

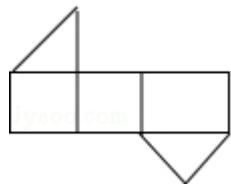
2018 年陕西省中考数学试卷

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，计 30 分。每小题只有一个选项是符合题意的）

1. (3.00 分) (2018•陕西) $\frac{7}{11}$ 的倒数是 ()

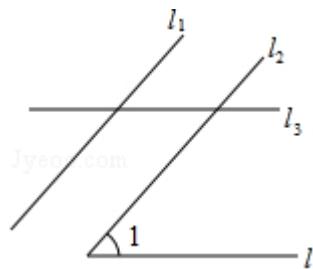
- A. $\frac{7}{11}$ B. $-\frac{7}{11}$ C. $\frac{11}{7}$ D. $-\frac{11}{7}$

2. (3.00 分) (2018•陕西) 如图, 是一个几何体的表面展开图, 则该几何体是 ()



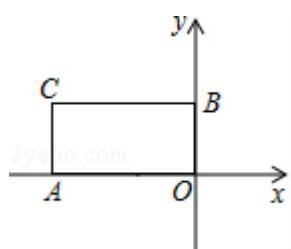
- A. 正方体 B. 长方体 C. 三棱柱 D. 四棱锥

3. (3.00 分) (2018•陕西) 如图, 若 $l_1 \parallel l_2$, $l_3 \parallel l_4$, 则图中与 $\angle 1$ 互补的角有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

4. (3.00 分) (2018•陕西) 如图, 在矩形 $AOBC$ 中, $A(-2, 0)$, $B(0, 1)$. 若正比例函数 $y=kx$ 的图象经过点 C , 则 k 的值为 ()

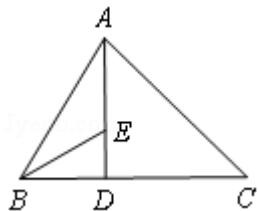


- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

5. (3.00 分) (2018•陕西) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^2 = 2a^4$ B. $(-a^2)^3 = -a^6$ C. $3a^2 - 6a^2 = 3a^2$ D. $(a-2)^2 = a^2 - 4$

6. (3.00 分) (2018•陕西) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=8$, $\angle ABC=60^\circ$, $\angle C=45^\circ$, $AD \perp BC$, 垂足为 D, $\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 E, 则 AE 的长为 ()

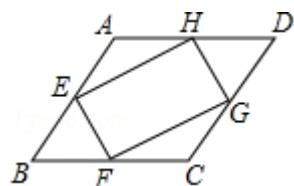


- A. $\frac{4}{3}\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $\frac{8}{3}\sqrt{2}$ D. $3\sqrt{2}$

7. (3.00 分) (2018•陕西) 若直线 l_1 经过点 (0, 4), l_2 经过点 (3, 2), 且 l_1 与 l_2 关于 x 轴对称, 则 l_1 与 l_2 的交点坐标为 ()

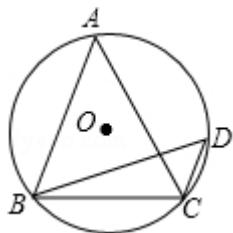
- A. (-2, 0) B. (2, 0) C. (-6, 0) D. (6, 0)

8. (3.00 分) (2018•陕西) 如图, 在菱形 ABCD 中. 点 E、F、G、H 分别是边 AB、BC、CD 和 DA 的中点, 连接 EF、FG、CH 和 HE. 若 $EH=2EF$, 则下列结论正确的是 ()



- A. $AB=\sqrt{2}EF$ B. $AB=2EF$ C. $AB=\sqrt{3}EF$ D. $AB=\sqrt{5}EF$

9. (3.00 分) (2018•陕西) 如图, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形, $AB=AC$, $\angle BCA=65^\circ$, 作 $CD \parallel AB$, 并与 $\odot O$ 相交于点 D, 连接 BD, 则 $\angle DBC$ 的大小为 ()



- A. 15° B. 35° C. 25° D. 45°

10. (3.00 分) (2018•陕西) 对于抛物线 $y=ax^2+(2a-1)x+a-3$, 当 $x=1$ 时,

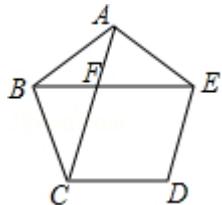
$y>0$, 则这条抛物线的顶点一定在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

二、填空题 (共 4 小题, 每小题 3 分, 计 12 分)

11. (3.00 分) (2018•陕西) 比较大小: $3 \underline{\hspace{1cm}} \sqrt{10}$ (填“ $>$ ”、“ $<$ ”或“ $=$ ”).

12. (3.00 分) (2018•陕西) 如图, 在正五边形 ABCDE 中, AC 与 BE 相交于点 F, 则 $\angle AFE$ 的度数为_____.



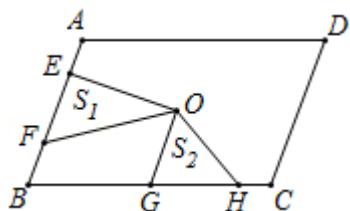
13. (3.00 分) (2018•陕西) 若一个反比例函数的图象经过点 A (m, m) 和

B ($2m, -1$), 则这个反比例函数的表达式为_____.

14. (3.00 分) (2018•陕西) 如图, 点 O 是 $\square ABCD$ 的对称中心, $AD > AB$, E、F

是 AB 边上的点, 且 $EF=\frac{1}{2}AB$; G、H 是 BC 边上的点, 且 $GH=\frac{1}{3}BC$, 若 S_1, S_2 分

别表示 $\triangle EOF$ 和 $\triangle GOH$ 的面积, 则 S_1 与 S_2 之间的等量关系是_____.

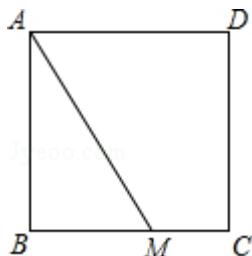


三、解答题 (共 11 小题, 计 78 分。解答应写出过程)

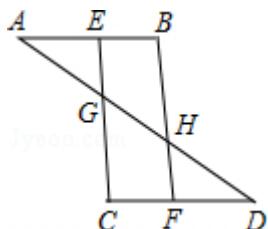
15. (5.00 分) (2018•陕西) 计算: $(\sqrt{3}) \times (\sqrt{6}) + |\sqrt{2}-1| + (5-2\pi)^0$

16. (5.00 分) (2018•陕西) 化简: $\frac{a+1}{(a-1)(a+1)} \cdot \frac{a}{a^2+a} \div \frac{3a+1}{a^2+a}$.

17. (5.00 分) (2018•陕西) 如图, 已知: 在正方形 ABCD 中, M 是 BC 边上一定点, 连接 AM. 请用尺规作图法, 在 AM 上作一点 P, 使 $\triangle DPA \sim \triangle ABM$. (不写作法, 保留作图痕迹)



18. (5.00 分) (2018•陕西) 如图, $AB \parallel CD$, E、F 分别为 AB、CD 上的点, 且 $EC \parallel BF$, 连接 AD, 分别与 EC、BF 相交于点 G, H, 若 $AB=CD$, 求证: $AG=DH$.



