# FINANSE cz. 4
## WARTOŚĆ PIENIĄDZA W CZASIE

Agnieszka Wojtasiak-Terech
Katedra Inwestycji Finansowych i Zarządzania Ryzykiem

2023/2024

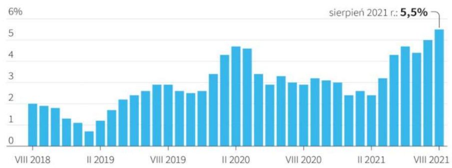
*„Pieniądz otrzymany dzisiaj jest wart więcej, niż pieniądz otrzymany jutro"*

2

# PRZYCZYNY ZMIENNEJ WARTOŚCI PIENIĄDZA W CZASIE

Spadek siły nabywczej

Główny Urząd Statystyczny




Możliwość inwestowania

Akcje Pochodne

Najwyższe obroty

| Nazwa | Czas | Kurs | Wolumen | Zmiana |
|---|---|---|---|---|
| JSW | 9:20 | 51,8200 | 178 | 1,86% ▼ |
| ALLEGRO | 9:21 | 45,9700 | 75 | 1,92% ▼ |
| KGHM | 9:20 | 156,3000 | 5 | 1,73% ▼ |
| ALIOR | 9:20 | 58,1000 | 50 | 3,75% ▲ |

Do końca sesji pozostało: 7:28:40 [ 9:36]

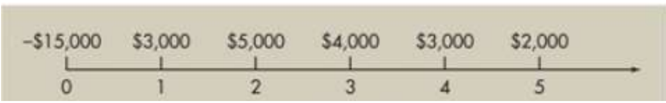
Występowanie ryzyka


Preferowanie bieżącej konsumpcji przez człowieka



# PORÓWNYWANIE PRZEPŁYWÓW PIENIĘŻNYCH

Nie można porównywać przepływów finansowych występujących w różnych okresach



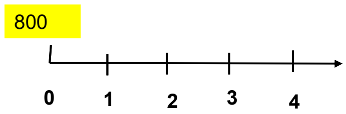

Należy dostosować wartość przepływów pieniężnych do okresu, dla którego powinny być liczone czyli wyznaczyć:

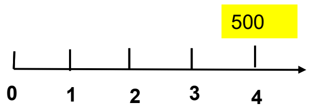
Wartość bieżącą lub Wartość przyszłą

Biorąc pod uwagę stopę procentową

## SCHEMATY PRZEPŁYWÓW PIENIĘŻNYCH

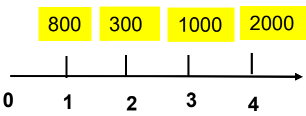
- Pojedynczy przepływ pieniężny



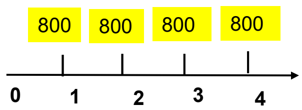




- Strumienie przepływów pieniężnych

Przepływy o różnej wartości




Przepływy o równej wartości




Renta

## PODSTAWOWE POJĘCIA ZWIĄZANE Z WARTOŚCIĄ PIENIĄDZA W CZASIE

- wartość przyszła
- wartość bieżąca
- stopa procentowa
- kapitalizacja
- dyskontowanie
- oprocentowanie

6

## WARTOŚĆ PRZYSZŁA *FV* I WARTOŚĆ BIEŻĄCA *PV*

**wartość przyszła pieniądza** (*future value*) – wartość otrzymywana lub płacona w przyszłości;


**wartość bieżąca pieniądza** (*present value*) - wartość obecna, wartość teraźniejsza, wartość aktualna, wartość zdyskontowana, wartość dzisiejsza – wartość otrzymywana lub płacona dziś;




## STOPA PROCENTOWA

**Stopa procentowa** – miernik przychodu, jaki przysługuje posiadaczowi kapitału z racji udostępnienia go innym.

Należy pamiętać, iż stopa procentowa może być :

- w skali roku – rodzaj konwencji przyjętej w finansach (stan domyślny),
- w skali okresu inwestycji.

**Okres stopy procentowej** – czas, dla którego została określona stopa procentowa

## KAPITALIZACJA

**Kapitalizacja -** jest to dopisywanie odsetek do kapitału.

**Okres kapitalizacji** - czas, po którym odsetki są dopisywane do kapitału.

Kapitalizacja

- Prosta
- Złożona
  - Roczna
  - Częstsza niż raz w roku

- Zgodna
- Niezgodna



## KAPITALIZACJA

Jeżeli mamy do czynienia z kapitalizacją niezgodną to należy wyznaczyć **częstość kapitalizacji:**

$$m = \frac{okres\ \ stopy\ \ procentowej}{okres\ \ kapitalizacji}$$

Jeżeli *r* jest roczną stopą procentową to w zależności od *m* kapitalizację nazywa się:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *m=1* | *m=2* | *m=4* | *m=12* | *m=52* | *m=360* | *m=8640* |
| *roczną* | *półroczną* | *kwartalną* | *miesięczną* | *tygodniową* | *dobową* | *godzinną* |


https://www.youtube.com/watch?v=vMwjO3NBgOk

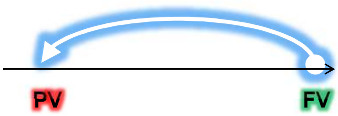
Czy wrzucane monety do skarbonki wskazują na kapitalizację prostą czy złożoną?

