 N 点 5 块地砖长）时，其影长 AD 恰好为 1 块地砖长；当小军正好站在广场的 B 点（距 N 点 9 块地砖长）时，其影长 BF 恰好为 2 块地砖长。已知广场地面由边长为 0.8 米的正方形地砖铺成，小聪的身高 AC 为 1.6 米， $MN \perp NQ$ ， $AC \perp NQ$ ， $BE \perp NQ$ 。请你根据以上信息，求出小军身高 BE 的长。（结果精确到 0.01 米）



21. (7 分) (2015•陕西) 胡老师计划组织朋友暑假去革命圣地延安两日游，经了解，现有甲、乙两家旅行社比较合适，报价均为每人 640 元，且提供的服务完全相同，针对组团两日游的游客，甲旅行社表示，每人都按八五折收费；乙旅行社表示，若人数不超过 20 人，每人都按九折收费，超过 20 人，则超出部分每人按七五折收费，假设组团参加甲、乙两家旅行社两日游的人数均为 x 人。

- (1) 请分别写出甲、乙两家旅行社收取组团两日游的总费用 y (元) 与 x (人) 之间的函数关系式；
- (2) 若胡老师组团参加两日游的人数共有 32 人，请你计算，在甲、乙两家旅行社中，帮助胡老师选择收取总费用较少的一家。

22. (7 分) (2015•陕西) 某中学要在全校学生中举办“中国梦•我的梦”主题演讲比赛，要求每班选一名代表参赛。九年级 (1) 班经过投票初选，小亮和小丽票数并列班级第一，现在他们都想代表本班参赛。经班长与他们协商决定，用他们学过的掷骰子游戏来确定谁去参赛（胜者参赛）。

规则如下：两人同时随机各掷一枚完全相同且质地均匀的骰子一次，向上一面的点数都是奇数，则小亮胜；向上一面的点数都是偶数，则小丽胜；否则，视为平局，若为平局，继续上述游戏，直至分出胜负为止。

如果小亮和小丽按上述规则各掷一次骰子，那么请你解答下列问题：

- (1) 小亮掷得向上一面的点数为奇数的概率是多少？
- (2) 该游戏是否公平？请用列表或树状图等方法说明理由。（骰子：六个面上分别刻有 1, 2, 3, 4, 5, 6 个小圆点的小正方体）

23. (8 分) (2015•陕西) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， AC 是 $\odot O$ 的弦，过点 B 作 $\odot O$ 的切线 DE ，与 AC 的延长线交于点 D ，作 $AE \perp AC$ 交 DE 于点 E 。

**2015 年陕西省中考数学试卷
参考答案与试题解析**

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，计 30 分，每小题只有一个选项是符合题意的）

1. （3 分）（2015•陕西）计算： $(\frac{2}{3})^0 =$ （ ）

- A 1 B $\frac{3}{2}$ C 0 D $\frac{2}{3}$

考点： 零指数幂.

分析： 根据零指数幂： $a^0=1$ ($a \neq 0$)，求出 $(\frac{2}{3})^0$ 的值是多少即可.


解答： 解： $(\frac{2}{3})^0=1$.

故选：A.

点评： 此题主要考查了零指数幂的运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：① $a^0=1$ ($a \neq 0$)；② $0^0 \neq 1$.

2. （3 分）（2015•陕西）如图是一个螺母的示意图，它的俯视图是（ ）



- A  B  C  D 

考点：简单组合体的三视图．

分析：根据从上面看得到的图形是俯视图，可得答案．

解答：解：从上面看外面是一个正六边形，里面是一个没有圆心的圆，
故选：B．

点评：本题考查了简单组合体的三视图，从上面看得到的图形是俯视图．

3. (3 分) (2015•陕西) 下列计算正确的是 ()

A $a^2 \cdot a^3 = a^6$

B. $(-2ab)^2 = 4a^2b^2$

C. $(a^2)^3 = a^5$

D $3a^2b^2 \div a^2b^2 = 3ab$

考点：整式的除法；同底数幂的乘法；幂的乘方与积的乘方．

分析：根据同底数幂的乘法、积的乘方、幂的乘方、整式的除法，即可解答．

解答：解：A、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故正确；

B、正确；

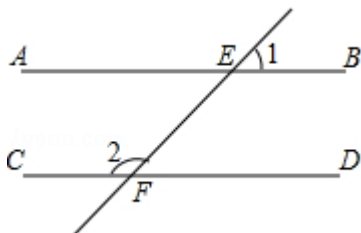
C、 $(a^2)^3 = a^6$ ，故错误；

D、 $3a^2b^2 \div a^2b^2 = 3$ ，故错误；

故选：B．

点评：本题考查了同底数幂的乘法、积的乘方、幂的乘方、整式的除法，解决本题的关键是熟记同底数幂的乘法、积的乘方、幂的乘方、整式的除法的法则．

4. (3 分) (2015•陕西) 如图， $AB \parallel CD$ ，直线 EF 分别交直线 AB，CD 于点 E，F．若 $\angle 1 = 46^\circ 30'$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()



A $43^\circ 30'$

B $53^\circ 30'$

C $133^\circ 30'$

D $153^\circ 30'$

考点：平行线的性质．

分析：先根据平行线的性质求出 $\angle EFD$ 的度数，再根据补角的定义即可得出结论．

解答：解： $\because AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = 46^\circ 30'$ ，

$$\therefore \angle EFD = \angle 1 = 46^\circ 30'$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - 46^\circ 30' = 133^\circ 30'.$$

故选 C．

点评：本题考查的是平行线的性质，用到的知识点为：两线平行，同位角相等．

5. (3 分) (2015•陕西) 设正比例函数 $y = mx$ 的图象经过点 A (m, 4)，且 y 的值随 x 值的增大而减小，则 m = ()

