

Laporan Tugas Besar 1
IF2123 Aljabar Linier dan Geometri
Sistem Persamaan Linier, Determinan, dan Aplikasinya
Semester I Tahun 2021/2022



- | | |
|---------------------------------|----------|
| 1. Farrel Farandieka Fibriyanto | 13520054 |
| 2. Bariza Haqi | 13520018 |
| 3. Rozan Fadhil Al Hafidz | 13520039 |

Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung
2021

Bab 1

Deskripsi Masalah

Di dalam Tugas Besar 1 ini, kami diminta membuat satu atau lebih library aljabar linier dalam Bahasa Java. Library tersebut berisi fungsi-fungsi seperti eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, menentukan balikan matriks, menghitung determinan, kaidah Cramer (kaidah Cramer khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Selanjutnya, menggunakan library tersebut di dalam program Java untuk menyelesaikan berbagai persoalan yang dimodelkan dalam bentuk SPL, menyelesaikan persoalan interpolasi, dan persoalan regresi.

Spesifikasi tugas yang diberikan merupakan sebagai berikut:

- A. Buatlah pustaka dalam Bahasa Java untuk menemukan solusi SPL dengan metode eliminasi Gauss, metode Eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan, dan kaidah Cramer (kaidah Cramer khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan), menghitung determinan matriks dengan reduksi baris dan dengan ekspansi kofaktor, dan menghitung balikan matriks.
- B. Gunakan pustaka di atas untuk membuat program penyelesaian berbagai persoalan dalam bentuk SPL, menyelesaikan persoalan interpolasi dan regresi linier, menghitung matriks balikan, menghitung determinan matriks dengan berbagai metode (reduksi baris dan ekspansi kofaktor). Spesifikasi program adalah sebagai berikut:

1. Program dapat menerima masukan (input) baik dari keyboard maupun membaca masukan dari file text. Untuk SPL, masukan dari keyboard adalah m, n, koefisien a_{ij} , dan b_i . Masukan dari file berbentuk matriks augmented tanpa tanda kurung, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi. Misalnya,

```
3 4 .5 2 .8 10 12  
-3 7 8 .3 11 -4  
0 .5 -10 -9 12 0
```

2. Untuk persoalan menghitung determinan dan matriks balikan, masukan dari keyboard adalah n dan koefisien a_{ij} . Masukan dari file berbentuk matriks, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi. Misalnya,

```
3 4 .5 2 .8 10  
-3 7 8 .3 11  
0 .5 -10 -9 12
```

3. Untuk persoalan interpolasi, masukannya jika dari keyboard adalah n, (x_0, y_0) , (x_1, y_1) , ..., (x_n, y_n) , dan nilai x yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari file, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung. Misalnya jika

titik-titik datanya adalah (8.0, 2.0794), (9.0, 2.1972), dan (9.5, 2.2513), maka di dalam file text ditulis sebagai berikut:

```
8.0 2.0794  
9.0 2.1972  
9.5 2.2513
```

4. Untuk persoalan regresi, masukannya jika dari keyboard adalah n (jumlah peubah x), semua nilai-nilai x_{1i} , x_{2i} , ..., x_{ni} , nilai y_i , dan nilai-nilai x_k yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari file, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung.
5. Untuk persoalan SPL, luaran (output) program adalah solusi SPL. Jika solusinya tunggal, tuliskan nilainya. Jika solusinya tidak ada, tuliskan solusi tidak ada, jika solusinya banyak, maka tuliskan solusinya dalam bentuk parametrik (misalnya $x_4 = -2$, $x_3 = 2s - t$, $x_2 = s$, dan $x_1 = t$.)
6. Untuk persoalan determinan dan matriks balikan, maka luarannya sesuai dengan persoalan masing-masing
7. Untuk persoalan polinom interpolasi dan regresi, luarannya adalah persamaan polinom/regresi dan taksiran nilai fungsi pada x yang diberikan.
8. Luaran program harus dapat ditampilkan pada layar komputer dan dapat disimpan ke dalam file.
9. Bahasa program yang digunakan adalah Java.
10. Program tidak harus berbasis GUI, cukup text-based saja, namun boleh menggunakan GUI (memakai kakas Eclipse misalnya).
11. Program dapat dibuat dengan pilihan menu. Urutan menu dan isinya dipersilakan dirancang masing-masing. Misalnya, menu:

MENU

1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi linier berganda
6. Keluar

Untuk pilihan menu nomor 1 ada sub-menu lagi yaitu pilihan metode:

1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer

Begitu juga untuk pilihan menu nomor 2 dan 3.

Bab 2

Teori Singkat

I. Matriks

Matriks merupakan sekumpulan himpunan elemen yang tersusun atas baris dengan kolom. Ada beberapa operasi yang dapat dilakukan kepada matriks yaitu pertambahan, pengurangan, dan perkalian.

Perkalian antara matriks dengan konstanta skalar dapat dikatakan juga sebagai kombinasi linear.

$$x \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$$

Ada beberapa hal yang bisa dilakukan dengan matriks, yaitu untuk mencari hal-hal sebagai berikut.

1. Transpose (M^T)

Transpose adalah bentuk lain dari matriks yang membalikkan jumlah kolom dengan barisnya. Misalnya adalah sebagai berikut.

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \quad A^T = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$$

Matriks A^T adalah transpose dari matriks A

2. Trace ($\text{tr}(M)$)

Trace adalah penjumlahan semua elemen utama pada matriks persegi. Matriks persegi sendiri adalah matriks dengan jumlah baris dan kolom yang sama.

Adapun beberapa jenis matriks, yaitu sebagai berikut.

a. Matriks Nol

Matriks nol adalah matriks yang semua elemennya adalah nol.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriks nol berukuran 2×2

b. Matriks Identitas

Matriks identitas adalah matriks dengan satu pada elemen utamanya dan sisanya adalah nol.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks identitas berukuran 2×2

C. Matriks Augmented

Matriks augmented adalah bentuk lain dari dua matriks SPL yang digabungkan.

$$\begin{array}{c} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} a & b & x \\ c & d & y \end{bmatrix} \\ \text{Matriks SPL} \qquad \qquad \text{Matriks Augmented} \end{array}$$

d. Matriks Eselon

Matriks eselon terdiri dari dua jenis, yaitu sebagai berikut.

i) Matriks Eselon Baris

Matriks eselon baris memiliki leading one pada setiap barisnya kecuali baris yang seluruhnya nol.

$$\begin{bmatrix} 1 & * & * \\ 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Bentuk Matriks Eselon Baris

* adalah bilangan acak.

ii) Matriks Eselon Baris Tereduksi

Matriks eselon baris tereduksi mirip dengan matriks eselon baris, namun perbedaannya adalah pada matriks eselon baris tereduksi, setelah leading one pada baris tersebut boleh ada nol.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & * & 0 \\ 0 & 1 & * & * \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Contoh dari bentuk Matriks Eselon Baris Tereduksi

e. Matriks Balikan (Inverse)

Matriks yang tidak memiliki matriks balikan adalah matriks singular. Dalam mencari matriks balikan bisa menggunakan operasi baris elementer.

f. Matriks Minor dan Kofaktor

Matriks minor (M_{ij}) adalah determinan matriks bagian dari matriks M yang diperoleh dengan cara menghilangkan elemen-elemen pada baris ke-i dan elemen pada kolom ke-j.

$$M = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} M_{1,1} = \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix}$$

Kemudian, matriks kofaktor (C_{ij}) adalah hasil perkalian minor dengan suatu angka yang besarnya menurut suatu aturan yaitu $(-1)^{i+j}$ dimana i adalah baris dan j adalah kolom.

$$C_{i,j} = (-1)^{i+j} M_{i,j}$$

g. Matriks Adjoin

Adjoin matriks (Adj) adalah transpose dari matriks kofaktor.

II. Operasi Baris Elementer

Operasi yang dilakukan kepada matriks *augmented*. Ada tiga macam operasi baris elementer yang dapat dilakukan, yaitu sebagai berikut.

- Pertukaran antara dua baris

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_n \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_n \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_n \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_n \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_n \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_n \end{bmatrix}$$

- Perkalian sebuah baris dengan konstanta tidak nol

$$\begin{bmatrix} 5a_1 & 5a_2 & 5a_3 & 5a_n \\ 3b_1 & 3b_2 & 3b_3 & 3b_n \\ 2c_1 & 2c_2 & 2c_3 & 2c_n \end{bmatrix}$$

- Pertambahan sebuah baris dengan kelipatan baris lainnya

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 - 5R_1 \text{ dan } R_3 - 9R_1} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -4 & -8 & -12 \\ 0 & -8 & -16 & -24 \end{bmatrix}$$

Kemudian, dari Operasi Baris Elementer dapat dilakukan beberapa metode eliminasi, yaitu sebagai berikut.

a. Metode Eliminasi Gauss

Metode Eliminasi Gauss adalah metode untuk membuat matriks menjadi bentuk matriks eselon baris sebagai hasil akhirnya.

b. Metode Eliminasi Gauss-Jordan

Metode Eliminasi Gauss-Jordan adalah metode untuk membuat matriks menjadi bentuk matriks eselon baris tereduksi sebagai hasil akhirnya.

III. Determinan

Suatu fungsi yang inputnya matriks persegi dan outputnya adalah bilangan. Determinan dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linier dan metode cramer juga untuk mencari matriks balikan. Untuk mencari determinan dapat dilakukan dengan beberapa hal.

1. Metode Sarrus

Metode ini hanya bisa dilakukan pada matriks berukuran 3x3. Metode ini dapat digunakan dengan melakukan perkalian diagonal matriks dengan aturan sebagai berikut.

$$det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

sehingga determinan dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut.

$$det(A) = (a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32}) - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{21}a_{33})$$

2. Metode Operasi Baris Elementer

Metode ini memanfaatkan operasi baris elementer yang dijelaskan pada bagian II untuk menghasilkan matriks segitiga bawah atau atas, sehingga perhitungan determinan dapat dilakukan dengan lebih mudah.

$$\left[\begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{cccc} a'_{11} & a'_{12} & \dots & a'_{1n} \\ 0 & a'_{22} & \dots & a'_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a'_{nn} \end{array} \right]$$

Ketika matriks yang dicari determinannya merupakan matriks segitiga, maka rumus yang digunakan adalah:

$$\det(A) = (-1)^p(a_{11}a_{22}\dots a_{nn})$$

dengan p sebagai banyaknya operasi pertukaran baris OBE yang dilakukan.

3. Ekspansi Kofaktor

Determinan dari matriks dengan menggunakan matriks kofaktor memanfaatkan matriks minornya.

- a. M_{ij} —minor entri a_{ij} adalah determinan submatrix yang elemennya tidak ada di baris i dan kolom j.
- b. C_{ij} —kofaktor entri a_{ij} merupakan operasi perkalian $(-1)^{i+j}$ dengan minor yang berkorespondensi.

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$$

Dengan demikian, determinan matriks dapat kita peroleh dari rumus:

$$\det(A) = \sum A^{i,j} \cdot C^{i,j}$$

IV. Kaidah Cramer

Kaidah Cramer adalah salah satu cara menyelesaikan sistem persamaan linear, dengan memanfaatkan determinan suatu matriks dan matriks lain yang diperoleh dengan mengganti salah satu kolom dengan vektor yang terdiri dari angka di sebelah kanan persamaannya.

Sebagai contoh, jika kita memiliki matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

Maka, dengan menggunakan kaidah cramer kita dapat menentukan determinan A_1 , A_2 , dan A_3 dengan cara sebagai berikut:

$$\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \text{ dan } \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix} \text{ dan } \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$$

Kemudian, untuk menghitung solusi SPL, dapat digunakan rumus di bawah ini:

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)}, x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}, x_3 = \frac{\det(A_3)}{\det(A)}$$

Namun, Kaidah Cramer tidak efisien untuk sistem dengan lebih dari tiga persamaan.

