

## 102条几何辅助线规律

几何中，同学们最头疼的就是做辅助线了，今天收集了做辅助线的 102 条规律，从此，孩子们再也不怕了不会做了！家长们赶快为孩子收藏吧！

线、角、相交线、平行线

规律 1

如果平面上有  $n(n \geq 2)$  个点，其中任何三点都不在同一直线上，那么每两点画一条直线，一共可以画出  $n(n-1)$  条。

规律 2

平面上的  $n$  条直线最多可把平面分成  $[n(n+1)+1]$  个部分。

规律 3

如果一条直线上有  $n$  个点，那么在这个图形中共有线段的条数为  $n(n-1)$  条。

规律 4

线段（或延长线）上任一点分线段为两段，这两条线段的中点的距离等于线段长的一半。

规律 5

有公共端点的  $n$  条射线所构成的交点的个数一共有  $n(n-1)$  个。

规律 6

如果平面内有  $n$  条直线都经过同一点，则可构成小于平角的角共有  $2n(n-1)$  个。

规律 7

如果平面内有  $n$  条直线都经过同一点，则可构成  $n(n-1)$  对对顶角。

规律 8

平面上若有  $n(n \geq 3)$  个点，任意三个点不在同一直线上，过任意三点作三角形一共可作出  $n(n-1)(n-2)$  个。

规律 9

互为邻补角的两个角平分线所成的角的度数为  $90^\circ$ 。

规律 10

平面上有  $n$  条直线相交，最多交点的个数为  $n(n-1)$  个。

规律 11

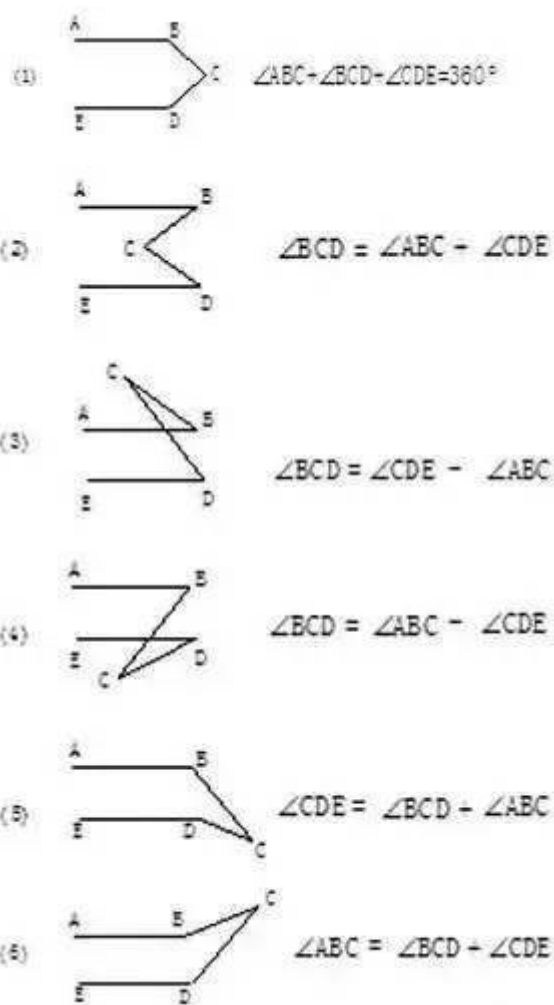
互为补角中较小角的余角等于这两个互为补角的角的差的一半。

规律 12

当两直线平行时，同位角的角平分线互相平行，内错角的角平分线互相平行，同旁内角的角平分线互相垂直。

规律 13

已知  $AB \parallel DE$ , 如图(1)~(6), 规律如下：



#### 规律 14

成“8”字形的两个三角形的一对内角平分线相交所成的角等于另两个内角和的一半。

三角形部分

#### 规律 15

在利用三角形三边关系证明线段不等关系时，如果直接证不出来，可连结两点或延长某边构造三角形，使结论中出现的线段在一个或几个三角形中，再利用三边关系定理及不等式性质证题。

