

Modelos y Optimización I  
Trabajo práctico: Análisis de sensibilidad

de Valais, Ezequiel (94463)      Rozanec, Matias (97404)

Noviembre 2017

**ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD**

A partir de la siguiente modelización del problema y su correspondiente resolución por el método Simplex:

Planteo inicial:

COMPONENTES)  $15 X_1 + 5 X_2 + 5 X_3 \leq 3000$

TECNICOS)  $3 X_1 + 3 X_2 + 3 X_3 \leq 480$

MAX\_SM)  $X_3 \leq 120$

MIN\_SM)  $X_3 \geq 40$

MAX\_MM)  $X_2 \leq 80$

Z(MAX)  $400 X_1 + 250 X_2 + 200 X_3$

siendo

$X_1$  = cantidad de servicios BM a lanzar [servicios/mes]

$X_2$  = cantidad de servicios MM a lanzar [servicios/mes]

$X_3$  = cantidad de servicios SM a lanzar [servicios/mes]

***Nota: el planteo puede diferir del que hayan realizado en la primera entrega. Se pide trabajar con este planteo ya que se utilizará nuevamente en la evaluación escrita.***

Tabla Óptima:

			400	250	200					
$C_k$	$X_k$	$B_k$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$A_7$	$A_8$
400	$X_1$	120	1	1	0	0	1/3	0	1	0
200	$X_3$	40	0	0	1	0	0	0	-1	0
	$X_4$	1000	0	-10	0	1	-5	0	-10	0
	$X_6$	80	0	0	0	0	0	1	1	0
	$X_8$	80	0	1	0	0	0	0	0	1
Z = 56.000			0	150	0	0	400/3	0	200	0

Se pide responder, justificando claramente e indicando los cálculos realizados sobre las tablas:

- Graficar la variación de la cantidad de servicios SM, del valor marginal de técnicos y del funcional, al variar la disponibilidad de componentes entre 1000 y 4000. Indicar el valor de las pendientes señalando en qué parte de la tabla se encuentran. Exclusivamente para este punto, se pide correr el modelo en un software y relacionar la información de la corrida con la información de la tabla óptima utilizada para graficar el rango en que dicha tabla es válida.
- Dada la situación de la disponibilidad de técnicos, se evalúan dos alternativas excluyentes: conseguir 300 más pagando un costo total de \$45.000 o enviar 400 técnicos a un socio comercial que nos pagaría un valor de \$500.000. ¿Cuál de las dos alternativas es más conveniente?
- La empresa evalúa una reingeniería de procesos que llevaría la ganancia de los servicios MM a \$450. Indicar cómo afectaría esta situación al plan óptimo y al beneficio total.

1. Relación entre variables del primal y del dual:

X1 - Y6  
X2 - Y7  
X3 - Y8  
X4 - Y1  
X5 - Y2  
X6 - Y3  
X7 - Y4  
X8 - Y5

Tabla óptima del dual:

			3000	480	120	-40	80			
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
480	Y2	400/3	5	1	0	0	0	-1/3	0	0
-40	Y4	200	10	0	-1	1	0	-1	0	1
0	Y7	150	10	0	0	0	-1	-1	1	0
Z=56000			-1000	0	-80	0	-80	-120	0	-40

Parametrizamos C1.

Estudiamos intervalo de confianza.

- $2000 - C1 \leq 0 \iff C1 \geq 2000$   
Con  $C1 \in [2000; \infty)$ :

$$X1 = 120$$

$$Z = 56000$$

$$Y2 = 400/3$$

Tabla con  $C1 = 2000$ :

			2000	480	120	-40	80			
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
480	Y2	400/3	5	1	0	0	0	-1/3	0	0
-40	Y4	200	10	0	-1	1	0	-1	0	1
0	Y7	150	10	0	0	0	-1	-1	1	0
Z=56000			0*	0	-80	0	-80	-120	0	-40

Entra Y1, sale Y7.

