

2010 年陕西省中考数学试题

第一部分（选择题 共 30 分）

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，计 30 分。每小题只有一个选项是符合题意的）

1. $-\left| -\frac{1}{3} \right| =$ ()

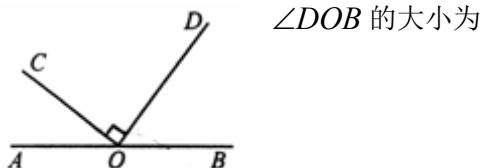
- A. 3 B. -3
C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

2. 如图，点 O 在直线 AB 上，且 $OC \perp OD$. 若 $\angle COA = 36^\circ$ ，则 ()

- A. 36° B. 54°
C. 64° D. 72°

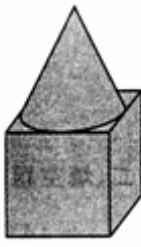
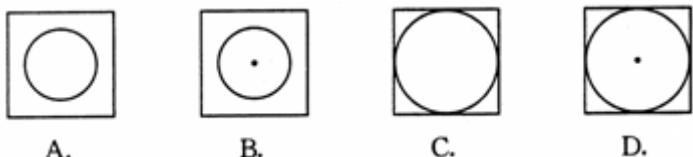
3. 计算 $(-2a^2) \cdot 3a$ 的结果是 ()

- A. $-6a^2$ B. $-6a^3$
C. $12a^3$ D. $6a^3$



(第2题图)

4. 如图是由正方形和圆锥组成的几何体，它的俯视图是 ()



(第4题图)

5. 一个正比例函数的图象经过点 $(2, -3)$ ，它的表达式为 ()

- A. $y = -\frac{3}{2}x$ B. $y = \frac{2}{3}x$
C. $y = \frac{3}{2}x$ D. $y = -\frac{2}{3}x$

6. 中国 2010 年上海世博会充分体现了“城市，让生活更美好”的主题。据统计：5月 1 日到 5月 7 日入园人数（单位：万人）分别为 20.3, 21.5, 13.2, 14.6, 10.9, 11.3, 13.9. 这组数据的中位数和平均数分别为 ()

- A. 14.6, 15.1 B. 14.6, 15.0
C. 13.9, 15.1 D. 13.9, 15.0

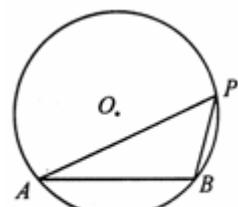
7. 不等式组 $\begin{cases} 1 - \frac{1}{2}x \geqslant 0 \\ 3x + 2 > -1 \end{cases}$ 的解集是 ()

- A. $-1 < x \leqslant 2$ B. $-2 \leqslant x < 1$
C. $x < -1$ 或 $x \geqslant 2$ D. $-2 \leqslant x \leqslant 1$

8. 若一个菱形的边长为 2，则这个菱形两条对角线长的平方和为 ()

- A. 16 B. 8
C. 4 D. 1

9. 如图，点 A 、 B 、 P 在 $\odot O$ 上，且 $\angle APB = 50^\circ$. 若点 M 是 $\odot O$ 上的动



点，要使

(第9题图)

$\triangle ABM$ 为等腰三角形，则所有符合条件的点 M 有（ ）

- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

10. 已知抛物线 $C: y = x^2 + 3x - 10$ ，将抛物线 C 平移得到抛物线 C' . 若两条抛物线 C 、 C' 关于直线 $x=1$ 对称，则下列平移方法中，正确的是（ ）

- A. 将抛物线 C 向右平移 $\frac{5}{2}$ 个单位 B. 将抛物线 C 向右平移 3 个单位
C. 将抛物线 C 向右平移 5 个单位 D. 将抛物线 C 向右平移 6 个单位

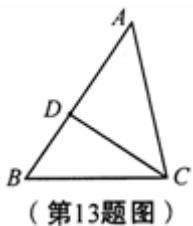
第二部分（非选择题 共 90 分）

二、填空题（共 6 小题，每小题 3 分，计 18 分）

11. 在 $1, -2, -\sqrt{3}, 0, \pi$ 五个数中，最小的数是_____.

12. 方程 $x^2 - 4x = 0$ 的解是_____.

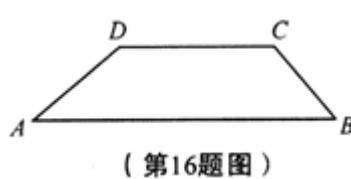
13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 是 AB 边上一点，连接 CD . 要使 $\triangle ADC$ 与 $\triangle ABC$ 相似，应添加的条件是_____。（只需写出一个条件即可）



(第13题图)



(第14题图)



(第16题图)

14. 如图是一条水平铺设的直径为 2 米的通水管道横截面，其水面宽为 1.6 米，则这条管道中此时水最深为_____米。

15. 已知 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 都在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上，若 $x_1 x_2 = -3$ ，则 $y_1 y_2$ 的值为_____.

16. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $DC \parallel AB$, $\angle A + \angle B = 90^\circ$. 若 $AB = 10$, $AD = 4$, $DC = 5$ ，则梯形 $ABCD$ 的面积为_____.

三、解答题（共 9 小题，计 72 分. 解答应写出过程）

17. (本题满分 5 分)

化简：
$$\frac{m}{m-n} - \frac{n}{m+n} + \frac{2mn}{m^2 - n^2}$$
.

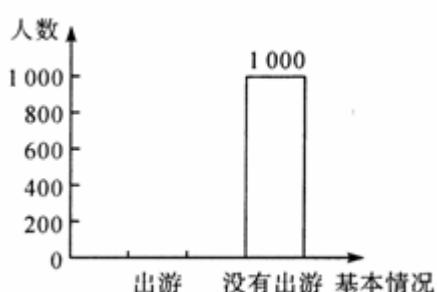
18. (本题满分 6 分)

如图， A 、 B 、 C 三点在同一条直线上， $AB = 2BC$. 分别以 AB 、 BC 为边作正方形 $ABEF$ 和正方形 $BCMN$ ，连接 FN ， EC .

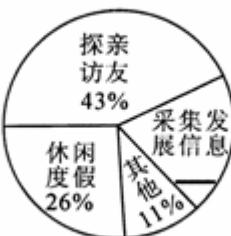
求证： $FN = EC$.



被调查居民出游基本情况统计图



被调查的出游居民出游主要目的统计图



19. (本题满分 7 分)
某县为了了解“五一”

(第19题图)

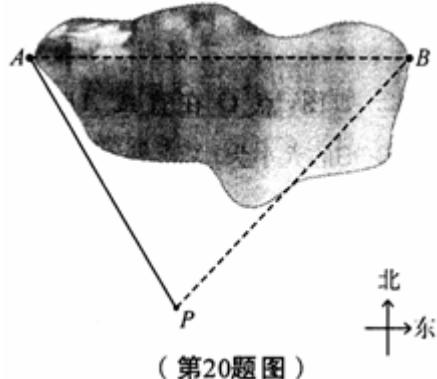
期间该县常住居民的出游情况，有关部分随机调查了 1 600 名常住居民，并根据调查结果绘制了如下统计图：

根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 补全条形统计图.在扇形统计图中，直接填入出游主要目的是采集发展信息人数的百分数；
- (2) 若该县常住居民共 24 万人，请估计该县常住居民中，利用“五一”期间出游采集发展信息的人数；
- (3) 综合上述信息，用一句话谈谈你的感想.

20. (本题满分 8 分)

在一次测量活动中，同学们要测量某公园湖的码头 A 与它正东方向的亭子 B 之间的距离，如图.他们选择了与码头 A、亭子 B 在同一水平面上的点 P，在点 P 处测得码头 A 位于点 P 北偏西 30° 方向，亭子 B 位于点 P 北偏东 43° 方向；又测得点 P 与码头 A 之间的距离为 200 米.请你运用以上测得的数据求出码头 A 与亭子 B 之间的距离. (结果精确到 1 米，参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.732 \tan 43^\circ \approx 0.933$)



(第20题图)

21. (本题满分 8 分)

某蒜薹 (tái) 生产基地喜获丰收，收获蒜薹 200 吨.经市场调查，可采用批发、零售、冷库储藏后销售三种方式，并且按这三种方式销售，计划每吨平均的售价及成本如下表：

销售方式	批发	零售	储藏后销售
售价 (元/吨)	3 000	4 500	5 500
成本 (元/吨)	700	1 000	1 200

若经过一段时间，蒜薹按计划全部售出获得的总利润为 y (元)，蒜薹零售 x (吨)，且零售量是批发量的 $\frac{1}{3}$.