V. Interpolasi Polinom

Untuk setiap titik $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ dapat dibentuk suatu polinom $p_n(x)$ sedemikian rupa sehingga $y_i = p_n(x_i)$ untuk semua i . Hal ini dapat dilakukan dengan menjadikan setiap titik menjadi persamaan:

$$p_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

Persamaan sebanyak $n + 1$ ini dapat dimasukkan ke dalam matriks augmented, sehingga memperoleh:

$$\begin{bmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & \dots & x_0^n & y_0 \\ 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n & y_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n & y_n \end{bmatrix}$$

Adapun penyelesaian matriks ini dapat dilakukan dengan OBE, sehingga menghasilkan nilai a_1, a_2, \dots, a_n sehingga persamaan dapat ditulis dengan nilai-nilai terdefinisi.

VI. Regresi Linier Berganda

Regresi linier berganda, juga dikenal sebagai regresi berganda, adalah teknik statistik yang menggunakan beberapa variabel penjelas untuk memprediksi hasil dari variabel respons. Tujuan dari regresi linier berganda adalah untuk memodelkan hubungan linier antara variabel penjelas (independen) dan variabel respon (dependen). Berikut adalah rumus umum yang digunakan untuk menentukan regresi linear berganda.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_p x_{ip} + \epsilon$$

Dimana untuk $i = n$,

- y_i adalah variabel dependen
- x_i adalah variabel independen
- β_0 adalah perpotongan y
- β_p adalah koefisien kemiringan untuk setiap variabel independen

Regresi linier sederhana merupakan fungsi yang memungkinkan seorang analis atau ahli statistik untuk membuat prediksi tentang suatu variabel berdasarkan informasi yang diketahui tentang variabel lain. Regresi linier hanya dapat digunakan jika satu memiliki dua variabel kontinu — variabel independen dan variabel dependen. Variabel independen adalah parameter yang digunakan untuk menghitung variabel dependen atau hasil. Model regresi berganda meluas ke beberapa variabel penjelas.

Model regresi berganda didasarkan pada asumsi berikut:

- Terdapat hubungan linier antara variabel dependen dan variabel independen.
- Variabel independen tidak terlalu berkorelasi satu sama lain.
- Pengamatan y_i dipilih secara independen dan acak dari populasi.
- Residual harus berdistribusi normal dengan rata-rata nol dan varians σ .

Koefisien determinasi (R^2) merupakan metrik statistik yang digunakan untuk mengukur seberapa besar variasi hasil dapat dijelaskan oleh variasi variabel independen. R^2 selalu meningkat karena lebih banyak prediktor ditambahkan ke model regresi linear berganda meskipun prediktor mungkin tidak terkait dengan variabel hasil.

R^2 dengan sendirinya tidak dapat digunakan untuk mengidentifikasi prediktor mana yang harus dimasukkan dalam model dan mana yang harus dikecualikan. R^2 hanya dapat berada di antara nol dan satu, di mana nol menunjukkan bahwa hasil tidak dapat diprediksi oleh variabel independen mana pun dan satu menunjukkan bahwa hasil dapat diprediksi tanpa kesalahan dari variabel independen.

Saat menginterpretasikan hasil regresi berganda, koefisien beta valid sementara semua variabel lain tetap konstan ("semuanya sama"). Output dari beberapa regresi dapat ditampilkan secara horizontal sebagai persamaan, atau secara vertikal dalam bentuk tabel.

Bab 3

Implementasi Program

Pada program yang kami buat, semua fungsi dan prosedur utama yang digunakan untuk mengoperasikan matriks berada di *class* Matriks. Kami juga menggunakan beberapa *library*, yaitu sebagai berikut.

- a. Library `java.util.Scanner`
Library ini digunakan untuk mengakses *class Scanner* yang dipakai untuk membaca input.
- b. Library `java.io.File`
Library ini digunakan untuk mengakses *class File* yang digunakan untuk membaca File yang ada di komputer
- c. Library `java.io.FileWriter`
Library ini digunakan untuk membaca *class FileWriter* yang digunakan untuk menu;is File yang ada di komputer
- d. Library `java.util.Locale`
Library ini digunakan untuk membaca *class Locale* yang digunakan mengubah penanda desimal pada *Scanner* menjadi titik dengan mengganti *Locale* dari *Scanner* menjadi US.
- e. Library `java.io.IOException`
Library ini digunakan untuk membaca *class IOException* yang digunakan untuk mengetahui error yang terjadi pada input/output.

Class Matriks memiliki beberapa atribut, antara lain :

- I. `Mat : Double[][]`
Array 2 dimensi yang menyimpan elemen matriks. Index baris dan indeks kolom dimulai dari nol
- II. `iEff : Integer`
Baris efektif matriks. Jumlah baris yang dipakai oleh matriks
- III. `jEff : Integer`
Kolom efektif matriks. Jumlah kolom yang dipakai oleh matriks
- IV. `zeroRows : Integer`
Jumlah baris yang dihapus karena seluruh elemen baris tersebut bernilai 0. Atribut ini digunakan saat mencetak matriks ke layar agar dimensi matriks yang tercetak sama seperti sebelum dilakukan operasi apapun.
- V. `iInitial : Integer`
Baris efektif matriks sebelum dilakukan operasi apapun.
- VI. `justDeletedAllZeroRow : Boolean`
Boolean yang bernilai true jika dan hanya jika baru saja dilakukan operasi yang menghapus baris yang seluruh elemennya bernilai nol
- VII. `hasAnswer : Boolean`
Boolean yang bernilai true jika dan hanya jika matriks memiliki jawaban
- VIII. `justSwappedRow : Boolean`
Boolean yang bernilai true jika dan hanya jika baru saja dilakukan pertukaran baris

IX. result : String

String yang memuat output yang akan disimpan ke dalam file jika pengguna ingin menyimpan jawaban.

Class Polinom_Matriks juga memiliki beberapa atribut, yaitu:

- I. xyMatrice[][] : Double
Matrix untuk menyimpan titik (x,y) yang akan diberikan untuk interpolasi polinom
- II. equation[]: Double
Array untuk menyimpan persamaan yang akan dihasilkan
- III. eqLength: Integer
Array untuk menyebut berapa panjang persamaan tersebut
- IV. iEffxy: Integer
Baris efektif titik yang diberikan (jumlah matriks)
- V. jEffxy: Integer
Kolom efektif titik → Sudah pasti 2 (x dan y)
- VI. matrix: Matriks
Matriks untuk dilakukannya interpolasi polinom

Berikut ini adalah *method*, fungsi, dan prosedur yang terdapat di dalam program kami

I. driverMatriks

A. Main Method

```
public static void main(String[] args)
```

- Program utama. Berfungsi untuk menampilkan pilihan serta menghubungkan pengguna dengan fungsi-fungsi pada program ini.

B. Metode Sistem Persamaan Linear

```
public static void sistem_persamaan_linear()
```

- Berfungsi untuk menampilkan pilihan metode untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dari pengguna serta menghubungkan pengguna dengan fungsi-fungsi sistem persamaan linear.

C. Metode Matriks Balikan

```
public static void matriks_balikan()
```

- Berfungsi untuk menampilkan pilihan metode untuk menyelesaikan persoalan matriks balikan dari pengguna serta menghubungkan pengguna dengan fungsi-fungsi matriks balikan.

D. Metode Determinan

```
public static void determinan()
```

- Berfungsi untuk menampilkan pilihan metode untuk menyelesaikan persoalan determinan dari pengguna serta menghubungkan pengguna dengan fungsi-fungsi determinan.

E. Metode Save Result

```
public static void saveResult()
```

- Berfungsi untuk menyimpan hasil dari program ke dalam file di folder output yang namanya ditentukan pengguna. Bisa membuat file baru ataupun menimpa file yang sudah ada.

II. Matriks

A. Metode isiMatriks

```
void isiMatriks()
```

- Memberikan pilihan kepada user apakah ingin mengisi matriks melalui keyboard atau melalui file. Setelah itu, isi matriks sesuai keinginan user.
- I.S. Matriks kosong
- F.S. Matriks berisi elemen dari input user (keyboard ataupun file)

B. Metode Copy

```
Matriks copy()
```

- Membuat salinan matriks dengan atribut yang sama persis.
- Return matriks salinan.

C. Metode cetakMatriks

```
public void cetakMatriks()
```

- Mencetak elemen-elemen matriks ke layar sesuai baris dan kolomnya.
- I.S. Matriks terdefinisi
- F.S. Matriks tercetak ke layar

D. Metode getMatriksString

```
public String getMatriksString()
```

- Membuat string dari matriks agar dapat disimpan ke dalam file.
- Return string dari matriks.

E. Metode subtractRow

```
public void subtractRow(int r, int s, Double k)
```

- Mengurangi baris matriks dengan kelipatan baris yang lain.
- I.S. Matriks terdefinisi.
- F.S. Baris r pada matriks dikurangi oleh k kali baris s.

F. Metode swapIfFirstRowIsZero

```
public void swapIfFirstRowIsZero(int r, int s)
```

- Menukar baris r dengan baris di bawahnya jika elemen pada baris r dan kolom s bernilai nol dan terdapat elemen pada baris lain di kolom s yang tidak bernilai nol.
- I.S. Matriks terdefinisi
- F.S. Jika elemen pada baris r kolom s bernilai nol dan terdapat elemen bukan nol pada kolom s di baris lain, tukar baris r dengan baris tersebut.

G. Metode swapRow

```
void swapRow(int row1, int row2)
    - Menukar baris row1 dengan baris row2.
    - I.S. Matriks terdefinisi.
        F.S. Matriks baris row1 bertukar dengan baris row2.
```

H. Metode makeLeftOne

```
public void makeLeftOne(int r, int c)
    - Menjadikan elemen paling kiri baris r bernilai satu dengan cara membagi
        baris dengan nilai elemen bukan nol paling kiri dari baris r.
    - I.S. Matriks terdefinisi
        F.S. Baris r dibagi oleh nilai elemen bukan nol paling kiri dari baris r dan
            elemen paling kiri pada baris r bernilai 1.
```

I. Metode findFirstNonZeroInRow

```
public Double findFirstNonZeroInRow(int r, int c)
    - Mencari nilai elemen bukan nol pertama dari kiri pada baris r
    - Return nilai bukan nol pertama dari kiri pada baris r
```

J. Metode findFirstNonZeroIndexInRow

```
public Double findFirstNonZeroIndexInRow(int r, int c)
    - Mencari index elemen bukan nol pertama dari kiri pada baris r
    - Return index elemen bukan nol pertama dari kiri pada baris r
```

K. Metode obe_gauss

```
public void obe_gauss()
    - Melakukan OBE pada matriks hingga menjadi matriks eselon
    - I.S. Matriks terdefinisi sembarang
        F.S. Matriks menjadi matriks eselon
```

L. Metode obe_gauss_jordan

```
public void obe_gauss_jordan()
    - Melakukan OBE bolak balik pada matriks hingga menjadi matriks eselon
        tereduksi
    - I.S. Matriks terdefinisi sembarang
        F.S. Matriks menjadi matriks eselon tereduksi
```

M. Metode deleteRowIfRowAllZero

```
public void deleteRowIfRowAllZero(int r)
    - Menghapus baris r pada matriks dan menambah atribut zeroRows
        dengan cara menggeser elemen matriks dan mengurangi baris efektif
        matriks jika seluruh elemen pada baris r bernilai nol
```

- I.S. Matriks terdefinisi
- F.S. Jika seluruh elemen pada baris r bernilai nol, baris di bawah baris r digeser ke atas, iEff berkurang satu, dan zeroRows bertambah satu.