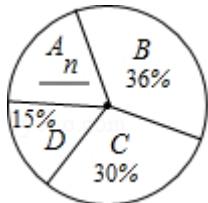
19. (7.00 分) (2018•陕西) 对垃圾进行分类投放, 能有效提高对垃圾的处理和再利用, 减少污染, 保护环境. 为了了解同学们对垃圾分类知识的了解程度, 增强同学们的环保意识, 普及垃圾分类及投放的相关知识, 某校数学兴趣小组的同学们设计了“垃圾分类知识及投放情况”问卷, 并在本校随机抽取若干名同学进行了问卷测试. 根据测试成绩分布情况, 他们将全部测试成绩分成 A、B、C、D 四组, 绘制了如下统计图表:

“垃圾分类知识及投放情况”问卷测试成绩统计表

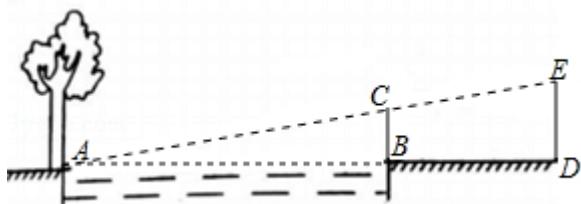
组别	分数/分	频数	各组总分/分
A	$60 < x \leq 70$	38	2581
B	$70 < x \leq 80$	72	5543
C	$80 < x \leq 90$	60	5100
D	$90 < x \leq 100$	m	2796

依据以上统计信息解答下列问题：

- (1) 求得 $m=$ _____， $n=$ _____；
- (2) 这次测试成绩的中位数落在_____组；
- (3) 求本次全部测试成绩的平均数.



20. (7.00 分) (2018•陕西) 周末，小华和小亮想用所学的数学知识测量家门前小河的宽. 测量时，他们选择了河对岸岸边的一棵大树，将其底部作为点 A，在他们所在的岸边选择了点 B，使得 $AB \perp AD$ ，并在 B 点竖起标杆 BC，再在 AB 的延长线上选择点 D，竖起标杆 DE，使得点 E 与点 C、A 共线. 已知： $CB \perp AD$ ， $ED \perp AD$ ，测得 $BC=1m$ ， $DE=1.5m$ ， $BD=8.5m$. 测量示意图如图所示. 请根据相关测量信息，求河宽 AB.



21. (7.00 分) (2018•陕西) 经过一年多的精准帮扶，小明家的网络商店（简称网店）将红枣、小米等优质土特产迅速销往全国. 小明家网店中红枣和小米这两种商品的相关信息如下表：

商品	红枣	小米
规格	1kg/袋	2kg/袋
成本(元/袋)	40	38
售价(元/袋)	60	54

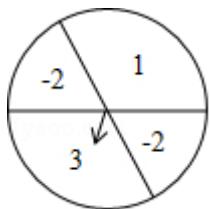
根据上表提供的信息解答下列问题：

- (1) 已知今年前五个月，小明家网店销售上表中规格的红枣和小米共 3000kg，获得利润 4.2 万元，求这前五个月小明家网店销售这种规格的红枣多少袋；
- (2) 根据之前的销售情况，估计今年 6 月到 10 月这后五个月，小明家网店还

能销售上表中规格的红枣和小米共 2000kg , 其中, 这种规格的红枣的销售量不低于 600kg . 假设这后五个月, 销售这种规格的红枣为 x (kg), 销售这种规格的红枣和小米获得的总利润为 y (元), 求出 y 与 x 之间的函数关系式, 并求这后五个月, 小明家网店销售这种规格的红枣和小米至少获得总利润多少元.

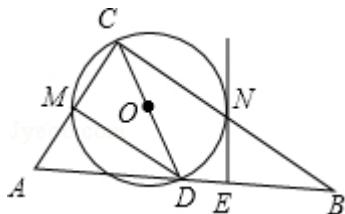
22. (7.00 分) (2018•陕西) 如图, 可以自由转动的转盘被它的两条直径分成了四个分别标有数字的扇形区域, 其中标有数字“1”的扇形的圆心角为 120° . 转动转盘, 待转盘自动停止后, 指针指向一个扇形的内部, 则该扇形内的数字即为转出的数字, 此时, 称为转动转盘一次 (若指针指向两个扇形的交线, 则不计转动的次数, 重新转动转盘, 直到指针指向一个扇形的内部为止).

- (1) 转动转盘一次, 求转出的数字是-2 的概率;
- (2) 转动转盘两次, 用树状图或列表法求这两次分别转出的数字之积为正数的概率.



23. (8.00 分) (2018•陕西) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 以斜边 AB 上的中线 CD 为直径作 $\odot O$, 分别与 AC 、 BC 交于点 M 、 N .

- (1) 过点 N 作 $\odot O$ 的切线 NE 与 AB 相交于点 E , 求证: $NE \perp AB$;
- (2) 连接 MD , 求证: $MD=NB$.



24. (10.00 分) (2018•陕西) 已知抛物线 L : $y=x^2+x-6$ 与 x 轴相交于 A 、 B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 并与 y 轴相交于点 C .

- (1) 求 A 、 B 、 C 三点的坐标, 并求 $\triangle ABC$ 的面积;
- (2) 将抛物线 L 向左或向右平移, 得到抛物线 L' , 且 L' 与 x 轴相交于 A' 、 B' 两点 (点 A' 在点 B' 的左侧), 并与 y 轴相交于点 C' , 要使 $\triangle A'B'C'$ 和 $\triangle ABC$ 的面积

相等，求所有满足条件的抛物线的函数表达式.

25. (12.00 分) (2018•陕西) 问题提出

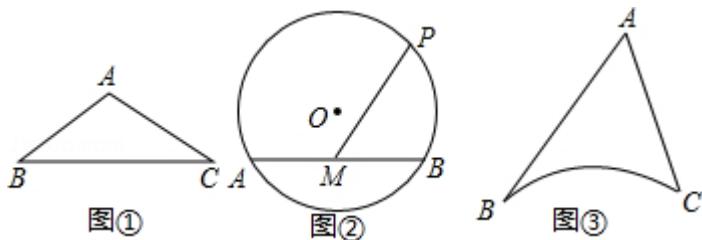
- (1) 如图①，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=120^\circ$ ， $AB=AC=5$ ，则 $\triangle ABC$ 的外接圆半径 R 的值为_____.

问题探究

- (2) 如图②， $\odot O$ 的半径为 13，弦 $AB=24$ ， M 是 AB 的中点， P 是 $\odot O$ 上一动点，求 PM 的最大值.

问题解决

- (3) 如图③所示， AB 、 AC 、 \widehat{BC} 是某新区的三条规划路，其中 $AB=6\text{km}$ ， $AC=3\text{km}$ ， $\angle BAC=60^\circ$ ， \widehat{BC} 所对的圆心角为 60° ，新区管委会想在 \widehat{BC} 路边建物资总站点 P ，在 AB ， AC 路边分别建物资分站点 E 、 F ，也就是，分别在 \widehat{BC} 、线段 AB 和 AC 上选取点 P 、 E 、 F . 由于总站工作人员每天都要将物资在各物资站点间按 $P \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow P$ 的路径进行运输，因此，要在各物资站点之间规划道路 PE 、 EF 和 FP . 为了快捷、环保和节约成本. 要使得线段 PE 、 EF 、 FP 之和最短，试求 $PE+EF+FP$ 的最小值. (各物资站点与所在道路之间的距离、路宽均忽略不计)



2018 年陕西省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，计 30 分。每小题只有一个选项是符合题意的）

1. (3.00 分) (2018•陕西) $-\frac{7}{11}$ 的倒数是 ()

- A. $\frac{7}{11}$ B. $-\frac{7}{11}$ C. $\frac{11}{7}$ D. $-\frac{11}{7}$

【考点】17：倒数.

【专题】1：常规题型.

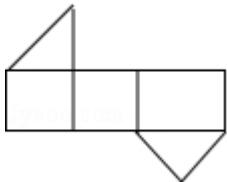
【分析】根据倒数的定义，互为倒数的两数乘积为 1，即可解答.

【解答】解： $-\frac{7}{11}$ 的倒数是 $-\frac{11}{7}$ ，

故选：D.