- (1) 求 y 与 x 之间的函数关系式；
- (2) 由于条件上限制，经冷库储藏售出的蒜薹最多 80 吨，求该生产基地按计划全部售完蒜薹获得的最大利润.

22. (本题满分 8 分)

某班毕业联欢会设计了即兴表演节目的摸球游戏. 游戏采用了一个不透明的盒子, 里面装有五个分别标有数字 1、2、3、4、5 的乒乓球. 这些球除数字外, 其它完全相同. 游戏规则是: 参加联欢会的 50 名同学, 每人将盒子里的五个乒乓球摇匀后, 闭上眼睛从中随机地一次摸出两个球 (每位同学必须且只能摸一次). 若两个球上的数字之和为偶数, 就给大家即兴表演一个节目; 否则, 下一个同学接着做摸球游戏, 依次进行.

(1) 用列表法或画树状图法求参加联欢会的某位同学即兴表演节目的概率;

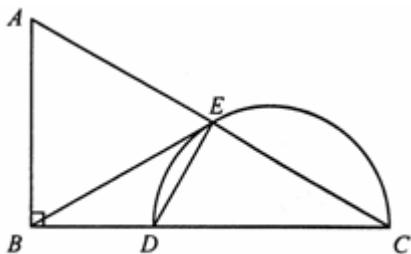
(2) 估计本次联欢会上有多少名同学即兴表演节目?

23. (本题满分 8 分)

如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, 斜边 AC 的垂直平分线交 BC 于点 D , 交 AC 于点 E , 连接 BE .

(1) 若 BE 是 $\triangle DEC$ 外接圆的切线, 求 $\angle C$ 的大小;

(2) 当 $AB=1$, $BC=2$ 时, 求 $\triangle DEC$ 外接圆的半径.



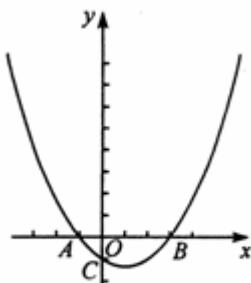
(第23题图)

24. (本题满分 10 分)

如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线经过 $A(-1,0)$, $B(3,0)$, $C(0,-1)$ 三点.

(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 点 Q 在 y 轴上, 点 P 在抛物线上, 要使以点 Q 、 P 、 A 、 B 为顶点的四边形是平行四边形, 求所有满足条件的点 P 的坐标.



(第24题图)

25. (本题满分 12 分)

问题探究

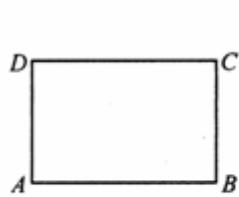
(1) 请你在图①中作一条直线, 使它将矩形 $ABCD$ 分成面积相等的两部分;

(2) 如图②, 点 M 是矩形 $ABCD$ 内一定点. 请你在图②中过点 M 作一条直线, 使它将矩形 $ABCD$ 分成面积相等的两部分.

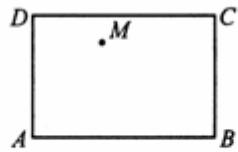
问题解决

(3) 如图③, 在平面直角坐标系中, 直角梯形 $OBCD$ 是某市将要筹建的高新技术开发区用地示意图, 其中

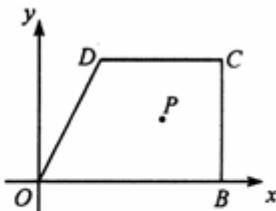
$DC \parallel OB$, $OB = 6$, $BC = 4$, $CD = 4$. 开发区综合服务管理委员会（其占地面积不计）设在点 $P(4,2)$ 处。为了方便驻区单位，准备过点 P 修一条笔直的道路（路的宽度不计），并且使这条路所在的直线 l 将直角梯形 $OBCD$ 分成面积相等的两部分。你认为直线 l 是否存在？若存在，求出直线 l 的表达式；若不存在，请说明理由。



①



②



③

(第25题图)

2010 年陕西中考数学试题答案

一. 选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	B	B	D	A	C	A	A	D	C

一、 填空题

11、 -2

12、 $x=0$ 或 $x=4$

13、 $\angle ACD = \angle B$ $\angle ADC = \angle AOB$ $\frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB}$

14、 0.4

15、 -12

16、 18

三、解答题

17. 解：原式= $\frac{m(m+n)}{(m-n)(m+n)} - \frac{n(m-n)}{(m-n)(m+n)} + \frac{2mn}{(m-n)(m+n)}$

$$= \frac{m^2 + 2mn + n^2}{(m-n)(m+n)}$$

$$= \frac{(m+n)^2}{(m-n)(m+n)}$$

$$= \frac{m+n}{m-n}$$

18. 证明：在正方形 ABEF 中和正方形 BCMN 中

$$AB=BE=EF, BC=BN, \angle FEN=\angle EBC=90^\circ$$

$$\therefore AB=2BC$$

$$\therefore EN=BC$$

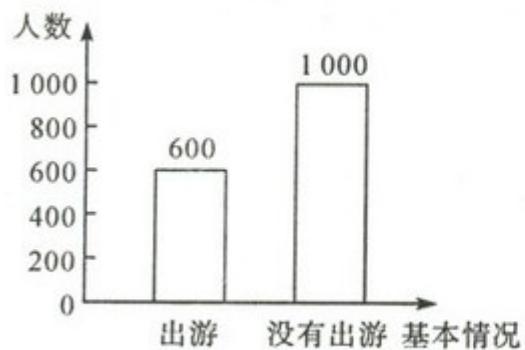
$$\therefore \triangle FNE \cong \triangle EBC$$

$$\therefore FN=EC$$

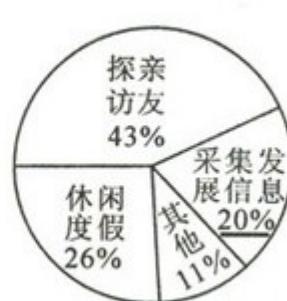
19.

解（1）如图所示

被调查居民出游基本情况统计图



被调查的出游居民出游主要目的统计图



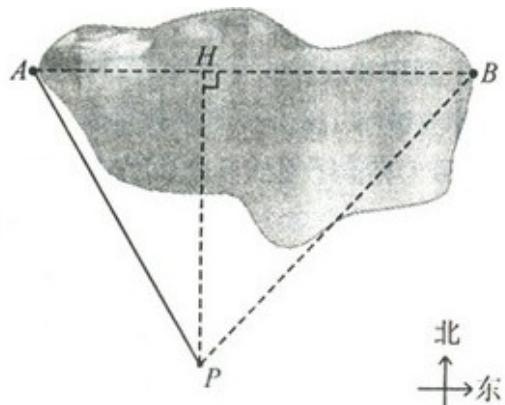
(第19题答案图)

$$(2) 24 \times \frac{600}{1600} \times 20\% = 1.8$$

∴该县常住居民出游人数约为 1.8 万人

(3) 略

20.



