

# 2019年陕西省中考数学试卷

一、选择题（共10小题，每小题3分，共30分）

1. (3分) 计算:  $(-3)^0 = (\quad)$

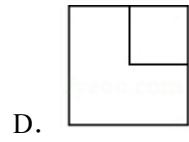
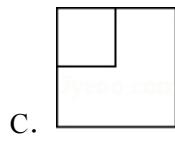
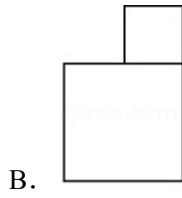
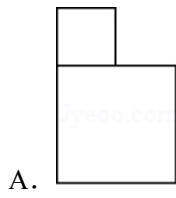
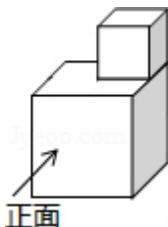
A. 1

B. 0

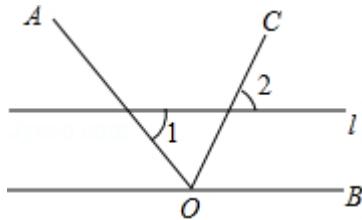
C. 3

D.  $-\frac{1}{3}$

2. (3分) 如图, 是由两个正方体组成的几何体, 则该几何体的俯视图为( )



3. (3分) 如图,  $OC$ 是 $\angle AOB$ 的角平分线,  $l \parallel OB$ , 若 $\angle 1=52^\circ$ , 则 $\angle 2$ 的度数为( )



A.  $52^\circ$

B.  $54^\circ$

C.  $64^\circ$

D.  $69^\circ$

4. (3分) 若正比例函数 $y=-2x$ 的图象经过点 $O(a-1,4)$ , 则 $a$ 的值为( )

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

5. (3分) 下列计算正确的是( )

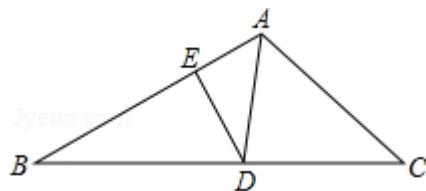
A.  $2a^2 - 3a^2 = 6a^2$

B.  $(-3a^2b)^2 = 6a^4b^2$

C.  $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

D.  $-a^2 + 2a^2 = a^2$

6. (3分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle B = 30^\circ$ ,  $\angle C = 45^\circ$ ,  $AD$  平分  $\angle BAC$  交  $BC$  于点  $D$ ,  $DE \perp AB$ , 垂足为  $E$ . 若  $DE = 1$ , 则  $BC$  的长为( )



A.  $2 + \sqrt{2}$

B.  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

C.  $2 + \sqrt{3}$

D. 3

7. (3分) 在平面直角坐标系中, 将函数  $y = 3x$  的图象向上平移 6 个单位长度, 则平移后的图象与  $x$  轴的交点坐标为( )

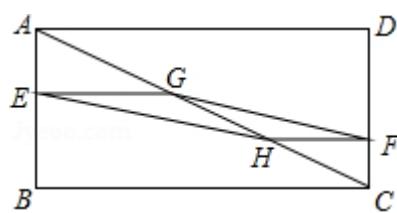
A. (2, 0)

B. (-2, 0)

C. (6, 0)

D. (-6, 0)

8. (3分) 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 3$ ,  $BC = 6$ , 若点  $E$ ,  $F$  分别在  $AB$ ,  $CD$  上, 且  $BE = 2AE$ ,  $DF = 2FC$ ,  $G$ ,  $H$  分别是  $AC$  的三等分点, 则四边形  $EHFG$  的面积为( )



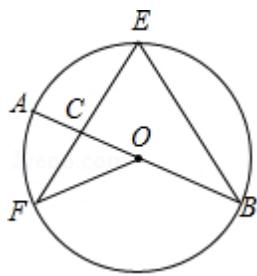
A. 1

B.  $\frac{3}{2}$

C. 2

D. 4

9. (3分) 如图,  $AB$  是  $\square O$  的直径,  $EF$ ,  $EB$  是  $\square O$  的弦, 且  $EF = EB$ ,  $EF$  与  $AB$  交于点  $C$ , 连接  $OF$ , 若  $\angle AOF = 40^\circ$ , 则  $\angle F$  的度数是( )



- A.  $20^\circ$       B.  $35^\circ$       C.  $40^\circ$       D.  $55^\circ$

10. (3分) 在同一平面直角坐标系中, 若抛物线  $y = x^2 + (2m - 1)x + 2m - 4$  与

$y = x^2 - (3m + n)x + n$  关于  $y$  轴对称, 则符合条件的  $m$ ,  $n$  的值为( )

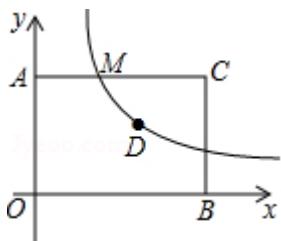
- A.  $m = \frac{5}{7}$ ,  $n = -\frac{18}{7}$     B.  $m = 5$ ,  $n = -6$     C.  $m = -1$ ,  $n = 6$     D.  $m = 1$ ,  $n = -2$

## 二、填空题 (共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分)

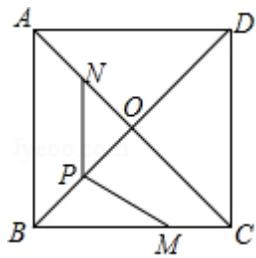
11. (3分) 已知实数  $-\frac{1}{2}$ ,  $0.16$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\pi$ ,  $\sqrt{25}$ ,  $\sqrt[3]{4}$ , 其中为无理数的是\_\_\_\_.

12. (3分) 若正六边形的边长为 3, 则其较长的一条对角线长为\_\_\_\_.

13. (3分) 如图,  $D$  是矩形  $AOBC$  的对称中心,  $A(0, 4)$ ,  $B(6, 0)$ , 若一个反比例函数的图象经过点  $D$ , 交  $AC$  于点  $M$ , 则点  $M$  的坐标为\_\_\_\_.



14. (3分) 如图, 在正方形  $ABCD$  中,  $AB = 8$ ,  $AC$  与  $BD$  交于点  $O$ ,  $N$  是  $AO$  的中点, 点  $M$  在  $BC$  边上, 且  $BM = 6$ .  $P$  为对角线  $BD$  上一点, 则  $PM - PN$  的最大值为\_\_\_\_.

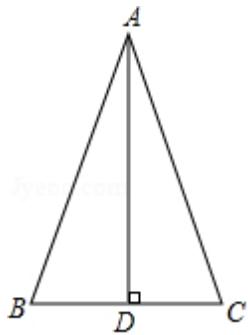


### 三、解答题（共 78 分）

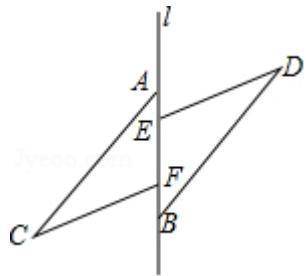
15. (5 分) 计算:  $-2 \times \sqrt[3]{-27} + |1 - \sqrt{3}| - (\frac{1}{2})^{-2}$

16. (5 分) 化简:  $(\frac{a-2}{a+2} + \frac{8a}{a^2-4}) \div \frac{a+2}{a^2-2a}$

17. (5 分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $AD$  是  $BC$  边上的高. 请用尺规作图法, 求作  $\triangle ABC$  的外接圆. (保留作图痕迹, 不写作法)



