

人教版小升初数学总复习资料

一、基本概念

第一章 数和数的运算

一 概念

(一) 整数

1 整数的意义

自然数和 0 都是整数。

2 自然数

我们在数物体的时候，用来表示物体个数的 1, 2, 3……叫做自然数。

一个物体也没有，用 0 表示。0 也是自然数。

3 计数单位

一（个）、十、百、千、万、十万、百万、千万、亿……都是计数单位。

每相邻两个计数单位之间的进率都是 10。这样的计数法叫做十进制计数法。

4 数位

计数单位按照一定的顺序排列起来，它们所占的位置叫做数位。

5 数的整除

整数 a 除以整数 b ($b \neq 0$)，除得的商是整数而没有余数，我们就说 a 能被 b 整除，或者说 b 能整除 a 。

如果数 a 能被数 b ($b \neq 0$) 整除， a 就叫做 b 的倍数， b 就叫做 a 的因数（或 a 的约数）。倍数和因数是相互依存的。

因为 35 能被 7 整除，所以 35 是 7 的倍数，7 是 35 的因数。

一个数的因数的个数是有限的，其中最小的因数是 1，最大的因数是它本身。

例如：10 的因数有 1、2、5、10，其中最小的因数是 1，最大的因数是 10。

一个数的倍数的个数是无限的，其中最小的倍数是它本身。3 的倍数有：3、6、9、12……其中最小的倍数是 3，没有最大的倍数。

个位上是 0、2、4、6、8 的数，都能被 2 整除，例如：202、480、304，都能被 2 整除。。

个位上是 0 或 5 的数，都能被 5 整除，例如：5、30、405 都能被 5 整除。。

一个数的各位上的数的和能被 3 整除，这个数就能被 3 整除，例如：12、108、204 都能被 3 整除。

一个数各位数上的和能被 9 整除，这个数就能被 9 整除。

能被 3 整除的数不一定能被 9 整除，但是能被 9 整除的数一定能被 3 整除。

一个数的末两位数能被 4（或 25）整除，这个数就能被 4（或 25）整除。例如：16、404、1256 都能被 4 整除，50、325、500、1675 都能被 25 整除。

一个数的末三位数能被 8（或 125）整除，这个数就能被 8（或 125）整除。

例如：1168、4600、5000、12344 都能被 8 整除，1125、13375、5000 都能被 125 整除。

能被 2 整除的数叫做偶数。

不能被 2 整除的数叫做奇数。

0 也是偶数。自然数按能否被 2 整除的特征可分为奇数和偶数。

一个数，如果只有 1 和它本身两个因数，这样的数叫做质数（或素数），100 以内的质数有：2、3、5、7、11、13、17、19、23、29、31、37、41、43、47、53、59、61、67、71、73、79、83、89、97。

一个数，如果除了 1 和它本身还有别的因数，这样的数叫做合数，例如 4、6、8、9、12 都是合数。

1 不是质数也不是合数，自然数除了 1 外，不是质数就是合数。如果把自然数按其因数的个数的不同分类，可分为质数、合数和 1。

每个合数都可以写成几个质数相乘的形式。其中每个质数都是这个合数的因数，叫做这个合数的质因数，例如 $15=3\times 5$ ，3 和 5 叫做 15 的质因数。

把一个合数用质因数相乘的形式表示出来，叫做分解质因数。

例如把 28 分解质因数

几个数公有的因数，叫做这几个数的公因数。其中最大的一个，叫做这几个数的最大公因数，例如 12 的因数有 1、2、3、4、6、12；18 的因数有 1、2、3、6、9、18。其中，1、2、3、6 是 12 和 18 的公因数，6 是它们的最大公因数。

公因数只有 1 的两个数，叫做互质数，成互质关系的两个数，有下列几种情况：

1 和任何自然数互质。

相邻的两个自然数互质。

两个不同的质数互质。

当合数不是质数的倍数时，这个合数和这个质数互质。

两个合数的公因数只有 1 时，这两个合数互质，如果几个数中任意两个都互质，就说这几个数两两互质。

如果较小数是较大数的因数，那么较小数就是这两个数的最大公因数。

如果两个数是互质数，它们的最大公因数就是 1。

几个数公有的倍数，叫做这几个数的公倍数，其中最小的一个，叫做这几个数的最小公倍数，如 2 的倍数有 2、4、6、8、10、12、14、16、18……

3 的倍数有 3、6、9、12、15、18……其中 6、12、18……是 2、3 的公倍

数，6 是它们的最小公倍数。。

如果较大数是较小数的倍数，那么较大数就是这两个数的最小公倍数。

如果两个数是互质数，那么这两个数的积就是它们的最小公倍数。

几个数的公因数的个数是有限的，而几个数的公倍数的个数是无限的。

（二）小数

1 小数的意义

把整数 1 平均分成 10 份、100 份、1000 份…… 得到的十分之几、百分之几、千分之几…… 可以用小数表示。

一位小数表示十分之几，两位小数表示百分之几，三位小数表示千分之几……

一个小数由整数部分、小数部分和小数点部分组成。数中的圆点叫做小数点，小数点左边的数叫做整数部分，小数点左边的数叫做整数部分，小数点右边的数叫做小数部分。

在小数里，每相邻两个计数单位之间的进率都是 10。小数部分的最高分数单位“十分之一”和整数部分的最低单位“一”之间的进率也是 10。

2 小数的分类

纯小数：整数部分是零的小数，叫做纯小数。例如： 0.25 、 0.368 都是纯小数。

带小数：整数部分不是零的小数，叫做带小数。 例如： 3.25 、 5.26 都是带小数。

有限小数：小数部分的数位是有限的小数，叫做有限小数。 例如： 41.7 、 25.3 、 0.23 都是有限小数。

无限小数：小数部分的数位是无限的小数，叫做无限小数。例如： 4.33 ……

3.1415926 ……

无限不循环小数：一个数的小数部分，数字排列无规律且位数无限，这样的小数叫做无限不循环小数。 例如： π

循环小数：一个数的小数部分，有一个数字或者几个数字依次不断重复出现，这个数叫做循环小数。 例如： 3.555 …… 0.0333 …… 12.109109 ……

一个循环小数的小数部分，依次不断重复出现的数字叫做这个循环小数的循环节。 例如： 3.99 ……的循环节是“9”， 0.5454 ……的循环节是“54”。

纯循环小数：循环节从小数部分第一位开始的，叫做纯循环小数。 例如：

3.111 …… 0.5656 ……

混循环小数：循环节不是从小数部分第一位开始的，叫做混循环小数。

3.1222 …… 0.03333 ……

写循环小数的时候，为了简便，小数的循环部分只需写出一个循环节，并在这个循环节的首、末位数字上各点一个圆点。如果循环节只有一个数字，就只在它的上面点一个点。例如：3.777 …… 简写作 $3.7\dot{7}$ 0.5302302 …… 简写作 $0.5302\dot{3}02$ 简写作 $0.5302\dot{3}0\dot{2}$ 。

（三）分数

1 分数的意义

把单位“1”平均分成若干份，表示这样的一份或者几份的数叫做分数。

在分数里，中间的横线叫做分数线；分数线下面的数，叫做分母，表示把单位“1”平均分成多少份；分数线上面的数叫做分子，表示有这样的多少份。

把单位“1”平均分成若干份，表示其中的一份的数，叫做分数单位。

2 分数的分类

真分数：分子比分母小的分数叫做真分数。真分数小于 1。

假分数：分子比分母大或者分子和分母相等的分数，叫做假分数。假分数大于或等于 1。

带分数：假分数可以写成整数与真分数合成的数，通常叫做带分数。

3 约分和通分

把一个分数化成同它相等但是分子、分母都比较小的分数，叫做约分。

分子分母是互质数的分数，叫做最简分数。

把异分母分数分别化成和原来分数相等的同分母分数，叫做通分。

（四）百分数

1 表示一个数是另一个数的百分之几的数 叫做百分数,也叫做百分率 或百分比。百分数通常用"%"来表示。百分号是表示百分数的符号。

二 方法

（一）数的读法和写法

1. 整数的读法：从高位到低位，一级一级地读。读亿级、万级时，先按照个级的读法去读，再在后面加一个“亿”或“万”字。每一级末尾的 0 都不读出来，其它数位连续有几个 0 都只读一个零。