解：过点 P 作 PH 垂直于 AB 垂足为 H 则 $\angle APH=30^\circ$

$$\angle APH=30^\circ$$

在 $RT\triangle APH$ 中

$$AH=100, PH=AP \cdot \cos 30^\circ = 100\sqrt{3}$$

$\triangle PBH$ 中

$$BH=PH \cdot \tan 43^\circ \approx 161.60$$

$$AB=AH+BH \approx 262$$

答：码头 A 与 B 距约为 260 米。

21. 解：(1) 由题意，批发蒜薹 $3x$ 吨，储藏后销售 $(200-4x)$ 吨

$$\begin{aligned} \text{则 } y &= 3x(3000-700) + x \cdot (4500-1000) + (200-4x) \cdot (5500-1200) \\ &= -6800x + 860000, \end{aligned}$$

(2) 由题意得 $200-4x \leq 80$ 解之得 $x \geq 30$

$$\because -6800x+860000 -6800 < 0$$

$\therefore y$ 的值随 x 的值增大而减小

当 $x=30$ 时， y 最大值 $= -6800+860000=656000$ 元

22. 解：(1) 如下表：

两数和	1	2	3	4	5
1		3	4	5	6
2	3		5	6	7
3	4	5		7	8
4	5	6	7		9
5	6	7	8	9	

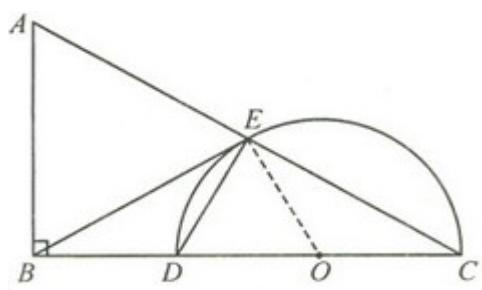
从上表可以看出，一次性共有 20 种可能结果，其中两数为偶数的共有 8 种。将参加联欢会的某位同学即兴表演节目记为事件 A

$$\therefore P(A) = P(\text{两数和为偶数}) = 8/20 = 2/5$$

$$(2) \because 50 \times 2/5 = 20 \text{ (人)}$$

∴估计有 20 名同学即兴表演节目。

23.



(第23题图)

解：(1) ∵ DE 垂直平分 AC

$$\therefore \angle DEC = 90^\circ$$

∴ DC 为△DEC 外接圆的直径

∴ DC 的中点 O 即为圆心

连结 OE 又知 BE 是圆 O 的切线

$$\therefore \angle EBO + \angle BOE = 90^\circ$$

在 $RT\triangle ABC$ 中 E 斜边 AC 的中点

$$\therefore BE = EC$$

$$\therefore \angle EBC = \angle C$$

$$\text{又} \because \angle BOE = 2\angle C$$

$$\therefore \angle C + 2\angle C = 90^\circ$$

$$\therefore \angle C = 30^\circ$$

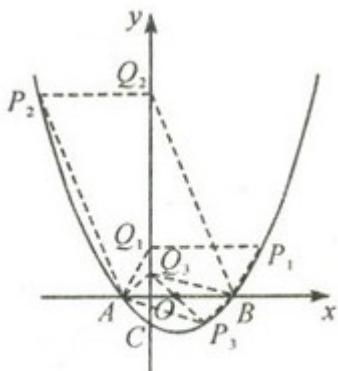
$$(2) \text{ 在 } RT\triangle ABC \text{ 中 } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{5} \quad \therefore EC = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\because \angle ABC = \angle DEC = 90^\circ \quad \therefore \triangle ABC \sim \triangle DEC$$

$$\therefore \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{EC} \quad \therefore DC = \frac{5}{4}$$

$\triangle DEC$ 外接圆半径为 $\frac{5}{8}$

24.



(第24题图)

解：（1）设该抛物线的表达式为 $y=ax^2+bx+c$ 根据题意，得

$$\begin{cases} a-b+c=0 \\ 9a+3b+c=0 \\ c=-1 \end{cases} \quad \text{解之，得} \quad \begin{cases} a=\frac{1}{3} \\ b=-\frac{2}{3} \\ c=-1 \end{cases}$$

$$\therefore \text{所求抛物线的表达式为 } y=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-1$$

（2）①AB 为边时，只要 $PQ \parallel AB$ 且 $PQ=AB=4$ 即可。

又知点 Q 在 y 轴上, ∵ 点 P 的横坐标为 4 或 -4, 这时符合条件的点 P 有两个, 分别记为 P_1, P_2 .

而当 $x=4$ 时, $y=\frac{5}{3}$; 当 $x=-4$ 时, $y=7$,

此时 $P_1(4, \frac{5}{3})$ $P_2(-4, 7)$

②当 AB 为对角线时, 只要线段 PQ 与线段 AB 互相平分即可

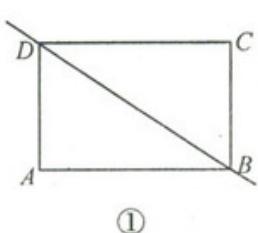
又知点 Q 在 Y 轴上, 且线段 AB 中点的横坐标为 1

∴ 点 P 的横坐标为 2, 这时符合条件的 P 只有一个记为 P_3

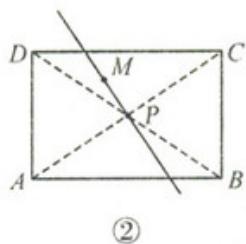
而且当 $x=2$ 时 $y=-1$, 此时 $P_3(2, -1)$

综上, 满足条件的 P 为 $P_1(4, \frac{5}{3})$ $P_2(-4, 7)$ $P_3(2, -1)$

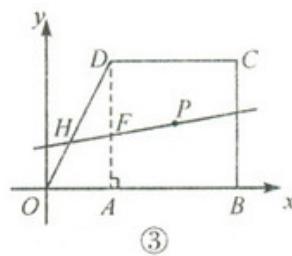
25.



①



②



③

解: (1) 如图①

(2) 如图②连结 AC、BC 交于 P 则 P 为矩形对称中心。作直线 MP, 直线 MP 即为所求。

(3) 如图③存在直线 l

过点 D 的直线只要作 $DA \perp OB$ 与点 A

则点 P(4,2)为矩形 ABCD 的对称中心

∴ 过点 P 的直线只要平分 $\triangle DOA$ 的面积即可

易知, 在 OD 边上必存在点 H 使得 PH 将 $\triangle DOA$ 面积平分。

从而, 直线 PH 平分梯形 OBCD 的面积

即直线 PH 为所求直线 l

设直线 PH 的表达式为 $y=kx+b$ 且点 P(4,2)

$$\therefore 2=4k+b \text{ 即 } b=2-4k$$

$$\therefore y=kx+2-4k$$

\because 直线 OD 的表达式为 $y=2x$

$$\therefore \begin{cases} y=kx+2-4k \\ y=2x \end{cases} \quad \text{解之} \quad \begin{cases} x=\frac{2-4k}{2-k} \\ y=\frac{4-8k}{2-k} \end{cases}$$

$$\therefore \text{点 H 的坐标为 } (x=\frac{2-4k}{2-k}, y=\frac{4-8k}{2-k})$$

\therefore PH 与线段 AD 的交点 F (2, 2-2k)

$$\therefore 0 < 2-2k < 4$$

$$\therefore -1 < k < 1$$

$$\therefore S_{\triangle DHF} = \frac{1}{2} (4-2+2k) \cdot (2 - \frac{2-4k}{2-k}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 4$$

$$\therefore \text{解之, 得 } k = \frac{\sqrt{13}-3}{2}。 (k = \frac{-\sqrt{13}-3}{2} \text{ 舍去})$$

$$\therefore b = 8 - 2\sqrt{13}$$

$$\therefore \text{直线 l 的表达式为 } y = \frac{\sqrt{13}-3}{2}x + 8 - 2\sqrt{13}$$

2010 年陕西省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分) (2010•陕西) $|- \frac{1}{3}| = (\quad)$
- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

考点：绝对值.

分析：按照绝对值的性质进行求解.

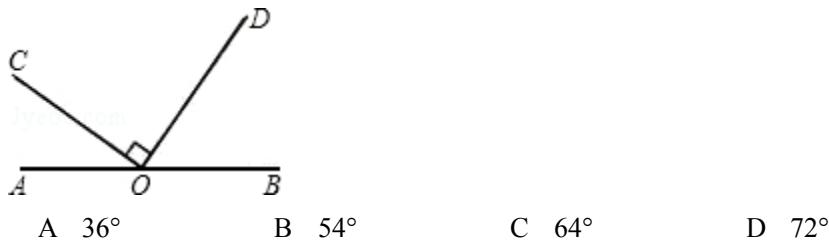
解答：解：根据负数的绝对值是它的相反数，得：

$$|-\frac{1}{3}| = \frac{1}{3}.$$
 故选

C.