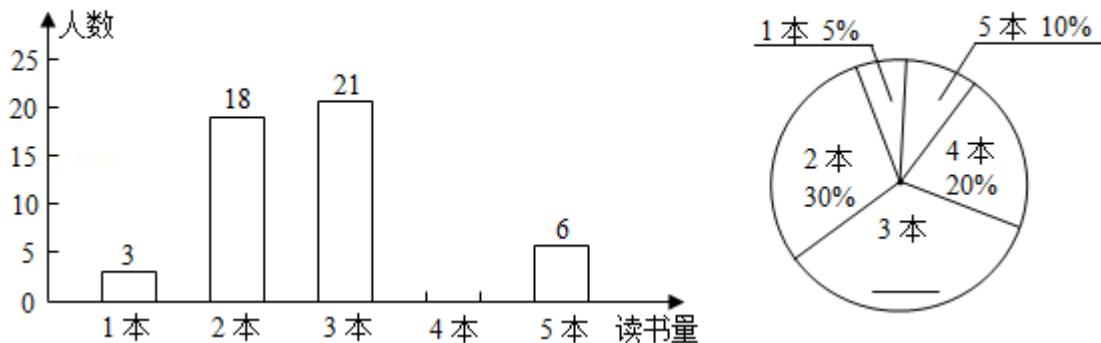
18. (5 分) 如图, 点  $A$ ,  $E$ ,  $F$  在直线  $l$  上,  $AE = BF$ ,  $AC // BD$ , 且  $AC = BD$ , 求证:  $CF = DE$ .



19. (7 分) 本学期初, 某校为迎接中华人民共和国建国七十周年, 开展了以“不忘初心, 缅怀革命先烈, 奋斗新时代”为主题的读书活动. 校德育处对本校七年级学生四月份“阅读该主题相关书籍的读书量”(下面简称:“读书量”)进行了随机抽样调查, 并对所有随

随机抽取学生的“读书量”（单位：本）进行了统计，如图所示：

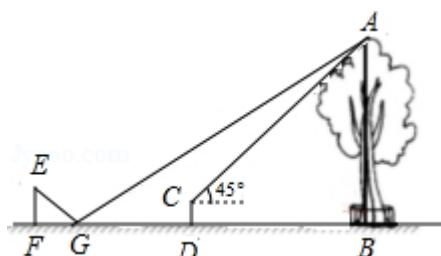
所抽取该校七年级学生四月份“读书量”的统计图



根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 补全上面两幅统计图，填出本次所抽取学生四月份“读书量”的众数为\_\_\_\_\_.
- (2) 求本次所抽取学生四月份“读书量”的平均数；
- (3) 已知该校七年级有 1200 名学生，请你估计该校七年级学生中，四月份“读书量”为 5 本的学生人数.

20. (7 分) 小明利用刚学过的测量知识来测量学校内一棵古树的高度. 一天下午，他和学习小组的同学带着测量工具来到这棵古树前，由于有围栏保护，他们无法到达古树的底部  $B$ ，如图所示. 于是他们先在古树周围的空地上选择一点  $D$ ，并在点  $D$  处安装了测量器  $DC$ ，测得古树的顶端  $A$  的仰角为  $45^\circ$ ；再在  $BD$  的延长线上确定一点  $G$ ，使  $DG = 5$  米，并在  $G$  处的地面上水平放置了一个小平面镜，小明沿着  $BG$  方向移动，当移动至点  $F$  时，他刚好在小平面镜内看到这棵古树的顶端  $A$  的像，此时，测得  $FG = 2$  米，小明眼睛与地面的距离  $EF = 1.6$  米，测倾器的高度  $CD = 0.5$  米. 已知点  $F$ 、 $G$ 、 $D$ 、 $B$  在同一水平直线上，且  $EF$ 、 $CD$ 、 $AB$  均垂直于  $FB$ ，求这棵古树的高度  $AB$ . (小平面镜的大小忽略不计)



21. (7分) 根据记录, 从地面向上 $11km$ 以内, 每升高 $1km$ , 气温降低 $6^{\circ}\text{C}$ ; 又知在距离地面 $11km$ 以上高空, 气温几乎不变. 若地面气温为 $m(^{\circ}\text{C})$ , 设距地面的高度为 $x(km)$ 处的气温为 $y(^{\circ}\text{C})$

(1) 写出距地面的高度在 $11km$ 以内的 $y$ 与 $x$ 之间的函数表达式;

(2) 上周日, 小敏在乘飞机从上海飞回西安途中, 某一时刻, 她从机舱内屏幕显示的相关数据得知, 飞机外气温为 $-26^{\circ}\text{C}$ 时, 飞机距离地面的高度为 $7km$ , 求当时这架飞机下方地面的气温; 小敏想, 假如飞机当时在距离地面 $12km$ 的高空, 飞机外的气温是多少度呢? 请求出假如当时飞机距离地面 $12km$ 时, 飞机外的气温.

22. (7分) 现有 $A$ 、 $B$ 两个不透明袋子, 分别装有3个除颜色外完全相同的小球. 其中,  $A$ 袋装有2个白球, 1个红球;  $B$ 袋装有2个红球, 1个白球.

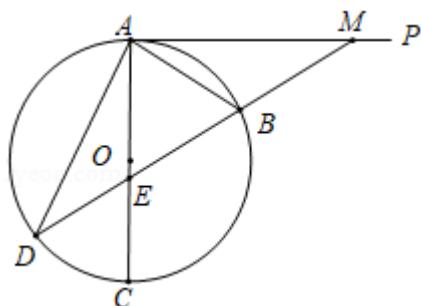
(1) 将 $A$ 袋摇匀, 然后从 $A$ 袋中随机取出一个小球, 求摸出小球是白色的概率;

(2) 小华和小林商定了一个游戏规则: 从摇匀后的 $A$ ,  $B$ 两袋中随机摸出一个小球, 摸出的这两个小球, 若颜色相同, 则小林获胜; 若颜色不同, 则小华获胜. 请用列表法或画出树状图的方法说明这个游戏规则对双方是否公平.

23. (8分) 如图,  $AC$ 是 $\square O$ 的一条弦,  $AP$ 是 $\square O$ 的切线. 作 $BM = AB$ 并与 $AP$ 交于点 $M$ , 延长 $MB$ 交 $AC$ 于点 $E$ , 交 $\square O$ 于点 $D$ , 连接 $AD$ .

(1) 求证:  $AB = BE$ ;

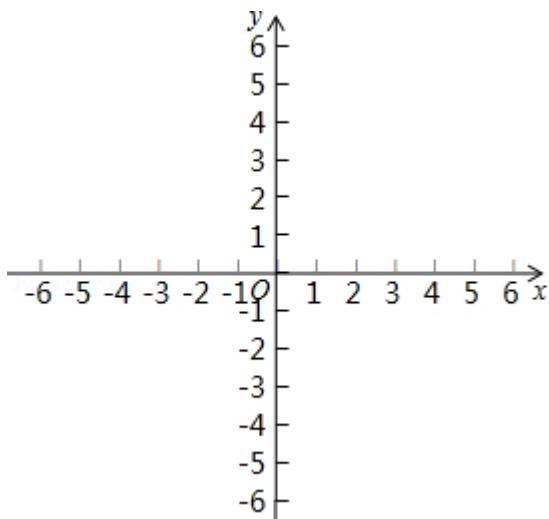
(2) 若 $\square O$ 的半径 $R = 5$ ,  $AB = 6$ , 求 $AD$ 的长.