【点评】此题主要考查倒数的概念及性质，属于基础题，注意掌握倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数.

2. (3.00 分) (2018•陕西) 如图，是一个几何体的表面展开图，则该几何体是 ()



- A. 正方体 B. 长方体 C. 三棱柱 D. 四棱锥

【考点】I6：几何体的展开图.

【专题】28：操作型.

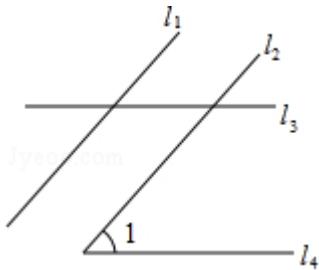
【分析】由展开图得这个几何体为棱柱，底面为三边形，则为三棱柱.

【解答】解：由图得，这个几何体为三棱柱.

故选：C.

【点评】考查了几何体的展开图，有两个底面的为柱体，有一个底面的为椎体。

3. (3.00 分) (2018•陕西) 如图, 若 $l_1 \parallel l_2$, $l_3 \parallel l_4$, 则图中与 $\angle 1$ 互补的角有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【考点】 IL: 余角和补角; JA: 平行线的性质.

【专题】 1 : 常规题型.

【分析】 直接利用平行线的性质得出相等的角以及互补的角进而得出答案.

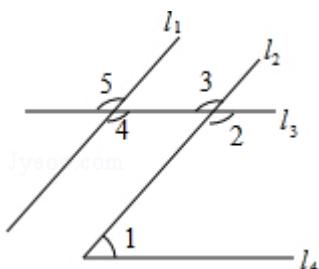
【解答】 解: $\because l_1 \parallel l_2$, $l_3 \parallel l_4$,

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \quad \angle 2 = \angle 4,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 5, \quad \angle 2 = \angle 3,$$

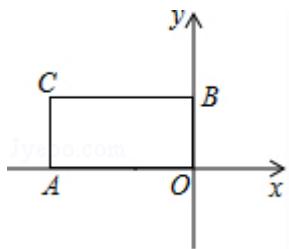
\therefore 图中与 $\angle 1$ 互补的角有: $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$ 共 4 个.

故选: D.



【点评】 此题主要考查了平行线的性质, 注意不要漏角是解题关键.

4. (3.00 分) (2018•陕西) 如图, 在矩形 $AOBC$ 中, $A(-2, 0)$, $B(0, 1)$. 若正比例函数 $y=kx$ 的图象经过点 C , 则 k 的值为 ()



- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

【考点】F8: 一次函数图象上点的坐标特征; **LB:** 矩形的性质.

【专题】1 : 常规题型; 533: 一次函数及其应用.

【分析】根据矩形的性质得出点 C 的坐标, 再将点 C 坐标代入解析式求解可得.

【解答】解: $\because A(-2, 0), B(0, 1)$.

$$\therefore OA=2, OB=1,$$

\because 四边形 $AOBC$ 是矩形,

$$\therefore AC=OB=1, BC=OA=2,$$

则点 C 的坐标为 $(-2, 1)$,

将点 $C(-2, 1)$ 代入 $y=kx$, 得: $1=-2k$,

$$\text{解得: } k=-\frac{1}{2},$$

故选: A.

【点评】本题主要考查一次函数图象上点的坐标特征, 解题的关键是掌握矩形的性质和待定系数法求函数解析式.

5. (3.00 分) (2018•陕西) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^2 = 2a^4$ B. $(-a^2)^3 = -a^6$ C. $3a^2 - 6a^2 = 3a^2$ D. $(a-2)^2 = a^2 - 4$

【考点】35: 合并同类项; 46: 同底数幂的乘法; 47: 幂的乘方与积的乘方; 4C: 完全平方公式.

【专题】11 : 计算题; 512: 整式.

【分析】根据同底数幂相乘、幂的乘方、合并同类项法则及完全平方公式逐一计算可得.

【解答】解: A、 $a^2 \cdot a^2 = a^4$, 此选项错误;

B、 $(-a^2)^3 = -a^6$, 此选项正确;

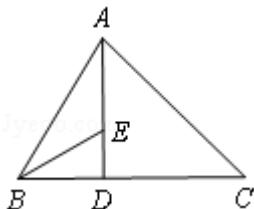
C、 $3a^2 \cdot 6a^2 = 18a^4$, 此选项错误;

D、 $(a-2)^2 = a^2 - 4a + 4$, 此选项错误;

故选: B.

【点评】本题主要考查整式的运算, 解题的关键是掌握同底数幂相乘、幂的乘方、合并同类项法则及完全平方公式.

6. (3.00 分) (2018•陕西) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=8$, $\angle ABC=60^\circ$, $\angle C=45^\circ$, $AD \perp BC$, 垂足为 D, $\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 E, 则 AE 的长为 ()



- A. $\frac{4}{3}\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $\frac{8}{3}\sqrt{2}$ D. $3\sqrt{2}$

【考点】IJ: 角平分线的定义; KO: 含 30 度角的直角三角形; KQ: 勾股定理.

【专题】55E: 解直角三角形及其应用.

【分析】在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, 利用等腰直角三角形的性质可求出 AD 的长度, 在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中, 由 AD 的长度及 $\angle ABD$ 的度数可求出 BD 的长度, 在 $\text{Rt}\triangle EBD$ 中, 由 BD 的长度及 $\angle EBD$ 的度数可求出 DE 的长度, 再利用 $AE=AD-DE$ 即可求出 AE 的长度.

【解答】解: $\because AD \perp BC$,

$$\therefore \angle ADC = \angle ADB = 90^\circ.$$

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $AC=8$, $\angle C=45^\circ$,

$\therefore AD=CD$,

$$\therefore AD = \frac{\sqrt{2}}{2} AC = 4\sqrt{2}.$$

在 $Rt\triangle ADB$ 中, $AD=4\sqrt{2}$, $\angle ABD=60^\circ$,

$$\therefore BD = \frac{\sqrt{3}}{3} AD = \frac{4\sqrt{6}}{3}.$$

$\because BE$ 平分 $\angle ABC$,

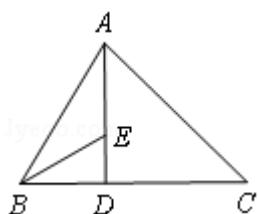
$\therefore \angle EBD=30^\circ$.

在 $Rt\triangle EBD$ 中, $BD = \frac{4\sqrt{6}}{3}$, $\angle EBD=30^\circ$,

$$\therefore DE = \frac{\sqrt{3}}{3} BD = \frac{4\sqrt{2}}{3},$$

$$\therefore AE = AD - DE = \frac{8\sqrt{2}}{3}.$$

故选: C.



【点评】本题考查了解直角三角形、含 30° 度角的直角三角形、等腰直角三角形以及特殊角的三角函数，通过解直角三角形求出 AD 、 DE 的长度是解题的关键。

7. (3.00 分) (2018•陕西) 若直线 l_1 经过点 $(0, 4)$, l_2 经过点 $(3, 2)$, 且 l_1 与 l_2 关于 x 轴对称, 则 l_1 与 l_2 的交点坐标为 ()
- A. $(-2, 0)$ B. $(2, 0)$ C. $(-6, 0)$ D. $(6, 0)$

【考点】F9: 一次函数图象与几何变换.

【专题】1 : 常规题型.

【分析】根据对称的性质得出两个点关于 x 轴对称的对称点，再根据待定系数法确定函数关系式，求出一次函数与 x 轴的交点即可.