N. Metode multiplyMatriks

```
static public Matriks multiplyMatrix(Matriks m1, Matriks m2)
```

- Mengalikan matriks m1 dengan m2
- Return hasil perkalian m1 dengan m2

III. Sistem Persamaan Linear

A. Metode isSPLHaveSolution

```
boolean isSPLHaveSolution()
```

- Memeriksa apakah matriks memiliki solusi dengan mengecek apakah ada baris yang bernilai 0 0 ... x dengan x bilangan bukan nol
- Return true jika matriks memiliki solusi, false jika tidak

B. Metode isSPLHaveManySolution

```
boolean isSPLHaveManySolution()
```

- Memeriksa apakah matriks memiliki solusi banyak dengan cara mengecek apakah baris efektifnya kurang dari kolom efektifnya dikurang satu ($i_{\text{Eff}} < j_{\text{Eff}} - 1$)
- Return true jika matriks memiliki solusi banyak, false jika tidak.

C. Metode printUniqueSolution_gauss

```
void printUniqueSolution_gauss()
```

- Mencetak solusi unik dari matriks eselon
- I.S. Matriks berbentuk eselon
- F.S. Solusi yang unik tercetak ke layar

D. Metode printUniqueSolution_gauss_jordan

```
void printUniqueSolution_gauss_jordan()
```

- Mencetak solusi unik dari matriks eselon tereduksi
- I.S. Matriks berbentuk eselon tereduksi
- F.S. Solusi yang unik tercetak ke layar

E. Metode printManySolution

```
void printManySolution()
```

- Mencetak solusi berparameter dari matriks eselon atau eselon tereduksi
- I.S. Matriks berbentuk eselon atau eselon tereduksi
- F.S. Solusi parametrik tercetak ke layar

F. Metode spl_gauss

```
void spl_gauss()
    - Mencari penyelesaian sistem persamaan linear pada matriks augmented dengan menggunakan metode eliminasi gauss
    - I.S. Matriks merupakan matriks augmented
        F.S. Solusi dari matriks augmented tercetak ke layar
```

G. Metode spl_gauss_jordan

```
void spl_gauss_jordan()
    - Mencari penyelesaian sistem persamaan linear pada matriks augmented dengan menggunakan metode eliminasi gauss-jordan
    - I.S. Matriks merupakan matriks augmented
        F.S. Solusi dari matriks augmented tercetak ke layar
```

IV. Determinan

A. Metode Determinan Metode Kofaktor

```
Static Double kofaktor (Matriks mat)
    - Metode utama dalam membalikkan matriks dan menghasilkan determinan matriks. Menggunakan metode kofaktor sehingga dapat berlaku untuk matriks semua ukuran
    - PreRequisite: matriks harus kotak (jumlah kolom = jumlah baris)
    - Return determinan matriks
```

B. Metode Number of Swap

```
Static int NumberofSwap(Matriks mat, int r,int s)
    - Menghitung banyaknya operasi pertukaran baris OBE yang dilakukan
    - Return jumlah pergantian baris
```

C. Metode Subtract row

```
Static void subtractRow(Matriks mat, int r, int s, Double k, Double h)
    - Mengurangi baris matriks dengan kelipatan baris yang lain tanpa Metode makeLeftOne.
    - I.S. Matriks terdefinisi.
        F.S. Baris r pada matriks dikurangi oleh k/h kali baris s.
```

D. Metode Make triangular matrix

```
Static void maketriangularmatrix(Matriks mat)
    - Melakukan operasi baris elementer pada matriks sehingga menjadi matrix segitiga bawah atau atas
    - Mengalikan matrix pada baris 0 dan kolom 0 dengan  $(-1)^p$  dengan p merupakan jumlah swap yang didapat dari metode Number of Swap untuk metode detwithOBE
    - I.S. Matriks terdefinisi.
        F.S. Matriks menjadi matriks segitiga atas atau bawah dan telah dilakukan pengalian dengan  $-1^{\text{Number of Swap}}$ 
```

E. Metode Determinan with OBE

Static Double DetwithOBE(Matriks mat)

- Mencari determinan dengan OBE yaitu dengan mengubah matriks menjadi matriks segitiga bawah atau atas kemudian mengalikan semua elemen diagonal dan hasil dari perkalian elemen diagonal dikali dengan -1^p dengan p merupakan jumlah pergantian baris.
- Mengalikan semua elemen diagonal matriks yang telah didapat dari metode Make triangular matrix
- PreRequisite: matriks harus kotak (jumlah kolom = jumlah baris)
- Return determinan matriks

F. Metode Deteriminan with sarrus

Static Double DetwithSarrus (Matriks mat)

- Mencari determinan dengan Metode sarrus yaitu dengan menuliskan kembali komponen matriks mat dan menambahkan 2 kolom pada sebelah kanan yang berisi elemen 2 kolom pertama pada matriks. Kemudian determinan diperoleh dengan perkalian silang pada diagonal turun (+) dan perkalian silang pada diagonal naik (-).
- PreRequisite: matriks harus 3x3
- Return determinan matriks

V. Balikan Matriks

A. Metode balikan matriks gauss-jordan

Static Matriks gauss_jordan(Matriks mat)

- Mencari balikan suatu matrix menggunakan metode Gauss-Jordan. Dengan mengubah matrix yang diberikan menjadi matriks identitas menggunakan metode OBE Gauss-Jordan dan melakukan tahap-tahap yang sama kepada matriks determinan yang berukuran yang sama, dengan ini matriks determinan akan dijadikan matriks balikan. Kembalikan matriks balikan tersebut.
- PreRequisite: Matrix harus kotak dan tidak mempunyai 0 sebagai determinan
- Return matriks balikan

B. Metode balikan adjoint

Static Matriks adjoint(Matriks mat)

- Mencari balikan suatu matriks menggunakan metode adjoint. Terdiri dari beberapa tahap yaitu mencari matriks kofaktor dari matriks yang diberikan dan mengalikannya dengan satu per determinannya. Karena metode adjoint menggunakan determinan matriks dalam metodenya, diperlukan matrix dengan determinan bukan 0.
- PreRequisite: Matrix harus kotak dan tidak mempunyai 0 sebagai determinan
- Return matriks balikan

C. Metode subtractRow (khusus balikan matriks)

```
static void subtractRow(Matriks mat1, Matriks mat2, int r, int s, Double k)
```

- Mengurangi semua kolom dari suatu baris dalam suatu matriks dengan rumus $row[r] = row[r] - (k * row[s])$. Operasi ini dilakukan kepada matriks mat1 dan mat2.
- I.S. mat1 dan mat2 terdefinisi dan terisi
- F.S. mat1 dan mat2 yang telah dilakukan operasi pengurangan baris

D. Metode swapIfFirstRowIsZero (khusus balikan matriks)

```
static void swapIfFirstRowIsZero(Matriks mat1, Matriks mat2, int r, int s)
```

- Menukar suatu baris dengan baris lain apabila baris yang dirujuk (baris r) memiliki 0 sebagai semua elemen di kolomnya sehingga didapat baris dengan semua elemen 0 pada suatu kolomnya di paling bawah matriks. Mengecek di matriks mat1, dan melakukan operasi kepada mat1 dan mat2.
- I.S. mat1 dan mat2 terdefinisi dan terisi.
 - mat1 mungkin memiliki baris dengan semua kolom 0
- F.S. mat1 dan mat2 yang sudah dilakukan metode swapIfFirstRowIsZero
 - mat1 apabila memiliki baris dengan semua kolom 0, kolom tersebut akan dipindah ke paling bawah matriks.
 - Perpindahan baris tersebut juga akan dilakukan kepada mat2 apabila memang dilakukan.

E. Metode makeLeftOne (khusus balikan matriks)

```
static void makeLeftOne(Matriks mat1, Matriks mat2, int r, int c)
```

- Membuat nilai elemen matriks paling kiri dalam suatu baris yang bukan nol menjadi satu. Baris yang dirujuk (baris r) akan dilakukan operasi $row[r] = row[r] / k$ dengan k adalah nilai elemen paling kiri dalam baris tersebut yang bukan nol. Akan didapat nilai elemen paling kiri dalam baris yang bernilai 1. Pengecekan k akan dilakukan di mat1 dan dilakukan operasi akan dilakukan pada mat1 dan mat2.
- I.S. mat1 dan mat2 terdefinisi dan terisi.
- F.S. salah satu baris di mat1 akan memiliki elemen paling kiri bernilai 1
 - Operasi yang sama untuk menjadikan elemen tersebut bernilai 1 akan dilakukan kepada mat2

F. Metode OBE Gauss (khusus balikan matriks)

```
static void obe_gauss(Matriks mat1, Matriks mat2)
```

- Melakukan operasi OBE sehingga membuat mat1 berupa matriks eselon baris. Operasi yang dilakukan kepada mat1 untuk membuatnya matriks eselon baris akan dilakukan kepada mat2 juga.
- Menggunakan metode makeLeftOne, subtractRow, dan swapIfFirstRowIsZero khusus balikan matriks
- I.S. mat1 dan mat2 terdefinisi dan terisi.

- mat1 tidak berbentuk eselon baris
 - F.S. mat1 dan mat2 terdefinisi dan terisi.
 - mat1 berbentuk echelon-baris
- G. Metode OBE Gauss-Jordan (khusus balikan matriks)
- ```
static void obe_gauss_jordan(Matriks mat1, Matriks mat2,)
```
- Melakukan operasi OBE sehingga membuat mat1 berupa matriks eselon baris tereduksi. Operasi yang dilakukan kepada mat1 untuk membuatnya matriks eselon baris tereduksi juga akan dilakukan kepada mat2.
  - Menggunakan metode makeLeftOne, subtractRow, dan swapIfFirstRowIsZero khusus balikan matriks serta metode OBE Gauss.
  - I.S. mat1 dan mat2 terdefinisi dan terisi.
    - mat1 tidak berbentuk eselon baris tereduksi.
  - F.S. mat1 dan mat2 terdefinisi dan terisi.
    - mat1 berbentuk eselon baris tereduksi.

## VI. Polinom

### A. Metode read points

```
public void readPoints(int points)
```

- Membaca titik-titik berupa (x,y) tanpa koma dan tanda kurung dari user berjumlah points. Akan ditanyakan masukan akan melalui metode keyboard atau file.
- I.S. matriks xyMatrice terdefinisi
- F.S. matriks xyMatrice terisi berjumlah points titik.

### B. Metode print points

```
public void printPoints()
```

- I.S. xyMatrice terdefinisi dan terisi.
- F.S. titik-titik dalam xyMatrice dicetak ke konsol

### C. Metode get points

```
public String getPoints()
```

- Menyimpan isi printPoints ke dalam suatu string
- Return string tersebut

### D. Metode fill to matrix

```
public void fillToMatrix()
```

- Mengisi isi titik-titik yang disimpan dalam xyMatrice ke dalam matriks matrix.
- I.S. xyMatrice terisi dan matriks matrix terdefinisi.
- F.S. matriks matrix terisi dengan format sistem persamaan lanjar.

### E. Metode copy equation

```
public void fillToMatrix()
```

- Mengisi array equation dengan persamaan yang dihasilkan dari operasi OBE Gauss-Jordan matriks matrix.
- I.S. array equation terdefinisi, matriks matrix sudah dilakukan operasi OBE Gauss-Jordan, eqLength terdefinisi.
- F.S. array equation terisi dan eqLength terisi panjang persamaan.