A 2

B -2

C 4

D -4

考点：正比例函数的性质．

分析：直接根据正比例函数的性质和待定系数法求解即可．

解答：解：把 $x=m$ ， $y=4$ 代入 $y=mx$ 中，

可得： $m=\pm 2$ ，

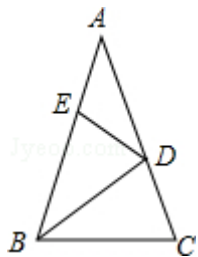
因为 y 的值随 x 值的增大而减小，

所以 $m=-2$ ，

故选 B

点评：本题考查了正比例函数的性质：正比例函数 $y=kx$ ($k\neq 0$) 的图象为直线，当 $k>0$ ，图象经过第一、三象限， y 值随 x 的增大而增大；当 $k<0$ ，图象经过第二、四象限， y 值随 x 的增大而减小．

6. (3 分) (2015•陕西) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=36^\circ$ ， $AB=AC$ ， BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线．若在边 AB 上截取 $BE=BC$ ，连接 DE ，则图中等腰三角形共有 ()



A 2 个

B 3 个

C 4 个

D 5 个

考点：等腰三角形的判定与性质．

分析：根据已知条件分别求出图中三角形的内角度数，再根据等腰三角形的判定即可找出图中的等腰三角形．

解答：解： $\because AB=AC$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形；

$\because AB=AC$ ， $\angle A=36^\circ$ ，

$\therefore \angle ABC=\angle C=72^\circ$ ，

$\because BD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，

$\therefore \angle ABD=\angle DBC=\frac{1}{2}\angle ABC=36^\circ$ ，

$\therefore \angle A=\angle ABD=36^\circ$ ，

$\therefore BD=AD$ ，

$\therefore \triangle ABD$ 是等腰三角形；

在 $\triangle BCD$ 中， $\therefore \angle BDC=180^\circ-\angle DBC-\angle C=180^\circ-36^\circ-72^\circ=72^\circ$ ，

$\therefore \angle C=\angle BDC=72^\circ$ ，

$\therefore BD=BC$ ，

$\therefore \triangle BCD$ 是等腰三角形；

$\because BE=BC$ ，

$\therefore BD=BE$ ，

$\therefore \triangle BDE$ 是等腰三角形；

$\therefore \angle BED=(180^\circ-36^\circ)\div 2=72^\circ$ ，

$$\therefore \angle ADE = \angle BED - \angle A = 72^\circ - 36^\circ = 36^\circ,$$

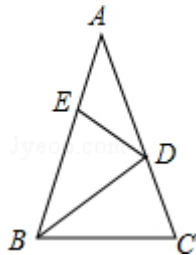
$$\therefore \angle A = \angle ADE,$$

$$\therefore DE = AE,$$

$\therefore \triangle ADE$ 是等腰三角形;

\therefore 图中的等腰三角形有 5 个.

故选 D.



点评: 此题考查了等腰三角形的判定, 用到的知识点是等腰三角形的判定、三角形内角和定理、三角形外角的性质、三角形的角平分线定义等, 解题时要找出所有的等腰三角形, 不要遗漏.

7. (3 分) (2015•陕西) 不等式组
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + 1 \geq -3 \\ x - 2(x - 3) > 0 \end{cases}$$
 的最大整数解为 ()

A 8

B 6

C 5

D 4

考点: 一元一次不等式组的整数解.

分析: 先求出各个不等式的解集, 再求出不等式组的解集, 最后求出答案即可.

解答: 解:
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + 1 \geq -3 \text{ ①} \\ x - 2(x - 3) > 0 \text{ ②} \end{cases}$$

$$\therefore \text{解不等式 ① 得: } x \geq -8,$$

$$\text{解不等式 ② 得: } x < 6,$$

$$\therefore \text{不等式组的解集为 } -8 \leq x < 6,$$

$$\therefore \text{不等式组的最大整数解为 } 5,$$

故选 C.

点评: 本题考查了解一元一次不等式组, 不等式组的整数解的应用, 解此题的关键是能根据不等式的解集求出不等式组的解集, 难度适中.

8. (3 分) (2015•陕西) 在平面直角坐标系中, 将直线 $l_1: y = -2x - 2$ 平移后, 得到直线 $l_2: y = -2x + 4$, 则下列平移作法正确的是 ()

A 将 l_1 向右平移 3 个单位长度

B 将 l_1 向右平移 6 个单位长度

C 将 l_1 向上平移 2 个单位长度

D 将 l_1 向上平移 4 个单位长度

考点: 一次函数图象与几何变换.

分析：利用一次函数图象的平移规律，左加右减，上加下减，得出即可．

解答：解：∵将直线 $l_1: y=-2x-2$ 平移后，得到直线 $l_2: y=-2x+4$ ，

$$\therefore -2(x+a)-2=-2x+4,$$

解得： $a=-3$ ，

故将 l_1 向右平移 3 个单位长度．

故选：A．

点评：此题主要考查了一次函数图象与几何变换，正确把握变换规律是解题关键．

9. (3 分) (2015•陕西) 在 $\square ABCD$ 中， $AB=10$ ， $BC=14$ ， E ， F 分别为边 BC ， AD 上的点，若四边形 $AECF$ 为正方形，则 AE 的长为 ()

A 7

B 4 或 10

C 5 或 9

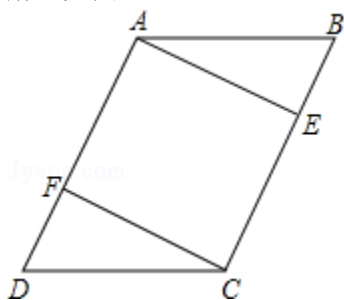
D 6 或 8

考点：平行四边形的性质；勾股定理；正方形的性质．

专题：分类讨论．

分析：设 AE 的长为 x ，根据正方形的性质可得 $BE=14-x$ ，根据勾股定理得到关于 x 的方程，解方程即可得到 AE 的长．

解答：解：如图：



设 AE 的长为 x ，根据正方形的性质可得 $BE=14-x$ ，

在 $\triangle ABE$ 中，根据勾股定理可得 $x^2 + (14-x)^2 = 10^2$ ，

解得 $x_1=6$ ， $x_2=8$ ．

故 AE 的长为 6 或 8．

故选：D．

点评：考查了平行四边形的性质，正方形的性质，勾股定理，关键是根据勾股定理得到关于 AE 的方程．

10. (3 分) (2015•陕西) 下列关于二次函数 $y=ax^2-2ax+1$ ($a>1$) 的图象与 x 轴交点的判断，正确的是 ()

A 没有交点

B. 只有一个交点，且它位于 y 轴右侧

C. 有两个交点，且它们均位于 y 轴左侧

D 有两个交点，且它们均位于 y 轴右侧

考点：抛物线与 x 轴的交点.