【解答】解： \because 直线 l_1 经过点 $(0, 4)$, l_2 经过点 $(3, 2)$, 且 l_1 与 l_2 关于 x 轴对称,

\therefore 两直线相交于 x 轴上,

\because 直线 l_1 经过点 $(0, 4)$, l_2 经过点 $(3, 2)$, 且 l_1 与 l_2 关于 x 轴对称,

\therefore 直线 l_1 经过点 $(3, -2)$, l_2 经过点 $(0, -4)$,

把 $(0, 4)$ 和 $(3, -2)$ 代入直线 l_1 经过的解析式 $y=kx+b$,

$$\begin{cases} b = 4 \\ 3k + 4 = -2 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -2 \\ b = 4 \end{cases}$$

故直线 l_1 经过的解析式为: $y=-2x+4$,

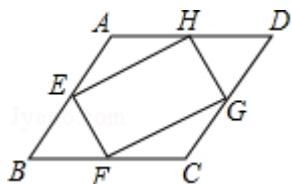
可得 l_1 与 l_2 的交点坐标为 l_1 与 l_2 与 x 轴的交点, 解得: $x=2$,

即 l_1 与 l_2 的交点坐标为 $(2, 0)$.

故选: B.

【点评】此题主要考查了待定系数法求一次函数解析式以及坐标与图形的性质，正确得出 l_1 与 l_2 的交点坐标为 l_1 与 l_2 与 x 轴的交点是解题关键.

8. (3.00 分) (2018•陕西) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中. 点 E 、 F 、 G 、 H 分别是边 AB 、 BC 、 CD 和 DA 的中点, 连接 EF 、 FG 、 CH 和 HE . 若 $EH=2EF$, 则下列结论正确的是 ()



- A. $AB=\sqrt{2}EF$. B. $AB=2EF$. C. $AB=\sqrt{3}EF$. D. $AB=\sqrt{5}EF$

【考点】L8: 菱形的性质; LN: 中点四边形.

【专题】17 : 推理填空题.

【分析】连接 AC 、 BD 交于 O , 根据菱形的性质得到

$AC \perp BD$, $OA=OC$, $OB=OD$, 根据三角形中位线定理、矩形的判定定理得到四边形 $EFGH$ 是矩形, 根据勾股定理计算即可.

【解答】解: 连接 AC 、 BD 交于 O ,

\because 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AC \perp BD$, $OA=OC$, $OB=OD$,

\because 点 E 、 F 、 G 、 H 分别是边 AB 、 BC 、 CD 和 DA 的中点,

$\therefore EF = \frac{1}{2}AC$, $EH = \frac{1}{2}BD$, $EF \parallel AC$, $EH \parallel BD$,

\therefore 四边形 $EFGH$ 是矩形,

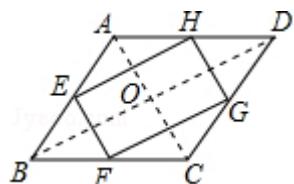
$\therefore EH = 2EF$,

$\therefore OB = 2OA$,

$\therefore AB = \sqrt{OB^2 + OA^2} = \sqrt{5}OA$,

$\therefore AB = \sqrt{5}EF$,

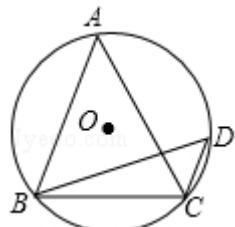
故选: D.



【点评】本题考查的是中点四边形, 掌握菱形的性质、三角形中位线定理是解题的关键.

9. (3.00 分) (2018•陕西) 如图, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形,

$AB=AC$, $\angle BCA=65^\circ$, 作 $CD \parallel AB$, 并与 $\odot O$ 相交于点 D , 连接 BD , 则 $\angle DBC$ 的大小为 ()



- A. 15° B. 35° C. 25° D. 45°

【考点】M5：圆周角定理.

【专题】1：常规题型；559：圆的有关概念及性质.

【分析】根据等腰三角形性质知 $\angle CBA = \angle BCA = 65^\circ$, $\angle A = 50^\circ$, 由平行线的性质及圆周角定理得 $\angle ABD = \angle ACD = \angle A = 50^\circ$, 从而得出答案.

【解答】解: $\because AB = AC$ 、 $\angle BCA = 65^\circ$,

$$\therefore \angle CBA = \angle BCA = 65^\circ, \angle A = 50^\circ,$$

$$\because CD \parallel AB,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle A = 50^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle ABD = \angle ACD = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle CBA - \angle ABD = 15^\circ,$$

故选: A.

【点评】本题主要考查圆周角定理, 解题的关键是掌握等腰三角形的性质、圆周角定理、平行线的性质.

10. (3.00 分) (2018•陕西) 对于抛物线 $y=ax^2+(2a-1)x+a-3$, 当 $x=1$ 时,

$y>0$, 则这条抛物线的顶点一定在()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【考点】H3: 二次函数的性质; HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【专题】53: 函数及其图象.

【分析】把 $x=1$ 代入解析式, 根据 $y>0$, 得出关于 a 的不等式, 得出 a 的取值范围后, 利用二次函数的性质解答即可.

【解答】解: 把 $x=1$, $y>0$ 代入解析式可得: $a+2a-1+a-3>0$,

解得: $a>1$,

$$\text{所以可得: } \frac{b}{2a} = -\frac{2a-1}{2a} < 0, \quad \frac{4ac-b^2}{4a} = \frac{4a(a-3)-(2a-1)^2}{4a} = \frac{-8a-1}{4a} < 0,$$

所以这条抛物线的顶点一定在第三象限,

故选：C.

【点评】此题考查抛物线与x轴的交点，关键是得出a的取值范围，利用二次函数的性质解答。

二、填空题（共4小题，每小题3分，计12分）

11. (3.00分) (2018•陕西) 比较大小： $3 \underline{\quad} \sqrt{10}$ (填“>”、“<”或“=”).

【考点】2A：实数大小比较。

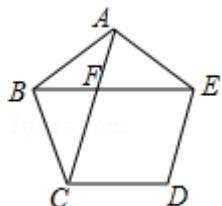
【分析】首先把两个数平方法，由于两数均为正数，所以该数的平方越大数越大。

【解答】解： $3^2=9$, $(\sqrt{10})^2=10$,

$$\therefore 3 < \sqrt{10}.$$

【点评】此题主要考查了实数的大小的比较，比较两个实数的大小，可以采用作差法、取近似值法等。

12. (3.00分) (2018•陕西) 如图，在正五边形ABCDE中，AC与BE相交于点F，则 $\angle AFE$ 的度数为72°.



【考点】L3：多边形内角与外角；MM：正多边形和圆。

【专题】552：三角形。

【分析】根据五边形的内角和公式求出 $\angle EAB$ ，根据等腰三角形的性质，三角形外角的性质计算即可。

【解答】解： \because 五边形ABCDE是正五边形，

$$\therefore \angle EAB = \angle ABC = \frac{(5-2) \times 180^\circ}{5} = 108^\circ,$$

$\because BA=BC$,

$$\therefore \angle BAC = \angle BCA = 36^\circ,$$

同理 $\angle ABE=36^\circ$,

$$\therefore \angle AFE=\angle ABF+\angle BAF=36^\circ+36^\circ=72^\circ,$$

故答案为: 72° .

【点评】本题考查的是正多边形的内角与外角, 掌握正多边形的内角的计算公式、等腰三角形的性质是解题的关键

13. (3.00 分) (2018•陕西) 若一个反比例函数的图象经过点 A (m, m) 和

$$B (2m, -1), \text{ 则这个反比例函数的表达式为 } y=\frac{4}{x}.$$

【考点】G6: 反比例函数图象上点的坐标特征; G7: 待定系数法求反比例函数解析式.

【专题】534: 反比例函数及其应用.