F. Metode getYFromEq

```
public Double getYFromEq(double x)
 - Mencari taksiran p(x) dengan menggunakan persamaan yang sudah dicari.
 - Return hasil taksiran p(x)
```

G. Metode exponent

```
public Double exponent(double a, int b)
 - Mencari hasil a^b dan mengembalikannya.
 - Return a^b .
```

H. Metode get equation

```
public String getEquation()
 - Menulis hasil persamaan yang sudah dibuat dari interpolasi polinom sebagai string dan mengembalikannya.
 - PreRequisite: array equation sudah terisi
 - Return string persamaan hasil interpolasi
```

VII. Regresi Linear Berganda

Metode regression

```
static Matriks regression(Matriks mat, double[] est)
 - Membuat persamaan regresi linear dengan menggunakan Normal Equation for Multiple Linear Regression dan menghitung taksiran dari peubah x yang berada dalam array est ke persamaan regresi linear yang didapat.
 - Menggunakan metode OBE gauss-jordan untuk mendapatkan nilai b dari matriks hasil Normal Equation for Multiple Linear Regression.
 - Return matriks hasil Normal Equation for Multiple Linear Regression setelah menggunakan OBE gauss-jordan.
```

# Bab 4

## Eksperimen

```
C:\Lenovo Temp\IF Files\Sem3\Algeo\Tubes1\GkMirip\src>javac driverMatriks.java && java driverMatriks
```

```
MENU
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi linier berganda
6. Keluar
Pilihan :
```

Gambar 4.1 Tampilan Menu CLI Program

### Nomor 1 : Sistem Persamaan Linear $Ax = b$

1. Temukan solusi SPL  $Ax = b$ , berikut:
  - a.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & -7 & -5 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Pengujian soal 1a dengan menggunakan metode eliminasi Gauss. Input matriks dari keyboard

```

MENU
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi linier berganda
6. Keluar
Pilihan : 1

PILIH METODE
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Crammer
Pilihan : 1

Masukkan SPL dalam bentuk matriks augmented
Masukkan baris matriks: 4
Masukkan kolom matriks: 5

Pilih jenis input
1. Input dari keyboard
2. Input dari file
Pilihan : 1

Masukkan matriks 4 x 5 :
1.00 1.00 -1.00 -1.00 1.00
2.00 5.00 -7.00 -5.00 -2.00
2.00 -1.00 1.00 3.00 4.00
5.00 2.00 -4.00 2.00 6.00

```

```

Baris 1 dikurangi oleh 2.00 kali baris 0
1.00 1.00 -1.00 -1.00 1.00
0.00 3.00 -5.00 -3.00 -4.00
2.00 -1.00 1.00 3.00 4.00
5.00 2.00 -4.00 2.00 6.00

Baris 2 dikurangi oleh 2.00 kali baris 0
1.00 1.00 -1.00 -1.00 1.00
0.00 3.00 -5.00 -3.00 -4.00
0.00 -3.00 3.00 5.00 2.00
5.00 2.00 -4.00 2.00 6.00

Baris 3 dikurangi oleh 5.00 kali baris 0
1.00 1.00 -1.00 -1.00 1.00
0.00 3.00 -5.00 -3.00 -4.00
0.00 -3.00 3.00 5.00 2.00
0.00 -3.00 1.00 7.00 1.00

Bagi baris 1 dengan 3.00
1.00 1.00 -1.00 -1.00 1.00
0.00 1.00 -1.67 -1.00 -1.33
0.00 -3.00 3.00 5.00 2.00
0.00 -3.00 1.00 7.00 1.00

Baris 2 dikurangi oleh -3.00 kali baris 1
1.00 1.00 -1.00 -1.00 1.00
0.00 1.00 -1.67 -1.00 -1.33
0.00 0.00 -2.00 2.00 -2.00
0.00 -3.00 1.00 7.00 1.00

Baris 3 dikurangi oleh -3.00 kali baris 1
1.00 1.00 -1.00 -1.00 1.00
0.00 1.00 -1.67 -1.00 -1.33
0.00 0.00 -2.00 2.00 -2.00
0.00 0.00 -4.00 4.00 -3.00

Bagi baris 2 dengan -2.00
1.00 1.00 -1.00 -1.00 1.00
0.00 1.00 -1.67 -1.00 -1.33
-0.00 -0.00 1.00 -1.00 1.00
0.00 0.00 -4.00 4.00 -3.00

Baris 3 dikurangi oleh -4.00 kali baris 2
1.00 1.00 -1.00 -1.00 1.00
0.00 1.00 -1.67 -1.00 -1.33
0.00 -0.00 1.00 -1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 0.00 1.00

```

```

Hasil Matriks :
1.00 1.00 -1.00 -1.00 1.00
0.00 1.00 -1.67 -1.00 -1.33
-0.00 -0.00 1.00 -1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 0.00 1.00

Solusi tidak ada

```

b.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Pengujian soal 1b dengan menggunakan metode eliminasi Gauss-Jordan. Input matriks dari keyboard.

MENU  
 1. Sistem Persamaan Linier  
 2. Determinan  
 3. Matriks balikan  
 4. Interpolasi Polinom  
 5. Regresi linier berganda  
 6. Keluar  
 Pilihan : 1

PILIH METODE  
 1. Metode eliminasi Gauss  
 2. Metode eliminasi Gauss-Jordan  
 3. Metode matriks balikan  
 4. Kaidah Crammer  
 Pilihan : 2

Masukkan SPL dalam bentuk matriks augmented  
 Masukkan baris matriks: 4  
 Masukkan kolom matriks: 6

Pilih jenis input  
 1. Input dari keyboard  
 2. Input dari file  
 Pilihan : 1

Masukkan matriks  $4 \times 6$  :  
 1.00 -1.00 0.00 0.00 1.00 3.00  
 1.00 1.00 0.00 -3.00 0.00 6.00  
 2.00 -1.00 0.00 1.00 -1.00 5.00  
 -1.00 2.00 0.00 -2.00 -1.00 -1.00

Baris 1 dikurangi oleh 1.00 kali baris 0  
 1.00 -1.00 0.00 0.00 1.00 3.00  
 0.00 2.00 0.00 -3.00 -1.00 3.00  
 2.00 -1.00 0.00 1.00 -1.00 5.00  
 -1.00 2.00 0.00 -2.00 -1.00 -1.00

Baris 2 dikurangi oleh 2.00 kali baris 0  
 1.00 -1.00 0.00 0.00 1.00 3.00  
 0.00 2.00 0.00 -3.00 -1.00 3.00  
 0.00 1.00 0.00 1.00 -3.00 -1.00  
 -1.00 2.00 0.00 -2.00 -1.00 -1.00

Baris 3 dikurangi oleh -1.00 kali baris 0  
 1.00 -1.00 0.00 0.00 1.00 3.00  
 0.00 2.00 0.00 -3.00 -1.00 3.00  
 0.00 1.00 0.00 1.00 -3.00 -1.00  
 0.00 1.00 0.00 -2.00 0.00 2.00

Bagi baris 1 dengan 2.00  
 1.00 -1.00 0.00 0.00 1.00 3.00  
 0.00 1.00 0.00 -1.50 -0.50 1.50  
 0.00 1.00 0.00 1.00 -3.00 -1.00  
 0.00 1.00 0.00 -2.00 0.00 2.00

Baris 2 dikurangi oleh 1.00 kali baris 1  
 1.00 -1.00 0.00 0.00 1.00 3.00  
 0.00 1.00 0.00 -1.50 -0.50 1.50  
 0.00 0.00 0.00 2.50 -2.50 -2.50  
 0.00 1.00 0.00 -2.00 0.00 2.00

Baris 3 dikurangi oleh 1.00 kali baris 1  
 1.00 -1.00 0.00 0.00 1.00 3.00  
 0.00 1.00 0.00 -1.50 -0.50 1.50  
 0.00 0.00 0.00 2.50 -2.50 -2.50  
 0.00 0.00 0.00 -0.50 0.50 0.50

Bagi baris 2 dengan 2.50  
 1.00 -1.00 0.00 0.00 1.00 3.00  
 0.00 1.00 0.00 -1.50 -0.50 1.50  
 0.00 0.00 0.00 1.00 -1.00 -1.00  
 0.00 0.00 0.00 -0.50 0.50 0.50

Bagi baris 3 dengan -0.50  
 1.00 -1.00 0.00 0.00 1.00 3.00  
 0.00 1.00 0.00 -1.50 -0.50 1.50  
 0.00 0.00 0.00 1.00 -1.00 -1.00  
 -0.00 -0.00 -0.00 1.00 -1.00 -1.00

Baris 0 dikurangi oleh -1.00 kali baris 1  
 1.00 -1.00 0.00 0.00 1.00 3.00  
 0.00 1.00 0.00 -1.50 -0.50 1.50  
 0.00 0.00 0.00 1.00 -1.00 -1.00  
 -0.00 -0.00 -0.00 1.00 -1.00 -1.00

Baris 1 dikurangi oleh -1.50 kali baris 2  
 1.00 -1.00 0.00 0.00 1.00 3.00  
 0.00 1.00 0.00 -1.50 -0.50 1.50  
 0.00 0.00 0.00 1.00 -1.00 -1.00  
 -0.00 -0.00 -0.00 1.00 -1.00 -1.00

Baris 0 dikurangi oleh -1.50 kali baris 2

Dan seterusnya hingga membentuk matriks eselon tereduksi..

Hasil Matriks :  
 1.00 0.00 0.00 0.00 -1.00 3.00  
 0.00 1.00 0.00 0.00 -2.00 0.00  
 -0.00 -0.00 -0.00 1.00 -1.00 -1.00  
 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Solusi banyak  
 $x[1] = 3.000000 + 1.000000s$   
 $x[2] = 0.000000 + 2.000000s$   
 $x[4] = -1.000000 + 1.000000s$   
 $x[4] = r$   
 $x[5] = s$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Pengujian soal 1c dengan menggunakan metode eliminasi Gauss-Jordan. Input matriks dari keyboard.

```
MENU
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi linier berganda
6. Keluar
Pilihan : 1
```

```
PILIH METODE
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Crammer
Pilihan : 2
```

```
Masukkan SPL dalam bentuk matriks augmented
Masukkan baris matriks: 3
Masukkan kolom matriks: 7
```

```
Pilih jenis input
1. Input dari keyboard
2. Input dari file
Pilihan : 1
```

```
Masukkan matriks 3 x 7 :
0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 2.00
0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 0.00 -1.00
0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1.00
```

```
Masukkan matriks 3 x 7 :
0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 2.00
0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 0.00 -1.00
0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1.00

Tukar baris 1 dengan 2
0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 2.00
0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 0.00 -1.00

Baris 0 dikurangi oleh 1.00 kali baris 1
0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 -1.00 1.00
0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 0.00 -1.00

Tukar baris 0 dengan 1
0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 -1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 0.00 -1.00

Tukar baris 1 dengan 2
0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 0.00 -1.00
0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 -1.00 1.00

Baris 1 dikurangi oleh 1.00 kali baris 2
0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 1.00 -2.00
0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 -1.00 1.00

Hasil Matriks :
0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 1.00 -2.00
0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 -1.00 1.00
```

```
Hasil Matriks :
0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 1.00 -2.00
0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 -1.00 1.00
```

```
Solusi banyak
x[2] = 1.000000 - 1.000000t
x[4] = -2.000000 - 1.000000t
x[5] = 1.000000 + 1.000000t
x[4] = r
x[5] = s
x[6] = t
```

d.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \cdots & \frac{1}{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n+1} \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

*H adalah matriks Hilbert. Cobakan untuk n = 6 dan n = 10.*

Pengujian soal 1d dengan n = 6 menggunakan metode matriks balikan. Input matriks dari file.

```
MENU
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi linier berganda
6. Keluar
Pilihan : 1

PILIH METODE
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Crammer
Pilihan : 3

Masukkan SPL dalam bentuk matriks augmented
Masukkan baris matriks: 6
Masukkan kolom matriks: 7

Pilih jenis input
1. Input dari keyboard
2. Input dari file
Pilihan : 2

Masukkan path file: D:\Code\Java\Tubes Algeo 1\hilbertMatrix6x6.txt
```

```
Matriks x :
```

```
1.00
0.00
0.00
0.00
0.00
0.00
```

```
Matriks A :
```

```
1.00 0.50 0.33 0.25 0.20 0.17
0.50 0.33 0.25 0.20 0.17 0.14
0.33 0.25 0.20 0.17 0.14 0.13
0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.11
0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10
0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09
```

```
Invers Matriks A :
```

```
50.45 -1029.74 6010.52 -14356.67 14982.42 -5672.42
-1031.48 25800.59 -161778.77 400312.80 -426464.84 163633.20
6029.60 -161986.25 1053458.25 -2664604.75 2880426.36 -1116739.47
-14419.61 401229.73 -2667153.49 6847882.65 -7483235.46 2925192.92
15062.88 -427788.01 2885339.18 -7488692.77 8252205.42 -3247297.73
-5707.50 164250.15 -1119319.84 2929017.88 -3249145.45 1285581.46
```

```
Matriks hasil perkalian invers A dengan x :
```

```
50.45
-1031.48
6029.60
-14419.61
15062.88
-5707.50
```

```
Solusi :
```

```
x[1] = 50.449746
x[2] = -1031.482642
x[3] = 6029.604959
x[4] = -14419.613685
x[5] = 15062.881456
x[6] = -5707.496367
```