点评：绝对值规律总结：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0.

2. (3 分) (2010•陕西) 如图，点 O 在直线 AB 上且 $OC \perp OD$. 若 $\angle COA=36^\circ$ ，则 $\angle DOB$ 的大小为 ()



- A. 36° B. 54° C. 64° D. 72°

考点：垂线.

专题：计算题.

分析：首先由 $OC \perp OD$ ，根据垂直的定义，得出 $\angle COD=90^\circ$ ，然后由平角的定义，知

$$\angle AOC + \angle COD +$$

$$\angle DOB = 180^\circ,$$

从而得出 $\angle DOB$

的度数.

解答:

解:

$$\because OC \perp OD,$$

$$\therefore \angle COD = 90^\circ,$$

又

$$\because \angle AOC + \angle COD$$

$$+ \angle DOB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle DOB = 180^\circ - 3$$

$$6^\circ \cdot 90^\circ = 54^\circ.$$

故选 B.

点评:

本题主要考查了垂直及平角的定义.

3. (3 分) (2010•陕西) 计算 $(-2a^2) \cdot 3a$ 的结果是 ()

A $-6a^2$
·

B $-6a^3$
·

C $12a^3$
·

D $6a^3$
·

考点: 单项式乘单项式.

分析: 根据单项式的乘法法则计算.

解答:

$$\text{解: } (-2a^2)$$

$$\cdot 3a,$$

$$= (-2 \times 3)$$

$$\times (a^2 \cdot a),$$

$$= -6a^3.$$

故选 B.

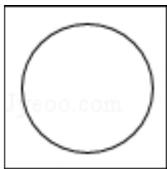
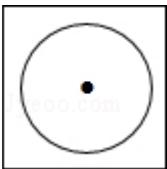
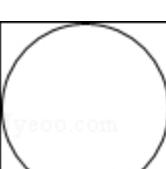
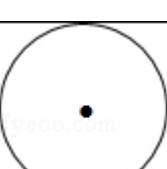
点评:

本题考查了单项式的乘法法则: 单项式与单项式相乘, 把他们的系数, 相同字母的幂分别相乘, 对于只在一个单项式里出现的字母, 则连同

它的指数作为
积的一个因
式.

4. (3分)(2010•陕西)如图是由正方体和圆锥组成的几何体,它的俯视图是()



- A  B  C  D 

考点: 简单组合体的三视图.

分析: 俯视图是从物体上面所看到的图形, 可根据各几何体的特点进行判断.

解答: 解: 圆锥的俯视图是圆及一点, 正方体的俯视图是正方形; 由图知: 圆锥的底面圆直径与正方形的边长相等, 故俯视图中的圆应该内切于正方形.
故选 D.

点评: 本题考查了几何体的三种视图, 掌握定义是关键. 注意所有的看到的棱都应表现在三视图中.

5. (3分)(2010•陕西)一个正比例函数的图象过点(2, -3), 它的表达式为()

A. $y = -\frac{3}{2}x$

B. $y = \frac{2}{3}x$

C. $y = \frac{3}{2}x$

D. $y = -\frac{2}{3}x$

考点: 待定系数法求正比例函数解析式.

专题: 待定系数法.

分析: 利用待定系数法即可求解.

解答: 解: 设函数的解析式是 $y=kx$. 根据题意得:

$$2k=3.$$

解得: $k=\frac{3}{2}$.

故函数的解析

式是: $y=\frac{3}{2}x$.

故选 A.

点评: 本题主要考查了函数的解析式与图象的关系, 满足解析式的点一定在图象上, 图象上的点一定满足函数解析式.

6. (3分) (2010•陕西) 中国 2010 年上海世博会充分体现“城市, 让生活更美好”的主题. 据统计 5 月 1 日至 5 月 7 日入园数(单位: 万人) 分别为: 20.3, 21.5, 13.2, 14.6, 10.9, 11.3, 13.9. 这组数据中的中位数和平均数分别为()

- A. 14.6, 15.1 B. 14.65, 15.0 C. 13.9, 15.1 D. 13.9, 15.0

· · · ·

考点: 中位数; 众数.

分析: 本题考查统计的有关知识, 找中位数要把数据按从小到大的顺序排列, 位于最中间的一个数或两个数的平均数为中位数.

这几个数的和，
除以数据的个
数为平均数。

解答：解：将这组数
据从小到大的
顺序排列为
(10.9, 11.3,
13.2, 13.9, 14.
6, 20.3, 21.5),
处在中间的是
13.9, 因此中位
数 13.9.
平均数为
20.3+21.5+13

=15.1.

故选 C.

点评：本题考查的是
中位数和平均
数的定义。

7. (3 分) (2010•陕西) 不等式组 $\begin{cases} 1 - \frac{1}{2}x \geqslant 0 \\ 3x + 2 > -1 \end{cases}$ 的解集是 ()

A. $-1 < x \leq 2$ B. $-2 \leq x < 1$ C. $x < -1$ 或 $x \geq 2$ D. $2 \leq x < -1$

考点：解一元一次不
等式组。

分析：先求出各不等
式的解集，再
求出其公共解
集即可。

解答：解：由 (1) 去
分母得，

$$2-x \geq 0,$$

移项得，

$$-x \geq -2,$$

系数化为 1 得，
 $x \leq 2$.

(2) 移项、合
并同类项得，

$$3x > -3,$$

系数化为 1 得，

$x > -1$.

故原不等式组
的解集为：

$-1 < x \leq 2$.

故选 A.

点评：主要考查了一元一次不等式解集的求法，其简便求法就是用口诀求解。求不等式组解集的口诀：同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到（无解）。

8. (3分) (2010•陕西) 若一个菱形的边长为 2，则这个菱形两条对角线的平方和为 ()

- A 16 B 8 C 4 D 1

· · · ·

考点：菱形的性质。

分析：根据菱形的对角线互相垂直平分，即菱形被对角线平分成四个全等的直角三角形，根据勾股定理，即可求解。

解答：解：设两对角线长分别是：

a, b.

则 $(\frac{1}{2}a)^2 + (\frac{1}{2}b)^2 = 2^2$. 则

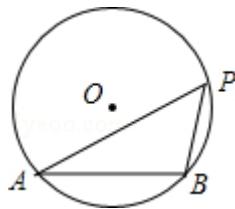
$a^2 + b^2 = 16$.

故选 A.

点评：本题主要考查了菱形的性质：菱形被两个对角线平分成四个全等的直角

三角形.

9. (3分) (2010•陕西) 如图, 点 A、B 是在 $\odot O$ 上的定点, P 是在 $\odot O$ 上的动点, 要使 $\triangle ABP$ 为等腰三角形, 则所有符合条件的点 P 有 ()



A 1个

B 2个

C 3个

D 4个

考点: 垂径定理.

专题: 分类讨论.

分析: 根据垂径定理,

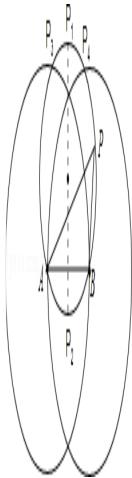
分两种情况:

①以 AB 为底边, 可求出有点 P_1 、 P_2 ; ②以 AB 为腰, 可求出有点 P_3 、 P_4 . 故共 4 个点.

解答: 解: 如图: ①以 AB 为底边,

过点 O 作弦 AB 的垂线分别交 $\odot O$ 于点 P_1 、 P_2 ,
 $\therefore AP_1=BP_1$, $AP_2=BP_2$,
 故点 P_1 、 P_2 即为所求.
 ②以 AB 为腰,

分别以点 A、点 B 为圆心, 以 AB 长为半径画弧, 交 $\odot O$ 于点 P_3 、 P_4 ,
 故点 P_3 、 P_4 即为所求.
 共 4 个点.
 故选 D.