【分析】设反比例函数的表达式为 $y=\frac{k}{x}$, 依据反比例函数的图象经过点

A (m, m) 和 B (2m, -1), 即可得到 k 的值, 进而得出反比例函数的表达式为

$$y=\frac{4}{x}.$$

【解答】解: 设反比例函数的表达式为 $y=\frac{k}{x}$,

\because 反比例函数的图象经过点 A (m, m) 和 B (2m, -1),

$$\therefore k=m^2=-2m,$$

解得 $m_1=-2, m_2=0$ (舍去),

$$\therefore k=4,$$

$$\therefore \text{反比例函数的表达式为 } y=\frac{4}{x}.$$

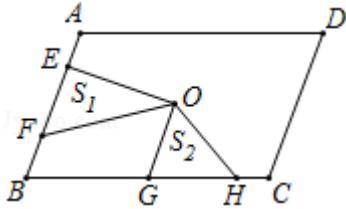
$$\text{故答案为: } y=\frac{4}{x}.$$

【点评】本题主要考查了待定系数法求反比例函数解析式, 解题时注意: 反比例函数图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k, 即 $xy=k$.

14. (3.00 分) (2018•陕西) 如图, 点 O 是 $\square ABCD$ 的对称中心, $AD > AB$, E、F

是 AB 边上的点，且 $EF=\frac{1}{2}AB$ ； G 、 H 是 BC 边上的点，且 $GH=\frac{1}{3}BC$ ，若 S_1 ， S_2 分

别表示 $\triangle EOF$ 和 $\triangle GOH$ 的面积，则 S_1 与 S_2 之间的等量关系是 $\frac{S_1}{S_2}=\frac{3}{2}$.



【考点】L5：平行四边形的性质；R4：中心对称.

【专题】1：常规题型.

$$\frac{S_1}{S_{\triangle AOB}}=\frac{EF}{AB}=\frac{1}{2}$$

【分析】根据同高的两个三角形面积之比等于底边之比得出 $\frac{S_1}{S_{\triangle AOB}}=\frac{EF}{AB}=\frac{1}{2}$ ，

$\frac{S_2}{S_{\triangle BOC}}=\frac{GH}{BC}=\frac{1}{3}$ ，再由点 O 是 $\square ABCD$ 的对称中心，根据平行四边形的性质可得 S_{\triangle}

$S_{\triangle AOB}=S_{\triangle BOC}=\frac{1}{4}S_{\square ABCD}$ ，从而得出 S_1 与 S_2 之间的等量关系.

$$\frac{S_1}{S_{\triangle AOB}}=\frac{EF}{AB}=\frac{1}{2}, \quad \frac{S_2}{S_{\triangle BOC}}=\frac{GH}{BC}=\frac{1}{3},$$

$$\therefore S_1=\frac{1}{2}S_{\triangle AOB}, \quad S_2=\frac{1}{3}S_{\triangle BOC}.$$

\because 点 O 是 $\square ABCD$ 的对称中心，

$$\therefore S_{\triangle AOB}=S_{\triangle BOC}=\frac{1}{4}S_{\square ABCD},$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_2}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}}=\frac{3}{2}.$$

即 S_1 与 S_2 之间的等量关系是 $\frac{S_1}{S_2}=\frac{3}{2}$.

故答案为 $\frac{S_1}{S_2}=\frac{3}{2}$.

【点评】本题考查了中心对称，三角形的面积，平行四边形的性质，根据同高

的两个三角形面积之比等于底边之比得出 $\frac{S_1}{S_{\triangle AOB}} = \frac{EF}{AB} = \frac{1}{2}$, $\frac{S_2}{S_{\triangle BOC}} = \frac{GH}{BC} = \frac{1}{3}$ 是解题的关键.

三、解答题（共 11 小题，计 78 分。解答应写出过程）

15. (5.00 分) (2018•陕西) 计算: $(\sqrt{3}) \times (\sqrt{6}) + |\sqrt{2}-1| + (5-2\pi)^0$

【考点】6E: 零指数幂; 79: 二次根式的混合运算.

【专题】11 : 计算题.

【分析】先进行二次根式的乘法运算，再利用绝对值的意义和零指数幂的意义计算，然后合并即可.

【解答】解: 原式 $=\sqrt{3 \times 6} + \sqrt{2} - 1 + 1$

$$= 3\sqrt{2} + \sqrt{2} - 1 + 1$$

$$= 4\sqrt{2}.$$

【点评】本题考查了二次根式的混合运算：先把二次根式化为最简二次根式，然后进行二次根式的乘除运算，再合并即可. 在二次根式的混合运算中，如能结合题目特点，灵活运用二次根式的性质，选择恰当的解题途径，往往能事半功倍.

16. (5.00 分) (2018•陕西) 化简: $\left(\frac{a+1}{a-1} - \frac{a}{a+1} \right) \div \frac{3a+1}{a^2+a}$

【考点】6C: 分式的混合运算.

【专题】11 : 计算题; 513: 分式.

【分析】先将括号内分式通分、除式的分母因式分解，再计算减法，最后除法转化为乘法后约分即可得.

$$\text{【解答】} \text{解: 原式} = \left[\frac{(a+1)^2}{(a+1)(a-1)} - \frac{a(a-1)}{(a+1)(a-1)} \right] \div \frac{3a+1}{a(a+1)}$$

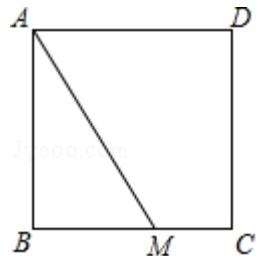
$$= \frac{a^2 + 2a + 1 - a^2 + a}{(a+1)(a-1)} \div \frac{3a+1}{a(a+1)}$$

$$= \frac{3a+1}{(a+1)(a-1)} \cdot \frac{a(a+1)}{3a+1}$$

$$= \frac{a}{a-1}.$$

【点评】本题主要考查分式的混合运算，解题的关键是熟练掌握分式混合运算顺序和运算法则。

17. (5.00 分) (2018•陕西) 如图, 已知: 在正方形 ABCD 中, M 是 BC 边上一定点, 连接 AM. 请用尺规作图法, 在 AM 上作一点 P, 使 $\triangle DPA \sim \triangle ABM$. (不写作法, 保留作图痕迹)

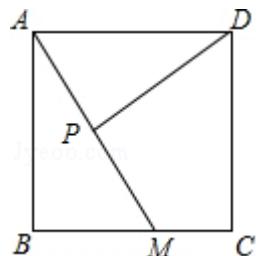


【考点】 LE: 正方形的性质; SB: 作图—相似变换.

【专题】 13 : 作图题.

【分析】 过 D 点作 $DP \perp AM$, 利用相似三角形的判定解答即可.

【解答】 解: 如图所示, 点 P 即为所求:



$\because DP \perp AM,$

$\therefore \angle APD = \angle ABM = 90^\circ,$

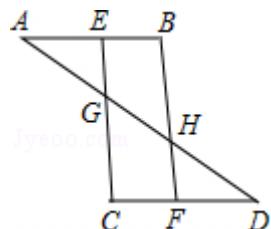
$\because \angle BAM + \angle PAD = 90^\circ, \quad \angle PAD + \angle ADP = 90^\circ,$

$\therefore \angle BAM = \angle ADP,$

$\therefore \triangle DPA \sim \triangle ABM.$

【点评】此题考查作图-相似变换，关键是根据相似三角形的判定解答。

18. (5.00 分) (2018•陕西) 如图, $AB \parallel CD$, E 、 F 分别为 AB 、 CD 上的点, 且 $EC \parallel BF$, 连接 AD , 分别与 EC 、 BF 相交于点 G , H , 若 $AB=CD$, 求证: $AG=DH$.