分析：根据函数值为零，可得相应的方程，根据根的判别式，公式法求方程的根，可得答案.

解答：

解：当 $y=0$ 时， $ax^2-2ax+1=0$,

$$\because a > 1$$

$$\therefore \Delta = (-2a)^2 - 4a = 4a(a-1) > 0,$$

$ax^2-2ax+1=0$ 有两个根，函数与有两个交点，

$$x = \frac{2a - \sqrt{4a(a-1)}}{2a} > 0,$$

故选：D.

点评：本题考查了抛物线与 x 轴的交点，利用了函数与方程的关系，方程的求根公式.

二、填空题（共 5 小题，每小题 3 分，计 12 分，其中 12、13 题为选做题，任选一题作答）

11. (3 分) (2015•陕西) 将实数 $\sqrt{5}$, π , 0, -6 由小到大用“<”号连起来，可表示为 $-6 < 0 < \sqrt{5} < \pi$

考点：实数大小比较.

分析：正实数都大于 0，负实数都小于 0，正实数大于一切负实数，两个负实数绝对值大的反而小，据此判断即可.

解答：解： $\sqrt{5} \approx 2.236$, $\pi \approx 3.14$,

$$\therefore -6 < 0 < 2.236 < 3.14,$$

$$\therefore -6 < 0 < \sqrt{5} < \pi.$$

故答案为： $-6 < 0 < \sqrt{5} < \pi$.

点评：此题主要考查了实数大小比较的方法，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：正实数 $> 0 >$ 负实数，两个负实数绝对值大的反而小.

12. (3 分) (2015•陕西) 正八边形一个内角的度数为 135° .

考点：多边形内角与外角.

分析：

首先根据多边形内角和定理： $(n-2) \cdot 180^\circ$ ($n \geq 3$ 且 n 为正整数) 求出内角和，然后再计算一个内角的度数.

解答：

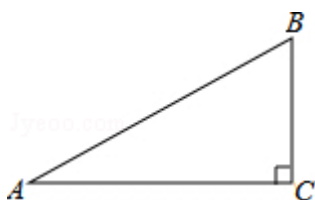
解：正八边形的内角和为： $(8-2) \times 180^\circ = 1080^\circ$,

每一个内角的度数为 $\frac{1}{8} \times 1080^\circ = 135^\circ$.

故答案为： 135° .

点评： 此题主要考查了多边形内角和定理，关键是熟练掌握计算公式： $(n-2) \cdot 180$ ($n \geq 3$) 且 n 为整数）

13. (2015•陕西) 如图，有一滑梯 AB，其水平宽度 AC 为 5.3 米，铅直高度 BC 为 2.8 米，则 $\angle A$ 的度数约为 27.8° (用科学计算器计算，结果精确到 0.1°).



考点： 解直角三角形的应用-坡度坡角问题.

分析： 直接利用坡度的定义求得坡角的度数即可.

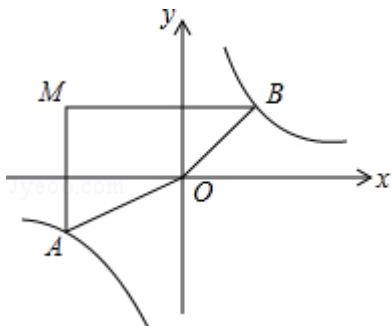
解答： 解： $\because \tan \angle A = \frac{BC}{AC} = \frac{2.8}{5.3} \approx 0.5283$,

$\therefore \angle A = 27.8^\circ$,

故答案为： 27.8° .

点评： 本题考查了坡度坡角的知识，解题时注意坡角的正切值等于铅直高度与水平宽度的比值，难度不大.

14. (3 分) (2015•陕西) 如图，在平面直角坐标系中，过点 M (-3, 2) 分别作 x 轴、y 轴的垂线与反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象交于 A, B 两点，则四边形 MAOB 的面积为 10.



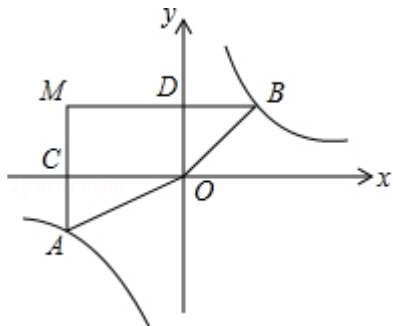
考点： 反比例函数系数 k 的几何意义.

分析： 设点 A 的坐标为 (a, b) ，点 B 的坐标为 (c, d) ，根据反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象过 A, B 两点，所

以 $ab=4$ ， $cd=4$ ，进而得到 $S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2}|ab|=2$ ， $S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2}|cd|=2$ ，

$S_{\text{矩形 MCDO}} = 3 \times 2 = 6$ ，根据四边形 MAOB 的面积 $= S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOD} + S_{\text{矩形 MCDO}}$ ，即可解答.