**点评:**

本题考查了垂
径定理：垂直
于弦的直径平
分线并且平分
弦所在的弧.

10. (3 分) (2010•陕西) 将抛物线 $C: y=x^2+3x-10$, 将抛物线 C 平移到 C' . 若两条抛物线 C , C' 关于直线 $x=1$ 对称, 则下列平移方法中正确的是 ()

- A 将抛物线 C 向右平移 $\frac{5}{2}$ 个单位
- B 将抛物线 C 向右平移 3 个单位
- C 将抛物线 C 向右平移 5 个单位
- D 将抛物线 C 向右平移 6 个单位

考点:

二次函数图象
与几何变换.

分析:

主要是找一个点, 经过平移后这个点与直线 $x=1$ 对称. 抛物线 C 与 y 轴的交点

为 $A(0, -10)$,

与 A 点以对称轴对称的点是

$B(-3, -10)$.

若将抛物线 C 平移到 C' , 就是要将 B 点平移后以对称轴 $x=1$ 与 A 点对称. 则 B 点平

移后坐标应为

(2, -10). 因

此将抛物线 C
向右平移 5 个
单位.

解答: 解: ∵抛物线

$$C: y=x^2+3x-10$$

=

$$\left(x+\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{41}{4}$$

,

∴抛物线对称轴

$$\text{为 } x=-\frac{3}{2}.$$

∴抛物线与 y 轴
的交点为

A (0, -10).

则与 A 点以对
称轴对称的点
是

B (-3, -10).

若将抛物线 C
平移到 C', 并
且 C, C' 关于直
线 x=1 对称,
就是要将 B 点
平移后以对称
轴 x=1 与 A 点
对称.

则 B 点平移后
坐标应为

(2, -10).

因此将抛物线
C 向右平移 5
个单位.
故选 C.

点评:

主要考查了函
数图象的平移,
抛物线与坐标
轴的交点坐标
的求法, 要求
熟练掌握平移
的规律: 左加

右减，上加下

减.

二、填空题（共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

11. (3 分) (2010•陕西) 在: 1, -2, $-\sqrt{3}$, 0, π 五个数中最小的数是

-2.

考点： 实数大小比较.

分析： 根据正数大于所有负数，负数绝对值大的反而小进行比较即可.

解答： 解：因为 $| -2 | > | -\sqrt{3} |$,

所以 $-2 < -\sqrt{3}$.

$\therefore -2 < -\sqrt{3} < 0 <$

$1 < \pi$.

故五个数中最

小的数是-2.

点评： 此题主要考查实数的大小的比较，实数比较大小的方法：正数大于0，0大于负数，两个负数，绝对值大的反而小.

12. (3 分) (2010•陕西) 方程 $x^2-4x=0$ 的解为

0 或 4.

考点： 解一元二次方程-因式分解法.

专题： 计算题.

分析： x^2-4x 提取公因式 x，再根据

“两式的乘积为0，则至少有一个式子的值为0”求解.

解答：

$$\text{解: } x^2 \cdot 4x = 0$$

$$x(x \cdot 4) = 0$$

$$x=0 \text{ 或 } x \cdot 4=0$$

$$x_1=0, x_2=4$$

故本题的答案

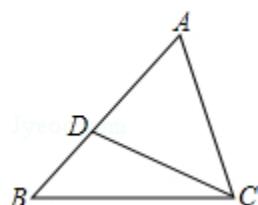
是

$$x_1=0, x_2=4.$$

点评：

本题考查简单的一元二次方程的解法，在解一元二次方程时应当注意要根据实际情况选择最合适快捷的解法. 该题运用了因式分解法.

13. (3分) (2010•陕西) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，D是AB边上一点，连接CD，要使 $\triangle ADC$ 与 $\triangle ABC$ 相似，应添加的条件是 $\angle ACD=\angle B, \angle ADC=\angle ACB, \frac{AD}{AC}=\frac{AC}{AB}$.



考点： 相似三角形的判定.

专题： 开放型.

分析： $\triangle ACD$ 和 $\triangle ABC$ 中，已知了公共角 $\angle A$ ，若两个三角形相似，则需添加一组对应角相等，或夹 $\angle A$ 的两组对应边成比例.

解答：

解： $\triangle ABC$ 和 \triangle

ACD 中，
 $\angle DAC = \angle CAB$
，
若要 $\triangle ADC$ 与 $\triangle ABC$ 相似，需添加
的条件为：
① $\angle ADC = \angle ACB$
；
② $\angle ACD = \angle B$
；
③ $\frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB}$ ，或
 $AC^2 = AB \cdot AD$.

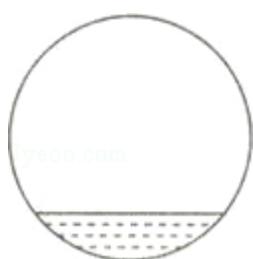
点评：

此题主要考查
的是相似三角
形的判定方法：

如果一个三角
形的两个角与
另一个三角形
的两个角对应
相等，那么这
两个三角形相
似；

如果两个三角
形的两组对应
边的比相等，
并且相应的夹
角相等，那么
这两个三角形
相似.

14. (3 分) (2010•陕西) 如图是一条水铺设的直径为 2 米的通水管道横截面，其水面宽 1.6 米，则这条管道中最深为 0.4 米.



考点：垂径定理的应
用；勾股定
理.

专题：应用题.

分析：利用垂径定理，
以及勾股定理

即可求解.

解答: 解: 作出弧 AB 的中点 D, 连接 OD, 交 AB 于点 C.

则

$OD \perp AB$. $AC =$

$$\frac{1}{2}AB = 0.8\text{m.}$$

在直角 $\triangle OAC$

中, $OC =$

$$\sqrt{OA^2 - AC^2} =$$

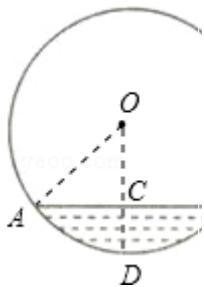
$$\sqrt{1^2 - 0.8^2} =$$

0.6m.

则水深

$$CD = OD - OC = 1.0$$

$$- 0.6 = 0.4\text{m.}$$



点评:

此题涉及圆中求半径的问题, 此类在圆中涉及弦长、半径、圆心角的计算的问题, 常把半弦长, 圆心角, 圆心到弦距离转换到同一直角三角形中, 然后通过直角三角形予以求解, 常见辅助线是过圆心作弦的垂线.

15. (3分) (2010•陕西) 已知 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 都在 $y = \frac{6}{x}$ 图象上. 若 $x_1x_2 = -3$, 则 y_1y_2 的值为 -12.

考点: 反比例函数图

象上点的坐标

特征.

分析:

根据反比例函
数上的点的横
纵坐标的积等
于 6 作答即
可.

解答:

解:
 $\because A(x_1, y_1),$
 $B(x_2, y_2)$ 都
 在 $y = \frac{6}{x}$ 图象上,

$$\therefore x_1 y_1 = 6, x_2 y_2 = 6,$$

$$\therefore x_1 y_1 \times x_2 y_2 = 36$$

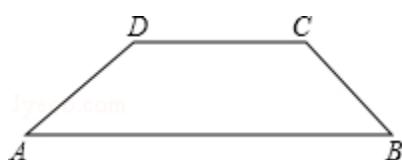
$$\therefore x_1 x_2 = -3,$$

$$\therefore y_1 y_2 = -12.$$

点评:

本题考查了反
比例函数图象
上点的坐标特
征, 反比例函
数图象上任意
一点横纵坐标
的积等于比例
系数.

16. (3 分) (2010•陕西) 如图, 在梯形 ABCD 中, $DC \parallel AB$, $\angle A + \angle B = 90^\circ$. 若 $AB=10$, $AD=4$, $DC=5$, 则梯形 ABCD 的面积为 18.



考点:

梯形.