【考点】J4: 平行线的性质; K4: 全等三角形的判定与性质.

【专题】14 : 证明题; 553: 图形的全等.

【分析】由 $AB \parallel CD$ 、 $EC \parallel BF$ 知四边形 $BFCE$ 是平行四边形、 $\angle A=\angle D$, 从而得出 $\angle AEG=\angle DFH$ 、 $BE=CF$, 结合 $AB=CD$ 知 $AE=DF$, 根据 ASA 可得 $\triangle AEG \cong \triangle DFH$, 据此即可得证.

【解答】证明: $\because AB \parallel CD$ 、 $EC \parallel BF$,

\therefore 四边形 $BFCE$ 是平行四边形, $\angle A=\angle D$,

$\therefore \angle BEC=\angle BFC$, $BE=CF$,

$\therefore \angle AEG=\angle DFH$,

$\because AB=CD$,

$\therefore AE=DF$,

在 $\triangle AEG$ 和 $\triangle DFH$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle D \\ AE = DF \\ \angle AEG = \angle DFH, \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEG \cong \triangle DFH$ (ASA),

$\therefore AG=DH$.

【点评】本题主要考查全等三角形的判定与性质，解题的关键是掌握平行线的性质与平行四边形的判定与性质及全等三角形的判定与性质.

19. (7.00 分) (2018•陕西) 对垃圾进行分类投放，能有效提高对垃圾的处理和再利用，减少污染，保护环境. 为了了解同学们对垃圾分类知识的了解程度，增强同学们的环保意识，普及垃圾分类及投放的相关知识，某校数学兴趣小组的同学们设计了“垃圾分类知识及投放情况”问卷，并在本校随机抽取若干名同学进行了问卷测试. 根据测试成绩分布情况，他们将全部测试成绩分成A、B、C、D四组，绘制了如下统计图表：

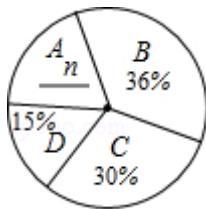
“垃圾分类知识及投放情况”问卷测试成绩统计表

组别	分数组	频数	各组总分/分
A	60 < x ≤ 70	3 8 1	2581
B	70 < x ≤ 80	7 2 3	543

	0		
C	8	6	5
	0	0	1
	<		0
	x		0
	\leqslant		
	9		
	0		
D	9	m	2
	0		7
	<		9
	x		6
	\leqslant		
	1		
	0		
	0		

依据以上统计信息解答下列问题：

- (1) 求得 $m=30$, $n=19\%$;
- (2) 这次测试成绩的中位数落在 B 组;
- (3) 求本次全部测试成绩的平均数.



【考点】V7: 频数(率)分布表; VB: 扇形统计图; W2: 加权平均数; W4: 中位数.

【专题】1 : 常规题型; 542: 统计的应用.

【分析】(1) 用 B 组人数除以其所占百分比求得总人数, 再用总人数减去 A、B、C 组的人数可得 m 的值, 用 A 组人数除以总人数可得 n 的值;
 (2) 根据中位数的定义求解可得;

(3) 根据平均数的定义计算可得.

【解答】解：(1) ∵被调查的学生总人数为 $72 \div 36\% = 200$ 人，

$$\therefore m=200 - (38+72+60) = 30, n=\frac{38}{200} \times 100\% = 19\%,$$

故答案为：30、19%；

(2) ∵共有 200 个数据，其中第 100、101 个数据均落在 B 组，

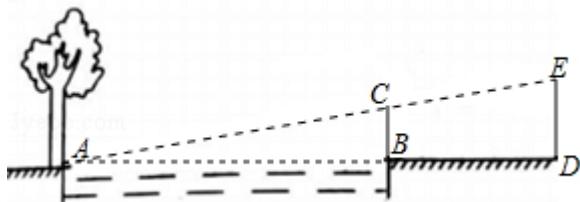
∴中位数落在 B 组，

故答案为：B；

$$(3) \text{本次全部测试成绩的平均数为 } \frac{2581 + 5543 + 5100 + 2796}{200} = 80.1 \text{ (分).}$$

【点评】本题主要考查中位数、频数分布直方图和扇形统计图，解题的关键是根据频数分布表和扇形图得出解题所需数据，并掌握中位数的定义.

20. (7.00 分) (2018•陕西) 周末，小华和小亮想用所学的数学知识测量家门前小河的宽. 测量时，他们选择了河对岸岸边的一棵大树，将其底部作为点 A，在他们所在的岸边选择了点 B，使得 AB 与河岸垂直，并在 B 点竖起标杆 BC，再在 AB 的延长线上选择点 D，竖起标杆 DE，使得点 E 与点 C、A 共线. 已知： $CB \perp AD$ ， $ED \perp AD$ ，测得 $BC=1m$ ， $DE=1.5m$ ， $BD=8.5m$. 测量示意图如图所示. 请根据相关测量信息，求河宽 AB.



【考点】SA：相似三角形的应用.

【专题】552：三角形.

$$\frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AD}$$

【分析】由 $BC \parallel DE$ ，可得 $\frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AD}$ ，构建方程即可解决问题.

【解答】解： $\because BC \parallel DE$,

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADE$,

$$\therefore \frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AD},$$

$$\therefore \frac{1}{1.5} = \frac{AB}{AB + 8.5},$$

$\therefore AB = 17$ (m),

经检验： $AB=17$ 是分式方程的解,

答：河宽 AB 的长为 17 米.

【点评】本题考查相似三角形的应用、平行线的性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

21. (7.00 分) (2018•陕西) 经过一年多的精准帮扶，小明家的网络商店（简称网店）将红枣、小米等优质土特产迅速销往全国. 小明家网店中红枣和小米这两种商品的相关信息如下表：

商 品	红 枣	小 米
规 格	1 k g /	2 k g /
成 本	4 0	3 8
(元 / 袋		

售	6	5
价	0	4
(
元		
/		
袋		

根据上表提供的信息解答下列问题：

- (1) 已知今年前五个月，小明家网店销售上表中规格的红枣和小米共 3000kg，获得利润 4.2 万元，求这前五个月小明家网店销售这种规格的红枣多少袋；
- (2) 根据之前的销售情况，估计今年 6 月到 10 月这后五个月，小明家网店还能销售上表中规格的红枣和小米共 2000kg，其中，这种规格的红枣的销售量不低于 600kg. 假设这后五个月，销售这种规格的红枣为 x (kg)，销售这种规格的红枣和小米获得的总利润为 y (元)，求出 y 与 x 之间的函数关系式，并求这后五个月，小明家网店销售这种规格的红枣和小米至少获得总利润多少元.

【考点】 9A：二元一次方程组的应用；C9：一元一次不等式的应用；FH：一次函数的应用.

【专题】 533：一次函数及其应用.

【分析】 (1) 设这前五个月小明家网店销售这种规格的红枣 x 袋. 根据总利润 =42000，构建方程即可；

(2) 构建一次函数，利用一次函数的性质即可解决问题；

【解答】 解：(1) 设这前五个月小明家网店销售这种规格的红枣 x 袋.

$$\text{由题意: } 20x + \frac{3000 - x}{2} \times 16 = 42000$$

解得 $x=1500$,

答：这前五个月小明家网店销售这种规格的红枣 1500 袋.

$$(2) \text{ 由题意: } y = 20x + \frac{2000 - x}{2} \times 16 = 12x + 16000,$$

$\because 600 \leq x \leq 2000$,

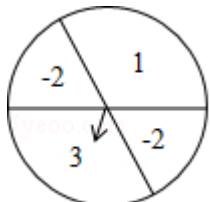
当 $x=600$ 时, y 有最小值, 最小值为 23200 元.