			C1	480	120	-40	80			
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
480	Y2	175/3	0	1	0	0	1/2	1/6	-1/2	0
-40	Y4	50	0	0	-1	1	1	0	-1	1
C1	Y1	15	1	0	0	0	-1/10	-1/10	1/10	0
Z=56000 + 15 C1			0	0	-80	0	120-C1/10	80-C1/10	-200+C1/10	-40

- $120 - C1/10 \leq 0 \iff C1 \geq 120$
- $80 - C1/10 \leq 0 \iff C1 \geq 800$

$$\bullet -200 + C1/10 \leq 0 \iff C1 \leq 2000$$

Con  $C1 \in [1200; 2000]$ :

$$X1 = |80 - C1/10|$$

$$Z = 56000 + 15C1$$

$$Y2 = 175/3$$

			1200	480	120	-40	80				
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	$\theta$
480	Y2	175/3	0	1	0	0	1/2	1/6	-1/2	0	350/3
-40	Y4	50	0	0	-1	1	1	0	-1	1	50
1200	Y1	15	1	0	0	0	-1/10	-1/10	1/10	0	-
Z=74000			0	0	-80	0	0*	-40	-80	-40	

Entra Y5, sale Y4

			C1	480	120	-40	80				
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	$\theta$
480	Y2	100/3	0	1	1/2	-1/2	0	1/6	0	-1/2	
80	Y5	50	0	0	-1	1	1	0	-1	1	
C1	Y1	20	1	0	-1/10	1/10	0	-1/10	0	1/10	
Z=20000 + 20 C1			0	0	40-C1/10	-120+C1/10	0	80-C1/10	-80	-160+C1/10	

$$\bullet 40 - C1/10 \leq 0 \iff C1 \geq 400$$

$$\bullet -120 + C1/10 \leq 0 \iff C1 \leq 1200$$

$$\bullet 80 - C1/10 \leq 0 \iff C1 \geq 800$$

$$\bullet -160 + C1/10 \leq 0 \iff C1 \leq 1600$$

Con  $C1 \in [800; 1200]$ :

$$X1 = |80 - C1/10|$$

$$Z = 20000 + 20C1$$

$$Y2 = 100/3$$

A continuación, se incluye la salida de software del análisis de sensibilidad. Debido a que no se logra mostrar correctamente en el informe, se adjunta además junto al presente documento.

1	GLPK 4.57 - SENSITIVITY ANALYSIS REPORT								Page	1
2										
3	Problem: PLC									
4	Objective: z = 56000 (MAXimum)									
5										
6	No.	Row name	St	Activity	Slack	Lower bound	Activity	Obj coef		
7		Obj value	at	Limiting	Marginal	Upper bound	range	range		
8					break	point	variable			
9	1	COMPONENTES BS		2000.00000	1000.00000	-Inf	1200.00000	-15.00000		
10		26000.00000 X2			.	3000.00000	2000.00000	+Inf		

11	2	TECNICOS	NU	480.00000	.	-Inf	120.00000	-133.33333
12		8000.00000	X1		133.33333	480.00000	680.00000	+Inf
13					82666.66667	COMPONENTES		
14	3	MAX_SM	BS	40.00000	80.00000	-Inf	40.00000	-Inf
15			-Inf		.	120.00000	160.00000	200.00000
16						64000.00000	MIN_SM	
17	4	MIN_SM	NL	40.00000	.	40.00000	.	-Inf
18		64000.00000	X3		-200.00000	+Inf	120.00000	200.00000
19					40000.00000	MAX_MM		
20	5	MAX_MM	BS	.	80.00000	-Inf	.	-Inf
21		56000.00000			.	80.00000	120.00000	150.00000
22						56000.00000	X2	
23	6	z	BS	56000.00000	-56000.00000	-Inf	40000.00000	-1.00000
24			MIN_SM		.	+Inf	56000.00000	+Inf
25						+Inf		
26	GLPK 4.57 - SENSITIVITY ANALYSIS REPORT							
27	Page 2							
28	Problem: PLC							
29	Objective: z = 56000 (MAXimum)							
30	No.	Column name	St	Activity	Obj coef	Lower bound	Activity	Obj coef
31		Obj value	at Limiting					
32					Marginal	Upper bound	range	range
33					break	point variable		
34	1	X3	BS	40.00000	200.00000	.	40.00000	-Inf
35			-Inf		.	+Inf	120.00000	400.00000
36						64000.00000	MIN_SM	
37	2	X2	NL	.	250.00000	.	-100.00000	-Inf
38		71000.00000	COMPONENTES		-150.00000	+Inf	80.00000	400.00000
39					44000.00000	MAX_MM		
40	3	X1	BS	120.00000	400.00000	.	40.00000	250.00000
41		38000.00000	X2		.	+Inf	120.00000	+Inf
42						+Inf		
43	End of report							
44								

Se toma el ACTIVITY de SM teniendo en cuenta el activity range de componentes para generar el gráfico de variaciones de la cantidad de servicios SM Se toma el marginal de TECNICOS teniendo en cuenta el activity range de componentes para generar el gráfico de valores marginales de tecnicos Se toma el Objective: z teniendo en cuenta el activity range de componentes para generar el gráfico de variacion de funcional

# 1 Gráficos

Figure 1: Variación de la cantidad de servicios SM al variar la disponibilidad de componentes.