解答： 解：如图，



设点 A 的坐标为 (a, b) ，点 B 的坐标为 (c, d) ，

\because 反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ 的图象过 A, B 两点，

$\therefore ab = 4, cd = 4$ ，

$\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2}|ab| = 2, S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2}|cd| = 2$ ，

\because 点 M $(-3, 2)$ ，

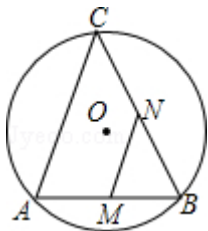
$\therefore S_{\text{矩形 MCDO}} = 3 \times 2 = 6$ ，

\therefore 四边形 MAOB 的面积 $= S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOD} + S_{\text{矩形 MCDO}} = 2 + 2 + 6 = 10$ ，

故答案为：10.

点评： 本题主要考查反比例函数的对称性和 k 的几何意义，根据条件得出 $S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2}|ab| = 2, S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2}|cd| = 2$ 是解题的关键，注意 k 的几何意义的应用.

15. (3 分) (2015•陕西) 如图，AB 是 $\odot O$ 的弦，AB=6，点 C 是 $\odot O$ 上的一个动点，且 $\angle ACB = 45^\circ$. 若点 M, N 分别是 AB, BC 的中点，则 MN 长的最大值是 $3\sqrt{2}$.



考点： 三角形中位线定理；等腰直角三角形；圆周角定理.

分析： 根据中位线定理得到 MN 的最大时，AC 最大，当 AC 最大时是直径，从而求得直径后就可以求得最大值.

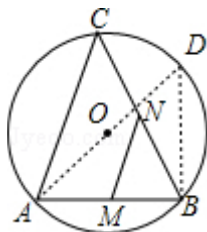
解答： 解： \because 点 M, N 分别是 AB, BC 的中点，

$\therefore MN = \frac{1}{2}AC$ ，

\therefore 当 AC 取得最大值时，MN 就取得最大值，

当 AC 是直径时，最大，

如图，



$\because \angle ACB = \angle D = 45^\circ$, $AB = 6$,

$\therefore AD = 6\sqrt{2}$,

$\therefore MN = \frac{1}{2}AD = 3\sqrt{2}$

故答案为: $3\sqrt{2}$.

点评: 本题考查了三角形的中位线定理、等腰直角三角形的性质及圆周角定理, 解题的关键是了解什么时候 MN 的值最大, 难度不大.

三、解答题 (共 11 小题, 计 78 分, 解答时写出过程)

16. (5 分) (2015•陕西) 计算: $\sqrt{3} \times (-\sqrt{6}) + |2\sqrt{2}| + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$.

考点: 二次根式的混合运算; 负整数指数幂.

专题: 计算题.

分析: 根据二次根式的乘法法则和负整数整数幂的意义得到原式 $= -\sqrt{3 \times 6} + 2\sqrt{2} + 8$, 然后化简后合并即可.

解答: 解: 原式 $= -\sqrt{3 \times 6} + 2\sqrt{2} + 8$

$$= -3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 8$$

$$= -\sqrt{2} + 8.$$

点评: 本题考查了二次根式的计算: 先把各二次根式化为最简二次根式, 再进行二次根式的乘除运算, 然后合并同类二次根式. 也考查了负整数整数幂.

17. (5 分) (2015•陕西) 解分式方程: $\frac{x-2}{x+3} - \frac{3}{x-3} = 1$.

考点: 解分式方程.

专题: 计算题.

分析: 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

解答: 解: 去分母得: $x^2 - 5x + 6 - 3x - 9 = x^2 - 9$,

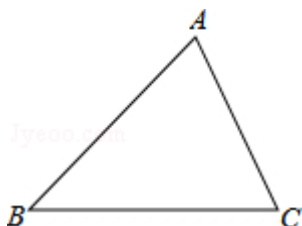
$$\text{解得: } x = \frac{3}{4},$$

经检验 $x = \frac{3}{4}$ 是分式方程的解.

点评: 此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求

解. 解分式方程一定要注意要验根.

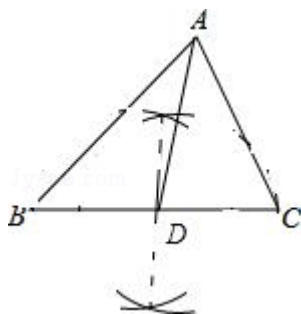
18. (5分) (2015•陕西) 如图, 已知 $\triangle ABC$, 请用尺规过点 A 作一条直线, 使其将 $\triangle ABC$ 分成面积相等的两部分. (保留作图痕迹, 不写作法)



考点: 作图—复杂作图.

分析: 作 BC 边上的中线, 即可把 $\triangle ABC$ 分成面积相等的两部分.

解答:

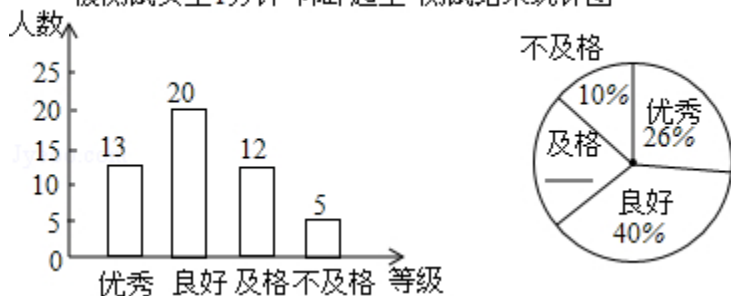


解: 如图, 直线 AD 即为所求:

点评: 此题主要考查三角形中线的作法, 同时要掌握若两个三角形等底等高, 则它们的面积相等.

19. (5分) (2015•陕西) 某校为了了解本校九年级女生体育测试项目“仰卧起坐”的训练情况, 让体育老师随机抽查了该年级若干名女生, 并严格地对她们进行了 1 分钟“仰卧起坐”测试, 同时统计了每个人做的个数 (假设这个个数为 x), 现在我们将这些同学的测试结果分为四个等级: 优秀 ($x \geq 44$)、良好 ($36 \leq x \leq 43$)、及格 ($25 \leq x \leq 35$) 和不及格 ($x \leq 24$), 并将统计结果绘制成如下两幅不完整的统计图.