2. 整数的写法：从高位到低位，一级一级地写，哪一个数位上一个单位也没有，就在那个数位上写 0。

3. 小数的读法：读小数的时候，整数部分按照整数的读法读，小数点读作“点”，小数部分从左向右顺次读出每一位数位上的数字。

4. 小数的写法：写小数的时候，整数部分按照整数的写法来写，小数点写在个位右下角，小数部分顺次写出每一个数位上的数字。

5. 分数的读法：读分数时，先读分母再读“分之”然后读分子，分子和分母按照整数的读法来读。
6. 分数的写法：先写分数线，再写分母，最后写分子，按照整数的写法来写。
7. 百分数的读法：读百分数时，先读百分之，再读百分号前面的数，读数时按照整数的读法来读。
8. 百分数的写法：百分数通常不写成分数形式，而在原来的分子后面加上百分号“%”来表示。

（二）数的改写

一个较大的多位数，为了读写方便，常常把它改写成用“万”或“亿”作单位的数。有时还可以根据需要，省略这个数某一位后面的数，写成近似数。

1. 准确数：在实际生活中，为了计数的简便，可以把一个较大的数改写成以万或亿为单位的数。改写后的数是原数的准确数。例如把 1254300000 改写成以万做单位的数是 125430 万；改写成以亿做单位的数 12.543 亿。
2. 近似数：根据实际需要，我们还可以把一个较大的数，省略某一位后面的尾数，用一个近似数来表示。例如：1302490015 省略亿后面的尾数是 13 亿。
3. 四舍五入法：要省略的尾数的最高位上的数是 4 或者比 4 小，就把尾数去掉；如果尾数的最高位上的数是 5 或者比 5 大，就把尾数舍去，并向它的前一位进 1。例如：省略 345900 万后面的尾数约是 35 万。省略 4725097420 亿后面的尾数约是 47 亿。

4. 大小比较

1. 比较整数大小：比较整数的大小，位数多的那个数就大，如果位数相同，

就看最高位，最高位上的数大，那个数就大；最高位上的数相同，就看下一位，哪一位上的数大那个数就大。

2. 比较小数的大小：先看它们的整数部分，，整数部分大的那个数就大；整数部分相同的，十分位上的数大的那个数就大；十分位上的数也相同的，百分位上的数大的那个数就大……

3. 比较分数的大小：分母相同的分数，分子大的分数比较大；分子相同的数，分母小的分数大。分数的分母和分子都不相同的，先通分，再比较两个数的大小。

（三）数的互化

1. 小数化成分数：原来有几位小数，就在 1 的后面写几个零作分母，把原来的小数去掉小数点作分子，能约分的要约分。

2. 分数化成小数：用分母去除分子。能除尽的就化成有限小数，有的不能除尽，不能化成有限小数的，一般保留三位小数。

3. 一个最简分数，如果分母中除了 2 和 5 以外，不含有其他的质因数，这个分数就能化成有限小数；如果分母中含有 2 和 5 以外的质因数，这个分数就不能化成有限小数。

4. 小数化成百分数：只要把小数点向右移动两位，同时在后面添上百分号。

5. 百分数化成小数：把百分数化成小数，只要把百分号去掉，同时把小数点向左移动两位。

6. 分数化成百分数：通常先把分数化成小数（除不尽时，通常保留三位小数），再把小数化成百分数。

7. 百分数化成小数：先把百分数改写成成分数，能约分的要约成最简分数。

（四）数的整除

1. 把一个合数分解质因数，通常用短除法。先用能整除这个合数的质数去除，一直除到商是质数为止，再把除数和商写成连乘的形式。
2. 求几个数的最大公因数的方法是：先用这几个数的公因数连续去除，一直除到所得的商只有公因数 1 为止，然后把所有的除数连乘求积，这个积就是这几个数的最大公因数。
3. 求几个数的最小公倍数的方法是：先用这几个数（或其中的部分数）的公因数去除，一直除到互质（或两两互质）为止，然后把所有的除数和商连乘求积，这个积就是这几个数的最小公倍数。
4. 成为互质关系的两个数：1 和任何自然数互质；相邻的两个自然数互质；当合数不是质数的倍数时，这个合数和这个质数互质；两个合数的公约数只有 1 时，这两个合数互质。

（五）约分和通分

约分的方法：用分子和分母的公约数（1 除外）去除分子、分母；通常要除到得出最简分数为止。

通分的方法：先求出原来的几个分数分母的最小公倍数，然后把各分数化成用这个最小公倍数作分母的分数。

三 性质和规律

（一）商不变的规律

商不变的规律：在除法里，被除数和除数同时扩大或者同时缩小相同的倍，商不变。

（二）小数的性质

小数的性质：在小数的末尾添上零或者去掉零小数的大小不变。

（三）小数点位置的移动引起小数大小的变化

1. 小数点向右移动一位，原来的数就扩大 10 倍；小数点向右移动两位，原来的数就扩大 100 倍；小数点向右移动三位，原来的数就扩大 1000 倍……
2. 小数点向左移动一位，原来的数就缩小 10 倍；小数点向左移动两位，原来的数就缩小 100 倍；小数点向左移动三位，原来的数就缩小 1000 倍……
3. 小数点向左移或者向右移位数不够时，要用“0”补足位。

（四）分数的基本性质

分数的基本性质：分数的分子和分母都乘以或者除以相同的数（零除外），分数的大小不变。

（五）分数与除法的关系

1. 被除数 \div 除数 = 被除数 / 除数
2. 因为零不能作除数，所以分数的分母不能为零。
3. 被除数 相当于分子，除数相当于分母。

四 运算的意义

（一）整数四则运算

1 整数加法：

把两个数合并成一个数的运算叫做加法。

在加法里，相加的数叫做加数，加得的数叫做和。加数是部分数，和是总数。

加数 + 加数 = 和 一个加数 = 和 - 另一个加数

2 整数减法：

已知两个加数的和与其中的一个加数，求另一个加数的运算叫做减法。

在减法里，已知的和叫做被减数，已知的加数叫做减数，未知的加数叫做差。

被减数是总数，减数和差分别是部分数。

加法和减法互为逆运算。

3 整数乘法：

求几个相同加数的和的简便运算叫做乘法。

在乘法里，相同的加数和相同加数的个数都叫做因数。相同加数的和叫做积。

在乘法里，0 和任何数相乘都得 0。 1 和任何数相乘都得任何数。

一个因数 \times 一个因数 = 积 一个因数 = 积 \div 另一个因数

4 整数除法：

已知两个因数的积与其中一个因数，求另一个因数的运算叫做除法。

在除法里，已知的积叫做被除数，已知的一个因数叫做除数，所求的因数叫做商。

乘法和除法互为逆运算。

在除法里，0 不能做除数。因为 0 和任何数相乘都得 0，所以任何一个数除以 0，均得不到一个确定的商。

被除数 \div 除数 = 商 除数 = 被除数 \div 商 被除数 = 商 \times 除数

（二）小数四则运算

1. 小数加法：

小数加法的意义与整数加法的意义相同。是把两个数合并成一个数的运算。

2. 小数减法：

小数减法的意义与整数减法的意义相同。已知两个加数的和与其中的一个加数，求另一个加数的运算。

3. 小数乘法：

小数乘整数的意义和整数乘法的意义相同，就是求几个相同加数和的简便运算；一个数乘纯小数的意义是求这个数的十分之几、百分之几、千分之几……是多少。

4. 小数除法：

小数除法的意义与整数除法的意义相同，就是已知两个因数的积与其中一个因数，求另一个因数的运算。

5. 乘方：

求几个相同因数的积的运算叫做乘方。例如 $3 \times 3 = 3^2$

（三）分数四则运算

1. 分数加法：

分数加法的意义与整数加法的意义相同。是把两个数合并成一个数的运算。

2. 分数减法：

分数减法的意义与整数减法的意义相同。已知两个加数的和与其中的一个加数，求另一个加数的运算。

3. 分数乘法：

分数乘法的意义与整数乘法的意义相同，就是求几个相同加数和的简便运算。

4. 乘积是 1 的两个数叫做互为倒数。

5. 分数除法：

分数除法的意义与整数除法的意义相同。就是已知两个因数的积与其中一个因数，求另一个因数的运算。

（四）运算定律

1. 加法交换律：

两个数相加，交换加数的位置，它们的和不变，即 $a+b=b+a$ 。

2. 加法结合律：

三个数相加，先把前两个数相加，再加上第三个数；或者先把后两个数相加，再和第一个数相加它们的和不变，即 $(a+b)+c=a+(b+c)$ 。

3. 乘法交换律：

两个数相乘，交换因数的位置它们的积不变，即 $a \times b=b \times a$ 。

4. 乘法结合律：

三个数相乘，先把前两个数相乘，再乘以第三个数；或者先把后两个数相乘，再和第一个数相乘，它们的积不变，即 $(a \times b) \times c=a \times (b \times c)$ 。