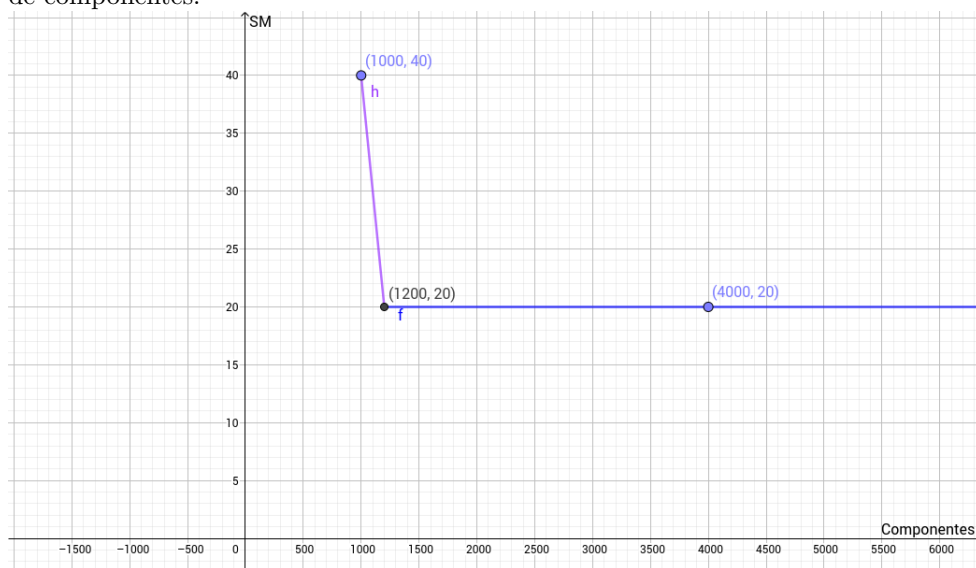


Figure 2: Variación del valor marginal de técnicos al variar la disponibilidad de componentes.

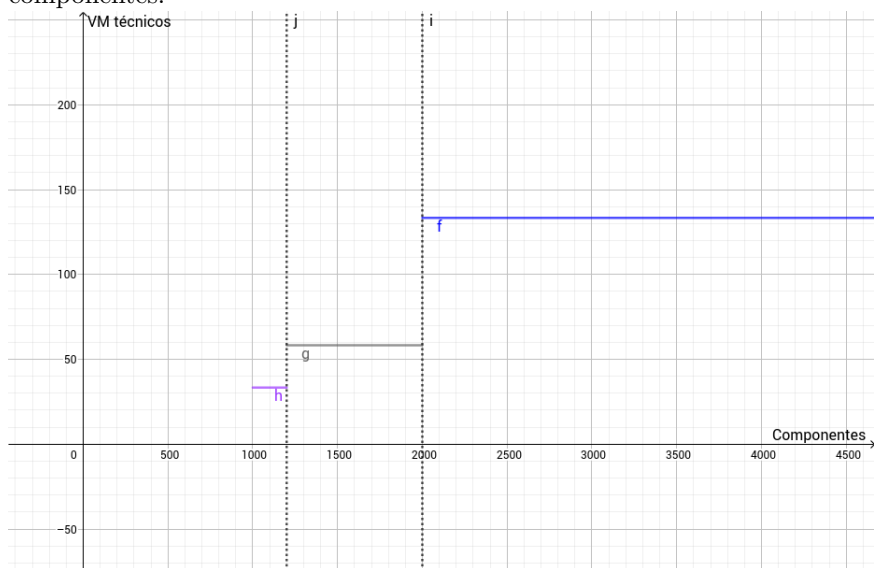
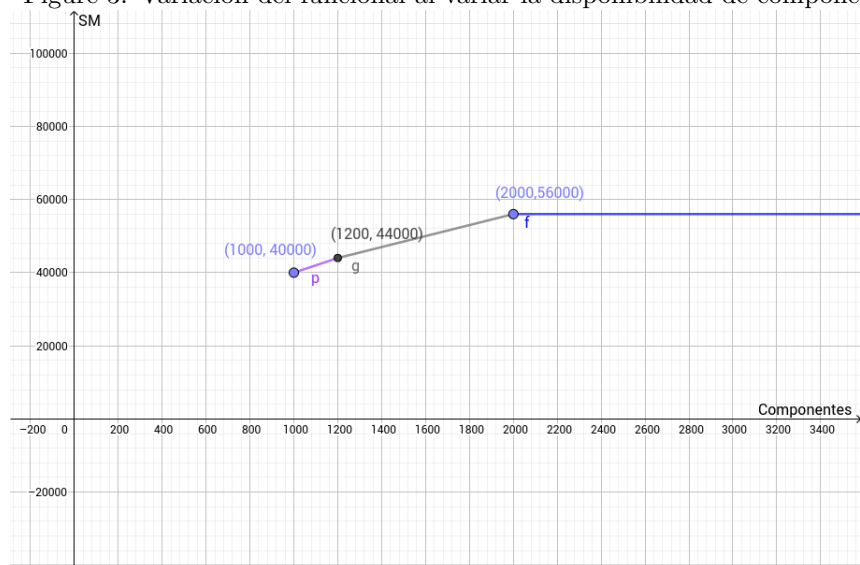