Pengujian soal 1d dengan n = 10 menggunakan metode eliminasi Gauss-Jordan. Input matriks dari file.

```
MENU
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi linier berganda
6. Keluar
Pilihan : 1

PILIH METODE
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Crammer
Pilihan : 2

Masukkan SPL dalam bentuk matriks augmented
Masukkan baris matriks: 10
Masukkan kolom matriks: 11

Pilih jenis input
1. Input dari keyboard
2. Input dari file
Pilihan : 2

Masukkan path file: D:\Code\Java\Tubes Algeo 1\hilbertMatrix10x10.txt
```

Baris 1 dikurangi oleh 0.50 kali baris 0

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| 1.00 | 0.50 | 0.33 | 0.25 | 0.20 | 0.17 | 0.14 | 0.13 | 0.11 | 0.10 | 1.00  |
| 0.00 | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.04 | 0.04 | -0.50 |
| 0.33 | 0.25 | 0.20 | 0.17 | 0.14 | 0.13 | 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.00  |
| 0.25 | 0.20 | 0.17 | 0.14 | 0.13 | 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.00  |
| 0.20 | 0.17 | 0.14 | 0.13 | 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.00  |
| 0.17 | 0.14 | 0.13 | 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.00  |
| 0.14 | 0.13 | 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.00  |
| 0.13 | 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.00  |
| 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.00  |
| 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.00  |

Baris 2 dikurangi oleh 0.33 kali baris 0

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| 1.00 | 0.50 | 0.33 | 0.25 | 0.20 | 0.17 | 0.14 | 0.13 | 0.11 | 0.10 | 1.00  |
| 0.00 | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.04 | 0.04 | -0.50 |
| 0.00 | 0.08 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | -0.33 |
| 0.25 | 0.20 | 0.17 | 0.14 | 0.13 | 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.00  |
| 0.20 | 0.17 | 0.14 | 0.13 | 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.00  |
| 0.17 | 0.14 | 0.13 | 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.00  |
| 0.14 | 0.13 | 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.00  |
| 0.13 | 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.00  |
| 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.00  |
| 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.00  |

Baris 3 dikurangi oleh 0.25 kali baris 0

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| 1.00 | 0.50 | 0.33 | 0.25 | 0.20 | 0.17 | 0.14 | 0.13 | 0.11 | 0.10 | 1.00  |
| 0.00 | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.04 | 0.04 | -0.50 |
| 0.00 | 0.08 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | -0.33 |
| 0.00 | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | -0.25 |
| 0.20 | 0.17 | 0.14 | 0.13 | 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.00  |
| 0.17 | 0.14 | 0.13 | 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.00  |
| 0.14 | 0.13 | 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.00  |
| 0.13 | 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.00  |
| 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.00  |
| 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.00  |

Baris 4 dikurangi oleh 0.20 kali baris 0

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| 1.00 | 0.50 | 0.33 | 0.25 | 0.20 | 0.17 | 0.14 | 0.13 | 0.11 | 0.10 | 1.00  |
| 0.00 | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.04 | 0.04 | -0.50 |
| 0.00 | 0.08 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | -0.33 |
| 0.00 | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | -0.25 |
| 0.00 | 0.07 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | -0.20 |
| 0.17 | 0.14 | 0.13 | 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.00  |
| 0.14 | 0.13 | 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.00  |
| 0.13 | 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.00  |
| 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.00  |
| 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.00  |

Baris 5 dikurangi oleh 0.17 kali baris 0

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| 1.00 | 0.50 | 0.33 | 0.25 | 0.20 | 0.17 | 0.14 | 0.13 | 0.11 | 0.10 | 1.00  |
| 0.00 | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.04 | 0.04 | -0.50 |
| 0.00 | 0.08 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | -0.33 |
| 0.00 | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | -0.25 |
| 0.00 | 0.07 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | -0.20 |
| 0.00 | 0.06 | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | -0.17 |
| 0.14 | 0.13 | 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.00  |
| 0.13 | 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.00  |
| 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.00  |
| 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.00  |

Baris 6 dikurangi oleh 0.14 kali baris 0

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.00 | 0.50 | 0.33 | 0.25 | 0.20 | 0.17 | 0.14 | 0.13 | 0.11 | 0.10 | 1.00 |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|

Dan seterusnya hingga membentuk matriks eselon tereduksi..

```

Hasil Matriks :
1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 46.38
0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 -1072.06
0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 7642.11
0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 -22514.18
0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 24691.71
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 7194.75
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 -27374.12
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 -4907.19
-0.00 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 1.00 0.00 29641.92
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 -13351.99

Solusi unik
x[1] = 46.376271
x[2] = -1072.058478
x[3] = 7642.112720
x[4] = -22514.176673
x[5] = 24691.712504
x[6] = 7194.749061
x[7] = -27374.122261
x[8] = -4907.193266
x[9] = 29641.915808
x[10] = -13351.993067

```

## Nomor 2 : Sistem Persamaan Linear berbentuk matriks augmented

### 2. SPL berbentuk matriks *augmented*

a.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}.$$

Pengujian soal 2a dengan menggunakan metode eliminasi Gauss-Jordan. Input matriks dari keyboard.

```
MENU
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi linier berganda
6. Keluar
Pilihan : 1
```

```
PILIH METODE
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Crammer
Pilihan : 2
```

```
Masukkan SPL dalam bentuk matriks augmented
Masukkan baris matriks: 4
Masukkan kolom matriks: 5
```

```
Pilih jenis input
1. Input dari keyboard
2. Input dari file
Pilihan : 1
```

```
Masukkan matriks 4 x 5 :
1.00 -1.00 2.00 -1.00 -1.00
2.00 1.00 -2.00 -2.00 -2.00
-1.00 2.00 -4.00 1.00 1.00
3.00 0.00 0.00 -3.00 -3.00
```

Masukkan matriks 4 x 5 :

```
1.00 -1.00 2.00 -1.00 -1.00
2.00 1.00 -2.00 -2.00 -2.00
-1.00 2.00 -4.00 1.00 1.00
3.00 0.00 0.00 -3.00 -3.00
```

Baris 1 dikurangi oleh 2.00 kali baris 0

```
1.00 -1.00 2.00 -1.00 -1.00
0.00 3.00 -6.00 0.00 0.00
-1.00 2.00 -4.00 1.00 1.00
3.00 0.00 0.00 -3.00 -3.00
```

Baris 2 dikurangi oleh -1.00 kali baris 0

```
1.00 -1.00 2.00 -1.00 -1.00
0.00 3.00 -6.00 0.00 0.00
0.00 1.00 -2.00 0.00 0.00
3.00 0.00 0.00 -3.00 -3.00
```

Baris 3 dikurangi oleh 3.00 kali baris 0

```
1.00 -1.00 2.00 -1.00 -1.00
0.00 3.00 -6.00 0.00 0.00
0.00 1.00 -2.00 0.00 0.00
0.00 3.00 -6.00 0.00 0.00
```

Bagi baris 1 dengan 3.00

```
1.00 -1.00 2.00 -1.00 -1.00
0.00 1.00 -2.00 0.00 0.00
0.00 1.00 -2.00 0.00 0.00
0.00 3.00 -6.00 0.00 0.00
```

Baris 2 dikurangi oleh 1.00 kali baris 1

```
1.00 -1.00 2.00 -1.00 -1.00
0.00 1.00 -2.00 0.00 0.00
0.00 3.00 -6.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
```

Baris 2 dikurangi oleh 3.00 kali baris 1

```
1.00 -1.00 2.00 -1.00 -1.00
0.00 1.00 -2.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
```

Baris 0 dikurangi oleh -1.00 kali baris 1

```
1.00 0.00 0.00 -1.00 -1.00
0.00 1.00 -2.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
```

Hasil Matriks :

|      |      |       |       |       |
|------|------|-------|-------|-------|
| 1.00 | 0.00 | 0.00  | -1.00 | -1.00 |
| 0.00 | 1.00 | -2.00 | 0.00  | 0.00  |
| 0.00 | 0.00 | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
| 0.00 | 0.00 | 0.00  | 0.00  | 0.00  |

Solusi banyak

$x[1] = -1.000000 + 1.000000r$   
 $x[2] = 0.000000 + 2.000000q$   
 $x[3] = q$   
 $x[4] = r$

b.

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 6 \\ -4 & 0 & 6 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Pengujian soal 2b dengan menggunakan metode eliminasi Gauss-Jordan. Input matriks dari keyboard.

```

MENU
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi linier berganda
6. Keluar
Pilihan : 1

PILIH METODE
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Crammer
Pilihan : 1

Masukkan SPL dalam bentuk matriks augmented
Masukkan baris matriks: 6
Masukkan kolom matriks: 5

Pilih jenis input
1. Input dari keyboard
2. Input dari file
Pilihan : 1

Masukkan matriks 6 x 5 :
2.00 0.00 8.00 0.00 8.00
0.00 1.00 0.00 4.00 6.00
-4.00 0.00 6.00 0.00 6.00
0.00 -2.00 0.00 3.00 -1.00
2.00 0.00 -4.00 0.00 -4.00
0.00 1.00 0.00 -2.00 0.00

Tukar baris 1 dengan 2
2.00 0.00 8.00 0.00 8.00
-4.00 0.00 6.00 0.00 6.00
0.00 1.00 0.00 4.00 6.00
0.00 -2.00 0.00 3.00 -1.00
2.00 0.00 -4.00 0.00 -4.00
0.00 1.00 0.00 -2.00 0.00

Tukar baris 2 dengan 4
2.00 0.00 8.00 0.00 8.00
-4.00 0.00 6.00 0.00 6.00
2.00 0.00 -4.00 0.00 -4.00
0.00 -2.00 0.00 3.00 -1.00
0.00 1.00 0.00 4.00 6.00
0.00 1.00 0.00 -2.00 0.00

Bagi baris 0 dengan 2.00
1.00 0.00 4.00 0.00 4.00
-4.00 0.00 6.00 0.00 6.00
2.00 0.00 -4.00 0.00 -4.00
0.00 -2.00 0.00 3.00 -1.00
0.00 1.00 0.00 4.00 6.00
0.00 1.00 0.00 -2.00 0.00

Baris 1 dikurangi oleh -4.00 kali baris 0
1.00 0.00 4.00 0.00 4.00
0.00 0.00 22.00 0.00 22.00
2.00 0.00 -4.00 0.00 -4.00
0.00 -2.00 0.00 3.00 -1.00
0.00 1.00 0.00 4.00 6.00
0.00 1.00 0.00 -2.00 0.00

Baris 2 dikurangi oleh 2.00 kali baris 0
1.00 0.00 4.00 0.00 4.00
0.00 0.00 22.00 0.00 22.00
0.00 0.00 -12.00 0.00 -12.00
0.00 -2.00 0.00 3.00 -1.00
0.00 1.00 0.00 4.00 6.00
0.00 1.00 0.00 -2.00 0.00

Bagi baris 1 dengan 22.00
1.00 0.00 4.00 0.00 4.00
0.00 0.00 1.00 0.00 1.00
0.00 0.00 -12.00 0.00 -12.00
0.00 -2.00 0.00 3.00 -1.00
0.00 1.00 0.00 4.00 6.00
0.00 1.00 0.00 -2.00 0.00

Baris 4 dikurangi oleh -2.00 kali baris 1
1.00 0.00 4.00 0.00 4.00
0.00 1.00 0.00 -2.00 0.00
0.00 0.00 -12.00 0.00 -12.00
0.00 0.00 1.00 0.00 1.00
0.00 0.00 0.00 -1.00 -1.00