答: 这后五个月, 小明家网店销售这种规格的红枣和小米至少获得总利润 23200 元

【点评】本题考查一次函数的应用、一元一次方程的应用等知识, 解题的关键是理解题意, 正确寻找等量关系解决问题;

22. (7.00 分) (2018•陕西) 如图, 可以自由转动的转盘被它的两条直径分成了四个分别标有数字的扇形区域, 其中标有数字“1”的扇形的圆心角为 120° . 转动转盘, 待转盘自动停止后, 指针指向一个扇形的内部, 则该扇形内的数字即为转出的数字, 此时, 称为转动转盘一次 (若指针指向两个扇形的交线, 则不计转动的次数, 重新转动转盘, 直到指针指向一个扇形的内部为止).

- (1) 转动转盘一次, 求转出的数字是-2 的概率;
- (2) 转动转盘两次, 用树状图或列表法求这两次分别转出的数字之积为正数的概率.



【考点】X4: 概率公式; X6: 列表法与树状图法.

【专题】1 : 常规题型; 543: 概率及其应用.

【分析】(1) 将标有数字 1 和 3 的扇形两等分可知转动转盘一次共有 6 种等可能结果, 其中转出的数字是-2 的有 2 种结果, 根据概率公式计算可得;

(2) 列表得出所有等可能结果, 从中找到乘积为正数的结果数, 再利用概率公式求解可得.

【解答】解: (1) 将标有数字 1 和 3 的扇形两等分可知转动转盘一次共有 6 种等可能结果, 其中转出的数字是-2 的有 2 种结果,

所以转出的数字是-2 的概率为 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$;

(2) 列表如下:

	-	-	1	1	3	3
2	2					
-	4	4	-	-	-	-
2			2	2	6	6
-	4	4	-	-	-	-
2			2	2	6	6
1	-	-	1	1	3	3
2	2					
1	-	-	1	1	3	3
2	2					
3	-	-	3	3	9	9
6	6					
3	-	-	3	3	9	9
6	6					

由表可知共有 36 种等可能结果，其中数字之积为正数的有 20 种结果，

$\frac{20}{36} = \frac{5}{9}$

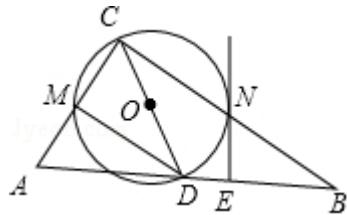
所以这两次分别转出的数字之积为正数的概率为 $\frac{5}{9}$.

【点评】本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 注意列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件，树状图法适合两步或两步以上完成的事件. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

23. (8.00 分) (2018•陕西) 如图，在 Rt $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，以斜边 AB 上的中线 CD 为直径作 $\odot O$ ，分别与 AC、BC 交于点 M、N.

(1) 过点 N 作 $\odot O$ 的切线 NE 与 AB 相交于点 E，求证： $NE \perp AB$ ；

(2) 连接 MD, 求证: $MD=NB$.



【考点】KP: 直角三角形斜边上的中线; MC: 切线的性质.

【专题】14 : 证明题.

【分析】(1) 连接 ON, 如图, 根据斜边上的中线等于斜边的一半得到 $CD=AD=DB$, 则 $\angle 1=\angle B$, 再证明 $\angle 2=\angle 3$ 得到 $ON \parallel DB$, 接着根据切线的性质得到 $ON \perp NE$, 然后利用平行线的性质得到结论;

(2) 连接 DN, 如图, 根据圆周角定理得到 $\angle CMD=\angle CND=90^\circ$, 则可判断四边形 CMDN 为矩形, 所以 $DM=CN$, 然后证明 $CN=BN$, 从而得到 $MD=NB$.

【解答】证明: (1) 连接 ON, 如图,

$\because CD$ 为斜边 AB 上的中线,

$\therefore CD=AD=DB$,

$\therefore \angle 1=\angle B$,

$\because OC=ON$,

$\therefore \angle 1=\angle 2$,

$\therefore \angle 2=\angle 3$,

$\therefore ON \parallel DB$,

$\because NE$ 为切线,

$\therefore ON \perp NE$,

$\therefore NE \perp AB$;

(2) 连接 DN, 如图,

$\because AD$ 为直径,

$\therefore \angle CMD=\angle CND=90^\circ$,

而 $\angle MCB = 90^\circ$,

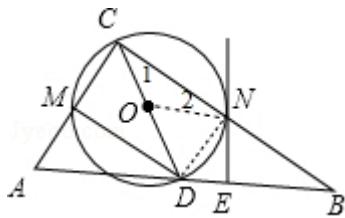
\therefore 四边形 $CMDN$ 为矩形,

$\therefore DM = CN$,

$\because DN \perp BC$, $\angle 1 = \angle B$,

$\therefore CN = BN$,

$\therefore MD = NB$.



【点评】本题考查了切线的性质：圆的切线垂直于经过切点的半径。若出现圆的切线，必连过切点的半径，构造定理图，得出垂直关系。也考查了圆周角定理和直角三角形斜边上的中线。

24. (10.00 分) (2018•陕西) 已知抛物线 $L: y=x^2+x-6$ 与 x 轴相交于 A 、 B 两点 (点 A 在点 B 的左侧)，并与 y 轴相交于点 C .

(1) 求 A 、 B 、 C 三点的坐标，并求 $\triangle ABC$ 的面积；

(2) 将抛物线 L 向左或向右平移，得到抛物线 L' ，且 L' 与 x 轴相交于 A' 、 B' 两点 (点 A' 在点 B' 的左侧)，并与 y 轴相交于点 C' ，要使 $\triangle A'B'C'$ 和 $\triangle ABC$ 的面积相等，求所有满足条件的抛物线的函数表达式。

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换；H8: 待定系数法求二次函数解析式；

HA: 抛物线与 x 轴的交点。

【专题】11 : 计算题。

【分析】(1) 解方程 $x^2+x-6=0$ 得 A 点和 B 点坐标，计算自变量为 0 的函数值得到 C 点坐标，然后利用三角形面积公式计算 $\triangle ABC$ 的面积；

(2) 利用抛物线平移得到 $A'B'=AB=5$ ，再利用 $\triangle A'B'C'$ 和 $\triangle ABC$ 的面积相等得到 $C' (0, -6)$ ，则设抛物线 L' 的解析式为 $y=x^2+bx-6$ ，所以 $m+n=-b$, $mn=-6$ ，然后利

用 $|n-m|=5$ 得到 $b^2-4 \times (-6)=25$, 于是解出 b 得到抛物线 L' 的解析式.

【解答】解: (1) 当 $y=0$ 时, $x^2+x-6=0$, 解得 $x_1=-3$, $x_2=2$,

$$\therefore A(-3, 0), B(2, 0),$$

当 $x=0$ 时, $y=x^2+x-6=-6$,

$$\therefore C(0, -6),$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot OC = \frac{1}{2} \times (2+3) \times 6 = 15;$$

(2) \because 抛物线 L 向左或向右平移, 得到抛物线 L' ,

$$\therefore A'B'=AB=5,$$

$\because \triangle A'B'C'$ 和 $\triangle ABC$ 的面积相等,

$$\therefore OC'=OC=6, \text{ 即 } C'(0, -6),$$

设抛物线 L' 的解析式为 $y=x^2+bx-6$,

设 $A'(m, 0)$ 、 $B'(n, 0)$, 则 m 、 n 为方程 $x^2+bx-6=0$ 的两根,

$$\therefore m+n=-b, mn=-6,$$

$$\therefore |n-m|=5,$$

$$\therefore (n-m)^2=25,$$

$$\therefore (m+n)^2-4mn=25,$$

$$\therefore b^2-4 \times (-6)=25, \text{ 解得 } b=7 \text{ 或 } -7,$$

\therefore 抛物线 L' 的解析式为 $y=x^2+7x-6$ 或 $y=x^2-7x-6$.