24. (10 分) 在平面直角坐标系中, 已知抛物线  $L: y = ax^2 + (c-a)x + c$  经过点  $A(-3, 0)$  和点  $B(0, -6)$ ,  $L$  关于原点  $O$  对称的抛物线为  $L'$ .

(1) 求抛物线  $L$  的表达式;

(2) 点  $P$  在抛物线  $L'$  上, 且位于第一象限, 过点  $P$  作  $PD \perp y$  轴, 垂足为  $D$ . 若  $\triangle POD$  与  $\triangle AOB$  相似, 求复合条件的点  $P$  的坐标.



25. (12 分) 问题提出:

(1) 如图 1, 已知  $\triangle ABC$ , 试确定一点  $D$ , 使得以  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  为顶点的四边形为平行四边形, 请画出这个平行四边形;

问题探究:

(2) 如图 2, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 4$ ,  $BC = 10$ , 若要在该矩形中作出一个面积最大的  $\triangle BPC$ , 且使  $\angle BPC = 90^\circ$ , 求满足条件的点  $P$  到点  $A$  的距离;

问题解决:

(3) 如图 3, 有一座草根塔  $A$ , 按规定, 要以塔  $A$  为对称中心, 建一个面积尽可能大的形状为平行四边形的草根景区  $BCDE$ . 根据实际情况, 要求顶点  $B$  是定点, 点  $B$  到塔  $A$  的距离为 50 米,  $\angle CBE = 120^\circ$ , 那么, 是否可以建一个满足要求的面积最大的平行四边形景区

$BCDE$  ? 若可以, 求出满足要求的平行四边形  $BCDE$  的最大面积; 若不可以, 请说明理由. (塔  $A$  的占地面积忽略不计)

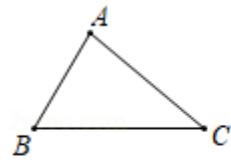


图1

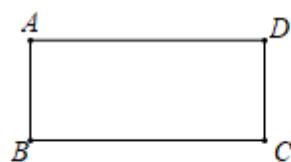


图2

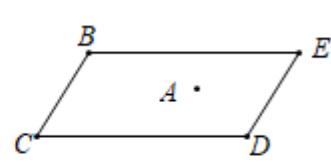


图3

# 2019 年陕西省中考数学试卷答案与解析

## 一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分)

**【分析】** 直接利用零指数幂的性质计算得出答案.

**【解答】** 解:  $(-3)^0 = 1$ .

故选: A.

**【点评】** 此题主要考查了零指数幂的性质, 正确掌握零指数幂的性质是解题关键.

2. (3 分)

**【分析】** 找到从上面看所得到的图形即可.

**【解答】** 解: 从上往下看, 所以小正方形应在大正方形的右上角.

故选: D.

**【点评】** 本题考查了三视图的知识, 俯视图是从物体的上面看得到的视图.

3. (3 分)

**【分析】** 依据平行线的性质以及角平分线的定义, 即可得到  $\angle BOC = 64^\circ$ , 再根据平行线的性质, 即可得出  $\angle 2$  的度数.

**【解答】** 解:  $\because l \parallel OB$ ,

$$\therefore \angle 1 + \angle AOB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 128^\circ,$$

$\because OC$  平分  $\angle AOB$ ,

$$\therefore \angle BOC = 64^\circ,$$

又 $l \parallel OB$ ，且 $\angle 2$ 与 $\angle BOC$ 为同位角，

$$\therefore \angle 2 = 64^\circ,$$

故选：C.

**【点评】**本题主要考查了平行线的性质，解题时注意：两直线平行，同位角相等；两直线平行，同旁内角互补。

4. (3分)

**【分析】**由正比例函数图象过点 $O$ ，可知点 $O$ 的坐标满足正比例函数的关系式，由此可得出关于 $a$ 的一元一次方程，解方程即可得出结论。

**【解答】**解： $\because$ 正比例函数 $y = -2x$ 的图象经过点 $O(a-1, 4)$ ，

$$\therefore 4 = -2(a-1)，解得：a = -1.$$

故选：A.

**【点评】**本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，解题的关键是将点 $O$ 的坐标代入正比例函数关系得出关于 $a$ 的一元一次方程。本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，将点的坐标代入函数解析式中找出方程是关键。

5. (3分)

**【分析】**根据各个选项中的式子可以计算出正确的结果，本题得以解决。

**【解答】**解： $\because 2a^2 \square 3a^2 = 6a^4$ ，故选项A错误，

$$\therefore (-3a^2b)^2 = 9a^4b^2，故选项B错误，$$

$$\therefore (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2，故选项C错误，$$

$$\therefore -a^2 + 2a^2 = a^2，故选项D正确，$$

故选：D.

**【点评】**本题考查整式的混合运算，解答本题的关键是明确整式混合运算的计算方法.

6. (3分)

**【分析】**过点  $D$  作  $DF \perp AC$  于  $F$  如图所示，根据角平分线的性质得到  $DE = DF = 1$ ，解直角三角形即可得到结论.

**【解答】**解：过点  $D$  作  $DF \perp AC$  于  $F$  如图所示，

$\because AD$  为  $\angle BAC$  的平分线，且  $DE \perp AB$  于  $E$ ， $DF \perp AC$  于  $F$ ，

$\therefore DE = DF = 1$ ，

在  $Rt\triangle BED$  中， $\angle B = 30^\circ$ ，

$\therefore BD = 2DE = 2$ ，

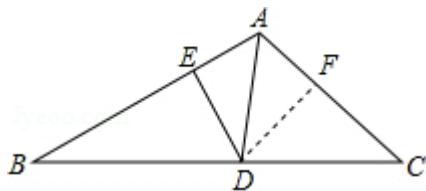
在  $Rt\triangle CDF$  中， $\angle C = 45^\circ$ ，

$\therefore \triangle CDF$  为等腰直角三角形，

$\therefore CD = \sqrt{2}DF = \sqrt{2}$ ，

$\therefore BC = BD + CD = 2 + \sqrt{2}$ ，

故选：A.



**【点评】**本题考查了角平分线的性质，解直角三角形，正确的作出辅助线是解题的关键.

7. (3分)

**【分析】**根据“上加下减”的原则求得平移后的解析式，令  $y=0$ ，解得即可.

**【解答】**解：由“上加下减”的原则可知，将函数  $y=3x$  的图象向上平移 6 个单位长度所得函数的解析式为  $y=3x+6$ ，

$\therefore$  此时与  $x$  轴相交，则  $y=0$ ，

$$\therefore 3x+6=0, \text{ 即 } x=-2,$$

$\therefore$  点坐标为  $(-2, 0)$ ，

故选：B.

**【点评】**本题考查的一次函数的图象与几何变换，熟知“上加下减”的原则是解答此题的关键.

8. (3 分)

**【分析】**由题意可证  $EG \parallel BC$ ,  $EG=2$ ,  $HF \parallel AD$ ,  $HF=2$ , 可得四边形  $EHFG$  为平行四边形，即可求解.

**【解答】**解： $\because BE=2AE$ ,  $DF=2FC$ ,  $\therefore \frac{AE}{BE}=\frac{1}{2}$ ,  $\frac{CF}{DF}=\frac{1}{2}$

$\therefore G$ 、 $H$  分别是  $AC$  的三等分点

$$\therefore \frac{AG}{GC}=\frac{1}{2}, \quad \frac{CH}{AH}=\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{AE}{BE}=\frac{AG}{GC}$$

$$\therefore EG \parallel BC$$

$$\therefore \frac{EG}{BC}=\frac{AE}{AB}=\frac{1}{3}, \text{ 且 } BC=6$$

$$\therefore EG=2,$$

同理可得  $HF \parallel AD$ ,  $HF=2$

$\therefore$  四边形  $EHFG$  为平行四边形，且  $EG$  和  $HF$  间距离为 1

$$\therefore S_{\text{四边形} EHFG} = 2 \times 1 = 2,$$

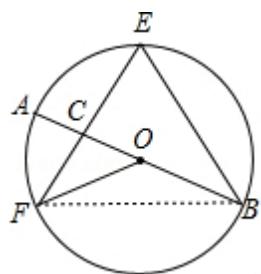
故选：C.

