

Distribución de Pareto

Ficha de información básica

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
Escuela de Ingeniería Eléctrica: IE0405 – Modelos Probabilísticos
Royer Méndez Ramírez – A43333

Introducción

El diagrama de Pareto, también llamado "Curva 80-20", "Curva Cerrada", ó "Distribución ABC" [2]. Establece que el 80 % de las consecuencias de un fenómeno es provocado por el 20 % de las causas. Organiza los datos en una gráfica de izquierda a derecha y de manera descendente, separados por barras. Es utilizado en multitud de campos y es considerado una de las 7 herramientas de calidad que permite:

- La mejora continua.
- Evidenciar el estado de una situación antes y después de ser intervenida.
- Analizar y priorizar problemas.

Funciones de distribución

La distribución pareto tiene un único parámetro b que determina su forma. En `scipy.stats` se representa como b .

Función de densidad de probabilidad

$$f(x) = \frac{b}{x^{b+1}} \quad (1)$$

La figura 1 muestra la función de densidad de probabilidad de la ecuación (1) para varios valores del parámetro b .

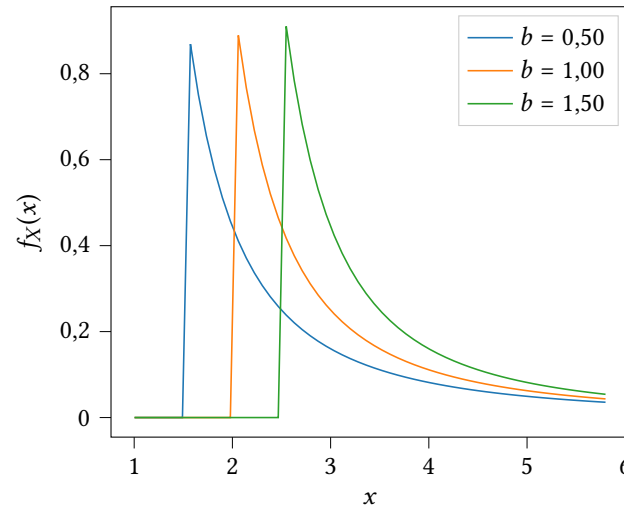


Figura 1: Función de densidad de probabilidad.

Función acumulativa de probabilidad

$$F_X(x) = -b(b+1)x^{-(b+2)} \quad (2)$$

La figura 2 muestra la función acumulativa de probabilidad de la ecuación (2) junto con la "función de supervivencia" (*survival function*), dada por $S_X(x) = 1 - F_X(x)$.

La función de supervivencia representa la probabilidad de que un objeto de interés "sobreviva" por encima de un tiempo x . Es decreciente.

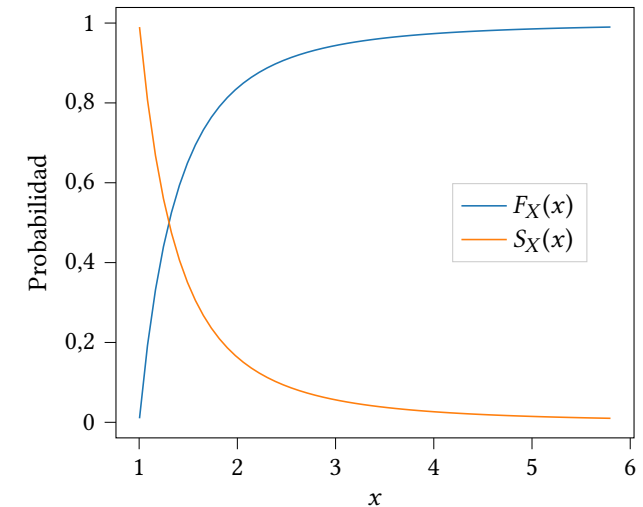


Figura 2: Función acumulativa de probabilidad y la función de supervivencia.

La figura 3 muestra la "función cuantil" $Q_X(p) = F_X^{-1}(x)$. En `scipy.stats` es conocida como la "función punto porcentual" (*percent point function, ppf*). Asimismo, aparece la función inversa de la función de supervivencia, $S_X^{-1}(x)$.

La función cuantil es útil para conocer dónde se acumula cierto valor de probabilidad. Por ejemplo, en un "decil" está acumulado 1/10 y en un "cuantil" está 1/5 de la probabilidad.

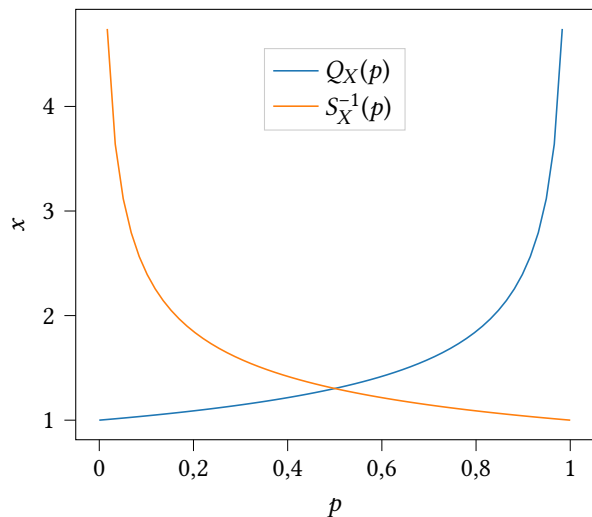


Figura 3: Función cuantil y la función inversa de supervivencia.