Figure 3: Variación del funcional al variar la disponibilidad de componentes.



2. Caso 1:

Ck	Yk	Bk	3000 A1	780 A2	120 A3	-40 A4	80 A5	A6	A7	A8	$\theta$
780	Y2	400/3	5	1	0	0	0	-1/3	0	0	400/15
-40	Y4	200	10	0	-1	1	0	-1	0	1	20
0	Y7	150	10	0	0	0	-1	-1	1	0	15
Z=56000			500	0	-80	0	-80	-220	0	-40	

Entra Y1, sale Y7

Ck	Yk	Bk	3000 A1	780 A2	120 A3	-40 A4	80 A5	A6	A7	A8	$\theta$
780	Y2	175/3	0	1	0	0	1/2	1/6	-1/2	0	
-40	Y4	50	0	0	-1	1	1	0	-1	1	
3000	Y1	15	1	0	0	0	-1/10	-1/10	1/10	0	
Z=88500			0	0	-30	0	-80	-170	-130	-40	

Llegamos a la tabla óptima.

Ganamos  $88500 - 45000 = 43500 < 56000 \Rightarrow$  No conviene.

Caso 2:

Ck	Yk	Bk	3000 A1	80 A2	120 A3	-40 A4	80 A5	A6	A7	A8	$\theta$
80	Y2	400/3	5	1	0	0	0	-1/3	0	0	400/15
-40	Y4	200	10	0	-1	1	0	-1	0	1	20
0	Y7	150	10	0	0	0	-1	-1	1	0	15
Z=8000/3 = 2666.6			-3000	0	-80	0	-80	40/3	0	-40	

Como el dual tiene solución óptima no acotada el primal no tiene soluciones posibles. Por lo tanto esta opción tampoco sirve.

Se puede validar esto dado que no se llegue a proveer la demanda de 40 SM (X3) con solo 40 técnicos. Se necesitan por lo menos 120 técnicos para cubrir la demanda.



3. Trabajamos en el primal.

Ck	Xk	Bk	400 A1	450 A2	200 A3	A4	A5	A6	A7	A8	$\theta$
400	X1	120	1	1	0	0	1/3	0	1	0	120
200	X3	40	0	0	1	0	0	0	-1	0	-
0	X4	1000	0	-10	0	1	-5	0	-10	0	-
0	X6	80	0	0	0	0	0	1	1	0	-
0	X8	80	0	1	0	0	0	0	0	1	80
Z=56000			0	-50	0	0	400/3	0	200	0	

Ck	Xk	Bk	400 A1	450 A2	200 A3	A4	A5	A6	A7	A8	$\theta$
400	X1	40	1	0	0	0	1/3	0	1	-1	
200	X3	40	0	0	1	0	0	0	-1	0	
0	X4	1800	0	0	0	1	-5	0	-10	10	
0	X6	80	0	0	0	0	0	1	1	0	
450	X2	80	0	1	0	0	0	0	0	1	
Z=60000			0	0	0	0	400/3	0	200	50	

Llegamos a la tabla óptima.

El beneficio es de 60000 y se aumentó la ganancia en 4000  $\Rightarrow$  Conviene.