5. 乘法分配律：

两个数的和与一个数相乘，可以把两个加数分别与这个数相乘再把两个积相加，即 $(a+b) \times c=a \times c+b \times c$ 。

6. 减法的性质：

从一个数里连续减去几个数，可以从这个数里减去所有减数的和，差不变，即 $a-b-c=a-(b+c)$ 。

（五）运算法则

1. 整数加法计算法则：

相同数位对齐，从低位加起，哪一位上的数相加满十，就向前一位进一。

2. 整数减法计算法则：

相同数位对齐，从低位加起，哪一位上的数不够减，就从它的前一位退一作十，和本位上的数合并在一起，再减。

3. 整数乘法计算法则：

先用一个因数每一位上的数分别去乘另一个因数各个数位上的数，用因数哪

一位上的数去乘，乘得的数的末尾就对齐哪一位，然后把各次乘得的数加起来。

4. 整数除法计算法则：

先从被除数的高位除起，除数是几位数，就看被除数的前几位； 如果不够除，就多看一位，除到被除数的哪一位，商就写在哪一位的上面。如果哪一位上不够商 1，要补“0”占位。每次除得的余数要小于除数。

5. 小数乘法法则：

先按照整数乘法的计算法则算出积，再看因数中共有几位小数，就从积的右边起数出几位，点上小数点；如果位数不够，就用“0”补足。

6. 除数是整数的小数除法计算法则：

先按照整数除法的法则去除，商的小数点要和被除数的小数点对齐；如果除到被除数的末尾仍有余数，就在余数后面添“0”，再继续除。

7. 除数是小数的除法计算法则：

先移动除数的小数点，使它变成整数，除数的小数点也向右移动几位（位数不够的补“0”），然后按照除数是整数的除法法则进行计算。

8. 同分母分数加减法计算方法：

同分母分数相加减，只把分子相加减，分母不变。

9. 异分母分数加减法计算方法：

先通分，然后按照同分母分数加减法的法则进行计算。

10. 带分数加减法的计算方法：

整数部分和分数部分分别相加减，再把所得的数合并起来。

11. 分数乘法的计算法则：

分数乘整数，用分数的分子和整数相乘的积作分子，分母不变；分数乘分数，

用分子相乘的积作分子，分母相乘的积作分母。

12. 分数除法的计算法则：

甲数除以乙数（0 除外），等于甲数乘乙数的倒数。

（六） 运算顺序

1. 小数四则运算的运算顺序和整数四则运算顺序相同。

2. 分数四则运算的运算顺序和整数四则运算顺序相同。

3. 没有括号的混合运算：

同级运算从左往右依次运算；两级运算 先算乘、除法，后算加减法。

4. 有括号的混合运算：

先算小括号里面的，再算中括号里面的，最后算括号外面的。

5. 第一级运算：

加法和减法叫做第一级运算。

6. 第二级运算：

乘法和除法叫做第二级运算。

五 应用

（一） 整数和小数的应用

1 简单应用题

（1） 简单应用题：只含有一种基本数量关系，或用一步运算解答的应用题，通常叫做简单应用题。

（2） 解题步骤：

a 审题理解题意：了解应用题的内容，知道应用题的条件和问题。读题时，不丢字不添字边读边思考，弄明白题中每句话的意思。也可以复述条件和问

题，帮助理解题意。

b 选择算法和列式计算：这是解答应用题的中心工作。从题目中告诉什么，要求什么着手，逐步根据所给的条件和问题，联系四则运算的含义，分析数量关系，确定算法，进行解答并标明正确的单位名称。

c 检验：就是根据应用题的条件和问题进行检查看所列算式和计算过程是否正确，是否符合题意。如果发现错误，马上改正。

2 复合应用题

(1) 有两个或两个以上的基本数量关系组成的，用两步或两步以上运算解答的应用题，通常叫做复合应用题。

(2) 含有三个已知条件的两步计算的应用题。

求比两个数的和多（少）几个数的应用题。

比较两数差与倍数关系的应用题。

(3) 含有两个已知条件的两步计算的应用题。

已知两数相差多少（或倍数关系）与其中一个数，求两个数的和（或差）。

已知两数之和与其中一个数，求两个数相差多少（或倍数关系）。

(4) 解答连乘连除应用题。

(5) 解答三步计算的应用题。

(6) 解答小数计算的应用题：小数计算的加法、减法、乘法和除法的应用题，他们的数量关系、结构、和解题方式都与正式应用题基本相同，只是在已知数或未知数中间含有小数。

d 答案：根据计算的结果，先口答，逐步过渡到笔答。

(3) 解答加法应用题：

a 求总数的应用题：已知甲数是多少，乙数是多少，求甲乙两数的和是多少。

b 求比一个数多几的数应用题：已知甲数是多少和乙数比甲数多多少，求乙数是多少。

(4) 解答减法应用题：

a 求剩余的应用题：从已知数中去掉一部分，求剩下的部分。

-b 求两个数相差的多少的应用题：已知甲乙两数各是多少，求甲数比乙数多多少，或乙数比甲数少多少。

c 求比一个数少几的数的应用题：已知甲数是多少，乙数比甲数少多少，求乙数是多少。

(5) 解答乘法应用题：

a 求相同加数和的应用题：已知相同的加数和相同加数的个数，求总数。

b 求一个数的几倍是多少的应用题：已知一个数是多少，另一个数是它的几倍，求另一个数是多少。

(6) 解答除法应用题：

a 把一个数平均分成几份，求每一份是多少的应用题：已知一个数和把这个数平均分成几份的，求每一份是多少。

b 求一个数里包含几个另一个数的应用题：已知一个数和每份是多少，求可以分成几份。

c 求一个数是另一个数的几倍的应用题：已知甲数乙数各是多少，求较大数是较小数的几倍。

d 已知一个数的几倍是多少，求这个数的应用题。

(7) 常见的数量关系：

总价 = 单价 \times 数量

路程 = 速度 \times 时间

工作总量=工作时间 \times 工效

总产量=单产量 \times 数量

3 典型应用题

具有独特的结构特征的和特定的解题规律的复合应用题，通常叫做典型应用题。

(1) 平均数问题：平均数是等分除法的发展。

解题关键：在于确定总数量和与之相对应的总份数。

算术平均数：已知几个不相等的同类量和与之相对应的份数，求平均每份是多少。数量关系式：数量之和 \div 数量的个数=算术平均数。

加权平均数：已知两个以上若干份的平均数，求总平均数是多少。

数量关系式 （部分平均数 \times 权数）的总和 \div （权数的和）=加权平均数。

差额平均数：是把各个大于或小于标准数的部分之和被总份数均分，求的是标准数与各数相差之和的平均数。

数量关系式：（大数—小数） \div 2=小数应得数 最大数与各数之差的和 \div
总份数=最大数应给数 最大数与个数之差的和 \div 总份数=最小数应得数。

例：一辆汽车以每小时 100 千米 的速度从甲地开往乙地，又以每小时 60 千米的速度从乙地开往甲地。求这辆车的平均速度。

分析：求汽车的平均速度同样可以利用公式。此题可以把甲地到乙地的路程设为“1”，则汽车行驶的总路程为“2”，从甲地到乙地的速度为 100，所用的时间为 $\frac{1}{100}$ ，汽车从乙地到甲地速度为 60 千米，所用的时间是 $\frac{1}{60}$ ，汽车共行的时间为 $\frac{1}{100} + \frac{1}{60} = \frac{1}{36}$ ，汽车的平均速度为 $2 \div \frac{1}{36} = 72$ （千米）

(2) 归一问题：已知相互关联的两个量，其中一种量改变，另一种量也随之而改变，其变化的规律是相同的，这种问题称之为归一问题。

根据求“单一量”的步骤的多少，归一问题可以分为一次归一问题，两次归一问题。

根据球痴单一量之后，解题采用乘法还是除法，归一问题可以分为正归一问题，反归一问题。

一次归一问题，用一步运算就能求出“单一量”的归一问题。又称“单归一。”