**【点评】**本题考查了矩形的性质，平行四边形的判定和性质，证明四边形  $EHFG$  为平行四边形是本题的关键。

9. (3 分)

**【分析】**连接  $FB$ ，得到  $\angle FOB = 140^\circ$ ，求出  $\angle EFB$ ， $\angle OFB$  即可。

**【解答】**解：连接  $FB$ .



$$\therefore \angle AOF = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle FOB = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ,$$

$$\therefore \angle FEB = \frac{1}{2} \angle FOB = 70^\circ$$

$$\because EF = EB$$

$$\therefore \angle EFB = \angle EBF = 55^\circ,$$

$$\because FO = BO,$$

$$\therefore \angle OFB = \angle OBF = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle EFO = \angle EBO,$$

$$\angle EFO = \angle EFB - \angle OFB = 35^\circ,$$

故选: B.

**【点评】**本题考查圆周角定理, 等腰三角形的性质等知识, 解题的关键是熟练掌握基本知识, 属于中考常考题型.

10. (3分)

**【分析】**根据关于y轴对称,  $a$ ,  $c$ 不变,  $b$ 变为相反数列出方程组, 解方程组即可求得.

**【解答】**解:  $\because$ 抛物线  $y = x^2 + (2m-1)x + 2m-4$  与  $y = x^2 - (3m+n)x + n$  关于y轴对称,

$$\therefore \begin{cases} 2m-1=3m+n \\ 2m-4=n \end{cases}, \text{解之得} \begin{cases} m=1 \\ n=-2 \end{cases},$$

故选: D.

**【点评】**本题考查了二次函数图象与几何变换, 根据题意列出方程组是解题的关键.

## 二、填空题(共4小题, 每小题3分, 共12分)

11. (3分) 已知实数  $-\frac{1}{2}$ ,  $0.16$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\pi$ ,  $\sqrt{25}$ ,  $\sqrt[3]{4}$ , 其中为无理数的是  $\sqrt{3}$ ,  $\pi$ ,  $\sqrt[3]{4}$ .

**【分析】**无理数就是无限不循环小数. 理解无理数的概念, 一定要同时理解有理数的概念, 有理数是整数与分数的统称. 即有限小数和无限循环小数是有理数, 而无限不循环小数是无理数. 由此即可判定选择项.

**【解答】**解:  $\sqrt{25} = 5$ ,  $-\frac{1}{2}$ 、 $0.16$ 是有理数;

无理数有  $\sqrt{3}$ 、 $\pi$ 、 $\sqrt[3]{4}$ .

故答案为:  $\sqrt{3}$ 、 $\pi$ 、 $\sqrt[3]{4}$ .

**【点评】**此题主要考查了无理数的定义，其中初中范围内学习的无理数有： $\pi$ ， $2\pi$ 等；开方开不尽的数；以及像 $0.2020020002\dots$ 相邻两个2之间0的个数逐次加1，等有这样规律的数。

12. (3分) 若正六边形的边长为3，则其较长的一条对角线长为6。

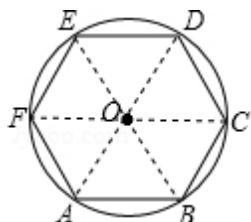
**【分析】**根据正六边形的性质即可得到结论。

**【解答】**解：如图所示为正六边形最长的三条对角线，

由正六边形性质可知， $\triangle AOB$ ， $\triangle COD$ 为两个边长相等的等边三角形，

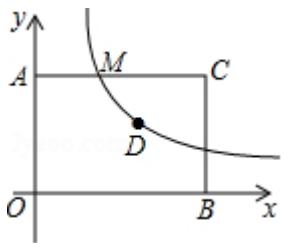
$$\therefore AD = 2AB = 6,$$

故答案为6。



**【点评】**该题主要考查了正多边形和圆的性质及其应用问题；解题的关键是灵活运用正多边形和圆的性质来分析、判断、解答。

13. (3分) 如图， $D$ 是矩形 $AOBC$ 的对称中心， $A(0,4)$ ， $B(6,0)$ ，若一个反比例函数的图象经过点 $D$ ，交 $AC$ 于点 $M$ ，则点 $M$ 的坐标为 $(\frac{3}{2}, -4)$ 。



**【分析】**根据矩形的性质求得 $C(6,4)$ ，由 $D$ 是矩形 $AOBC$ 的对称中心，求得 $D(3,2)$ ，设

反比例函数的解析式为  $y = \frac{k}{x}$ ，代入  $D$  点的坐标，即可求得  $k$  的值，然后根据反比例函数图象上点的坐标特征即可求得  $M$  点的坐标。

**【解答】** 解： $\because A(0, 4)$ ,  $B(6, 0)$ ,

$$\therefore C(6, 4),$$

$\because D$  是矩形  $AOBC$  的对称中心，

$$\therefore D(3, 2),$$

设反比例函数的解析式为  $y = \frac{k}{x}$ ,

$$\therefore k = 3 \times 2 = 6,$$

$\therefore$  反比例函数的解析式为  $y = \frac{6}{x}$ ,

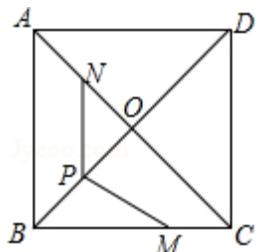
把  $y = 4$  代入得  $4 = \frac{6}{x}$ ，解得  $x = \frac{3}{2}$ ，

故  $M$  的坐标为  $(\frac{3}{2}, 4)$ 。

故答案为  $(\frac{3}{2}, 4)$ 。

**【点评】** 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，矩形的性质，求得  $D$  点的坐标是解题的关键。

14. (3 分) 如图，在正方形  $ABCD$  中， $AB = 8$ ， $AC$  与  $BD$  交于点  $O$ ， $N$  是  $AO$  的中点，点  $M$  在  $BC$  边上，且  $BM = 6$ 。 $P$  为对角线  $BD$  上一点，则  $PM - PN$  的最大值为 2。



**【分析】**作以  $BD$  为对称轴作  $N$  的对称点  $N'$ , 连接  $PN'$ ,  $MN'$ , 依据

$PM - PN = PM - PN'$ ,  $MN'$ , 可得当  $P$ ,  $M$ ,  $N'$  三点共线时, 取 “=”, 再求得

$\frac{CM}{BM} = \frac{CN'}{AN'} = \frac{1}{3}$ , 即可得出  $PM // AB // CD$ ,  $\angle CMN' = 90^\circ$ , 再根据  $\triangle N'CM$  为等腰直角三角形, 即可得到  $CM = MN' = 2$ .