```

Dan seterusnya hingga  
membentuk matriks  
eselon tereduksi..

```

Hasil Matriks :
1.00 0.00 4.00 0.00 4.00
0.00 1.00 0.00 -2.00 0.00
-0.00 -0.00 1.00 -0.00 1.00
-0.00 -0.00 -0.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

```

```

Solusi unik
x[1] = 0.000000
x[2] = 2.000000
x[3] = 1.000000
x[4] = 1.000000

```

## Nomor 3: SPL

### 3. SPL berbentuk

a.  $8x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0$   
 $2x_1 + 9x_2 - x_3 - 2x_4 = 1$   
 $x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 2$   
 $x_1 + 6x_3 + 4x_4 = 3$

Pengujian soal 3a dengan menggunakan metode eliminasi kaidah Cramer. Input matriks dari keyboard.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>MENU<br/>1. Sistem Persamaan Linier<br/>2. Determinan<br/>3. Matriks balikan<br/>4. Interpolasi Polinom<br/>5. Regresi linier berganda<br/>6. Keluar<br/>Pilihan : 1</p> <p>PILIH METODE<br/>1. Metode eliminasi Gauss<br/>2. Metode eliminasi Gauss-Jordan<br/>3. Metode matriks balikan<br/>4. Kaidah Crammer<br/>Pilihan : 4</p> <p>Masukkan SPL dalam bentuk matriks augmented<br/>Masukkan baris matriks: 4<br/>Masukkan kolom matriks: 5</p> <p>Pilih jenis input<br/>1. Input dari keyboard<br/>2. Input dari file<br/>Pilihan : 1</p> <p>Masukkan matriks 4 x 5 :<br/>8.00 1.00 3.00 2.00 0.00<br/>2.00 9.00 -1.00 2.00 1.00<br/>1.00 3.00 2.00 -1.00 2.00<br/>1.00 0.00 6.00 4.00 3.00</p> | <p>Determinan matriks A : 1264.000000<br/>Determinan matriks A[1] : -298.000000<br/><math>x[1] = -298.000000 / 1264.000000 = -0.235759</math></p> <p>Determinan matriks A[2] : 339.000000<br/><math>x[2] = 339.000000 / 1264.000000 = 0.268196</math></p> <p>Determinan matriks A[3] : 809.000000<br/><math>x[3] = 809.000000 / 1264.000000 = 0.640032</math></p> <p>Determinan matriks A[4] : -191.000000<br/><math>x[4] = -191.000000 / 1264.000000 = -0.151108</math></p> <p><b>Solusi :</b><br/><math>x[1] = -0.235759</math><br/><math>x[2] = 0.268196</math><br/><math>x[3] = 0.640032</math><br/><math>x[4] = -0.151108</math></p> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

b.

$$\begin{aligned}x_7 + x_8 + x_9 &= 13.00 \\x_4 + x_5 + x_6 &= 15.00 \\x_1 + x_2 + x_3 &= 8.00 \\0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_6 + x_8) + 0.61396x_9 &= 14.79 \\0.91421(x_3 + x_5 + x_7) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 14.31 \\0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_2 + x_4) + 0.61396x_1 &= 3.81 \\x_3 + x_6 + x_9 &= 18.00 \\x_2 + x_5 + x_8 &= 12.00 \\x_1 + x_4 + x_7 &= 6.00 \\0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_2 + x_6) + 0.61396x_3 &= 10.51 \\0.91421(x_1 + x_5 + x_9) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 16.13 \\0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_4 + x_8) + 0.61396x_7 &= 7.04\end{aligned}$$

Pengujian soal 3b dengan menggunakan metode eliminasi kaidah Cramer. Input matriks dari keyboard.

PILIH METODE

1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Crammer

Pilihan : 2

Masukkan SPL dalam bentuk matriks augmented

Masukkan baris matriks: 12

Masukkan kolom matriks: 10

Pilih jenis input

1. Input dari keyboard
2. Input dari file

Pilihan : 1

Masukkan matriks  $12 \times 10$  :

0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 1.00 13.00  
0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 1.00 0.00 0.00 0.00 15.00  
1.00 1.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 8.00  
0.00 0.00 0.04 0.00 0.04 0.75 0.04 0.75 0.61 14.79  
0.00 0.25 0.91 0.25 0.91 0.25 0.91 0.25 0.00 14.31  
0.61 0.75 0.04 0.75 0.04 0.00 0.04 0.00 0.00 3.81  
0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 18.00  
0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 12.00  
1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 6.00  
0.04 0.75 0.61 0.00 0.04 0.75 0.00 0.00 0.04 10.51  
0.91 0.25 0.00 0.25 0.91 0.25 0.00 0.25 0.91 16.13  
0.04 0.00 0.00 0.75 0.04 0.00 0.61 0.75 0.04 7.04

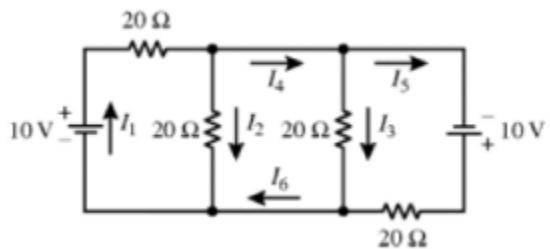
Hasil Matriks :

```
1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00
-0.00 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 -0.00 1.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
```

Solusi tidak ada

#### Nomor 4 : Menentukan Arus Listrik

4. Tentukan arus yang mengalir pada rangkaian listrik di bawah ini:



Dari rangkaian listrik tersebut, bisa kita buat matriks augmented seperti berikut.

| I1  | I2 | I3 | I4  | I5  | I6 | A  |
|-----|----|----|-----|-----|----|----|
| 40  | 0  | 0  | -20 | 0   | 0  | 10 |
| -20 | 0  | 0  | 40  | -20 | 0  | 10 |
| 0   | 0  | 0  | -20 | 40  | 0  | 10 |
| -1  | 1  | 0  | 1   | 0   | 0  | 0  |

|   |   |   |    |   |   |   |
|---|---|---|----|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | -1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 | 0 |

Setelah itu, kita masukkan matriks augmented tersebut ke dalam program. Metode yang digunakan kali ini adalah metode matriks balikan. Input masukan dari keyboard.

```

PILIH METODE
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Crammer
Pilihan : 3

Masukkan SPL dalam bentuk matriks augmented
Masukkan baris matriks: 6
Masukkan kolom matriks: 7

Pilih jenis input
1. Input dari keyboard
2. Input dari file
Pilihan : 1

Masukkan matriks 6 x 7 :
40.00 0.00 0.00 -20.00 0.00 0.00 10.00
-20.00 0.00 0.00 40.00 -20.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 -20.00 40.00 0.00 10.00
-1.00 1.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 1.00 -1.00 1.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 -1.00 0.00 1.00 0.00

```

```

Matriks x :
10.00
0.00
10.00
0.00
0.00
0.00

Matriks A :
40.00 0.00 0.00 -20.00 0.00 0.00
-20.00 0.00 0.00 40.00 -20.00 0.00
0.00 0.00 0.00 -20.00 40.00 0.00
-1.00 1.00 0.00 1.00 0.00 0.00
0.00 0.00 1.00 -1.00 1.00 0.00
0.00 0.00 0.00 -1.00 0.00 1.00

Invers Matriks A :
0.04 0.03 0.01 -0.00 0.00 -0.00
0.01 -0.03 -0.01 1.00 -0.00 0.00
0.01 0.03 -0.01 -0.00 1.00 -0.00
0.03 0.05 0.03 0.00 -0.00 0.00
0.01 0.03 0.04 -0.00 0.00 -0.00
0.03 0.05 0.03 0.00 -0.00 1.00

Matriks hasil perkalian invers A dengan x :
0.50
0.00
0.00
0.50
0.50
0.50

```

```

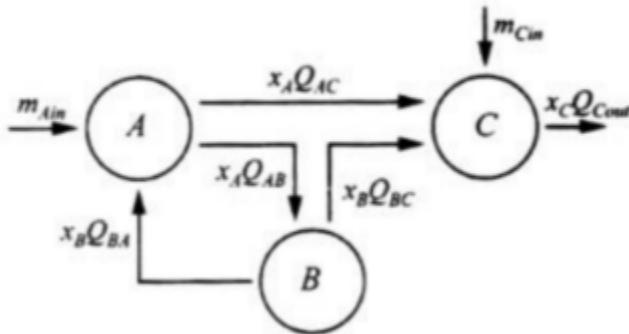
Solusi :
x[1] = 0.500000
x[2] = 0.000000
x[3] = 0.000000
x[4] = 0.500000
x[5] = 0.500000
x[6] = 0.500000

```

Didapat hasil:  
I<sub>1</sub> = 0.5 A  
I<sub>2</sub> = 0 A  
I<sub>3</sub> = 0 A  
I<sub>4</sub> = 0.5 A  
I<sub>5</sub> = 0.5 A  
I<sub>6</sub> = 0.5 A

## Nomor 5 : Menentukan Solusi pada Sistem Reaktor

5. Lihatlah sistem reaktor pada gambar berikut



Dengan laju volume  $Q$  dalam  $\text{m}^3/\text{s}$  dan input massa  $m_{\text{in}}$  dalam  $\text{mg/s}$ . Konservasi massa pada tiap inti reaktor adalah sebagai berikut:

$$\text{A: } m_{A_{\text{in}}} + Q_{BA}x_B - Q_{AB}x_A - Q_{AC}x_A = 0$$

$$\text{B: } Q_{AB}x_A - Q_{BA}x_B - Q_{BC}x_B = 0$$

$$\text{C: } m_{C_{\text{in}}} + Q_{AC}x_A + Q_{BC}x_B - Q_{C_{\text{out}}}x_C = 0$$

Tentukan solusi  $x_A, x_B, x_C$  dengan menggunakan parameter berikut :  $Q_{AB} = 40$ ,  $Q_{AC} = 80$ ,  $Q_{BA} = 60$ ,  $Q_{BC} = 20$  dan  $Q_{C_{\text{out}}} = 150 \text{ m}^3/\text{s}$  dan  $m_{A_{\text{in}}} = 1300$  dan  $m_{C_{\text{in}}} = 200 \text{ mg/s}$ .