两次归一问题，用两步运算就能求出“单一量”的归一问题。又称“双归一。”

正归一问题：用等分除法求出“单一量”之后，再用乘法计算结果的归一问题。

反归一问题：用等分除法求出“单一量”之后，再用除法计算结果的归一问题。

解题关键：从已知的一组对应量中用等分除法求出一份的数量（单一量），然后以它为标准，根据题目的要求算出结果。

数量关系式：单一量 \times 份数=总数量（正归一）

总数量 \div 单一量=份数（反归一）

例 一个织布工人，在七月份织布 4774 米，照这样计算，织布 6930 米，需要多少天？

分析：必须先求出平均每天织布多少米，就是单一量。 $6930 \div (4774 \div 31) = 45$ （天）

(3) 归总问题：是已知单位数量和计量单位数量的个数，以及不同的单位

数量（或单位数量的个数），通过求总数量求得单位数量的个数（或单位数量）。

特点：两种相关联的量，其中一种量变化，另一种量也跟着变化，不过变化的规律相反，和反比例算法彼此相通。

数量关系式：单位数量 \times 单位个数 \div 另一个单位数量 = 另一个单位数量
单位数量 \times 单位个数 \div 另一个单位数量= 另一个单位数量。

例 修一条水渠，原计划每天修 800 米，6 天修完。实际 4 天修完，每天修了多少米？

分析：因为要求出每天修的长度，就必须先求出水渠的长度。所以也把这类应用题叫做“归总问题”。不同之处是“归一”先求出单一量，再求总量，归总问题是先求出总量，再求单一量。 $800 \times 6 \div 4 = 1200$ （米）

（4）和差问题：已知大小两个数的和，以及他们的差，求这两个数各是多少的应用题叫做和差问题。

解题关键：是把大小两个数的和转化成两个大数的和（或两个小数的和），然后再求另一个数。

解题规律：（和+差） $\div 2$ = 大数 大数-差=小数

（和-差） $\div 2$ =小数 和-小数= 大数

例 某加工厂甲班和乙班共有工人 94 人，因工作需要临时从乙班调 46 人到甲班工作，这时乙班比甲班人数少 12 人，求原来甲班和乙班各有多少人？

分析：从乙班调 46 人到甲班，对于总数没有变化，现在把乙数转化成 2 个乙班，即 $94 - 12$ ，由此得到现在的乙班是 $(94 - 12) \div 2 = 41$ （人），

乙班在调出 46 人之前应该为 $41+46=87$ (人), 甲班为 $94 - 87=7$ (人)

(5) 和倍问题: 已知两个数的和及它们之间的倍数关系, 求两个数各是多少的应用题, 叫做和倍问题。

解题关键: 找准标准数 (即 1 倍数) 一般说来, 题中说是“谁”的几倍, 把谁就确定为标准数。求出倍数和之后, 再求出标准的数量是多少。根据另一个数 (也可能是几个数) 与标准数的倍数关系, 再去求另一个数 (或几个数) 的数量。

解题规律: $\text{和} \div \text{倍数和} = \text{标准数}$ $\text{标准数} \times \text{倍数} = \text{另一个数}$

例: 汽车运输场有大小货车 115 辆, 大货车比小货车的 5 倍多 7 辆, 运输场有大货车和小汽车各有多少辆?

分析: 大货车比小货车的 5 倍还多 7 辆, 这 7 辆也在总数 115 辆内, 为了使总数与 (5+1) 倍对应, 总车辆数应 (115-7) 辆。

列式为 $(115-7) \div (5+1) = 18$ (辆), $18 \times 5 + 7 = 97$ (辆)

(6) 差倍问题: 已知两个数的差, 及两个数的倍数关系, 求两个数各是多少的应用题。

解题规律: $\text{两个数的差} \div (\text{倍数} - 1) = \text{标准数}$ $\text{标准数} \times \text{倍数} = \text{另一个数}$ 。

例 甲乙两根绳子, 甲绳长 63 米, 乙绳长 29 米, 两根绳剪去同样的长度, 结果甲所剩的长度是乙绳长的 3 倍, 甲乙两绳所剩长度各多少米? 各减去多少米?

分析: 两根绳子剪去相同的一段, 长度差没变, 甲绳所剩的长度是乙绳的 3 倍, 实比乙绳多 (3-1) 倍, 以乙绳的长度为标准数。列式 $(63-29) \div$

$(3-1) = 17$ (米) …乙绳剩下的长度, $17 \times 3 = 51$ (米) …甲绳剩下的长度, $29-17=12$ (米) …剪去的长度。

(7) 行程问题: 关于走路、行车等问题, 一般都是计算路程、时间、速度, 叫做行程问题。解答这类问题首先要搞清楚速度、时间、路程、方向、速度和、速度差等概念, 了解他们之间的关系, 再根据这类问题的规律解答。

解题关键及规律:

同时同地相背而行: 路程=速度和 \times 时间。

同时相向而行: 相遇时间=路程 \div 速度和

同时同向而行 (速度慢的在前, 快的在后): 追及时间=路程 \div 速度差。

同时同地同向而行 (速度慢的在后, 快的在前): 路程=速度差 \times 时间。

例 甲在乙的后面 28 千米, 两人同时同向而行, 甲每小时行 16 千米, 乙每小时行 9 千米, 甲几小时追上乙?

分析: 甲每小时比乙多行 $(16-9)$ 千米, 也就是甲每小时可以追近乙 $(16-9)$ 千米, 这是速度差。

已知甲在乙的后面 28 千米 (追击路程), 28 千米 里包含着几个 $(16-9)$ 千米, 也就是追击所需要的时间。列式 $28 \div (16-9) = 4$ (小时)

(8) 流水问题: 一般是研究船在“流水”中航行的问题。它是行程问题中比较特殊的一种类型, 它也是一种和差问题。它的特点主要是考虑水速在逆行和顺行中的不同作用。

船速: 船在静水中航行的速度。

水速: 水流动的速度。

顺水速度：船顺流航行的速度。

逆水速度：船逆流航行的速度。

顺速=船速+水速

逆速=船速-水速

解题关键：因为顺流速度是船速与水速的和，逆流速度是船速与水速的差，所以流水问题当作和差问题解答。 解题时要以水流为线索。

解题规律：船行速度=(顺水速度+ 逆流速度) \div 2

流水速度=(顺流速度-逆流速度) \div 2

路程=顺流速度 \times 顺流航行所需时间

路程=逆流速度 \times 逆流航行所需时间

例 一只轮船从甲地开往乙地顺水而行，每小时行 28 千米，到乙地后，又逆水 航行，回到甲地。逆水比顺水多行 2 小时，已知水速每小时 4 千米。求甲乙两地相距多少千米？

分析：此题必须先知道顺水的速度和顺水所需要的时间，或者逆水速度和逆水的时间。已知顺水速度和水流 速度，因此不难算出逆水的速度，但顺水所用的时间，逆水所用的时间不知道，只知道顺水比逆水少用 2 小时，抓住这一点，就可以就能算出顺水从甲地到乙地的所用的时间，这样就能算出甲乙两地的路程。列式为 $28 \times 2 = 20$ (千米) $20 \times 2 = 40$ (千米) $40 \div (4 \times 2) = 5$ (小时) $28 \times 5 = 140$ (千米)。

(9) 还原问题：已知某未知数，经过一定的四则运算后所得的结果，求这个未知数的应用题，我们叫做还原问题。

解题关键：要弄清每一步变化与未知数的关系。

解题规律：从最后结果 出发，采用与原题中相反的运算（逆运算）方法，逐步推导出原数。

根据原题的运算顺序列出数量关系，然后采用逆运算的方法计算推导出原数。

解答还原问题时注意观察运算的顺序。若需要先算加减法，后算乘除法时别忘记写括号。

例 某小学三年级四个班共有学生 168 人，如果四班调 3 人到三班，三班调 6 人到二班，二班调 6 人到一班，一班调 2 人到四班，则四个班的人数相等，四个班原有学生多少人？

分析：当四个班人数相等时，应为 $168 \div 4$ ，以四班为例，它调给三班 3 人，又从一班调入 2 人，所以四班原有的人数减去 3 再加上 2 等于平均数。四班原有人数列式为 $168 \div 4 - 2 + 3 = 43$ （人）