注意：利用三角形三边关系定理及推论证题时，常通过引辅助线，把求证的量（或与求证有关的量）移到同一个或几个三角形中去然后再证题。

#### 规律 16

三角形的一个内角平分线与一个外角平分线相交所成的锐角，等于第三个内角的一半。

#### 规律 17

三角形的两个内角平分线相交所成的钝角等于  $90^\circ$  加上第三个内角的一半。

#### 规律 18

三角形的两个外角平分线相交所成的锐角等于  $90^\circ$  减去第三个内角的一半。

#### 规律 19

从三角形的一个顶点作高线和角平分线，它们所夹的角等于三角形另外两个角差（的绝对值）的一半。

注意：同学们在学习几何时，可以把自己证完的题进行适当变换，从而使自己通过解一道题掌握一类题，提高自己举一反三、灵活应变的能力。

#### 规律 20

在利用三角形的外角大于任何和它不相邻的内角证明角的不等关系时，如果直接证不出来，可连结两点或延长某边，构造三角形，使求证的大角在某个三角形外角的位置上，小角处在内角的位置上，再利用外角定理证题。

#### 规律 21

有角平分线时常在角两边截取相等的线段，构造全等三角形。

#### 规律 22

有以线段中点为端点的线段时，常加倍延长此线段构造全等三角形。

#### 规律 23

在三角形中有中线时，常加倍延长中线构造全等三角形。

#### 规律 24

截长补短作辅助线的方法

截长法：在较长的线段上截取一条线段等于较短线段；

补短法：延长较短线段和较长线段相等。

这两种方法统称截长补短法。

当已知或求证中涉及到线段  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  有下列情况之一时用此种方法：