【点评】本题考查了抛物线与 x 轴的交点: 把求二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 与 x 轴的交点坐标问题转化为解关于 x 的一元二次方程. 也考查了二次函数图象与几何变换.

25. (12.00 分) (2018•陕西) 问题提出

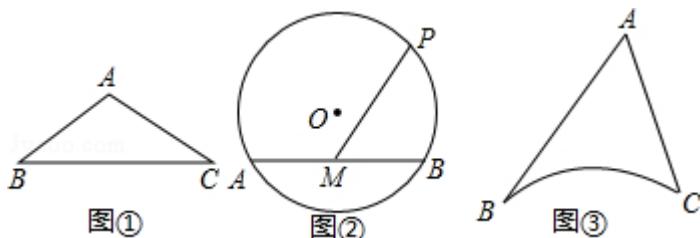
(1) 如图①, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=120^\circ$, $AB=AC=5$, 则 $\triangle ABC$ 的外接圆半径 R 的值为 5.

问题探究

(2) 如图②, $\odot O$ 的半径为 13, 弦 $AB=24$, M 是 AB 的中点, P 是 $\odot O$ 上一动点, 求 PM 的最大值.

问题解决

(3) 如图③所示, AB 、 AC 、 \widehat{BC} 是某新区的三条规划路, 其中 $AB=6\text{km}$, $AC=3\text{km}$, $\angle BAC=60^\circ$, \widehat{BC} 所对的圆心角为 60° , 新区管委会想在 \widehat{BC} 路边建物资总站点 P , 在 AB , AC 路边分别建物资分站点 E 、 F , 也就是, 分别在 \widehat{BC} 、线段 AB 和 AC 上选取点 P 、 E 、 F . 由于总站工作人员每天都要将物资在各物资站点间按 $P \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow P$ 的路径进行运输, 因此, 要在各物资站点之间规划道路 PE 、 EF 和 FP . 为了快捷、环保和节约成本. 要使得线段 PE 、 EF 、 FP 之和最短, 试求 $PE+EF+FP$ 的最小值. (各物资站点与所在道路之间的距离、路宽均忽略不计)



【考点】MR: 圆的综合题.

【专题】16 : 压轴题.

【分析】(1) 设 O 是 $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心, 易证 $\triangle ABO$ 是等边三角形, 所以 $AB=OA=OB=5$;

(2) 当 $PM \perp AB$ 时, 此时 PM 最大, 连接 OA , 由垂径定理可知:

$$AM = \frac{1}{2}AB = 12, \text{ 再由勾股定理可知: } OM = 5, \text{ 所以 } PM = OM + OP = 18,$$

(3) 设连接 AP , OP , 分别以 AB 、 AC 所在直线为对称轴, 作出 P 关于 AB 的对称点为 M , P 关于 AC 的对称点为 N , 连接 MN , 交 AB 于点 E , 交 AC 于点 F , 连接 PE 、 PF , 所以 $AM=AP=AN$, 设 $AP=r$,

易求得: $MN=\sqrt{3}r$, 所以 $PE+EF+PF=ME+EF+FN=MN=\sqrt{3}r$, 即当 AP 最小时,

$PE+EF+PF$ 可取得最小值.

【解答】解：（1）设 O 是 $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心，

$$\therefore OA=OB=OC,$$

$$\because \angle A=120^\circ, AB=AC=5,$$

$\therefore \triangle ABO$ 是等边三角形，

$$\therefore AB=OA=OB=5,$$

（2）当 $PM \perp AB$ 时，此时 PM 最大，

连接 OA ，

$$\text{由垂径定理可知: } AM=\frac{1}{2}AB=12,$$

$$\therefore OA=13,$$

$$\therefore \text{由勾股定理可知: } OM=5,$$

$$\therefore PM=OM+OP=18,$$

（3）设连接 AP, OP

分别以 AB, AC 所在直线为对称轴，

作出 P 关于 AB 的对称点为 M ， P 关于 AC 的对称点为 N ，

连接 MN ，交 AB 于点 E ，交 AC 于点 F ，连接 PE, PF ，

$$\therefore AM=AP=AN,$$

$$\therefore \angle MAB=\angle PAB, \angle NAC=\angle PAC,$$

$$\therefore \angle BAC=\angle PAB+\angle PAC=\angle MAB+\angle NAC=60^\circ,$$

$$\therefore \angle MAN=120^\circ$$

$\therefore M, P, N$ 在以 A 为圆心， AP 为半径的圆上，

设 $AP=r$ ，

$$\text{易求得: } MN=\sqrt{3}r,$$

$$\therefore PE=ME, PF=FN,$$

$$\therefore PE+EF+PF=ME+EF+FN=MN=\sqrt{3}r,$$

\therefore 当 AP 最小时, $PE+EF+PF$ 可取得最小值,

$$\because AP+OP \geq OA,$$

$\therefore AP \geq OA-OP$, 即点 P 在 OA 上时, AP 可取得最小值,

设 AB 的中点为 Q,

$$\therefore AQ=AC=3,$$

$$\because \angle BAC=60^\circ,$$

$$\therefore AQ=QC=AC=BQ=3,$$

$$\therefore \angle ABC=\angle QCB=30^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB=90^\circ,$$

\therefore 由勾股定理可知: $BC=3\sqrt{3}$,

$$\because \angle BOC=60^\circ, OB=OC=3\sqrt{3},$$

$\therefore \triangle OBC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle OBC=60^\circ,$$

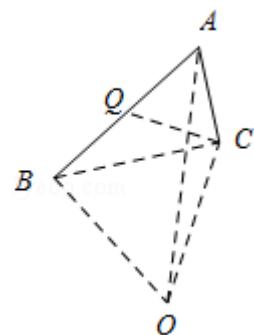
$$\therefore \angle ABO=90^\circ$$

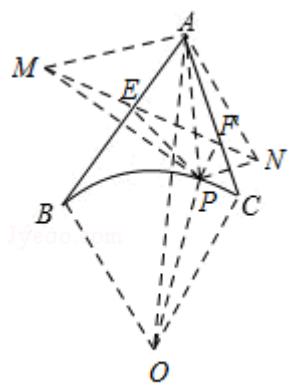
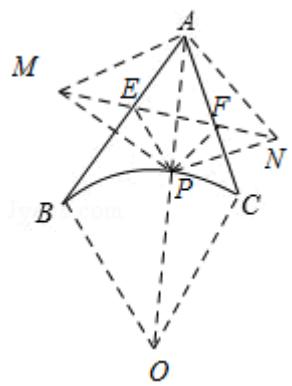
\therefore 由勾股定理可知: $OA=3\sqrt{7}$,

$$\because OP=OB=3\sqrt{3},$$

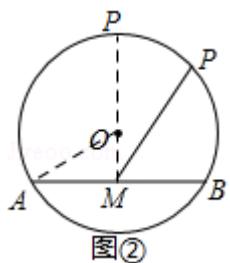
$$\therefore AP=r=OA-OP=3\sqrt{7}-3\sqrt{3},$$

$$\therefore PE+EF+PF=MN=\sqrt{3}r=3\sqrt{21}-9$$

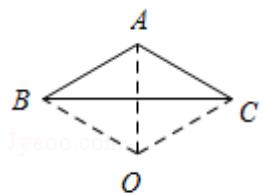




图③



图②



图①

【点评】本题考查圆的综合问题，涉及轴对称的性质，勾股定理，垂径定理，等边三角形的性质与判定等知识，综合程度较高，需要学生灵活运用知识。