一班原有人数列式为 $168 \div 4 - 6 + 2 = 38$ （人）；二班原有人数列式为 $168 \div 4 - 6 + 6 = 42$ （人） 三班原有人数列式为 $168 \div 4 - 3 + 6 = 45$ （人）。

（10）植树问题：这类应用题是以“植树”为内容。凡是研究总路程、株距、段数、棵树四种数量关系的应用题，叫做植树问题。

解题关键：解答植树问题首先要判断地形，分清是否封闭图形，从而确定是沿线段植树还是沿周长植树，然后按基本公式进行计算。

解题规律：沿线段植树

棵树=段数+1 棵树=总路程÷株距+1

株距=总路程÷（棵树-1） 总路程=株距×（棵树-1）

沿周长植树

棵数=总路程÷株距

株距=总路程÷棵数

总路程=株距×棵数

例 沿公路一旁埋电线杆 301 根，每相邻的两根的间距是 50 米。后来全部改装，只埋了 201 根。求改装后每相邻两根的间距。

分析：本题是沿线段埋电线杆，要把电线杆的根数减掉一。列式为 $50 \times (301-1) \div (201-1) = 75$ （米）

（11）盈亏问题：是在等分除法的基础上发展起来的。他的特点是把一定数量的物品，平均分配给一定数量的人，在两次分配中，一次有余，一次不足（或两次都有余），或两次都不足），已知所余和不足的数量，求物品适量和参加分配人数的问题，叫做盈亏问题。

解题关键：盈亏问题的解法要点是先求两次分配中分配者没份所得物品数量的差，再求两次分配中各次共分物品的差（也称总差额），用前一个差去除后一个差，就得到分配者的数，进而再求得物品数。

解题规律：总差额÷每人差额=人数

总差额的求法可以分为以下四种情况：

第一次多余，第二次不足，总差额=多余+ 不足

第一次正好，第二次多余或不足，总差额=多余或不足

第一次多余，第二次也多余，总差额=大多余-小多余

第一次不足，第二次也不足，总差额= 大不足-小不足

例 参加美术小组的同学，每个人分的相同的支数的色笔，如果小组 10 人，则多 25 支，如果小组有 12 人，色笔多余 5 支。求每人 分得几支？共有

多少支色铅笔？

分析：每个同学分到的色笔相等。这个活动小组有 12 人，比 10 人多 2 人，而色笔多出了 $(25-5) = 20$ 支，2 个人多出 20 支，一个人分得 10 支。列式为 $(25-5) \div (12-10) = 10$ （支） $10 \times 12 + 5 = 125$ （支）。

（12）年龄问题：将差为一定值的两个数作为题中的一个条件，这种应用题被称为“年龄问题”。

解题关键：年龄问题与和差、和倍、差倍问题类似，主要特点是随着时间的变化，年岁不断增长，但大小两个不同年龄的差是不会改变的，因此，年龄问题是一种“差不变”的问题，解题时，要善于利用差不变的特点。

例 父亲 48 岁，儿子 21 岁。问几年前父亲的年龄是儿子的 4 倍？

分析：父子的年龄差为 $48-21=27$ （岁）。由于几年前父亲年龄是儿子的 4 倍，可知父子年龄的倍数差是 $(4-1)$ 倍。这样可以算出几年前父子的年龄，从而可以求出几年前父亲的年龄是儿子的 4 倍。列式为： $21(48-21) \div (4-1) = 12$ （年）

（13）鸡兔问题：已知“鸡兔”的总头数和总腿数。求“鸡”和“兔”各多少只的一类应用题。通常称为“鸡兔问题”又称鸡兔同笼问题

解题关键：解答鸡兔问题一般采用假设法，假设全是一种动物（如全是“鸡”或全是“兔”，然后根据出现的腿数差，可推算出某一种的头数。

解题规律： $(\text{总腿数} - \text{鸡腿数} \times \text{总头数}) \div \text{一只鸡兔腿数的差} = \text{兔子只数}$

兔子只数 $= (\text{总腿数} - 2 \times \text{总头数}) \div 2$

如果假设全是兔子，可以有下面的式子：

鸡的只数 = $(4 \times \text{总头数} - \text{总腿数}) \div 2$

兔的头数 = 总头数 - 鸡的只数

例 鸡兔同笼共 50 个头， 170 条腿。问鸡兔各有多少只？

兔子只数 $(170 - 2 \times 50) \div 2 = 35$ (只)

鸡的只数 $50 - 35 = 15$ (只)

—

(二) 分数和百分数的应用

1 分数加减法应用题：

分数加减法的应用题与整数加减法的应用题的结构、数量关系和解题方法基本相同，所不同的只是在已知数或未知数中含有分数。

2 分数乘法应用题：

是指已知一个数，求它的几分之几是多少的应用题。

特征：已知单位“1”的量和分率，求与分率所对应的实际数量。

解题关键：准确判断单位“1”的量。找准要求问题所对应的分率，然后根据一个数乘分数的意义正确列式。

3 分数除法应用题：

求一个数是另一个数的几分之几（或百分之几）是多少。

特征：已知一个数和另一个数，求一个数是另一个数的几分之几或百分之几。

“一个数”是比较量，“另一个数”是标准量。求分率或百分率，也就是求他们的倍数关系。

解题关键：从问题入手，搞清把谁看作标准的数也就是把谁看作了“单位一”，谁和单位一的量作比较，谁就作被除数。

甲是乙的几分之几（百分之几）：甲是比较量，乙是标准量，用甲除以乙。

甲比乙多（或少）几分之几（百分之几）：甲减乙比乙多（或少几分之几）或（百分之几）。关系式（甲数减乙数）/乙数或（甲数减乙数）/甲数。

已知一个数的几分之几（或百分之几），求这个数。

特征：已知一个实际数量和它相对应的分率，求单位“1”的量。

解题关键：准确判断单位“1”的量把单位“1”的量看成x根据分数乘法的意义列方程，或者根据分数除法的意义列算式，但必须找准和分率相对应的已知实际

数量。

4 出勤率

发芽率=发芽种子数/试验种子数 $\times 100\%$

小麦的出粉率=面粉的重量/小麦的重量 $\times 100\%$

产品的合格率=合格的产品数/产品总数 $\times 100\%$

职工的出勤率=实际出勤人数/应出勤人数 $\times 100\%$

5 工程问题：

是分数应用题的特例，它与整数的工作问题有着密切的联系。它是探讨工作总量、工作效率和工作时间三个数量之间相互关系的一种应用题。

解题关键：把工作总量看作单位“1”，工作效率就是工作时间的倒数，然后根据题目的具体情况，灵活运用公式。

数量关系式：

工作总量=工作效率 \times 工作时间

工作效率=工作总量 \div 工作时间

工作时间=工作总量 \div 工作效率

工作总量 \div 工作效率和=合作时间

6 纳税

纳税就是把根据国家各种税法的有关规定，按照一定的比率把集体或个人收入的一部分缴纳给国家。

缴纳的税款叫应纳税款。

应纳税额与各种收入的（销售额、营业额、应纳税所得额 ……）的比率叫做税率。

* 利息

存入银行的钱叫做本金。

取款时银行多支付的钱叫做利息。

利息与本金的比值叫做利率。

利息=本金×利率×时间

税后利息=本金×利率×时间×95%

--

第二章 度量衡

一 长度

（一）什么是长度

长度是一维空间的度量。

（二）长度常用单位

* 公里(km) * 米(m) * 分米(dm) * 厘米(cm) * 毫米(mm) * 微米(um)