分析:

先分别过 D 和 C 点向 AB 作垂
线交 AB 分别
为 E 和 F. 再
利用已知条件
得到 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CBF$ 相似, 求
出 DE 或 CF,
最后用梯形的
面积公式得到

结果.

解答: 解: 法一: 分别过 D、C 点作 $DE \perp AB$ 于 E、 $CF \perp AB$ 于 F.
设 $AE=x$, $BF=y$,
 $DE=CF=h$.
 $\because \triangle ADE$ 和 $\triangle BCF$ 都是直角三角形,
且 $\angle A+\angle B=90^\circ$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle$

CBF .

$$\therefore \frac{h}{x} = \frac{y}{h}$$

即 $h^2=xy$.

在 $\triangle ADE$ 中,

$\because AD=4$,

$$\therefore h^2=16-x^2.$$

$$\therefore xy=16-x^2.$$

而

$$x+y=AB-CD=10$$

$$-5=5,$$

$$\therefore y=5-x.$$

$$\therefore x(5-x)$$

$$=16-x^2,$$

$$x=\frac{16}{5}.$$

\therefore

$$h=\sqrt{16 - (\frac{16}{5})^2}$$

$$=\frac{12}{5}.$$

故梯形 ABCD
的面积为

$$\frac{1}{2}(10+5) \times \frac{12}{5}$$

=18.

法二：过点 C

作 $CE \parallel AD$ 交

AB 于 E, 作

$CH \perp AB$ 于 H,

$\therefore CD \parallel AB$,

\therefore 四边形 AECD

是平行四边形,

$\therefore AE = CD = 5$, C

$E = AD = 4$, $\angle CE$

$B = \angle A$,

$\therefore BE = AB - AE = 5$

.

$\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ$,

$\therefore \angle BCE = 90^\circ$,

$\therefore BC = 3$,

$$\therefore CH = \frac{CE \cdot BC}{BE} =$$

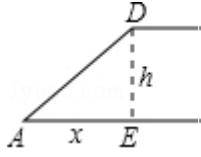
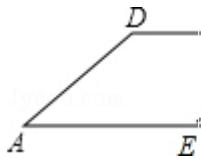
$$\frac{12}{5},$$

\therefore 梯形 ABCD

的面积为

$$\frac{1}{2} (10+5) \times \frac{12}{5}$$

=18.



点评：

考查三角形相似的性质和梯形面积公式.

三、解答题（共 9 小题，满分 72 分）

17. (5 分) (2010•陕西) 化简: $\frac{m}{m-n} - \frac{n}{m+n} + \frac{2mn}{m^2 - n^2}$

考点： 分式的加减法.

专题： 计算题.

分析： 把异分母分式

转化成同分母
分式，然后进
行化简.

解答：解：原式=

$$\frac{m(m+n)}{(m-n)(m+n)} =$$

$$\frac{m^2+2mn+n^2}{(m-n)(m+n)} =$$

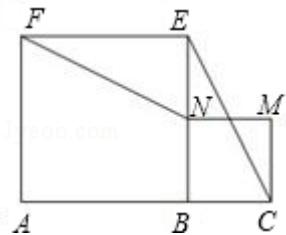
$$\frac{(m+n)^2}{(m-n)(m+n)} =$$

$$=\frac{m+n}{m-n}.$$

点评：分式的加减运算中，如果是同分母分式，那么分母不变，把分子直接相加减即可；如果是异分母分式，则必须先通分，把异分母分式化为同分母分式，然后再相加减.

18. (6分) (2010•陕西) 如图，A、B、C三点在同一条直线上，AB=2BC，分别以AB，BC为边做正方形ABEF和正方形BCMN连接FN，EC.

求证：FN=EC.



考点：正方形的性质；
全等三角形的判定与性质.

专题：证明题.

分析：只要判定 $\triangle FNE \cong \triangle EBC$ ，就不难证明 $FN=EC$.

解答：证明：在正方

形 ABEF 中和
正方形 BCMN
中，
 $AB=BE=EF$, $B=C=BN$, $\angle FEN=\angle EBC=90^\circ$,
 $\therefore AB=2BC$, 即
 $BC=BN=\frac{1}{2}AB$
,

$$\therefore BN=\frac{1}{2}BE, \text{ 即}$$

N 为 BE 的中点,

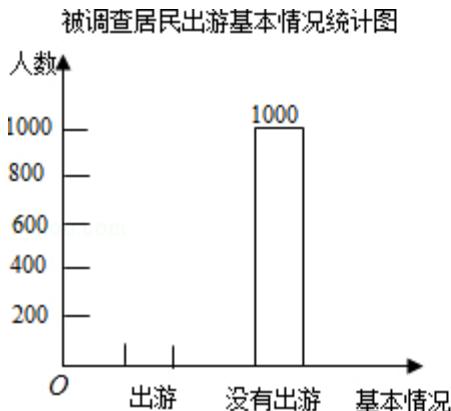
$\therefore EN=NB=BC$,
 $\therefore \triangle FNE \cong \triangle$
 EBC ,
 $\therefore FN=EC$.

点评:

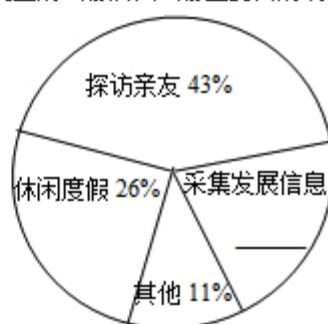
本题集中考查了正方形的性质和全等三角形的判定.

- (1) 正方形的四条边相等, 四个角相等, 都是 90° , 对角线互相垂直、平分;
- (2) 三角形全等的判定定理有 SAS、SSS、AAS, ASA, HL 等.

19. (7 分) (2010•陕西) 某县为了了解“五一”期间该县常住居民出游情况, 有关部门随即调查了 1600 名常住居民, 并根据调查结果绘制了如下统计图:



被调查的出游居民出游主要目的统计图



根据以上信息, 解答下列各题:

(1) 补全条形信息统计图. 在扇形统计图中, 直接填入出游的主要目的是采集发展信息人数的百分数;

(2) 若该县常住居民 24 万人, 请估计出游人数.

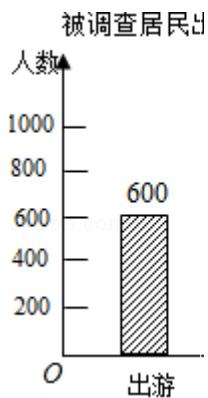
考点: 条形统计图;
用样本估计总
体; 扇形统计
图.

专题: 图表型.

分析: (1) 因为调查
了 1600 名, 没
有出游的为
1000 人, 所以
出游人数为 600
人; 采集发展
信息百分比为
1 减其它三项的
差;

(2) 由条形统
计图中可以利
用样本估计总
体的方法知道
出游率为 $\frac{600}{1600}$,
再用常住居民
人数乘以出游
率即可求得结
果.

解答: 解: (1) 如图
所示:



(2)

$$24 \times \frac{600}{1600} = 9$$

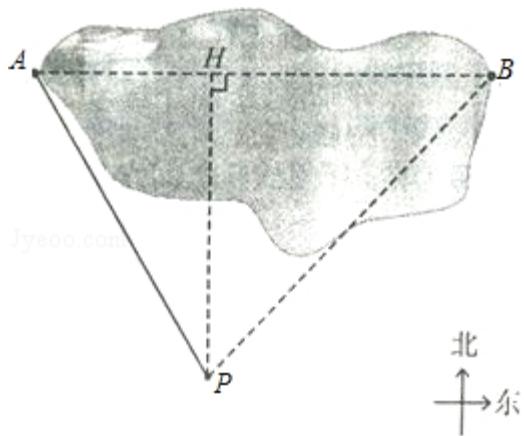
(万人).

∴该县常住居民出游人数约为9万人.

点评:

本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用. 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键.

