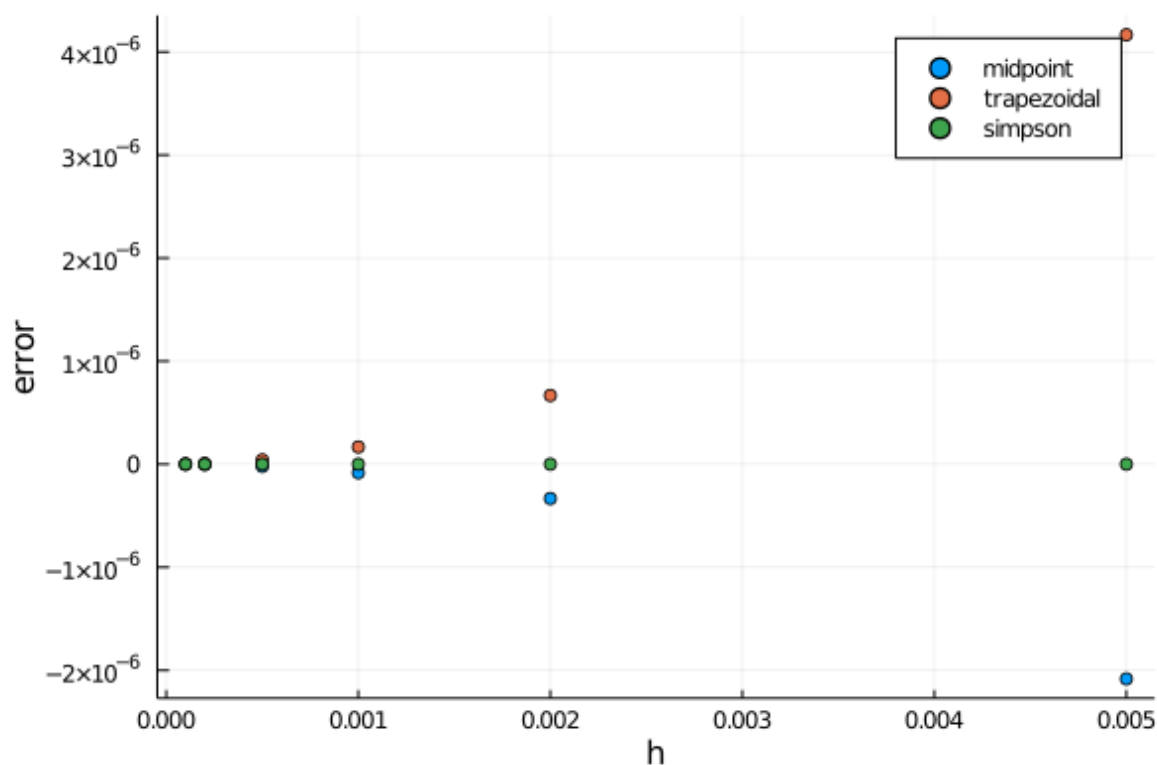


# 报告

## 积分算 $\pi$

我在不同的  $h$  的值之下用复合中点、复合梯形和复合 Simpson 方法分别计算了积分, 并且得到误差和  $h$  的关系图如下:



可以看到对于复合中点、复合梯形两种方法, 缩小  $h$  可以有效地降低误差, 然而 Simpson 方法至少在  $h < 0.005$  误差之后随  $h$  缩小变化不大. 我认为原因在于已经逼近了数值精度.

## 双重积分

我利用了两重积分的复合 Simpson 方法. 作业题中有对其进行推导, 结果为:

$$\iint f(x,y) dy = \frac{d-c}{6} \cdot \frac{b-a}{6} \sum_{i,j} f_{ij} \zeta_i \zeta_j$$

$$= \frac{(d-c)(b-a)}{36} (f_{00} + 4f_{01} + f_{02} + 4f_{10} + 16f_{11} + 4f_{12} + f_{20} + 4f_{21} + f_{22})$$

$$\text{余项为 } -\frac{1}{180} (b-a)(d-c) \left( (d-c)^4 \partial_y^4 f(\xi, \eta) + (b-a)^4 \partial_x^4 f(\xi', \eta') \right)$$

其中对于第二个对于四分之一圆的积分, 我采用了极坐标, 将积分区域转化了矩形. 直接对四分之一圆做分割并运用复合 Simpson 方法也是可行的. 但是对于边缘的处理会复杂很多.