（三）单位之间的换算

* 1 毫米 = 1000 微米 * 1 厘米 = 10 毫米 * 1 分米 = 10 厘米 * 1 米 = 1000 毫米 * 1 千米 = 1000 米

二 面积

（一）什么是面积

面积，就是物体所占平面的大小。对立体物体的表面的多少的测量一般称表面积。

（二）常用的面积单位

* 平方毫米 * 平方厘米 * 平方分米 * 平方米 * 平方千米

（三）面积单位的换算

* 1 平方厘米 = 100 平方毫米 * 1 平方分米 = 100 平方厘米 * 1 平方米 = 100 平方分米

* 1 公顷 = 10000 平方米 * 1 平方公里 = 100 公顷

三 体积和容积

（一）什么是体积、容积

体积，就是物体所占空间的大小。

容积，箱子、油桶、仓库等所能容纳物体的体积，通常叫做它们的容积。

（二）常用单位

1 体积单位

* 立方米 * 立方分米 * 立方厘米

2 容积单位 * 升 * 毫升

（三）单位换算

1 体积单位

* 1 立方米 = 1000 立方分米

* 1 立方分米 = 1000 立方厘米

2 容积单位

* 1 升 = 1000 毫升

* 1 升=1 立方米

* 1 毫升=1 立方厘米

四 质量

(一) 什么是质量

质量，就是表示物体有多重。

(二) 常用单位

* 吨 t * 千克 kg * 克 g

(三) 常用换算

* 一吨=1000 千克

* 1 千克=1000 克

五 时间

(一) 什么是时间

是指有起点和终点的一段时间

(二) 常用单位

世纪、年、月、日、时、分、秒

(三) 单位换算

* 1 世纪=100 年

* 1 年=365 天 平年

* 一年=366 天 闰年

* 一、三、五、七、八、十、十二是大月 大月有 31 天

* 四、六、九、十一是小月小月 小月有 30 天

* 平年 2 月有 28 天 闰年 2 月有 29 天

* 1 天= 24 小时

* 1 小时=60 分

* 一分=60 秒

六 货币

（一）什么是货币

货币是充当一切商品的等价物的特殊商品。货币是价值的一般代表，可以购买任何别的商品。

（二）常用单位

* 元 * 角 * 分

（三）单位换算

* 1 元=10 角

* 1 角=10 分

—

第三章 代数初步知识

一、用字母表示数

1 用字母表示数的意义和作用

* 用字母表示数，可以把数量关系简明的表达出来，同时也可以表示运算的结果。

2 用字母表示常见的数量关系、运算定律和性质、几何形体的计算公式

（1）常见的数量关系

路程用 s 表示，速度 v 用表示，时间用 t 表示，三者之间的关系：

$$s=vt$$

$$v=s \div t$$

$$t=s \div v$$

总价用 a 表示，单价用 b 表示，数量用 c 表示，三者之间的关系：

$$a=bc$$

$$b=a \div c$$

$$c=a \div b$$

(2) 运算定律和性质

加法交换律： $a+b=b+a$

加法结合律： $(a+b)+c=a+(b+c)$

乘法交换律： $ab=ba$

乘法结合律： $(ab)c=a(bc)$

乘法分配律： $(a+b)c=ac+bc$

减法的性质： $a-(b+c)=a-b-c$

(3) 用字母表示几何形体的公式

长方形的长用 a 表示，宽用 b 表示，周长用 c 表示，面积用 s 表示。

$$c=2(a+b)$$

$$s=ab$$

正方形的边长 a 用表示，周长用 c 表示，面积用 s 表示。

$$c=4a$$

$$s=a^2$$

平行四边形的底 a 用表示，高用 h 表示，面积用 s 表示。

$$s=ah$$

三角形的底用 a 表示，高用 h 表示，面积用 s 表示。

$$s=ah \div 2$$

梯形的上底用 a 表示，下底 b 用表示，高用 h 表示，中位线用 m 表示，面积

用 s 表示。

$$s = (a+b)h \div 2$$

$$s = mh$$

圆的半径用 r 表示，直径用 d 表示，周长用 c 表示，面积用 s 表示。

$$c = \pi d = 2\pi r$$

$$s = \pi r^2$$

扇形的半径用 r 表示， n 表示圆心角的度数，面积用 s 表示。

$$s = \pi nr^2 \div 360$$

长方体的长用 a 表示，宽用 b 表示，高用 h 表示，表面积用 s 表示，体积用 v 表示。

$$v = sh$$

$$s = 2(ab + ah + bh)$$

$$v = abh$$

正方体的棱长用 a 表示，底面周长 c 用表示，底面积用 s 表示，体积用 v 表示。

$$s = 6a^2$$

$$v = a^3$$

圆柱的高用 h 表示，底面周长用 c 表示，底面积用 s 表示，体积用 v 表示。

$$s_{\text{侧}} = ch$$

$$s_{\text{表}} = s_{\text{侧}} + 2s_{\text{底}}$$

$$v = sh$$

圆锥的高用 h 表示，底面积用 s 表示，体积用 v 表示。

$$v = \frac{1}{3}sh$$

3 用字母表示数的写法

数字和字母、字母和字母相乘时，乘号可以记作“.”，或者省略不写，数字要写在字母的前面。

当“1”与任何字母相乘时，“1”省略不写。

在一个问题中，同一个字母表示同一个量，不同的量用不同的字母表示。

用含有字母的式子表示问题的答案时，除数一般写成分母，如果式子中有加号或者减号，要先用括号把含字母的式子括起来，再在括号后面写上单位的名称。

4 将数值代入式子求值

* 把具体的数代入式子求值时，要注意书写格式：先写出字母等于几，然后写出原式，再把数代入式子求值。字母表示的是数，后面不写单位名称。

* 同一个式子，式子中所含字母取不同的数值，那么所求出的式子的值也不相同。

二、简易方程

（一）方程和方程的解

1 方程：含有未知数的等式叫做方程。

注意方程是等式，又含有未知数，两者缺一不可。

方程和算术式不同。算术式是一个式子，它由运算符号和已知数组成，它表示未知数。方程是一个等式，在方程里的未知数可以参加运算，并且只有当未知数为特定的数值时，方程才成立。

2 方程的解：使方程左右两边相等的未知数的值，叫做方程的解。

三、解方程

解方程，求方程的解的过程叫做解方程。

四、列方程解应用题

1 列方程解应用题的意义

* 用方程式去解答应用题求得应用题的未知量的方法。

2 列方程解答应用题的步骤

* 弄清题意，确定未知数并用 x 表示；

* 找出题中的数量之间的相等关系；

* 列方程，解方程；

* 检查或验算，写出答案。

3 列方程解应用题的方法

* 综合法：先把应用题中已知数（量）和所设未知数（量）列成有关的代数式，再找出它们之间的等量关系，进而列出方程。这是从部分到整体的一种思维过程，其思考方向是从已知到未知。

* 分析法：先找出等量关系，再根据具体建立等量关系的需要，把应用题中已知数（量）和所设的未知数（量）列成有关的代数式进而列出方程。这是从整体到部分的一种思维过程，其思考方向是从未知到已知。

4 列方程解应用题的范围

小学范围内常用方程解的应用题：

a 一般应用题；

b 和倍、差倍问题；

c 几何形体的周长、面积、体积计算；

d 分数、百分数应用题；

e 比和比例应用题。

五 比和比例

1 比的意义和性质

(1) 比的意义

两个数相除又叫做两个数的比。

“:”是比号,读作“比”。比号前面的数叫做比的前项,比号后面的数叫做比的后项。比的前项除以后项所得的商,叫做比值。

同除法比较,比的前项相当于被除数,后项相当于除数,比值相当于商。

比值通常用分数表示,也可以用小数表示,有时也可能是整数。

比的后项不能是零。

根据分数与除法的关系,可知比的前项相当于分子,后项相当于分母,比值相当于分数值。

(2) 比的性质

比的前项和后项同时乘上或者除以相同的数(0除外),比值不变,这叫做比的基本性质。

(3) 求比值和化简比

求比值的方法:用比的前项除以后项,它的结果是一个数值可以是整数,也可以是小数或分数。

根据比的基本性质可以把比化成最简单的整数比。它的结果必须是一个最简比,即前、后项是互质的数。

(4) 比例尺

图上距离:实际距离=比例尺

要求会求比例尺;已知图上距离和比例尺求实际距离;已知实际距离和比例尺求图上距离。

线段比例尺:在图上附有一条注有数目的线段,用来表示和地面上相对应的

实际距离。

(5) 按比例分配

在农业生产和日常生活中，常常需要把一个数量按照一定的比来进行分配。

这种分配的方法通常叫做按比例分配。

方法：首先求出各部分占总量的几分之几，然后求出总数的几分之几是多少。

2 比例的意义和性质

(1) 比例的意义

表示两个比相等的式子叫做比例。

组成比例的四个数，叫做比例的项。

两端的两项叫做外项，中间的两项叫做内项。

(2) 比例的性质

在比例里，两个外项的积等于两个内项的积。这叫做比例的基本性质。

(3) 解比例

根据比例的基本性质，如果已知比例中的任何三项，就可以求出这个比例中的另外一个未知项。求比例中的未知项，叫做解比例。

3 正比例和反比例

(1) 成正比例的量

两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化，如果这两种量中相对应的两个数的比值（也就是商）一定，这两种量就叫做成正比例的量，他们的关系叫做正比例关系。