①  $a > b$

②  $a \pm b = c$

③  $a \pm b = c \pm d$

#### 规律 25

证明两条线段相等的步骤：

① 观察要证线段在哪两个可能全等的三角形中，然后证这两个三角形全等。

② 若图中没有全等三角形，可以把求证线段用和它相等的线段代换，再证它们所在的三角形全等。

③ 如果没有相等的线段代换，可设法作辅助线构造全等三角形。

#### 规律 26

在一个图形中，有多个垂直关系时，常用同角（等角）的余角相等来证明两个角相等。

**规律 27**

三角形一边的两端点到这边的中线所在的直线的距离相等。

**规律 28**

条件不足时延长已知边构造三角形。

**规律 29**

连接四边形的对角线，把四边形问题转化成三角形来解决问题。

**规律 30**

有和角平分线垂直的线段时，通常把这条线段延长。可归结为“角分垂等腰归”。

**规律 31**

当证题有困难时，可结合已知条件，把图形中的某两点连接起来构造全等三角形。

**规律 32**

当证题缺少线段相等的条件时，可取某条线段中点，为证题提供条件。

**规律 33**

有角平分线时，常过角平分线上的点向角两边做垂线，利用角平分线上的点到角两边距离相等证题。

**规律 34**

有等腰三角形时常用的辅助线

(1)作顶角的平分线，底边中线，底边高线

(2)有底边中点时，常作底边中线

(3)将腰延长一倍，构造直角三角形解题

(4)常过一腰上的某一已知点做另一腰的平行线

(5)常过一腰上的某一已知点做底的平行线

(6)常将等腰三角形转化成特殊的等腰三角形-----等边三角形

**规律 35**

有二倍角时常用的辅助线

(1)构造等腰三角形使二倍角是等腰三角形的顶角的外角

(2)平分二倍角

(3)加倍小角

**规律 36**

有垂直平分线时常把垂直平分线上的点与线段两端点连结起来。

**规律 37**

有垂直时常构造垂直平分线。

**规律 38**

有中点时常构造垂直平分线。

**规律 39**

当涉及到线段平方的关系式时常构造直角三角形，利用勾股定理证题。

**规律 40**

条件中出现特殊角时常作高把特殊角放在直角三角形中。

**四边形部分**

**规律 41**

平行四边形的两邻边之和等于平行四边形周长的一半。

**规律 42**

平行四边形被对角线分成四个小三角形，相邻两个三角形周长之差等于邻边之差。

**规律 43**

有平行线时常作平行线构造平行四边形。

**规律 44**

有以平行四边形一边中点为端点的线段时常延长此线段。

**规律 45**

平行四边形对角线的交点到一组对边距离相等。

**规律 46**

平行四边形一边（或这边所在的直线）上的任意一点与对边的两个端点的连线所构成的三角形的面积等于平行四边形面积的一半。

**规律 47**

平行四边形内任意一点与四个顶点的连线所构成的四个三角形中，不相邻的两个三角形的面积之和等于平行四边形面积的一半。

**规律 48**

任意一点与同一平面内的矩形各点的连线中，不相邻的两条线段的平方和相等。

**规律 49**

平行四边形四个内角平分线所围成的四边形为矩形。

**规律 50**

有垂直时可作垂线构造矩形或平行线。

**规律 51**

直角三角形常用辅助线方法：

(1)作斜边上的高

(2)作斜边中线，当有下列情况时常作斜边中线：

①有斜边中点时

②有和斜边倍分关系的线段时

**规律 52**

正方形一条对角线上一点到另一条对角线上的两端距离相等。

**规律 53**

有正方形一边中点时常取另一边中点。

**规律 54**

利用正方形进行旋转变换

旋转变换就是当图形具有邻边相等这一特征时，可以把图形的某部分绕相等邻边的公共端点旋转到另一位置的引辅助线方法。

旋转变换主要用途是把分散元素通过旋转集中起来，从而为证题创造必要的条件。

旋转变换经常用于等腰三角形、等边三角形及正方形中。

**规律 55**

有以正方形一边中点为端点的线段时，常把这条线段延长，构造全等三角形。

**规律 56**

从梯形的一个顶点作一腰的平行线，把梯形分成一个平行四边形和一个三角形。

**规律 57**

从梯形同一底的两端作另一底所在直线的垂线，把梯形转化成一个矩形和两个三角形。

**规律 58**

从梯形的一个顶点作一条对角线的平行线，把梯形转化成平行四边形和三角形。

**规律 59**

延长梯形两腰使它们交于一点，把梯形转化成三角形。

**规律 60**

有梯形一腰中点时，常过此中点作另一腰的平行线，把梯形转化成平行四边形。

**规律 61**

有梯形一腰中点时，也常把一底的端点与中点连结并延长与另一底的延长线相交，把梯形转换成三角形。

**规律 62**

梯形有底的中点时，常过中点做两腰的平行线。

**规律 63**

任意四边形的对角线互相垂直时，它们的面积都等于对角线乘积的一半。

**规律 64**

有线段中点时，常过中点作平行线，利用平行线等分线段定理的推论证题。

**规律 65**

有下列情况时常作三角形中位线。

(1)有一边中点；

(2)有线段倍分关系；

(3)有两边（或两边以上）中点。

#### 规律 66

有下列情况时常构造梯形中位线

(1)有一腰中点

(2)有两腰中点

(3)涉及梯形上、下底和

#### 规律 67

连结任意四边形各边中点所得的四边形为平行四边形。

#### 规律 68

连结对角线相等的四边形中点所得的四边形为菱形。

#### 规律 69

连结对角线互相垂直的四边形各边中点所得的四边形为矩形。

#### 规律 70

连结对角线互相垂直且相等的四边形各边中点所得的四边形为正方形。

#### 规律 71

连结平行四边形、矩形、菱形、正方形、等腰梯形各边中点所得的四边形分别为平行四边形、菱形、矩形、正方形、菱形。

#### 规律 72

等腰梯形的对角线互相垂直时，梯形的高等于两底和的一半（或中位线的长）。

#### 规律 73

等腰梯形的对角线与底构成的两个三角形为等腰三角形。

#### 规律 74

如果矩形对角线相交所成的钝角为  $120^\circ$ ，则矩形较短边是对角线长的一半。

#### 规律 75

梯形的面积等于一腰的中点到另一腰的距离与另一腰的乘积。

#### 规律 76

若菱形有一内角为  $120^\circ$ ，则菱形的周长是较短对角线长的 4 倍。

相似形和解直角三角形部分

#### 规律 77

当图形中有叉线（基本图形如下）时，常作平行线。

#### 规律 78

有中线时延长中线（有时也可在中线上截取线段）构造平行四边形。

#### 规律 79

当已知或求证中，涉及到以下情况时，常构造直角三角形。

(1)有特殊角时，如有  $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $120^\circ$ 、 $135^\circ$  角时。



(2)涉及有关锐角三角函数值时.