**【解答】**解: 如图所示, 作以  $BD$  为对称轴作  $N$  的对称点  $N'$ , 连接  $PN'$ ,  $MN'$ ,

根据轴对称性质可知,  $PN = PN'$ ,

$$\therefore PM - PN = PM - PN', MN',$$

当  $P$ ,  $M$ ,  $N'$  三点共线时, 取 “=”,

$\because$  正方形边长为 8,

$$\therefore AC = \sqrt{2}AB = 8\sqrt{2},$$

$\because O$  为  $AC$  中点,

$$\therefore AO = OC = 4\sqrt{2},$$

$\because N$  为  $OA$  中点,

$$\therefore ON = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore ON' = CN' = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore AN' = 6\sqrt{2},$$

$\because BM = 6$ ,

$$\therefore CM = AB - BM = 8 - 6 = 2,$$

$$\therefore \frac{CM}{BM} = \frac{CN'}{AN'} = \frac{1}{3}$$

$\therefore PM // AB // CD$ ,  $\angle CMN' = 90^\circ$ ,

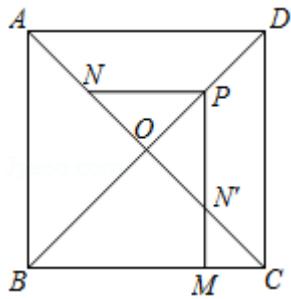
$\therefore \angle N'CM = 45^\circ$ ,

$\therefore \triangle N'CM$  为等腰直角三角形,

$\therefore CM = MN' = 2$ ,

即  $PM - PN$  的最大值为 2,

故答案为: 2.



**【点评】**本题主要考查了正方形的性质以及最短路线问题，凡是涉及最短距离的问题，一般要考虑线段的性质定理，结合轴对称变换来解决，多数情况要作点关于某直线的对称点。

### 三、解答题（共 78 分）

15. (5 分) 计算:  $-2 \times \sqrt[3]{-27} + |1 - \sqrt{3}| - (\frac{1}{2})^{-2}$

**【分析】**直接利用立方根的性质以及负指数幂的性质和绝对值的性质分别化简得出答案。

**【解答】**解: 原式  $= -2 \times (-3) + \sqrt{3} - 1 - 4$

$$= 1 + \sqrt{3}.$$

**【点评】**此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键。

16. (5 分) 化简:  $(\frac{a-2}{a+2} + \frac{8a}{a^2-4}) \div \frac{a+2}{a^2-2a}$

**【分析】**原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分即可得到结果.

$$\text{【解答】解：原式} = \left[ \frac{(a-2)^2 + 8a}{(a+2)(a-2)} \right] \frac{a(a-2)}{a+2}$$

$$= \frac{(a+2)^2}{(a+2)(a-2)} \frac{a(a-2)}{a+2}$$

$$= a .$$

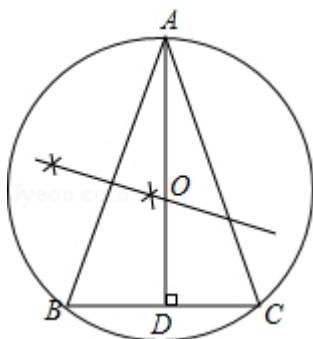
**【点评】**此题考查了分式的混合运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

17. (5分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $AD$ 是 $BC$ 边上的高. 请用尺规作图法，求作 $\triangle ABC$ 的外接圆. (保留作图痕迹，不写作法)



**【分析】**作线段 $AB$ 的垂直平分线，交 $AD$ 于点 $O$ ，以 $O$ 为圆心， $OB$ 为半径作 $\square O$ ， $\square O$ 即为所求.

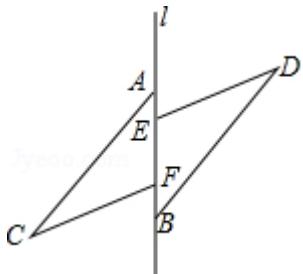
**【解答】**解：如图所示： $\square O$ 即为所求.



**【点评】**本题考查作图 – 复杂作图，等腰三角形的性质，三角形的外接圆与外心等知识，

解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

18. (5分) 如图, 点  $A$ ,  $E$ ,  $F$  在直线  $l$  上,  $AE = BF$ ,  $AC // BD$ , 且  $AC = BD$ , 求证:  
 $CF = DE$ .



**【分析】**根据平行线的性质得到  $\angle CAF = \angle DBE$ , 证明  $\triangle ACF \cong \triangle BDE$ , 根据全等三角形的性质证明结论.

**【解答】**证明:  $\because AE = BF$ ,

$$\therefore AE + EF = BF + EF, \text{ 即 } AF = BE,$$

$$\because AC // BD,$$

$$\therefore \angle CAF = \angle DBE,$$

在  $\triangle ACF$  和  $\triangle BDE$  中,

$$\begin{cases} AC = BD \\ \angle CAF = \angle DBE, \\ AF = BE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACF \cong \triangle BDE (\text{SAS})$$

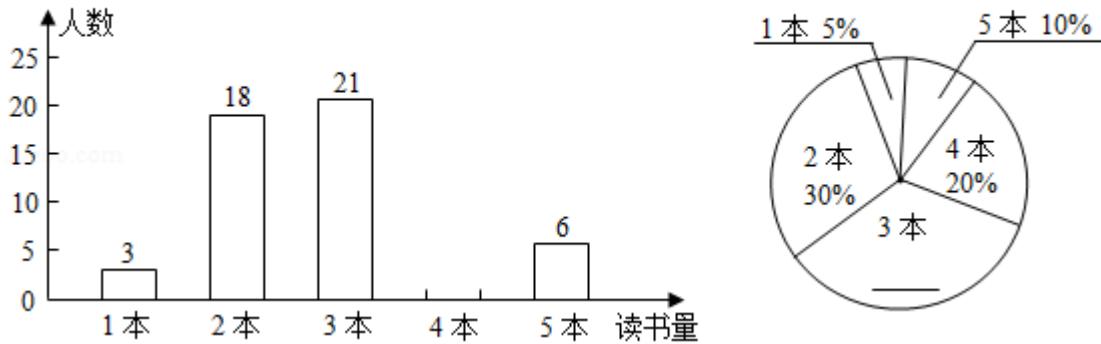
$$\therefore CF = DE.$$

**【点评】**本题考查的是全等三角形的判定和性质、平行线的性质, 掌握全等三角形的判定定理和性质定理是解题的关键.

19. (7分) 本学期初, 某校为迎接中华人民共和国建国七十周年, 开展了以“不忘初心, 缅怀革命先烈, 奋斗新时代”为主题的读书活动. 校德育处对本校七年级学生四月份“阅

读该主题相关书籍的读书量”(下面简称：“读书量”)进行了随机抽样调查，并对所有随机抽取学生的“读书量”(单位：本)进行了统计，如图所示：

所抽取该校七年级学生四月份“读书量”的统计图



根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 补全上面两幅统计图，填出本次所抽取学生四月份“读书量”的众数为 3.
- (2) 求本次所抽取学生四月份“读书量”的平均数；
- (3) 已知该校七年级有 1200 名学生，请你估计该校七年级学生中，四月份“读书量”为 5 本的学生人数.