被测试女生 1 分钟“仰卧起坐”测试结果统计图



根据以上信息, 解答下列问题:

- (1) 补全上面的条形统计图和扇形统计图;
- (2) 被测试女生 1 分钟“仰卧起坐”个数的中位数落在 良好 等级;
- (3) 若该年级有 650 名女生, 请你估计该年级女生中 1 分钟“仰卧起坐”个数达到优秀的人数.

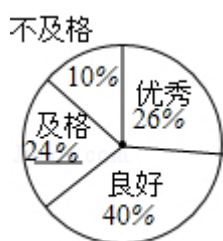
考点: 条形统计图; 用样本估计总体; 扇形统计图.

分析: (1) 根据各个等级的百分比得出答案即可;

(2) 根据中位数的定义知道中位数是第 25 和 26 个数的平均数, 由此即可得出答案;

(3) 首先根据扇形图得出优秀人数占的百分比, 条形统计图可以求出平均数的最小值, 然后即可求出答案.

解答：



解：（1）；

$$(2) \because 13+20+12+5=50,$$

$$50 \div 2 = 25, 25 + 1 = 26,$$

\therefore 中位数落在良好等级，

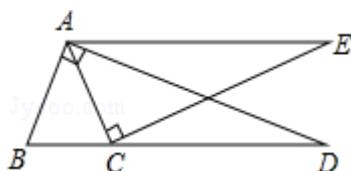
故答案为：良好；

$$(3) 650 \times 26\% = 169 \text{ (人)},$$

即该年级女生中 1 分钟“仰卧起坐”个数达到优秀的人数是 169.

点评： 本题难度中等，主要考查统计图表的识别；解本题要懂得频率分布直分图的意义．同时考查了平均数和中位数的定义．

20. (7 分) (2015•陕西) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，作 $AD \perp AB$ 交 BC 的延长线于点 D ，作 $AE \parallel BD$ ， $CE \perp AC$ ，且 AE ， CE 相交于点 E ，求证： $AD=CE$.



考点： 全等三角形的判定与性质.

专题： 证明题.

分析： 根据平行线的性质得出 $\angle EAC = \angle ACB$ ，再利用 ASA 证出 $\triangle ABD \cong \triangle CAE$ ，从而得出 $AD=CE$.

解答： 证明： $\because AE \parallel BD$,

$$\therefore \angle EAC = \angle ACB,$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle B = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle B = \angle EAC,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CAE$ 中，

$$\begin{cases} \angle B = \angle EAC \\ AB = AC \\ \angle BAD = \angle ACE \end{cases},$$

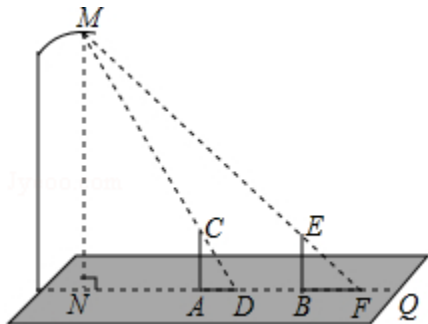
$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CAE,$$

$$\therefore AD = CE.$$

点评： 此题考查了全等三角形的判定与性质，用到的知识点是全等三角形的判定与性质、平行线的性质，关键是利用 ASA 证出 $\triangle ABD \cong \triangle CAE$.

21. (7 分) (2015•陕西) 晚饭后，小聪和小军在社区广场散步，小聪问小军：“你有多高？”小军一时语塞．小聪思考片刻，提议用广场照明灯下的影长及地砖长来测量小军的身高．于是，两人在灯下沿直线 NQ 移动，如图，当小聪正好站在广场的 A 点（距 N 点 5 块地砖长）时，其影长 AD 恰好为 1 块地砖长；当小军正好站在广场的 B 点（距 N 点 9 块地砖长）时，其影长 BF 恰好为 2 块地砖长．已知广场地面由

边长为 0.8 米的正方形地砖铺成，小聪的身高 AC 为 1.6 米， $MN \perp NQ$ ， $AC \perp NQ$ ， $BE \perp NQ$ ．请你根据以上信息，求出小军身高 BE 的长．（结果精确到 0.01 米）



考点：相似三角形的应用．

分析：先证明 $\triangle CAD \sim \triangle MND$ ，利用相似三角形的性质求得 $MN=9.6$ ，再证明 $\triangle EFB \sim \triangle MFN$ ，即可解答．

解答：解：由题意得： $\angle CAD = \angle MND = 90^\circ$ ， $\angle CDA = \angle MDN$ ，

$$\therefore \triangle CAD \sim \triangle MND,$$

$$\therefore \frac{CA}{MN} = \frac{AD}{ND},$$

$$\therefore \frac{1.6}{MN} = \frac{1 \times 0.8}{(5+1) \times 0.8},$$

$$\therefore MN = 9.6,$$

$$\text{又} \because \angle EBF = \angle MNF = 90^\circ,$$

$$\angle EFB = \angle MFN,$$

$$\therefore \triangle EFB \sim \triangle MFN,$$

$$\therefore \frac{EB}{MN} = \frac{BF}{NF},$$

$$\therefore \frac{EB}{9.6} = \frac{2 \times 0.8}{(2+9) \times 0.8}$$

$$\therefore EB \approx 1.75,$$

$$\therefore \text{小军身高约为 } 1.75 \text{ 米}.$$

点评：本题考查的是相似三角形的判定及性质，解答此题的关键是相似三角形的判定．

22. (7 分) (2015•陕西) 胡老师计划组织朋友暑假去革命圣地延安两日游，经了解，现有甲、乙两家旅行社比较合适，报价均为每人 640 元，且提供的服务完全相同，针对组团两日游的游客，甲旅行社表示，每人都按八五折收费；乙旅行社表示，若人数不超过 20 人，每人都按九折收费，超过 20 人，则超出部分每人按七五折收费，假设组团参加甲、乙两家旅行社两日游的人数均为 x 人．