Kita substitusikan nilai yang diketahui menjadi matriks augmented seperti berikut.

| $x_A$ | $x_B$ | $x_C$ | $m$   |
|-------|-------|-------|-------|
| -120  | 60    | 0     | -1300 |
| 40    | -80   | 0     | 0     |
| 80    | 20    | -150  | -200  |

Setelah itu, kita masukkan matriks augmented tersebut ke dalam program. Metode yang digunakan kali ini adalah kaidah crammer. Input masukan dari keyboard.

```
MENU
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi linier berganda
6. Keluar
Pilihan : 1

PILIH METODE
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Crammer
Pilihan : 4

Masukkan SPL dalam bentuk matriks augmented
Masukkan baris matriks: 3
Masukkan kolom matriks: 4

Pilih jenis input
1. Input dari keyboard
2. Input dari file
Pilihan : 1

Masukkan matriks 3 x 4 :
-120.00 60.00 0.00 -1300.00
40.00 -80.00 0.00 0.00
80.00 20.00 -150.00 -200.00
```

```
Determinan matriks A : -1080000.000000

Determinan matriks A[1] : -15600000.000000
x[1] = -15600000.000000 / -1080000.000000 = 14.444444

Determinan matriks A[2] : -7800000.000000
x[2] = -7800000.000000 / -1080000.000000 = 7.222222

Determinan matriks A[3] : -10800000.000000
x[3] = -10800000.000000 / -1080000.000000 = 10.000000

Solusi :
x[1] = 14.444444
x[2] = 7.222222
x[3] = 10.000000
```

Didapat hasil:

$$\begin{aligned}x_A &= 14.444444 \\x_B &= 7.222222 \\x_C &= 10.000000\end{aligned}$$

## Nomor 6: Studi Kasus Interpolasi

- a. Gunakan tabel di bawah ini untuk mencari polinom interpolasi dari pasangan titik-titik yang terdapat dalam tabel. Program menerima masukan nilai  $x$  yang akan dicari nilai fungsi  $f(x)$ .

|        |       |       |       |       |       |       |       |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $x$    | 0.1   | 0.3   | 0.5   | 0.7   | 0.9   | 1.1   | 1.3   |
| $f(x)$ | 0.003 | 0.067 | 0.148 | 0.248 | 0.370 | 0.518 | 0.697 |

Lakukan pengujian pada nilai-nilai default berikut:

| $x$  | $f(x)$ |
|------|--------|
| 0.2  | ?      |
| 0.5  | ?      |
| 0.85 | ?      |
| 1.28 | ?      |

Apabila kita masukkan data di atas ke dalam program melalui metode masukan keyboard kita dapatkan hasil sebagai berikut:

```
C:\Lenovo Temp\IF Files\Sem3\Algeo\Tubes1\GkMirip\src>javac driverMatriks.java && java driverMatriks

MENU
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi linier berganda
6. Keluar
Pilihan : 4

Berapa banyaknya titik yang ingin dimasukkan: 7
0.1 0.003
0.3 0.067
0.5 0.148
0.7 0.248
0.9 0.37
1.1 0.518
1.3 0.697
Masukkan jumlah titik yang ingin ditaksir: 4
Masukkan titik yang ingin ditaksir:
0.2 0.55 0.85 1.28
```

Persamaan yang didapat merupakan:

$$p(x) = 0.0230 + 0.2400x + 0.1974x^2 + 0.0000x^3 + 0.0260x^4 + 0.0000x^5 - 0.0000x^6$$

Maka ditaksir:

$$p(0.2) = 0.0330$$

$$p(0.55) = 0.1711$$

$$p(0.85) = 0.3372$$

$$p(1.28) = 0.6775$$

APAKAH ANDA INGIN MENYIMPAN HASIL KE DALAM FILE?

1. Ya
  2. Tidak
- Pilihan : 2

Gambar 4 Hasil program untuk kasus Nomor 6.A

Sehingga diperoleh rumus:

$$p(x) = 0.023 + 0.24x + 0.1974x^2 + 0.026x^4$$

Dan taksiran:

| x    | f(x)   |
|------|--------|
| 0.2  | 0.330  |
| 0.5  | 0.1711 |
| 0.85 | 0.3372 |
| 1.28 | 0.6775 |

- b. Jumlah kasus positif baru Covid-19 di Indonesia semakin fluktuatif dari hari ke hari. Di bawah ini diperlihatkan jumlah kasus baru Covid-19 di Indonesia mulai dari tanggal 17 Juni 2021 hingga 31 Agustus 2021:

| Tanggal    | Tanggal (desimal) | Jumlah Kasus Baru |
|------------|-------------------|-------------------|
| 17/06/2021 | 6,567             | 12.624            |
| 30/06/2021 | 7                 | 21.807            |
| 08/07/2021 | 7,258             | 38.391            |
| 14/07/2021 | 7,451             | 54.517            |
| 17/07/2021 | 7,548             | 51.952            |
| 26/07/2021 | 7,839             | 28.228            |
| 05/08/2021 | 8,161             | 35.764            |
| 15/08/2021 | 8,484             | 20.813            |
| 22/08/2021 | 8,709             | 12.408            |
| 31/08/2021 | 9                 | 10.534            |

Gambar tabel kasus yang telah disediakan modul

Tanggal (desimal) adalah tanggal yang sudah diolah ke dalam bentuk desimal 3 angka di belakang koma dengan memanfaatkan perhitungan sebagai berikut:

$$\text{tanggal(desimal)} = \text{bulan} + (\text{tanggal} / \text{jumlah hari pada bulan tersebut})$$

Akan digunakan data di atas untuk melakukan interpolasi polinom untuk prediksi jumlah kasus Covid-19 untuk tanggal-tanggal berikut:

| Tanggal    | Tanggal<br>(dalam desimal) |
|------------|----------------------------|
| 16/07/2021 | 7,516                      |
| 10/08/2021 | 8,323                      |
| 05/09/2021 | 9,167                      |
| 30/09/21   | 10                         |

Ketika dimasukkan ke dalam program melalui metode masukan keyboard akan didapatkan hasil sebagai berikut:

```
C:\Lenovo Temp\IF Files\Sem3\Algeo\Tubes1\GkMirip\src>javac driverMatriks.java && java driverMatriks

MENU
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi linier berganda
6. Keluar
Pilihan : 4

Berapa banyaknya titik yang ingin dimasukkan: 10
6.567 12624
7 21807
7.258 38391
7.451 54517
7.548 51952
7.839 28228
8.161 35764
8.484 20813
8.709 12408
9 10534
Masukkan jumlah titik yang ingin ditaksir: 4
Masukkan titik yang ingin ditaksir:
7.516
9.323
9.167
10
```

Persamaan yang didapat merupakan:

$$p(x) = 7200305831156.5590 - 9362383549278.9180x + 5342144345319.0420x^2 - 1759197443156.9820x^3 + 369011568500.2981x^4 - 51191089915.8224x^5 + 4700873047.8903x^6 - 275752903.6038x^7 + 9381759.2661x^8 - 141120.3106x^9$$

Maka ditaksir:

$$\begin{aligned} p(7.516) &= 53547.8555 \\ p(8.323) &= 36307.3164 \\ p(9.167) &= -667857.8125 \\ p(10.0) &= -217005890.9063 \end{aligned}$$

APAKAH ANDA INGIN MENYIMPAN HASIL KE DALAM FILE?

1. Ya
  2. Tidak
- Pilihan : 2

Gambar Hasil program untuk kasus 6.B

Maka kita dapatkan prediksi jumlah kasus Covid-19 sebagai berikut:

| Tanggal    | Tanggal<br>(dalam desimal) | Jumlah Kasus<br>(dibulatkan) |
|------------|----------------------------|------------------------------|
| 16/07/2021 | 7,516                      | 53.548                       |
| 10/08/2021 | 8,323                      | 36.307                       |
| 05/09/2021 | 9,167                      | -667.857                     |
| 30/09/21   | 10                         | -217.005.891                 |

c. Akan dilakukan penyederhanaan fungsi

$$f(x) = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{e^x + x}$$

Dengan polinom interpolasi derajat  $n$  di dalam selang  $[0,2]$ . Akan diambil  $n = 5$  sehingga titik-titik akan berjarak  $h = \frac{2-0}{5} = 0,4$ . Didapat titik-titik yang ditulis dalam tabel berikut:

| x   | f(x)   |
|-----|--------|
| 0   | 0.0000 |
| 0.4 | 0.4188 |
| 0.8 | 0.5072 |
| 1.2 | 0.5609 |
| 1.6 | 0.5837 |
| 2   | 0.5767 |

Ketika kita masukkan data di atas ke dalam program melalui metode masukan keyboard akan kita dapatkan hasil sebagai berikut:

MENU

1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi linier berganda
6. Keluar

Pilihan : 4

Berapa banyaknya titik yang ingin dimasukkan: 6

0 0  
0.4 0.4188  
0.8 0.5072  
1.2 0.5609  
1.6 0.5837  
2 0.5767

Masukkan jumlah titik yang ingin ditaksir: 0

Persamaan yang didapat merupakan:

$$p(x) = 0.0000 + 2.0335x - 3.5459x^2 + 3.2283x^3 - 1.4165x^4 + 0.2354x^5$$

APAKAH ANDA INGIN MENYIMPAN HASIL KE DALAM FILE?

1. Ya
2. Tidak

Pilihan : 2

Gambar Hasil program untuk nomor 6.C

## Nomor 7: Studi Kasus Regresi Linear Berganda

Diberikan sekumpulan data sesuai pada tabel berikut

Table 12.1: Data for Example 12.1

| Nitrous Oxide, $y$ | Humidity, $x_1$ | Temp., $x_2$ | Pressure, $x_3$ | Nitrous Oxide, $y$ | Humidity, $x_1$ | Temp., $x_2$ | Pressure, $x_3$ |
|--------------------|-----------------|--------------|-----------------|--------------------|-----------------|--------------|-----------------|
| 0.90               | 72.4            | 76.3         | 29.18           | 1.07               | 23.2            | 76.8         | 29.38           |
| 0.91               | 41.6            | 70.3         | 29.35           | 0.94               | 47.4            | 86.6         | 29.35           |
| 0.96               | 34.3            | 77.1         | 29.24           | 1.10               | 31.5            | 76.9         | 29.63           |
| 0.89               | 35.1            | 68.0         | 29.27           | 1.10               | 10.6            | 86.3         | 29.56           |
| 1.00               | 10.7            | 79.0         | 29.78           | 1.10               | 11.2            | 86.0         | 29.48           |
| 1.10               | 12.9            | 67.4         | 29.39           | 0.91               | 73.3            | 76.3         | 29.40           |
| 1.15               | 8.3             | 66.8         | 29.69           | 0.87               | 75.4            | 77.9         | 29.28           |
| 1.03               | 20.1            | 76.9         | 29.48           | 0.78               | 96.6            | 78.7         | 29.29           |
| 0.77               | 72.2            | 77.7         | 29.09           | 0.82               | 107.4           | 86.8         | 29.03           |
| 1.07               | 24.0            | 67.7         | 29.60           | 0.95               | 54.9            | 70.9         | 29.37           |

Source: Charles T. Hare, "Light-Duty Diesel Emission Correction Factors for Ambient Conditions," EPA-600/2-77-116. U.S. Environmental Protection Agency.

Gunakan Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression untuk mendapatkan regresi linear berganda dari data pada tabel di atas, kemudian estimasi nilai Nitrous Oxide apabila Humidity bernilai 50%, temperatur 76°F, dan tekanan udara sebesar 29.30.

Pertama kita harus mencari persamaan regresi linear terlebih dahulu kemudian melakukan estimasi dengan memasukkan nilai variabelnya ke dalam persamaan regresi linear.

Dari tabel tersebut kita bisa buat dalam bentuk matriks augmented  $m \times (n+1)$  dengan  $m$  merupakan banyaknya sampel dan  $n$  adalah banyaknya variabel  $x$ .

Dengan  $m=20$  dan  $n=3$  kita dapat sebuah matriks augmented sebagai berikut.

```
MENU
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Regresi linier berganda
6. Keluar
Pilihan : 5

Pilih jenis input
1. Input dari keyboard
2. Input dari file
Pilihan : 1

Masukkan banyaknya variabel: 3
Masukkan banyaknya sampel: 20
Masukkan matriks 20 x 4 :
72.4 76.3 29.18 0.90 41.6 70.3 29.35 0.91 34.3 77.1 29.24 0.96 35.1 68.0 29.27 0.89 10.7
79.0 29.78 1.00 12.9 67.4 29.39 1.10 8.3 66.8 29.69 1.15 20.1 76.9 29.48 1.03 72.2 77.7 2
9.09 0.77 24.0 67.7 29.60 1.07 23.2 76.8 29.38 1.07 47.4 86.6 29.35 0.94 31.5 76.9 29.63
1.10 10.6 86.3 29.56 1.10 11.2 86.0 29.48 1.10 73.3 76.3 29.40 0.91 75.4 77.9 29.28 0.87
96.6 78.7 29.29 0.78 107.4 86.8 29.03 0.82 54.9 70.9 29.37 0.95
Persamaan yang dimasukkan dalam bentuk matriks :
72.40 76.30 29.18 0.90
41.60 70.30 29.35 0.91
34.30 77.10 29.24 0.96
35.10 68.00 29.27 0.89
10.70 79.00 29.78 1.00
12.90 67.40 29.39 1.10
8.30 66.80 29.69 1.15
20.10 76.90 29.48 1.03
72.20 77.70 29.09 0.77
24.00 67.70 29.60 1.07
23.20 76.80 29.38 1.07
47.40 86.60 29.35 0.94
31.50 76.90 29.63 1.10
10.60 86.30 29.56 1.10
11.20 86.00 29.48 1.10
73.30 76.30 29.40 0.91
75.40 77.90 29.28 0.87
96.60 78.70 29.29 0.78
107.40 86.80 29.03 0.82
54.90 70.90 29.37 0.95
nilai peubah x :
50 76 29.30
```

Dengan kolom 1 merupakan  $x_1$ , kolom 2 adalah  $x_2$ , kolom 3 adalah  $x_3$  dan kolom 4 adalah  $y$ .  
Setelah itu kita isi juga nilai peubah  $x$  nya yaitu  $x_1=50$ ,  $x_2=76$  dan  $x_3=29.30$ .