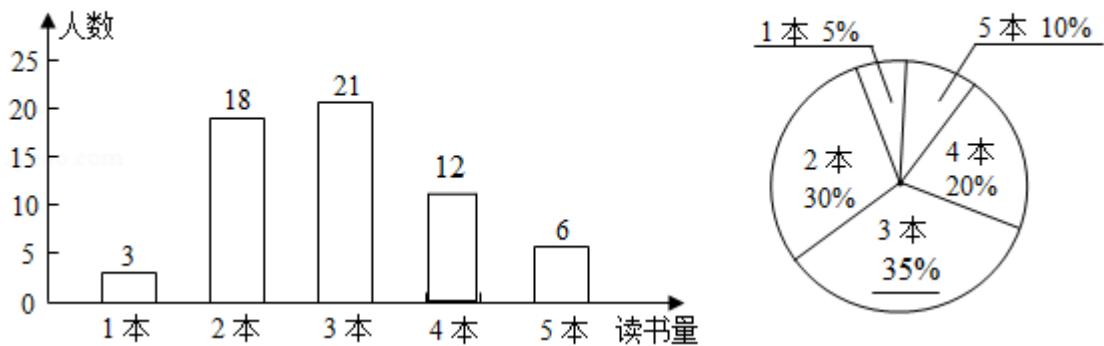
**【分析】**(1) 根据统计图可知众数为 3；

$$(2) \text{ 平均数} = \frac{3 \times 1 + 18 \times 2 + 21 \times 3 + 12 \times 4 + 5 \times 5}{3 + 18 + 21 + 12 + 6} = 3;$$

$$(3) \text{ 四月份“读书量”为 5 本的学生人数} = 1200 \times \frac{6}{60} = 120 \text{ (人)}.$$

**【解答】**解：(1) 根据统计图可知众数为 3，

所抽取该校七年级学生四月份“读书量”的统计图



故答案为 3;

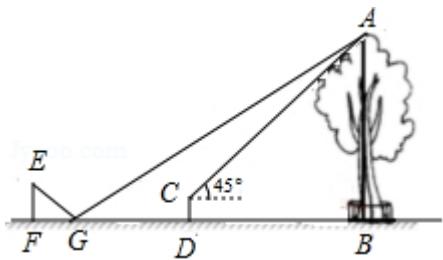
$$(2) \text{ 平均数} = \frac{3 \times 1 + 18 \times 2 + 21 \times 3 + 12 \times 4 + 5 \times 5}{3 + 18 + 21 + 12 + 6} = 3;$$

$$(3) \text{ 四月份“读书量”为 5 本的学生人数} = 1200 \times \frac{6}{60} = 120 \text{ (人)},$$

答：四月份“读书量”为 5 本的学生人数为 120 人.

**【点评】**本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用. 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

20. (7 分) 小明利用刚学过的测量知识来测量学校内一棵古树的高度. 一天下午, 他和学习小组的同学带着测量工具来到这棵古树前, 由于有围栏保护, 他们无法到达古树的底部  $B$ , 如图所示. 于是他们先在古树周围的空地上选择一点  $D$ , 并在点  $D$  处安装了测量器  $DC$ , 测得古树的顶端  $A$  的仰角为  $45^\circ$ ; 再在  $BD$  的延长线上确定一点  $G$ , 使  $DG = 5$  米, 并在  $G$  处的地面上水平放置了一个小平面镜, 小明沿着  $BG$  方向移动, 当移动到点  $F$  时, 他刚好在小平面镜内看到这棵古树的顶端  $A$  的像, 此时, 测得  $FG = 2$  米, 小明眼睛与地面的距离  $EF = 1.6$  米, 测倾器的高度  $CD = 0.5$  米. 已知点  $F$ 、 $G$ 、 $D$ 、 $B$  在同一水平直线上, 且  $EF$ 、 $CD$ 、 $AB$  均垂直于  $FB$ , 求这棵古树的高度  $AB$ . (小平面镜的大小忽略不计)



**【分析】**过点  $C$  作  $CH \perp AB$  于点  $H$ ，则  $CH = BD$ ， $BH = CD = 0.5$ . 解  $\text{Rt}\triangle ACH$ ，得出  $AH = CH = BD$ ，那么  $AB = AH + BH = BD + 0.5$ . 再证明  $\triangle EFG \sim \triangle ABG$ ，根据相似三角形对应边成比例求出  $BD = 17.5$ ，进而求出  $AB$  即可.

**【解答】**解：如图，过点  $C$  作  $CH \perp AB$  于点  $H$ ，

则  $CH = BD$ ， $BH = CD = 0.5$ .

在  $\text{Rt}\triangle ACH$  中， $\angle ACH = 45^\circ$ ，

$$\therefore AH = CH = BD,$$

$$\therefore AB = AH + BH = BD + 0.5.$$

$\because EF \perp FB$ ， $AB \perp FB$ ，

$$\therefore \angle EFG = \angle ABG = 90^\circ.$$

由题意，易知  $\angle EGF = \angle AGB$ ，

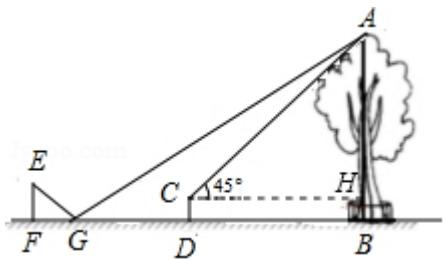
$$\therefore \triangle EFG \sim \triangle ABG,$$

$$\therefore \frac{EF}{AB} = \frac{FG}{BG} \text{ 即 } \frac{1.6}{BD + 0.5} = \frac{2}{5 + BD},$$

解之，得  $BD = 17.5$ ，

$$\therefore AB = 17.5 + 0.5 = 18(m).$$

$\therefore$  这棵古树的高  $AB$  为  $18m$ .



**【点评】**本题考查了解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题，相似三角形的应用，解题的关键是正确的构造直角三角形并选择正确的边角关系解直角三角形，难度一般。

21. (7分) 根据记录，从地面向上 $11km$ 以内，每升高 $1km$ ，气温降低 $6^{\circ}\text{C}$ ；又知在距离地面 $11km$ 以上高空，气温几乎不变。若地面气温为 $m(^{\circ}\text{C})$ ，设距地面的高度为 $x(km)$ 处的气温为 $y(^{\circ}\text{C})$

(1) 写出距地面的高度在 $11km$ 以内的 $y$ 与 $x$ 之间的函数表达式；

(2) 上周日，小敏在乘飞机从上海飞回西安途中，某一时刻，她从机舱内屏幕显示的相关数据得知，飞机外气温为 $-26^{\circ}\text{C}$ 时，飞机距离地面的高度为 $7km$ ，求当时这架飞机下方地面的气温；小敏想，假如飞机当时在距离地面 $12km$ 的高空，飞机外的气温是多少度呢？请求出假如当时飞机距离地面 $12km$ 时，飞机外的气温。

**【分析】**(1) 根据气温等于该处的温度减去下降的温度列式即可；

(2) 根据(1)的结论解答即可。

**【解答】**解：(1) 根据题意得： $y = m - 6x$ ；

(2) 将 $x = 7$ ， $y = -26$ 代入 $y = m - 6x$ ，得 $-26 = m - 42$ ， $\therefore m = 16$

$\therefore$  当时地面气温为 $16^{\circ}\text{C}$

$\because x = 12 > 11$ ，

$$\therefore y = 16 - 6 \times 11 = -50 (\text{ }^{\circ}\text{C})$$

假如当时飞机距地面  $12\text{km}$  时，飞机外的气温为  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

**【点评】**本题考查了一次函数的应用以及函数值的求解，要注意自变量的取值范围和高于  $11$  千米时的气温几乎不再变化的说明.

22. (7 分) 现有  $A$ 、 $B$  两个不透明袋子，分别装有 3 个除颜色外完全相同的小球. 其中， $A$  袋装有 2 个白球，1 个红球； $B$  袋装有 2 个红球，1 个白球.