用字母表示 $y/x=k$ (一定)

(2) 成反比例的量

两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化，如果这两种量中相对

应的两个数的积一定，这两种量就叫做成反比例的量，他们的关系叫做反比例关系。

用字母表示 $x \times y = k$ (一定)

第四章 几何的初步知识

一 线和角

(1) 线

* 直线

直线没有端点；长度无限；过一点可以画无数条，过两点只能画一条直线。

* 射线

射线只有一个端点；长度无限。

* 线段

线段有两个端点，它是直线的一部分；长度有限；两点的连线中，线段为最短。

* 平行线

在同一平面内，不相交的两条直线叫做平行线。

两条平行线之间的垂线长度都相等。

* 垂线

两条直线相交成直角时，这两条直线叫做互相垂直，其中一条直线叫做另一条直线的垂线，相交的点叫做垂足。

从直线外一点到这条直线所画的垂线的长叫做这点到直线的距离。

(2) 角

(1) 从一点引出两条射线，所组成的图形叫做角。这个点叫做角的顶点，

这两条射线叫做角的边。

(2) 角的分类

锐角：小于 90° 的角叫做锐角。

直角：等于 90° 的角叫做直角。

钝角：大于 90° 而小于 180° 的角叫做钝角。

平角：角的两边成一条直线，这时所组成的角叫做平角。平角 180° 。

周角：角的一边旋转一周，与另一边重合。周角是 360° 。

二 平面图形

1 长方形

(1) 特征

对边相等，4 个角都是直角的四边形。有两条对称轴。

(2) 计算公式

$$c=2(a+b)$$

$$s=ab$$

2 正方形

(1) 特征：

四条边都相等，四个角都是直角的四边形。有 4 条对称轴。

(2) 计算公式

$$c=4a$$

$$s=a^2$$

3 三角形

(1) 特征

由三条线段围成的图形。内角和是 180° 。三角形具有稳定性。三角形有三

条高。

(2) 计算公式

$$s=ah \div 2$$

(3) 分类

按角分

锐角三角形：三个角都是锐角。

直角三角形：有一个角是直角。等腰三角形的两个锐角各为 45 度，它有一条对称轴。

钝角三角形：有一个角是钝角。

按边分

不等边三角形：三条边长度不相等。

等腰三角形：有两条边长度相等；两个底角相等；有一条对称轴。

等边三角形：三条边长度都相等；三个内角都是 60 度；有三条对称轴。

4 平行四边形

(1) 特征

两组对边分别平行的四边形。

相对的边平行且相等。对角相等，相邻的两个角的度数之和为 180 度。平行四边形容易变形。

(2) 计算公式

$$s=ah$$

5 梯形

(1) 特征

只有一组对边平行的四边形。

中位线等于上下底和的一半。

等腰梯形有一条对称轴。

(2) 公式

$$s=(a+b)h\div 2=mh$$

6 圆

(1) 圆的认识

平面上的一种曲线图形。

圆中心的一点叫做圆心。一般用字母 o 表示。

半径：连接圆心和圆上任意一点的线段叫做半径。一般用 r 表示。

在同一个圆里，有无数条半径，每条半径的长度都相等。

通过圆心并且两端都在圆上的线段叫做直径。一般用 d 表示。

同一个圆里有无数条直径，所有的直径都相等。

同一个圆里，直径等于两个半径的长度，即 $d=2r$ 。

圆的大小由半径决定。圆有无数条对称轴。

(2) 圆的画法

把圆规的两脚分开，定好两脚间的距离（即半径）；

把有针尖的一只脚固定在一（即圆心）上；

把装有铅笔尖的一只脚旋转一周，就画出一个圆。

(3) 圆的周长

围成圆的曲线的长叫做圆的周长。

把圆的周长和直径的比值叫做圆周率。用字母 π 表示。

(4) 圆的面积

圆所占平面的大小叫做圆的面积。

(5) 计算公式

$$d=2r$$

$$r=\frac{d}{2}$$

$$c=\pi d$$

$$c=2\pi r$$

$$s=\pi r^2$$

7 扇形

(1) 扇形的认识

一条弧和经过这条弧两端的两条半径所围成的图形叫做扇形。

圆上 AB 两点之间的部分叫做弧，读作“弧 AB”。

顶点在圆心的角叫做圆心角。

在同一个圆中，扇形的大小与这个扇形的圆心角的大小有关。

扇形有一条对称轴。

(2) 计算公式

$$s=n\pi r^2 \div 360$$

8 环形

(1) 特征

由两个半径不相等的同心圆相减而成，有无数条对称轴。

(2) 计算公式

$$s=\pi (R^2-r^2)$$

9 轴对称图形

(1) 特征

如果一个图形沿着一条直线对折，两侧的图形能够完全重合，这个图形就是

轴对称图形。折痕所在的这条直线叫做对称轴。

正方形有 4 条对称轴， 长方形有 2 条对称轴。

等腰三角形有 2 条对称轴，等边三角形有 3 条对称轴。

等腰梯形有一条对称轴，圆有无数条对称轴。

菱形有 4 条对称轴，扇形有一条对称轴。

三 立体图形

（一）长方体

1 特征

六个面都是长方形（有时有两个相对的面是正方形）。

相对的面面积相等，12 条棱相对的 4 条棱长度相等。

有 8 个顶点。

相交于一个顶点的三条棱的长度分别叫做长、宽、高。

两个面相交的边叫做棱。

三条棱相交的点叫做顶点。

把长方体放在桌面上，最多只能看到三个面。

长方体或者正方体 6 个面的总面积，叫做它的表面积。

2 计算公式

$$s=2(ab+ah+bh)$$

$$V=sh$$

$$V=abh$$

（二）正方体

1 特征

六个面都是正方形

六个面的面积相等

12 条棱，棱长都相等

有 8 个顶点

正方体可以看作特殊的长方体

2 计算公式

$$S_{\text{表}}=6a^2$$

$$v=a^3$$

（三）圆柱

1 圆柱的认识

圆柱的上下两个面叫做底面。

圆柱有一个曲面叫做侧面。

圆柱两个底面之间的距离叫做高。

进一法：实际中，使用的材料都要比计算的结果多一些，因此，要保留数的时候，省略的位上的是 4 或者比 4 小，都要向前一位进 1。这种取近似值的方法叫做进一法。

2 计算公式

$$s_{\text{侧}}=ch$$

$$s_{\text{表}}=s_{\text{侧}}+s_{\text{底}}\times 2$$

$$v=sh$$

（四）圆锥

1 圆锥的认识

圆锥的底面是个圆，圆锥的侧面是个曲面。

从圆锥的顶点到底面圆心的距离是圆锥的高。

测量圆锥的高：先把圆锥的底面放平，用一块平板水平地放在圆锥的顶点上面，竖直地量出平板和底面之间的距离。

把圆锥的侧面展开得到一个扇形。

2 计算公式

$$v = \frac{1}{3}sh$$

（五）球

1 认识

球的表面是一个曲面，这个曲面叫做球面。

球和圆类似，也有一个球心，用 O 表示。

从球心到球面上任意一点的线段叫做球的半径，用 r 表示，每条半径都相等。

通过球心并且两端都在球面上的线段，叫做球的直径，用 d 表示，每条直径都相等，直径的长度等于半径的 2 倍，即 $d=2r$ 。

2 计算公式

$$- d=2r$$

-

-第五章 简单的统计

一 统计表

（一）意义

* 把统计数据填写在一定格式的表格内，用来反映情况、说明问题，这样的表格就叫做统计表。

（二）组成部分

* 一般分为表格外和表格内两部分。表格外部分包括标的名称，单位说明

和制表日期；表格内部包括表头、横标目、纵标目和数据四个方面。

（三）种类

- * 单式统计表：只含有一个项目的统计表。
- * 复式统计表：含有两个或两个以上统计项目的统计表。
- * 百分数统计表：不仅表明各统计项目的具体数量，而且表明比较量相当于标准量的百分比的统计表。