Ejemplo con datos aleatorios

La figura 4 muestra un histograma creado con datos aleatorios generados a partir de una distribución **pareto** y su curva de ajuste tiene parámetros:

loc : 0,0023 scale : 1,0007

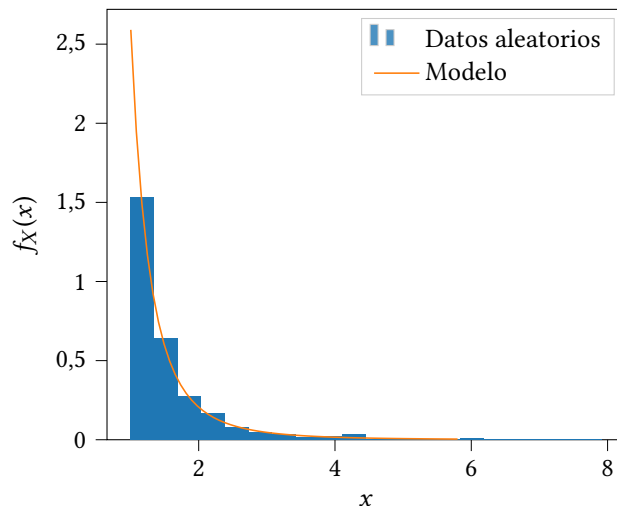


Figura 4: Histograma de datos aleatorios y su curva de ajuste de la distribución **pareto**.

Momentos de la distribución

Principales momentos

A continuación están las expresiones para los primeros momentos de la variable aleatoria **pareto** junto con su valor según los parámetros ($b = 2,62$) y el cálculo para los datos aleatorios generados.

Media

$$E[X] = \frac{bx_m}{b-1} \quad (3)$$

Parámetros (3)	Datos
1,6173	1,5940

Varianza

$$var[X] = \left(\frac{x_m}{b-1} \right)^2 \frac{b}{b-2} \quad (4)$$

Parámetros (4)	Datos
1,6102	0,8750

Desviación estándar

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum |x - E[X]|^2}{N}} \quad (5)$$

Parámetros (5)	Datos
1,2689	0,9354

Inclinación o sesgo (*skewness*)

$$S_X = 2 \quad (6)$$

Parámetros (6)	Datos
2	4,2808

Kurtosis

$$\kappa_X = 6 \quad (7)$$

Parámetros (7)	Datos
6	26,3195

Funciones generadoras de momentos

Función generadora de momentos (MGF)

$$M_X(v) = b(-x_m t)^b \Gamma(-b, -x_m t), \text{ para } t < 0 \quad (8)$$

Función característica (CF)

$$b(-ix_m t)^b \Gamma(-b, -ix_m t) \quad (9)$$

Aplicaciones

Análisis de planeamiento de fuentes de energía renovable y unidades de almacenamiento de energía

En el artículo «Cooperative planning model of renewable energy sources and energy storage units in active distribution systems» [1] (en español: *Modelo de planificación cooperativa de energías renovables y unidades de almacenamiento de energía en sistemas de distribución activos: un modelo de dos niveles y Análisis de Pareto*). En

este artículo se propone un estudio de la manera de optimizar el uso de fuentes de energía renovables y el almacenamiento más óptimos en sistemas de distribución activos. Se abordan incertidumbres que van relacionadas tanto con vehículos eléctricos, demandas de carga, así como del nivel económico. El modelo de estudio se propone mediante el uso de ciertos esquemas que utilizan la distribución Pareto

Optimización Pareto de aparatos electromagnéticos.

En el artículo «Multi Objective Pareto Optimization of Electromagnetic Devices Exploiting Kriging With Lipschitzian Optimized Expected Improvement» [3] (en español: *Optimización multi-objetivo de Pareto de Dispositivos electromagnéticos que explotan Kriging con la Optimización de mejora esperada de Lipschitz*),

Este artículo se centra en resolver el problema del almacenamiento de matrices de correlación generadas por modelos sustitutos de kriging en el contexto de problemas de optimización electromagnética con muchas variables de diseño y múltiples objetivos. El kriging mejorado sugerido incorpora un algoritmo directo que es capaz de mantener los requisitos de memoria a un nivel casi constante al tiempo que ofrece una alta eficien-

cia, en búsqueda de un óptimo global. La viabilidad y eficiencia de esta metodología propuesta se demuestran utilizando un ejemplo de una función analítica clásica de dos variables y una nueva estrategia de optimización mediante Pareto.

Referencias

- [1] L. Rui y W. Wang. «Cooperative planning model of renewable energy sources and energy storage units in active distribution systems». En: *Cooperative planning model of renewable energy sources and energy storage units in active distribution systems*. 2018, págs. 30-42.
- [2] Wikipedia. *Diagrama de Pareto*. 2020. URL: https://es.wikipedia.org/wiki/Diagrama_de_Pareto.
- [3] S. Xiao y Q. Liu. «Multi Objective Pareto Optimization of Electromagnetic Devices Exploiting Kriging With Lipschitzian Optimized Expected Improvement». En: *Multi Objective Pareto Optimization of Electromagnetic Devices Exploiting Kriging With Lipschitzian Optimized Expected Improvement*. Vol. 54. 3. 2018, págs. 30-42.