(1) 将  $A$  袋摇匀，然后从  $A$  袋中随机取出一个小球，求摸出小球是白色的概率；

(2) 小华和小林商定了一个游戏规则：从摇匀后的  $A$ ， $B$  两袋中随机摸出一个小球，摸出的这两个小球，若颜色相同，则小林获胜；若颜色不同，则小华获胜. 请用列表法或画出树状图的方法说明这个游戏规则对双方是否公平.

**【分析】**(1)  $P(\text{摸出白球}) = \frac{2}{3}$ ；

(2) 由上表可知，共有 9 种等可能结果，其中颜色不相同的结果有 4 种，颜色相同的结果有 5 种  $P(\text{颜色不相同}) = \frac{4}{9}$ ， $P(\text{颜色相同}) = \frac{5}{9}$ ， $\frac{4}{9} < \frac{5}{9}$  这个游戏规则对双方不公平

**【解答】**解：(1) 共有 3 种等可能结果，而摸出白球的结果有 2 种

$\therefore P(\text{摸出白球}) = \frac{2}{3}$ ；

(2) 根据题意，列表如下：

$A$	$B$	红 1	红 2	白
白 1		(白 1, 红 1)	(白 1, 红 2)	(白 1, 白)
白 2		(白 2, 红 1)	(白 2, 红 2)	(白 2, 白)

红	(红, 红1)	(红, 红2)	(白1, 白)
---	---------	---------	---------

由上表可知，共有 9 种等可能结果，其中颜色不相同的结果有 4 种，颜色相同的结果有 5 种

$$\therefore P(\text{颜色不相同}) = \frac{4}{9}, \quad P(\text{颜色相同}) = \frac{5}{9}$$

$$\therefore \frac{4}{9} < \frac{5}{9}$$

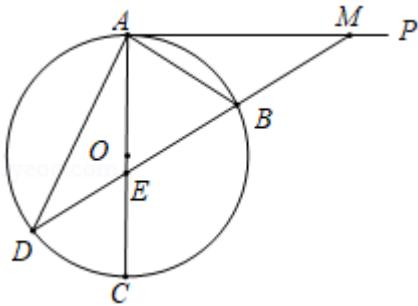
$\therefore$  这个游戏规则对双方不公平

**【点评】**本题考查了概率，根据概率的求法，找准两点：①全部等可能情况的总数；②符合题意的情况数目；二者的比值就是其发生的概率

23. (8 分) 如图， $AC$  是  $\square O$  的一条弦， $AP$  是  $\square O$  的切线。作  $BM = AB$  并与  $AP$  交于点  $M$ ，延长  $MB$  交  $AC$  于点  $E$ ，交  $\square O$  于点  $D$ ，连接  $AD$ 。

(1) 求证： $AB = BE$ ；

(2) 若  $\square O$  的半径  $R = 5$ ， $AB = 6$ ，求  $AD$  的长。



**【分析】**(1) 根据切线的性质得出  $\angle EAM = 90^\circ$ ，等腰三角形的性质  $\angle MAB = \angle AMB$ ，根据等角的余角相等得出  $\angle BAE = \angle AEB$ ，即可证得  $AB = BE$ ；

(2) 证得  $\triangle ABC \sim \triangle EAM$ ，求得  $\angle C = \angle AEM$ ， $AM = \frac{48}{5}$ ，由  $\angle D = \angle C$ ，求得  $\angle D = \angle AMD$ ，即可证得  $AD = AM = \frac{48}{5}$ 。

**【解答】**(1) 证明:  $\because AP$  是  $\square O$  的切线,

$$\therefore \angle EAM = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle MAB = 90^\circ , \quad \angle AEB + \angle AMB = 90^\circ .$$

$$\text{又} \because AB = BM ,$$

$$\therefore \angle MAB = \angle AMB ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle AEB ,$$

$$\therefore AB = BE$$

(2) 解: 连接  $BC$

$\because AC$  是  $\square O$  的直径,

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ$$

在 Rt $\triangle ABC$  中,  $AC = 10$ ,  $AB = 6$ ,

$$\therefore BC = 8 ,$$

$$\because BE = AB = BM ,$$

$$\therefore EM = 12 ,$$

由(1)知,  $\angle BAE = \angle AEB ,$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EAM$$

$$\therefore \angle C = \angle AME , \quad \frac{EM}{AC} = \frac{AM}{BC} ,$$

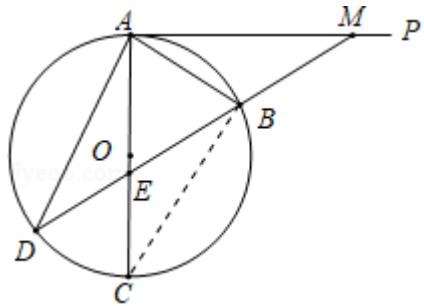
$$\text{即} \frac{12}{10} = \frac{AM}{8} ,$$

$$\therefore AM = \frac{48}{5}$$

又 $\because \angle D = \angle C$ ,

$\therefore \angle D = \angle AMD$

$$\therefore AD = AM = \frac{48}{5}.$$

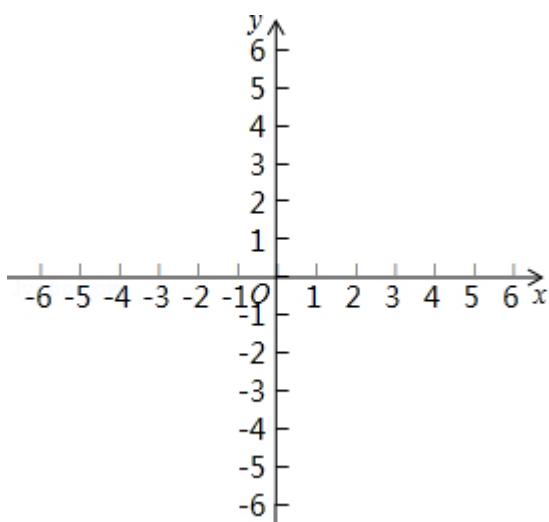


**【点评】**本题考查了切线的性质，相似三角形的判定和性质，圆周角定理，熟练掌握性质定理是解题的关键。

24. (10分) 在平面直角坐标系中，已知抛物线  $L: y = ax^2 + (c-a)x + c$  经过点  $A(-3, 0)$  和点  $B(0, -6)$ ， $L$  关于原点  $O$  对称的抛物线为  $L'$ .

(1) 求抛物线  $L$  的表达式；

(2) 点  $P$  在抛物线  $L'$  上，且位于第一象限，过点  $P$  作  $PD \perp y$  轴，垂足为  $D$ . 若  $\triangle POD$  与  $\triangle AOB$  相似，求复合条件的点  $P$  的坐标。



**【分析】**(1) 将点  $A$ 、 $B$  的坐标代入抛物线表达式，即可求解；

(2) 分  $\Delta POD \sim \Delta BOA$ 、 $\Delta OPD \sim \Delta AOB$  两种情况，分别求解.