构造直角三角形经常通过作垂线来实现.

#### 规律 80

$0^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $90^\circ$ 角的三角函数值表。

三角函数	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$\sin A$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos A$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan A$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—
$\cot A$	—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

另外： $0^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $90^\circ$ 的正弦、余弦、正切值也可用下面的口诀来记忆：

$0^\circ$ 可记为北京电话区号不存在，即： $010$ 不存在， $90^\circ$ 正好相反

$30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$ 可记为：

1、2、3、3、2、1，

3、9、27，

弦比 2，切比 3，

分子根号别忘添.

其中余切值可利用正切与余切互为倒数求得。

#### 规律 81

同角三角函数之间的关系：

(1) .平方关系： $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

(2) .倒数关系： $\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$

(3) .商数关系：

#### 规律 82

任意锐角的正弦值等于它的余角的余弦值；任意锐角的余弦值等于它的余角的正弦值。

#### 规律 83

任意锐角的正切值等于它的余角的余切值；任意锐角的余切值等于它的余角的正切值。

#### 规律 84

三角形的面积等于任意两边与它们夹角正弦之积的一半。

#### 规律 85

等腰直角三角形斜边的长等于直角边的 $\sqrt{2}$ 倍。

#### 规律 86

在含有  $30^\circ$  角的直角三角形中， $60^\circ$  角所对的直角边是  $30^\circ$  角所对的直角边的  $\sqrt{3}$  倍。  
(即  $30^\circ$  角所对的直角边是几，另一条直角边就是几倍  $\sqrt{3}$ 。)

**规律 87**

直角三角形中，如果较长直角边是较短直角边的 2 倍，则斜边是较短直角边的  $\sqrt{5}$  倍。

**圆部分**

**规律 88**

圆中解决有关弦的问题时，常常需要作出圆心到弦的垂线段（即弦心距）这一辅助线，一是利用垂径定理得到平分弦的条件，二是构造直角三角形，利用勾股定理解题。

**规律 89**

有等弧或证弧等时常连等弧所对的弦或作等弧所对的圆心角。

**规律 90**

有弦中点时常连弦心距。

**规律 91**

证明弦相等或已知弦相等时常作弦心距。

**规律 92**

有弧中点（或证明是弧中点）时，常有以下几种引辅助线的方法：

(1) 连结过弧中点的半径

(2) 连结等弧所对的弦

(3) 连结等弧所对的圆心角

**规律 93**

圆内角的度数等于它所对的弧与它对顶角所对的弧的度数之和的一半。

**规律 94**

圆外角的度数等于它所截两条弧的度数之差的一半。

**规律 95**

有直径时常作直径所对的圆周角，再利用直径所对的圆周角为直角证题。

**规律 96**

有垂直弦时也常作直径所对的圆周角。

**规律 97**

有等弧时常作辅助线有以下几种：

(1) 作等弧所对的弦

(2) 作等弧所对的圆心角

(3) 作等弧所对的圆周角

**规律 98**

有弦中点时，常构造三角形中位线。

**规律 99**

圆上有四点时，常构造圆内接四边形。

**规律 100**

两圆相交时，常连结两圆的公共弦。

**规律 101**

在证明直线和圆相切时，常有以下两种引辅助线方法：

(1)当已知直线经过圆上的一点，那么连结这点和圆心，得到辅助半径，再证明所作半径与这条直线垂直即可。

(2)如果不知直线与圆是否有交点时，那么过圆心作直线的垂线段，再证明垂线段的长度等于半径的长即可。

**规律 102**

当已知条件中有切线时，常作过切点的半径，利用切线的性质定理证题。