(1) 请分别写出甲、乙两家旅行社收取组团两日游的总费用 y (元) 与 x (人) 之间的函数关系式；

(2) 若胡老师组团参加两日游的人数共有 32 人，请你计算，在甲、乙两家旅行社中，帮助胡老师选择收取总费用较少的一家．

考点：一次函数的应用．

专题：应用题．

分析：(1) 根据总费用等于人数乘以打折后的单价，易得 $y_{\text{甲}} = 640 \times 0.85x$ ，对于乙两家旅行社的总费用，

分类讨论：当 $0 \leq x \leq 20$ 时， $y_{\text{乙}} = 640 \times 0.9x$ ；当 $x > 20$ 时， $y_{\text{乙}} = 640 \times 0.9 \times 20 + 640 \times 0.75(x - 20)$ ；

(2) 把 $x=32$ 分别代入 (1) 中对应得函数关系计算 $y_{\text{甲}}$ 和 $y_{\text{乙}}$ 的值，然后比较大小即可．

解答：解：（1）甲两家旅行社的总费用： $y_{\text{甲}}=640 \times 0.85x=544x$ ；
乙两家旅行社的总费用：当 $0 \leq x \leq 20$ 时， $y_{\text{乙}}=640 \times 0.9x=576x$ ；当 $x > 20$ 时， $y_{\text{乙}}$
 $=640 \times 0.9 \times 20 + 640 \times 0.75(x-20) = 480x + 1920$ ；

（2）当 $x=32$ 时， $y_{\text{甲}}=544 \times 32=17408$ （元）， $y_{\text{乙}}=480 \times 32 + 1920=17280$ ，
因为 $y_{\text{甲}} > y_{\text{乙}}$ ，
所以胡老师选择乙旅行社。

点评：本题考查了一次函数的应用：利用实际问题中的数量关系建立一次函数关系，特别对乙旅行社的总费用要采用分段函数解决问题。

23.（7分）（2015•陕西）某中学要在全校学生中举办“中国梦•我的梦”主题演讲比赛，要求每班选一名代表参赛．九年级（1）班经过投票初选，小亮和小丽票数并列班级第一，现在他们都想代表本班参赛．经班长与他们协商决定，用他们学过的掷骰子游戏来确定谁去参赛（胜者参赛）．

规则如下：两人同时随机各掷一枚完全相同且质地均匀的骰子一次，向上一面的点数都是奇数，则小亮胜；向上一面的点数都是偶数，则小丽胜；否则，视为平局，若为平局，继续上述游戏，直至分出胜负为止．

如果小亮和小丽按上述规则各掷一次骰子，那么请你解答下列问题：

- （1）小亮掷得向上一面的点数为奇数的概率是多少？
- （2）该游戏是否公平？请用列表或树状图等方法说明理由．（骰子：六个面上分别刻有1，2，3，4，5，6个小圆点的小正方体）

考点：游戏公平性；列表法与树状图法．

分析：（1）首先判断出向上一面的点数为奇数有3种情况，然后根据概率公式，求出小亮掷得向上一面的点数为奇数的概率是多少即可．

（2）首先应用列表法，列举出所有可能的结果，然后分别判断出小亮、小丽获胜的概率是多少，再比较它们的大小，判断出该游戏是否公平即可．

解答：解：（1）∵向上一面的点数为奇数有3种情况，

∴小亮掷得向上一面的点数为奇数的概率是： $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ ．

（2）填表如下：

	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

由上表可知，一共有36种等可能的结果，其中小亮、小丽获胜各有9种结果．

∴ $P(\text{小亮胜})=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$ ， $P(\text{小丽胜})=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$ ，

∴游戏是公平的．

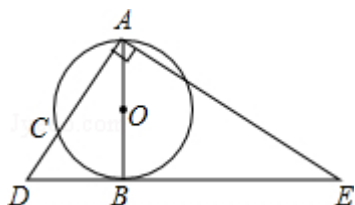
点评：（1）此题主要考查了判断游戏公平性问题，要熟练掌握，首先计算每个事件的概率，然后比较概率的大小，概率相等就公平，否则就不公平．

(2) 此题主要考查了列举法（树形图法）求概率问题，解答此类问题的关键在于列举出所有可能的结果，列表法是一种，但当一个事件涉及三个或更多元素时，为不重不漏地列出所有可能的结果，通常采用树形图.

24. (8分) (2015•陕西) 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，AC 是 $\odot O$ 的弦，过点 B 作 $\odot O$ 的切线 DE，与 AC 的延长线交于点 D，作 $AE \perp AC$ 交 DE 于点 E.

(1) 求证： $\angle BAD = \angle E$;

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 5， $AC = 8$ ，求 BE 的长.



考点：切线的性质；勾股定理；相似三角形的判定与性质.

分析： (1) 根据切线的性质，和等角的余角相等证明即可；

(2) 根据勾股定理和相似三角形进行解答即可.

解答： (1) 证明： $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，AC 是 $\odot O$ 的弦，过点 B 作 $\odot O$ 的切线 DE，

$$\therefore \angle ABE = 90^\circ,$$

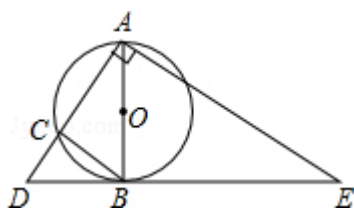
$$\therefore \angle BAE + \angle E = 90^\circ,$$

$$\because \angle DAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD + \angle BAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle E;$$

(2) 解：连接 BC，如图：



$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\because AC = 8, AB = 2 \times 5 = 10,$$

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 6,$$

$$\because \angle BCA = \angle ABE = 90^\circ, \angle BAD = \angle E,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EAB,$$

$$\therefore \frac{AC}{EB} = \frac{BC}{AB},$$

$$\therefore \frac{8}{EB} = \frac{6}{10},$$

$$\therefore BE = \frac{40}{3}.$$

点评： 本题考查了切线的性质、相似三角形等知识点，关键是根据切线的性质和相似三角形的性质分析.