20. (8分) (2010•陕西) 在一次测量活动中, 同学们要测量某公园的码头 A 与他正东方向的亭子 B 之间的距离, 如图他们选择了与码头 A、亭子 B 在同一水平面上的点 P 在点 P 处测得码头 A 位于点 P 北偏西方向 30° 方向, 亭子 B 位于点 P 北偏东 43° 方向; 又测得 P 与码头 A 之间的距离为 200 米, 请你运用以上数据求出 A 与 B 的距离.



考点:

解直角三角形的应用-方向角问题.

分析:

过 P 作 AB 的垂线, 设垂足为 H. 在 $Rt\triangle APH$ 中求出 AH、PH 的长, 进而在 $Rt\triangle AHB$ 中求得 BH 的长; 由 $AB=AH+BH$ 即可求出 A、B 间的距离.

解答:

解: 作 $PH \perp AB$

于点 H.

则 $\angle APH = 30^\circ$,

在 $Rt\triangle APH$ 中,

$$AH = 100, PH =$$

$$AP \cdot \cos 30^\circ = 100$$

$$\sqrt{3}.$$

$Rt\triangle PBH$ 中,

$$BH = PH \cdot \tan 43^\circ \approx$$

$$161.60.$$

$$AB = AH + BH \approx 2$$

$$62.$$

答: 码头 A 与

B 距约为 262

米.



点评:

当两个三角形有公共边时,先求出这条公共边是解答此类题目的基本出发点.

21. (8 分) (2010•陕西) 某蒜薹生产基地喜获丰收, 收获蒜薹 200 吨. 经市场调查, 可采用批发、零售、冷库储藏后销售三种方式, 并按这三种方式销售, 计划平均每吨的售价及成本如下表:

销售方式	批发	零售	储藏后销售
售价(元/吨)	3000	4500	5500
成本(元/吨)	700	1000	1200

若经过一段时间, 蒜薹按计划全部售出获得的总利润为 y (元), 蒜薹零售 x (吨), 且零售量是批发量的 $\frac{1}{3}$.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 由于受条件限制, 经冷库储藏售出的蒜薹最多 80 吨, 求该生产基地按计划全部售完蒜薹获得的最大利润.

考点: 一次函数的应用.

专题: 经济问题.

分析: (1) 利润=批发数量×(批发

售价·批发成本)

+零售数量

\times (零售售价·零

售成本) + 储藏
数量 \times (储藏售

价·储藏成本);

(2) 由库储藏
的蒜薹最多 80
吨, 则得

$200.4x \leq 80$. 再

由 y 与 x 之间
的函数关系式
可求得 y 的最
大值.

解答:

解: (1) 由题
意, 批发蒜薹
 $3x$ 吨, 储藏后

销售 $(200.4x)$

吨,
则

$$y = 3x (3000-700)$$

)

$$+ x (4500-1000)$$

$$) + (200.4x)$$

$$(5500-1200),$$

$$= -6800x + 860000$$

$$(0 < x \leq 50).$$

(2) 由题意得

$$200.4x \leq 80 \text{ 解之}$$

$$\text{得 } x \geq 30,$$

$$\therefore -6800x + 86000$$

0 且

$$-6800x < 0,$$

$\therefore y$ 的值随 x 的

值增大而减小，

当 $x=30$ 时， y

最大值

$$=-6800 \times 30 + 860$$

$$=000=656000$$

(元)；

答：该生产基地按计划全部售完蒜薹获得的最大利润为 656000 元.

点评：

本题主要考查了一次函数在实际问题中的应用，解答一次函数的应用问题中，要注意自变量的取值范围还必须使实际问题有意义.

22. (8 分) (2010•陕西) 某班毕业联欢会设计的即兴表演节目的摸球游戏，游戏采用一个不透明的盒子，里面装有五个分别标有数字 1、2、3、4、5 的乒乓球，这些球除书字外，其他完全相同，游戏规则是参加联欢会的 50 名同学，每人将盒子乒乓球摇匀后闭上眼睛从中随即一次摸出两个球（每位同学必须且只能摸一次）. 若两球上的数字之和是偶数就给大家即兴表演一个节目；否则，下一个同学接着做摸球游戏依次进行.

(1) 用列表法或画树状图法求参加联欢会同学表演即兴节目的概率；

(2) 估计本次联欢会上有多少个同学表演即兴节目.

考点： 列表法与树状图法.

分析： (1) 可用列表法列举出所有情况，看两球上的数字之和是偶数的情况占总情况的多少即可；
(2) 表演节目的同学数=学生总数×相应概率.

解答： 解：(1) 如下表：

两数和	1
1	
2	3
3	4
4	5
5	6

从上表可以看出，一次性共有 20 种可能结果，其中两数为偶数的共有 8 种。

将参加联欢会的某位同学即兴表演节目记为事件 A，

$$\therefore P(A) = P(\text{两数和为偶数})$$

$$= \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

(2)

$$\because 50 \times \frac{2}{5} = 20 \text{ (人)}$$

,

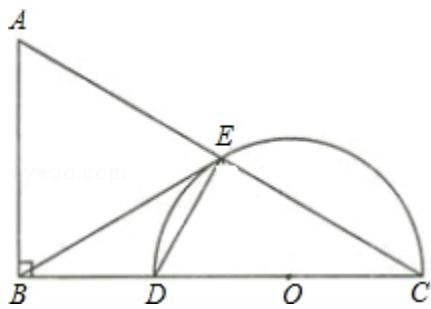
\therefore 估计有 20 名同学即兴表演节目。

点评：

用到的知识点为：部分的具体数目 = 总体数目 \times 部分相应概率。

23. (8 分) (2010•陕西) 如图，在 Rt $\triangle ABC$ 中 $\angle ABC=90^\circ$ ，斜边 AC 的垂直平分线交 BC 与 D 点，交 AC 于 E 点，连接 BE.

- (1) 若 BE 是 $\triangle DEC$ 的外接圆 $\odot O$ 的切线，求 $\angle C$ 的大小；
- (2) 当 AB=1，BC=2 时，求 $\triangle DEC$ 外接圆的半径.



考点: 切线的性质；
勾股定理；圆周角定理；相似三角形的判定与性质.

分析: (1) 由于 $DE \perp AC$, DE 垂直平分 AC , 可得两个条件:
① $DE \perp AC$, ② E 是 AC 的中点;
由①得:
 $\angle DEC$ 是直角,
则 DC 是 $\odot O$ 的直径, 若连接 OE , 则
 $OE \perp BE$, 且
 $\angle BOE = 2\angle C$;
欲求 $\angle C$ 的度数,
只需求出
 $\angle EBO$ 、 $\angle C$ 的比例关系即可;
由②知: 在 $Rt\triangle ABC$ 中,
 E 是斜边 AC 的中点, 则
 $BE = EC$, 即
 $\angle EBO = \angle C$, 因此在 $Rt\triangle EBO$ 中, $\angle EBO$ 和 $\angle EOB$ 互余,
即 $3\angle C = 90^\circ$,
由此得解.

(2) 根据 AB 、 BC 的长,
利用勾股定理可求出斜边 AC 的长, 由(1)
知: E 是 AC 的中点, 即可得

到 EC 的值；易证得 $\triangle DEC \sim \triangle ABC$ ，根据所得比例线段，即可求得直径 CD 的长，由此得解。

解答：（1） $\because DE$ 垂直平分 AC， $\therefore \angle DEC = 90^\circ$ ， $\therefore DC$ 为 $\triangle DEC$ 外接圆的直径，

$\therefore DC$ 的中点 O 即为圆心；连接 OE，又知 BE 是圆 O 的切线， $\therefore \angle EBO + \angle BOE = 90^\circ$ ；在 Rt $\triangle ABC$ 中，E 是斜边 AC 的中点， $\therefore BE = EC$ ， $\therefore \angle EBC = \angle C$ ；又 $\because OE = OC$ ， $\therefore \angle BOE = 2\angle C$ ， $\angle EBC + \angle BOE = 90^\circ$ ， $\therefore \angle C + 2\angle C = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle C = 30^\circ.$$