Dari data-data tersebut, apabila diterapkan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression*, maka diperoleh sistem persamaan linear sebagai berikut.

$$20b_0 + 863.1b_1 + 1530.4b_2 + 587.84b_3 = 19.42$$

$$863.1b_0 + 54876.89b_1 + 67000.09b_2 + 25283.395b_3 = 779.477$$

$$1530.4b_0 + 67000.09b_1 + 117912.32b_2 + 44976.867b_3 = 1483.437$$

$$587.84b_0 + 25283.395b_1 + 44976.867b_2 + 17278.5086b_3 = 571.1219$$

Jika dalam bentuk matriks augmented didapatkan :

Persamaan Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regressionnya dalam bentuk matriks adalah :  
20.00 863.10 1530.40 587.84 19.42  
863.10 54876.89 67000.09 25283.40 779.48  
1530.40 67000.09 117912.32 44976.87 1483.44  
587.84 25283.40 44976.87 17278.51 571.12

Lalu kita proses dengan OBE Gauss-Jordan untuk mendapatkan nilai masing masing variabel b.

```
Bagi baris 0 dengan 20.00
1.00 43.15 76.52 29.39 0.97
863.10 54876.89 67000.09 25283.40 779.48
1530.40 67000.09 117912.32 44976.87 1483.44
587.84 25283.40 44976.87 17278.51 571.12

Baris 1 dikurangi oleh 863.10 kali baris 0
1.00 43.15 76.52 29.39 0.97
0.00 17629.81 955.68 -84.84 -58.59
1530.40 67000.09 117912.32 44976.87 1483.44
587.84 25283.40 44976.87 17278.51 571.12

Baris 2 dikurangi oleh 1530.40 kali baris 0
1.00 43.15 76.52 29.39 0.97
0.00 17629.81 955.68 -84.84 -58.59
0.00 955.68 806.11 -4.65 -2.58
587.84 25283.40 44976.87 17278.51 571.12

Baris 3 dikurangi oleh 587.84 kali baris 0
1.00 43.15 76.52 29.39 0.97
0.00 17629.81 955.68 -84.84 -58.59
0.00 955.68 806.11 -4.65 -2.58
0.00 -84.84 -4.65 0.72 0.33

Bagi baris 1 dengan 17629.81
1.00 43.15 76.52 29.39 0.97
0.00 1.00 0.05 -0.00 -0.00
0.00 955.68 806.11 -4.65 -2.58
0.00 -84.84 -4.65 0.72 0.33
```

Dan seterusnya hingga OBE selesai

```
Baris 0 dikurangi oleh 29.60 kali baris 3
1.00 0.00 0.00 0.00 -3.51
0.00 1.00 0.00 0.00 -0.00
0.00 0.00 1.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 1.00 0.15
```

Persamaan Regresi linearnya adalah :

```
y = -3.5077781408835103 - 0.002624990745878327x[1] + 7.989410472218274E-4x[2] + 0.15415503019830143x[3]
```

Maka kita dapat nilai b nya yaitu

$$b_0 = -3.5077781408835103$$

$$b_1 = -0.002624990745878327$$

$$b_2 = 7.989410472218274 \times 10^{-4}$$

$$b_3 = 0.15415503019830143$$

$$x_1=50, x_2=76 \text{ dan } x_3$$

Setelah itu didapatkan persamaan regresi linearnya yaitu

$$y = -3.5077781408835103 - 0.002624990745878327x_1 + 7.989410472218274 \times 10^{-4}x_2 + 0.15415503019830143x_3$$

Lalu kita masukkan nilai-nilai variabel x yang akan diestimasi ke persamaan regresi linear yaitu  $x_1=50, x_2=76$  dan  $x_3=29.30$ .

```
Hasil dari taksirannya :
```

```
y = -3.5077781408835103 - 0.002624990745878327 * 50.0 + 7.989410472218274E-4 * 76.0 + 0.15415503019830143 * 29.3
```

```
y = 0.9384342262216645
```

Maka didapat hasil estimasi nilai Nitrous Oxide apabila Humidity bernilai 50%, temperatur 76°F, dan tekanan udara sebesar 29.30 yaitu 0.9384342262216645

## Menyimpan Solusi ke dalam File

Jika ingin menyimpan solusi pada file, masukkan pilihan satu setelah program mencetak solusi seperti berikut

```
APAKAH ANDA INGIN MENYIMPAN HASIL KE DALAM FILE?
1. Ya
2. Tidak
Pilihan : 1

Masukkan nama file yang ingin dibuat: tc1b
File sudah ada di D:\Code\Java\Tubes Algeo 1\GkMirip - 2\Algeo01-20018\src\..\output\tc1b.txt
Berhasil menulis ke file D:\Code\Java\Tubes Algeo 1\GkMirip - 2\Algeo01-20018\src\..\output\tc1b.txt
```

Solusi akan berada di dalam folder ..\output\ dengan format txt dengan isi seperti berikut

tc1b.txt - Notepad

File Edit Format View Help

Sistem Persamaan Linear

|       |       |      |       |       |       |
|-------|-------|------|-------|-------|-------|
| 1.00  | -1.00 | 0.00 | 0.00  | 1.00  | 3.00  |
| 1.00  | 1.00  | 0.00 | -3.00 | 0.00  | 6.00  |
| 2.00  | -1.00 | 0.00 | 1.00  | -1.00 | 5.00  |
| -1.00 | 2.00  | 0.00 | -2.00 | -1.00 | -1.00 |

Metode Gauss-Jordan

Matriks akhir :

|       |       |       |      |       |       |
|-------|-------|-------|------|-------|-------|
| 1.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00 | -1.00 | 3.00  |
| 0.00  | 1.00  | 0.00  | 0.00 | -2.00 | 0.00  |
| -0.00 | -0.00 | -0.00 | 1.00 | -1.00 | -1.00 |
| 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00 | 0.00  | 0.00  |

Solusi banyak

x[1] = 3.000000 + 1.000000s  
x[2] = 0.000000 + 2.000000s  
x[4] = -1.000000 + 1.000000s  
x[4] = r  
x[5] = s

< >

Ln 1, Col 1 100% Unix (LF) UTF-8

# Bab 5

## Kesimpulan, saran, dan refleksi

### I. Kesimpulan

Hal yang dicapai dalam tugas besar pertama IF2123 Aljabar Linear dan Geometri merupakan pembelajaran membuat program menggunakan bahasa berorientasi objek. Bahasa pemrograman yang dipilih untuk membuat program merupakan bahasa Java. Program berisi beberapa fitur, seperti mengkalkulasikan sistem persamaan linier, menghitung determinan dan mencari matriks balikan dari suatu matriks, melakukan interpolasi polinom, dan melakukan regresi linier berganda.

Dalam fitur-fitur program di atas beberapa fitur akan memiliki submenu lanjutan untuk memilih metode yang akan dipakai untuk mendapatkan hasil. Contohnya, dalam pengkalkulasian sistem persamaan linier dapat dilakukan melalui berbagai metode, seperti metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan, dan kaidah cramer. Contoh lain adalah dalam fitur determinan akan ada metode kofaktor, sarrus, dan OBE.

Program akan memiliki dua metode masukan, yaitu masukan melalui keyboard dan melalui file. Program pun akan mengeluarkan hasil dari perhitungan fitur-fitur pertama melalui konsol, apabila pengguna berkenan, program menawarkan untuk menyimpan hasil perhitungan ke suatu file.

### II. Saran

Untuk mengembangkan program lebih lanjut, kami memiliki beberapa saran. Pertama, dengan menggunakan fitur “cls” untuk menghapus pesan yang sudah dikeluarkan konsol sebelumnya sehingga konsol terkesan bersih. Kedua, apabila memungkinkan, membuat sistem antarmuka untuk mempermudah pengguna menggunakan program.

### III. Refleksi

#### A. Farrel Farandieka Fibriyanto (13520054)

Dalam mengerjakan tugas besar ini, rasa pengetahuan saya untuk bahasa pemrograman berbasis objek harus ditingkatkan. Saya membuat konstruktor yang sebenarnya tidak perlu digunakan, meski pada akhirnya tetap kami gunakan untuk matriks balikan. Hal-hal yang tidak perlu dilakukan seperti itu perlu saya kurangi dengan cara mempelajari lebih lanjut bahasa pemrograman berbasis objek.

#### B. Bariza Haqi (13520018)

Saat mengerjakan tugas besar ini, pengetahuan saya masih kurang mengenai OOP. Metode yang saya buat banyak dibuat static dan juga terdapat

banyak kode yang saya buat berulang-ulang padahal bisa dijadikan 1 metode untuk mengeksekusi banyak kode.

C. Rozan Fadhil Al Hafidz (13520039)

Saat awal membuat program, saya melakukan optimalisasi berlebihan sehingga program yang saya buat tidak bisa menangani kasus-kasus yang sulit. Oleh karena itu, saya harus merevisi program berulang kali agar program berjalan dengan benar. Selain itu, saya masih harus belajar menamai variabel dengan bahasa yang baik agar anggota kelompok lain bisa memahami program yang saya buat.

## Referensi

Madematika. Pengertian Minor, Kofaktor, Matriks Kofaktor, dan Adjoin Matriks. Diakses dari :  
<https://www.madematika.net/2017/08/pengertian-minor-kofaktor-matriks.html>

Hani Ammariah. Matematika Kelas 11 | Cara Mencari Determinan dan Invers Matriks.

Ruangguru. Diakses dari :

<https://blog.ruangguru.com/cara-mencari-determinan-dan-invers-matriks#:~:text=Tentukan%20determinan%20matriks%20berikut%20ini,Aturan%20Sarrus>

Ken Habgood; Itamar Arel (2012). "A condensation-based application of Cramer's rule for solving large-scale linear systems" (PDF). Journal of Discrete Algorithms. 10: 98–109.  
doi:10.1016/j.jda.2011.06.007.

Jia, Yan-Bin (2017). Polynomial Interpolation. September. Iowa State University. Diakses dari:  
<http://web.cs.iastate.edu/~cs577/handouts/interpolate.pdf>

Kenton, Will. Multiple Linear Regression (MLR). Investopedia. Diakses dari :  
<https://www.investopedia.com/terms/m/mlr.asp>

Madematika. Pengertian Minor, Kofaktor, Matriks Kofaktor, dan Adjoin Matriks. Diakses dari :  
<https://www.madematika.net/2017/08/pengertian-minor-kofaktor-matriks.html>

Morningstar Investing Glossary. R-Squared. Diakses dari :

[https://www.morningstar.com/InvGlossary/r\\_squared\\_definition\\_what\\_is.aspx](https://www.morningstar.com/InvGlossary/r_squared_definition_what_is.aspx)

Statistics Solutions. Regression. Diakses dari :

<https://www.statisticssolutions.com/directory-of-statistical-analyses-regression-analysis/regression/>