25. (10 分) (2015•陕西) 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y=x^2+5x+4$ 的顶点为 M, 与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴交于 C 点.

(1) 求点 A, B, C 的坐标;

(2) 求抛物线 $y=x^2+5x+4$ 关于坐标原点 O 对称的抛物线的函数表达式;

(3) 设 (2) 中所求抛物线的顶点为 M', 与 x 轴交于 A', B' 两点, 与 y 轴交于 C' 点, 在以 A, B, C, M, A', B', C', M' 这八个点中的四个点为顶点的平行四边形中, 求其中一个不是菱形的平行四边形的面积.

考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 令 $y=0$, 求出 x 的值; 令 $x=0$, 求出 y, 即可解答;

(2) 先求出 A, B, C 关于坐标原点 O 对称后的点为 (4, 0), (1, 0), (0, -4), 再代入解析式, 即可解答;

(3) 取四点 A, M, A', M', 连接 AM, MA', A'M', M'A, MM', 由中心对称性可知, MM' 过点 O, $OA=OA'$, $OM=OM'$, 由此判定四边形 AMA'M' 为平行四边形, 又知 AA' 与 MM' 不垂直, 从而平行四边形 AMA'M' 不是菱形, 过点 M 作 $MD \perp x$ 轴于点 D, 求出抛物线的顶点坐标 M, 根据 $S_{\text{平行四边形} AMA'M'} = 2S_{\triangle AMA'}$, 即可解答.

解答: 解: (1) 令 $y=0$, 得 $x^2+5x+4=0$,

$$\therefore x_1=-4, x_2=-1,$$

令 $x=0$, 得 $y=4$,

$$\therefore A(-4, 0), B(-1, 0), C(0, 4).$$

(2) $\because A, B, C$ 关于坐标原点 O 对称后的点为 (4, 0), (1, 0), (0, -4),

\therefore 所求抛物线的函数表达式为 $y=ax^2+bx-4$,

将 (4, 0), (1, 0) 代入上式, 得
$$\begin{cases} 16a+4b-4=0 \\ a+b-4=0 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=-1 \\ b=5 \end{cases},$$

$$\therefore y=-x^2+5x-4.$$

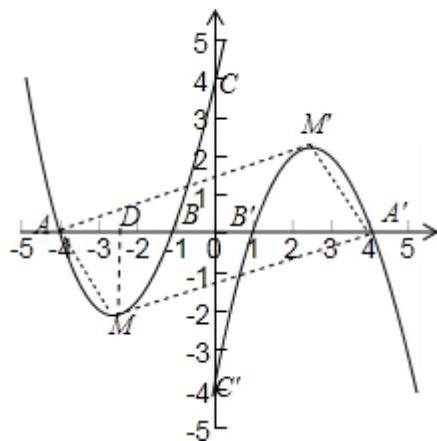
(3) 如图, 取四点 A, M, A', M', 连接 AM, MA', A'M', M'A, MM', 由中心对称性可知, MM' 过点 O, $OA=OA'$, $OM=OM'$,

\therefore 四边形 AMA'M' 为平行四边形,

又知 AA' 与 MM' 不垂直,

\therefore 平行四边形 AMA'M' 不是菱形,

过点 M 作 $MD \perp x$ 轴于点 D,



$$\because y = x^2 + 5x + 4 = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{9}{4},$$

$$\therefore M\left(-\frac{5}{2}, -\frac{9}{4}\right),$$

$$\text{又} \because A(-4, 0), A'(4, 0)$$

$$\therefore AA' = 8, MD = \frac{9}{4},$$

$$\therefore S_{\text{平行四边形} AMA' M'} = 2S_{\triangle AMA'} = 2 \times \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{9}{4} = 18$$

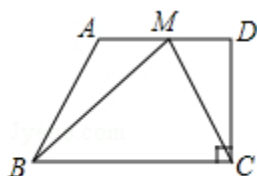
点评： 本题考查了二次函数的性质与图象、中心对称、平行四边形的判定、菱形的判定，综合性较强，解决本题的关键是根据中心对称，求出抛物线的解析式，在（3）中注意菱形的判定与数形结合思想的应用。

26. (12分) (2015•陕西) 如图，在每一个四边形 ABCD 中，均有 $AD \parallel BC$ ， $CD \perp BC$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $AD = 8$ ， $BC = 12$ 。

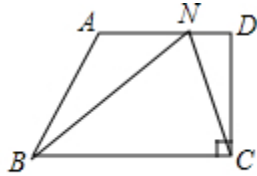
(1) 如图①，点 M 是四边形 ABCD 边 AD 上的一点，则 $\triangle BMC$ 的面积为 $24\sqrt{3}$ ；

(2) 如图②，点 N 是四边形 ABCD 边 AD 上的任意一点，请你求出 $\triangle BNC$ 周长的最小值；

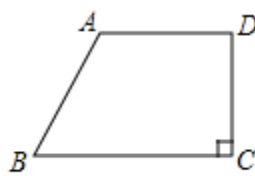
(3) 如图③，在四边形 ABCD 的边 AD 上，是否存在一点 P，使得 $\cos \angle BPC$ 的值最小？若存在，求出此时 $\cos \angle BPC$ 的值；若不存在，请说明理由。



图①



图②



图③

考点： 四边形综合题.

专题： 综合题.