（四）制作步骤

1 搜集数据

2 整理数据：

要根据制表的目的和统计的内容，对数据进行分类。

3 设计草表：

要根据统计的目的和内容设计分栏格内容、分栏格画法，规定横栏、竖栏各需几格，每格长度。

4 正式制表：

把核对过的数据填入表中，并根据制表要求，用简单、明确的语言写上统计表的名称和制表日期。

二 统计图

（一）意义

- * 用点线面积等来表示相关的量之间的数量关系的图形叫做统计图。

（二）分类

1 条形统计图

用一个单位长度表示一定的数量，根据数量的多少画成长短不同的直条，然后把这些直线按照一定的顺序排列起来。

优点：很容易看出各种数量的多少。

注意：画条形统计图时，直条的宽窄必须相同。

取一个单位长度表示数量的多少要根据具体情况而确定；

复式条形统计图中表示不同项目的直条，要用不同的线条或颜色区别开，并在制图日期下面注明图例。

制作条形统计图的一般步骤：

- (1) 根据图纸的大小，画出两条互相垂直的射线。
- (2) 在水平射线上，适当分配条形的位置，确定直线的宽度和间隔。
- (3) 在与水平射线垂直的深线上根据数据大小的具体情况，确定单位长度表示多少。
- (4) 按照数据的大小画出长短不同的直条，并注明数量。

2 折线统计图

用一个单位长度表示一定的数量，根据数量的多少描出各点，然后把各点用线段顺次连接起来。

优点：不但可以表示数量的多少，而且能够清楚地表示出数量增减变化的情况。

注意：折线统计图的横轴表示不同的年份、月份等时间时，不同时间之间的距离要根据年份或月份的间隔来确定。

制作折线统计图的一般步骤：

- (1) 根据图纸的大小，画出两条互相垂直的射线。
- (2) 在水平射线上，适当分配折线的位置，确定直线的宽度和间隔。
- (3) 在与水平射线垂直的深线上根据数据大小的具体情况，确定单位长度表示多少。

(4) 按照数据的大小描出各点，再用线段顺次连接起来，并注明数量。

3 扇形统计图

用整个圆的面积表示总数，用扇形面积表示各部分所占总数的百分数。

优点：很清楚地表示出各部分同总数之间的关系。

制扇形统计图的一般步骤：

(1) 先算出各部分数量占总量的百分之几。

(2) 再算出表示各部分数量的扇形的圆心角度数。

(3) 取适当的半径画一个圆，并按照上面算出的圆心角的度数，在圆里画出各个扇形。

(4) 在每个扇形中标明所表示的各部分数量名称和所占的百分数，并用不同颜色或条纹把各个扇形区别开。

二、常用的数量关系式

1、每份数 \times 份数=总数 总数 \div 每份数=份数 总数 \div 份数=每份数

2、1 倍数 \times 倍数=几倍数 几倍数 \div 1 倍数=倍数 几倍数 \div 倍数=1 倍数

3、速度 \times 时间=路程 路程 \div 速度=时间 路程 \div 时间=速度

4、单价 \times 数量=总价 总价 \div 单价=数量 总价 \div 数量=单价

5、工作效率 \times 工作时间=工作总量 工作总量 \div 工作效率=工作时间

工作总量 \div 工作时间=工作效率

6、加数+加数=和 和-一个加数=另一个加数

7、被减数-减数=差 被减数-差=减数 差+减数=被减数

8、因数 \times 因数=积 积 \div 一个因数=另一个因数

9、被除数 \div 除数=商 被除数 \div 商=除数 商 \times 除数=被除数

三、小学数学图形计算公式

1、正方形 (C: 周长 S: 面积 a: 边长)

周长=边长 \times 4 $C=4a$

面积=边长 \times 边长 $S=a\times a$

2、正方体 (V: 体积 a: 棱长)

表面积=棱长 \times 棱长 \times 6 $S_{表}=a\times a\times 6$

体积=棱长 \times 棱长 \times 棱长 $V=a\times a\times a$

3、长方形 (C: 周长 S: 面积 a: 边长)

周长=(长+宽) \times 2 $C=2(a+b)$

面积=长 \times 宽 $S=ab$

4、长方体 (V: 体积 s: 面积 a: 长 b: 宽 h: 高)

(1) 表面积(长 \times 宽+长 \times 高+宽 \times 高) \times 2 $S=2(ab+ah+bh)$

(2) 体积=长 \times 宽 \times 高 $V=abh$

5、三角形 (s: 面积 a: 底 h: 高)

面积=底 \times 高 \div 2 $s=ah\div 2$

三角形高=面积 $\times 2 \div$ 底 三角形底=面积 $\times 2 \div$ 高

6、平行四边形 (s: 面积 a: 底 h: 高)

面积=底 \times 高 $s=ah$

7、梯形 (s: 面积 a: 上底 b: 下底 h: 高)

$$\text{面积} = (\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高} \div 2 \quad s = (a+b) \times h \div 2$$

8、圆形 (S: 面积 C: 周长 π d=直径 r=半径)

$$(1) \text{周长} = \text{直径} \times \pi = 2 \times \pi \times \text{半径} \quad C = \pi d = 2 \pi r$$

$$(2) \text{面积} = \text{半径} \times \text{半径} \times \pi$$

9、圆柱体 (v: 体积 h: 高 s: 底面积 r: 底面半径 c: 底面周长)

$$(1) \text{侧面积} = \text{底面周长} \times \text{高} = ch (2 \pi r \text{ 或 } \pi d) \quad (2) \text{表面积} = \text{侧面积} + \text{底面积} \times 2$$

$$(3) \text{体积} = \text{底面积} \times \text{高} \quad (4) \text{体积} = \text{侧面积} \div 2 \times \text{半径}$$

10、圆锥体 (v: 体积 h: 高 s: 底面积 r: 底面半径)

$$\text{体积} = \text{底面积} \times \text{高} \div 3$$

11、总数 \div 总份数 = 平均数

12、和差问题的公式

$$(\text{和} + \text{差}) \div 2 = \text{大数} \quad (\text{和} - \text{差}) \div 2 = \text{小数}$$

13、和倍问题

$$\text{和} \div (\text{倍数} - 1) = \text{小数} \quad \text{小数} \times \text{倍数} = \text{大数} \quad (\text{或者 } \text{和} - \text{小数} = \text{大数})$$

14、差倍问题

$$\text{差} \div (\text{倍数} - 1) = \text{小数} \quad \text{小数} \times \text{倍数} = \text{大数} \quad (\text{或 } \text{小数} + \text{差} = \text{大数})$$

15、相遇问题

$$\text{相遇路程} = \text{速度和} \times \text{相遇时间}$$

$$\text{相遇时间} = \text{相遇路程} \div \text{速度和}$$

速度和=相遇路程÷相遇时间

16、浓度问题

溶质的重量+溶剂的重量=溶液的重量

溶质的重量÷溶液的重量×100%=浓度

溶液的重量×浓度=溶质的重量

溶质的重量÷浓度=溶液的重量

17、利润与折扣问题

利润=售出价-成本

利润率=利润÷成本×100%=(售出价÷成本-1)×100%

涨跌金额=本金×涨跌百分比

利息=本金×利率×时间

税后利息=本金×利率×时间×95%

四、常用单位换算

长度单位换算

1 千米=1000 米 1 米=10 分米 1 分米=10 厘米 1 米=100 厘米 1 厘米=10 毫米

面积单位换算

1 平方千米=100 公顷 1 公顷=10000 平方米 1 平方米=100 平方分米
1 平方分米=100 平方厘米 1 平方厘米=100 平方毫米

体(容)积单位换算

1 立方米=1000 立方分米 1 立方分米=1000 立方厘米 1 立方分米=1 升

1 立方厘米=1 毫升 1 立方米=1000 升

重量单位换算

1 吨=1000 千克 1 千克=1000 克 1 千克=1 公斤

人民币单位换算

1 元=10 角 1 角=10 分 1 元=100 分

时间单位换算

1 世纪=100 年 1 年=12 月 大月(31 天)有:1\3\5\7\8\10\12 月 小月(30 天)的有:4\6\9\11 月

平年 2 月 28 天, 闰年 2 月 29 天 平年全年 365 天, 闰年全年 366 天 1 日=24 小时

1 时=60 分 1 分=60 秒 1 时=3600 秒