（2）在 Rt $\triangle ABC$ 中， $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{\quad}$ ， $\therefore EC = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ， $\therefore \angle ABC = \angle DEC = 90^\circ$ ， $\angle C = \angle C$ ， $\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEC$ ， $\therefore \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{EC}$ ，

$$\therefore DC = \frac{5}{4},$$

$\therefore \triangle DEC$ 外接圆

$$\text{半径为 } \frac{5}{8}.$$

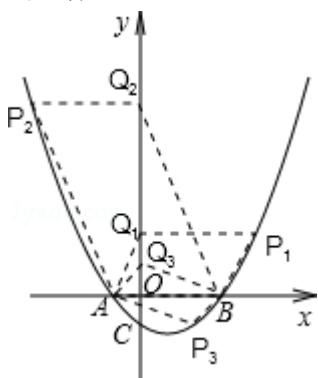


点评：

此题主要考查了直角三角形的性质、切线的性质以及相似三角形的判定和性质，难度适中。

24. (10分) (2010•陕西) 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$, $C(0, -1)$ 三点。

- (1) 求该抛物线的表达式；
- (2) 点 Q 在 y 轴上，点 P 在抛物线上，要使 Q 、 P 、 A 、 B 为顶点的四边形是平行四边形，求所有满足条件点 P 的坐标。



考点：

二次函数综合题；待定系数法求二次函数解析式。

专题：

分类讨论。

分析：

(1) 设出抛物线的表达式为 $y=ax^2+bx+c$ ，由于抛物线经

过 $A(-1, 0)$,

$B(3, 0)$,

C (0, -1) 三

点，把三点代入表达式，联立解方程组，求出 a、b、c.

(2) 要分类讨论 AB 是边还是对角线两种情况，AB 为边时，只要 PQ||AB 且 PQ=AB=4 即可，进而求出 P 点坐标，当 AB 为对角线时，只要线段 PQ 与线段 AB 互相平分即可，进而求出 P 点坐标.

解答：(1) 设该抛物线的表达式为
 $y=ax^2+bx+c$ 根据题意，得：

$$\begin{cases} a-b+c=0 \\ 9a+3b+c=0 \\ c=-1 \end{cases}$$

，解之得

$$\begin{cases} a=\frac{1}{3} \\ b=-\frac{2}{3} \\ c=-1 \end{cases}$$

∴ 所求抛物线的表达式为

$$y=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-1$$

(2) ① AB 为边时，只要 PQ||AB 且 PQ=AB=4 即可.

又知点 Q 在 y

轴上，

∴点 P 的横坐标

为 4 或 -4，这时

符合条件的点

P 有两个，分别

记为 P₁, P₂.

而当 x=4 时，

$$y = \frac{5}{3};$$

当 x=-4 时，

$$y = 7,$$

此时

$$P_1 (4, \frac{5}{3}),$$

$$P_2 (-4, 7).$$

②当 AB 为对角线时，只要线段 PQ 与线段 AB 互相平分即可，

又知点 Q 在 y 轴上，Q 点横坐标为 0，且线段 AB 中点的横坐标为 1，

∴由中点坐标公式，得点 P 的横坐标为 2，这时符合条件的 P 只有一个记为 P₃.

而且当 x=2 时

$$y = -1, \text{ 此时}$$

$$P_3 (2, -1),$$

综上，满足条件的 P 为

$$P_1 (4, \frac{5}{3}),$$

$$P_2 (-4, 7),$$

$$P_3 (2, -1).$$

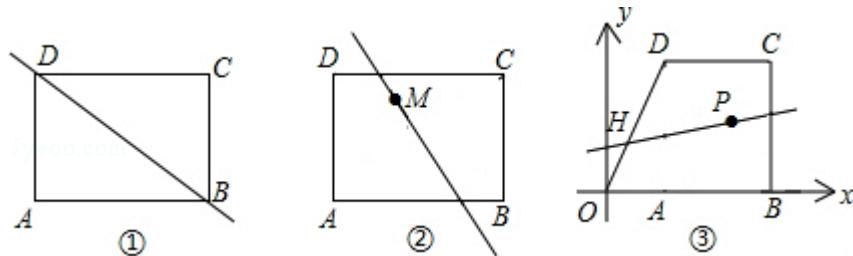
点评：本题是二次函数的综合题，涉及到二次函数解析式的确定，分类讨论的思想，此题不是很难，但是做题时要考虑周全。

25. (12分) (2010·陕西) 问题探究：

- (1) 请你在图①中做一条直线，使它将矩形ABCD分成面积相等的两部分；
- (2) 如图②点M是矩形ABCD内一点，请你在图②中过点M作一条直线，使它将矩形ABCD分成面积相等的两部分。

问题解决：

- (3) 如图③，在平面直角坐标系中，直角梯形OBCD是某市将要筹建的高新技术开发区用地示意图，其中 $DC \parallel OB$, $OB=6$, $CD=BC=4$ 开发区综合服务管理委员会（其占地面积不计）设在点P(4, 2)处。为了方便驻区单位准备过点P修一条笔直的道路（路宽不计），并且是这条路所在的直线l将直角梯形OBCD分成面积相等的两部分，你认为直线l是否存在？若存在，求出直线l的表达式；若不存在，请说明理由。



考点：直角梯形；待定系数法求一次函数解析式；矩形的性质。

专题：综合题；压轴题。

分析：

- (1) 矩形的对角线把矩形分成面积相等的两部分。
- (2) 连接AC, BD中心点位P, 过P点的直线分矩形为相等的两部分。
- (3) 假如存在, 过点D的直线只要作 $DA \perp OB$ 与点A, 求出P点的坐标, 设

直线 PH 的表达式为 $y=kx+b$,
解出点 H 的坐标, 求出斜率 k 和 b. 若 k 和 b 存在, 直线就存在.

解答:

(1) 如图①.
(2) 如图②连接 AC、BD 交于 P 则 P 为矩形对称中心. 作直线 MP, 直线 MP 即为所求.
(3) 如图③存在直线 l,
过点 D 的直线作 $DA \perp OB$ 于点 A,
则点 P(4, 2)
为矩形 ABCD
的对称中心,
 \therefore 过点 P 的直线只要平分 $\triangle DOA$ 的面积即
可,
易知, 在 OD
边上必存在点
H 使得 PH 将 $\triangle DOA$ 面积平
分.
从而, 直线 PH
平分梯形
OBCD 的面积,

即直线 PH 为所求直线 l
设直线 PH 的表达式为 $y=kx+b$
且点 P(4, 2),

$$\therefore 2=4k+b \text{ 即}$$

$$b=2-4k,$$

$$\therefore y=kx+2-4k,$$

∴直线 OD 的表

达式为 $y=2x$,

∴

$$\begin{cases} y=kx+2 - 4k \\ y=2x \end{cases}$$

, 解之

$$\begin{cases} x=\frac{2-4k}{2-k} \\ y=\frac{4-8k}{2-k} \end{cases}$$

∴点 H 的坐标为

$$(x=\frac{2-4k}{2-k}, y=\frac{4-8k}{2-k})$$

把 $x=2$ 代入直
线 PH 的解析式

$y=kx+2.4k$, 得

$y=2.2k$,

∴PH 与线段 AD
的交点

$F(2, 2.2k)$,

$\therefore 0 < 2.2k < 4$,

$\therefore 1 < k < 1.$

$\therefore S_{\Delta}$

$$DHF = \frac{1}{2} (4.2 + 2k)$$

)

$$\cdot (2 \cdot \frac{2-4k}{2-k}) =$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 4,$$

∴解之, 得 $k =$

$$\frac{\sqrt{13}-3}{2}. (k =$$

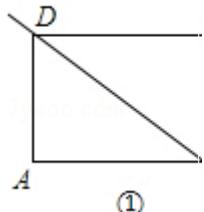
$$\frac{-\sqrt{13}-3}{2} \text{ 舍}$$

去)

$$\therefore b = 8.2\sqrt{13},$$

∴直线 l 的表达

式为 $y = \frac{\sqrt{13} - 3}{2}x + 8 - 1$



点评：

本题主要考查矩形的性质，前两问还是比较容易，但是最后一问比较麻烦，容易出错，做的时候要认真。