**【解答】**解：(1) 将点  $A$ 、 $B$  的坐标代入抛物线表达式得： $\begin{cases} 9a - 3(c + a) + c = 0 \\ c = -6 \end{cases}$ ，解得：

$$\begin{cases} a = 1 \\ c = -6 \end{cases},$$

$$\therefore L: y = x^2 - 5x - 6$$

(2)  $\because$  点  $A$ 、 $B$  在  $L'$  上的对应点分别为  $A'(-3, 0)$ 、 $B'(0, -6)$ ，

$\therefore$  设抛物线  $L'$  的表达式  $y = x^2 + bx + 6$ ，

将  $A'(-3, 0)$  代入  $y = x^2 + bx + 6$ ，得  $b = -5$ ，

$\therefore$  抛物线  $L'$  的表达式为  $y = x^2 - 5x + 6$ ，

$A(-3, 0)$ ， $B(0, -6)$ ，

$\therefore AO = 3$ ， $OB = 6$ ，

设： $P(m, m^2 - 5m + 6)(m > 0)$ ，

$\because PD \perp y$  轴，

$\therefore$  点  $D$  的坐标为  $(0, m^2 - 5m + 6)$ ，

$\therefore PD = m$ ， $OD = m^2 - 5m + 6$ ，

Rt $\Delta POD$  与 Rt $\Delta AOB$  相似，

①  $\Delta POD \sim \Delta BOA$  时，

$$\frac{PD}{OB} = \frac{OD}{OA}, \text{ 即 } m = 2(m^2 - 5m + 6),$$

解得:  $m = \frac{3}{2}$  或 4;

②当  $\Delta OPD \sim \Delta AOB$  时,

同理可得:  $m = 1$  或 6;

$\because P_1, P_2, P_3, P_4$  均在第一象限,

$\therefore$  符合条件的点  $P$  的坐标为 (1, 2) 或 (6, 12) 或 (23, 43) 或 (4, 2).

**【点评】**本题考查的是二次函数综合运用, 涉及到一次函数、三角形相似等, 其中(2), 要注意分类求解, 避免遗漏.

25. (12 分) 问题提出:

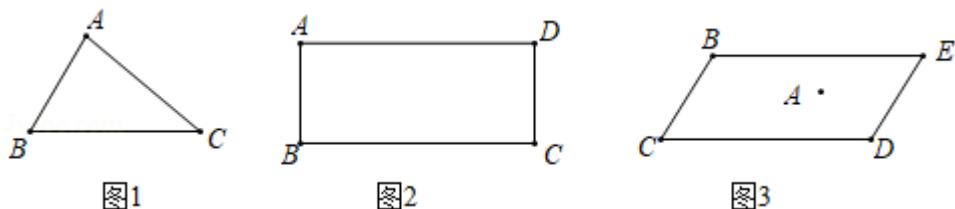
(1) 如图 1, 已知  $\Delta ABC$ , 试确定一点  $D$ , 使得以  $A, B, C, D$  为顶点的四边形为平行四边形, 请画出这个平行四边形;

问题探究:

(2) 如图 2, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 4$ ,  $BC = 10$ , 若要在该矩形中作出一个面积最大的  $\Delta BPC$ , 且使  $\angle BPC = 90^\circ$ , 求满足条件的点  $P$  到点  $A$  的距离;

问题解决:

(3) 如图 3, 有一座草根塔  $A$ , 按规定, 要以塔  $A$  为对称中心, 建一个面积尽可能大的形状为平行四边形的草根景区  $BCDE$ . 根据实际情况, 要求顶点  $B$  是定点, 点  $B$  到塔  $A$  的距离为 50 米,  $\angle CBE = 120^\circ$ , 那么, 是否可以建一个满足要求的面积最大的平行四边形景区  $BCDE$ ? 若可以, 求出满足要求的平行四边形  $BCDE$  的最大面积; 若不可以, 请说明理由. (塔  $A$  的占地面积忽略不计)

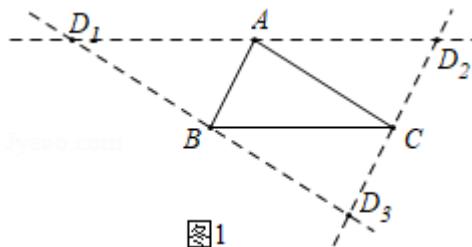


**【分析】**(1) 利用平行四边形的判定方法画出图形即可.

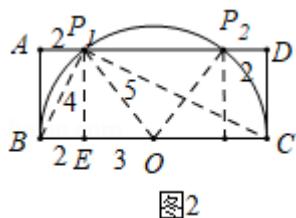
(2) 以点  $O$  为圆心,  $OB$  长为半径作  $\odot O$ ,  $\odot O$  一定于  $AD$  相交于  $P_1$ ,  $P_2$  两点, 点  $P_1$ ,  $P_2$  即为所求.

(3) 可以, 如图所示, 连接  $BD$ , 作  $\triangle BDE$  的外接圆  $\odot O$ , 则点  $E$  在优弧  $\widehat{BD}$  上, 取  $\widehat{BED}$  的中点  $E'$ , 连接  $E'B$ ,  $E'D$ , 四边形  $BC'DE'$  即为所求.

**【解答】**解: (1) 如图记为点  $D$  所在的位置.



(2) 如图,



$\because AB = 4$ ,  $BC = 10$ ,  $\therefore$  取  $BC$  的中点  $O$ , 则  $OB > AB$ .

$\therefore$  以点  $O$  为圆心,  $OB$  长为半径作  $\odot O$ ,  $\odot O$  一定于  $AD$  相交于  $P_1$ ,  $P_2$  两点,

连接  $BP_1$ ,  $P_1C$ ,  $P_1O$ ,  $\because \angle BPC = 90^\circ$ , 点  $P$  不能再矩形外;

$\therefore \triangle BPC$  的顶点  $P_1$  或  $P_2$  位置时， $\triangle BPC$  的面积最大，

作  $P_1E \perp BC$ ，垂足为  $E$ ，则  $OE = 3$ ，

$$\therefore AP_1 = BE = OB - OE = 5 - 3 = 2,$$

由对称性得  $AP_2 = 8$ .

(3) 可以，如图所示，连接  $BD$ ，

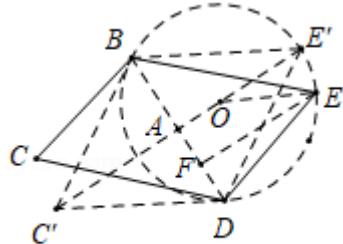


图3

$\because A$  为  $\square BCDE$  的对称中心， $BA = 50$ ， $\angle CBE = 120^\circ$ ，

$$\therefore BD = 100, \angle BED = 60^\circ$$

作  $\triangle BDE$  的外接圆  $O$ ，则点  $E$  在优弧  $BD$  上，取  $\overarc{BED}$  的中点  $E'$ ，连接  $E'B$ ， $E'D$ ，

则  $E'B = E'D$ ，且  $\angle BE'D = 60^\circ$ ， $\therefore \triangle BE'D$  为正三角形.

连接  $E'O$  并延长，经过点  $A$  至  $C'$ ，使  $E'A = AC'$ ，连接  $BC'$ ， $DC'$ ，

$\therefore E'A \perp BD$ ，

$\therefore$  四边形  $E'D$  为菱形，且  $\angle C'BE' = 120^\circ$ ，

作  $EF \perp BD$ ，垂足为  $F$ ，连接  $EO$ ，则  $EF$ ， $EO + OA - E'O + OA = E'A$ ，

$$\therefore S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} \square BD \square EF, \frac{1}{2} \square BD \square E'A = S_{\square E'BD},$$

$$\therefore S_{\text{平行四边形} BCDE'} = 2S_{\triangle E'BD} = 100^2 \cdot \sin 60^\circ = 5000\sqrt{3} (m^2)$$

所以符合要求的  $\square BCDE$  的最大面积为  $5000\sqrt{3} m^2$ .

**【点评】**本题属于四边形综合题，考查了平行四边形的判定和性质，圆周角定理，三角形的面积等知识，解题的关键是理解题意，学会添加常用辅助线，属于中考压轴题.