分析：

(1) 如图①，过 A 作 $AE \perp BC$ ，可得出四边形 AECF 为矩形，得到 $EC = AD$ ， $BE = BC - EC$ ，在直角三角形 ABE 中，求出 AE 的长，即为三角形 BMC 的高，求出三角形 BMC 面积即可；

(2) 如图②，作点 C 关于直线 AD 的对称点 C' ，连接 $C'N$ ， $C'D$ ， $C'B$ 交 AD 于点 N' ，连接 $C'N'$ ，则 $BN + NC = BN + NC' \geq BC' = BN' + C'N'$ ，可得出 $\triangle BNC$ 周长的最小值为 $\triangle BN'C$ 的周长 $= BN' + C'N' + BC = BC' + BC$ ，求出即可；

(3) 如图③所示, 存在点 P, 使得 $\cos\angle BPC$ 的值最小, 作 BC 的中垂线 PQ 交 BC 于点 Q, 交 AD 于点 P, 连接 BP, CP, 作 $\triangle BPC$ 的外接圆 O, 圆 O 与直线 PQ 交于点 N, 则 $PB=PC$, 圆心 O 在 PN 上, 根据 AD 与 BC 平行, 得到圆 O 与 AD 相切, 根据 $PQ=DC$, 判断得到 PQ 大于 BQ, 可得出圆心 O 在 BC 上方, 在 AD 上任取一点 P', 连接 P'B, P'C, P'B 交圆 O 于点 M, 连接 MC, 可得 $\angle BPC = \angle BMC \geq \angle BP'C$, 即 $\angle BPC$ 最小, $\cos\angle BPC$ 的值最小, 连接 OB, 求出即可.

解答: 解: (1) 如图①, 过 A 作 $AE \perp BC$,

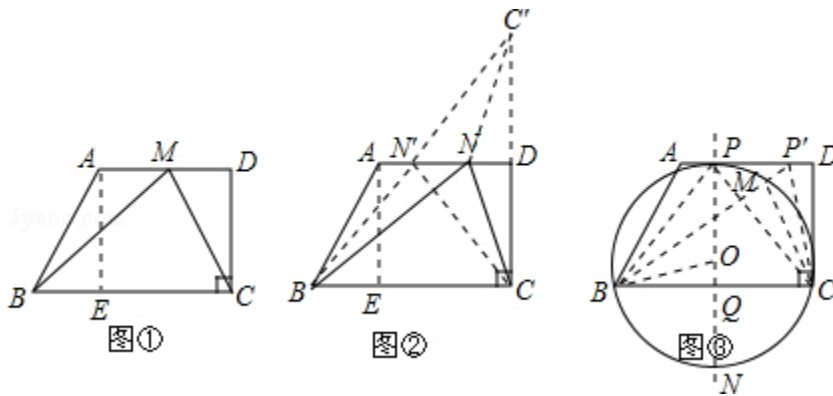
\therefore 四边形 AECD 为矩形,

$\therefore EC=AD=8$, $BE=BC-EC=12-8=4$,

在 $Rt\triangle ABE$ 中, $\angle ABE=60^\circ$, $BE=4$,

$\therefore AB=2BE=8$, $AE=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$,

则 $S_{\triangle BMC} = \frac{1}{2}BC \cdot AE = 24\sqrt{3}$; 故答案为: $24\sqrt{3}$;



(2) 如图②, 作点 C 关于直线 AD 的对称点 C', 连接 C'N, C'D, C'B 交 AD 于点 N', 连接 CN', 则 $BN+NC=BN+NC' \geq BC'=BN'+CN'$,

$\therefore \triangle BNC$ 周长的最小值为 $\triangle BN'C$ 的周长 $=BN'+CN'+BC=BC'+BC$,

$\because AD \parallel BC$, $AE \perp BC$, $\angle ABC=60^\circ$,

\therefore 过点 A 作 $AE \perp BC$, 则 $CE=AD=8$,

$\therefore BE=4$, $AE=BE \cdot \tan 60^\circ = 4\sqrt{3}$,

$\therefore CC'=2CD=2AE=8\sqrt{3}$,

$\therefore BC=12$,

$\therefore BC' = \sqrt{BC^2 + CC'^2} = 4\sqrt{21}$, $\therefore \triangle BNC$ 周长的最小值为 $4\sqrt{21}+12$;

(3) 如图③所示, 存在点 P, 使得 $\cos\angle BPC$ 的值最小,

作 BC 的中垂线 PQ 交 BC 于点 Q, 交 AD 于点 P, 连接 BP, CP, 作 $\triangle BPC$ 的外接圆 O, 圆 O 与直线 PQ 交于点 N, 则 $PB=PC$, 圆心 O 在 PN 上,

$\because AD \parallel BC$,

\therefore 圆 O 与 AD 相切于点 P,

$\because PQ=DC=4\sqrt{3} > 6$,

$\therefore PQ > BQ$,

$\therefore \angle BPC < 90^\circ$, 圆心 O 在弦 BC 的上方,

在 AD 上任取一点 P', 连接 P'B, P'C, P'B 交圆 O 于点 M, 连接 MC,

$\therefore \angle BPC = \angle BMC \geq \angle BP'C$,

$\therefore \angle BPC$ 最大, $\cos\angle BPC$ 的值最小,

连接 OB, 则 $\angle BON = 2\angle BPN = \angle BPC$,

$$\therefore OB=OP=4\sqrt{3}OQ,$$

在 $Rt\triangle BOQ$ 中，根据勾股定理得： $OQ^2+6^2=(4\sqrt{3}OQ)^2$,

$$\text{解得： } OQ=\frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore OB=\frac{7\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \cos\angle BPC=\cos\angle BOQ=\frac{OQ}{OB}=\frac{1}{7}, \text{ 则此时 } \cos\angle BPC \text{ 的值为 } \frac{1}{7}.$$

点评：此题属于四边形综合题，涉及的知识有：勾股定理，矩形的判定与性质，对称的性质，圆的切线的判定与性质，以及锐角三角函数定义，熟练掌握定理及性质是解本题的关键．