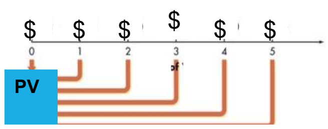
11

## DYSKONTOWANIE I OPROCENTOWANIE

dyskontowanie

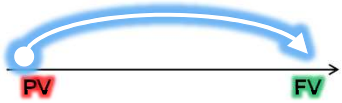
W dyskontowaniu pytamy ile są warte dzisiaj pieniądze, które otrzymamy w przyszłości.

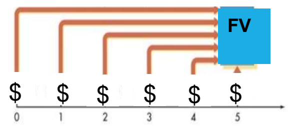



oprocentowanie

W oprocentowaniu pytamy ile w przyszłości będą warte pieniądze zainwestowanie dziś.




12

## OZNACZENIA

PV – wartość bieżąca

FV – wartość przyszła

m – liczba kapitalizacji w okresie stopy procentowej (częstość kapitalizacji)

r - stopa procentowa dla danego okresu – zazwyczaj jest określona dla roku

n – liczba jednostek czasu, dla których określono stopę procentową

Jeżeli stopa procentowa jest roczna, a inwestycja trwa krócej niż rok, to należy przedstawić n jako część roku.

n jako część roku ➡ $n = \frac{s}{N}$

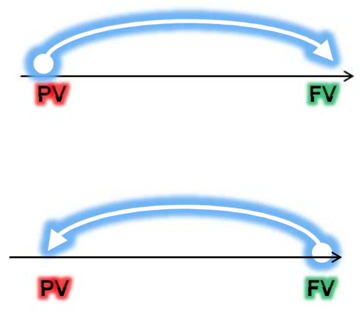
gdzie:
$s$ – liczba dni (miesięcy)
$N$ – liczba dni (miesięcy) w roku.

Możliwe konwencje wyznaczania części roku (liczba dni w miesiącu/liczba dni w roku):

- actual/360,
- actual/actual;
- 30/360;
- 30/actual.

13

## WARTOŚĆ PIENIĄDZA W CZASIE DLA POJEDYNCZEGO PRZEPŁYWU PIENIĘŻNEGO




14

## WARTOŚĆ PRZYSZŁA – POJEDYNCZY PRZEPŁYW PIENIĘŻNY

1. **Kapitalizacja prosta (przyjmujemy, że stopa procentowa określona jest dla roku)**

Zazwyczaj dla przepływów pieniężnych poniżej roku

Kapitał początkowy PV po upływie roku:

$$FV_1 = PV + PVr = PV(1+r)$$

Po upływie dwóch lat:

$$FV_2 = PV + PVr + PVr = PV(1 + 2r),$$

Po upływie *n* lat:

$$FV_n = FV_{n-1} + PVr = PV(1 + nr)$$

$$\boldsymbol{FV=PV(1+nr)}$$

15

## WARTOŚĆ PRZYSZŁA – POJEDYNCZY PRZEPŁYW PIENIĘŻNY

Jeżeli w poszczególnych okresach stopy procentowe będą różne to:

$$FV = PV(1 + t_1 r_1 + t_2 r_2 + \ldots + t_n r_n)$$

ti – liczba okresów, w których obowiązywała stopa $r_i$

16

## WARTOŚĆ PRZYSZŁA – POJEDYNCZY PRZEPŁYW PIENIĘŻNY

*Przykład*

Wpłacono do banku 10 tys. Roczna stopa procentowa wynosi 4%. Oblicz jaki kapitał zgromadzono po 184 dniach. Przyjęta do obliczeń liczba dni w roku to 365. Kapitalizacja prosta.

***FV=PV(1+nr)***

FV = 10 tys.(1+184/365*0,04) =10201,64

17

## WARTOŚĆ PRZYSZŁA – POJEDYNCZY PRZEPŁYW PIENIĘŻNY

*Przykład*

Wpłacono do banku 10 tys. Roczna stopa procentowa wynosi 2%. Oblicz jaki kapitał zgromadzono po miesiącu (lokata była założona na okres 1-29 lutego 2020). Ile wyniosła kwota odsetek? Ile wyniosła wypłacona kwota jeżeli podatek od zysków kapitałowych wynosi 19%?

Zastosuj konwencję actual/actual. Kapitalizacja prosta.

***FV=PV(1+nr)***

Kapitał: FV = 10 tys.(1+29/366*0,02) =10015,85

Odsetki: 15,85

Odsetki po opodatkowaniu: 15,85*(1-0,19)=12,84

Wypłacona kwota: 10 012,84

18

## WARTOŚĆ PRZYSZŁA – POJEDYNCZY PRZEPŁYW PIENIĘŻNY

Przykład

Inwestycja rozpoczęła się 15 marca 2021 roku, zaś zakończyła 25 czerwca tego samego roku. Zainwestowana kwota to 1000 złotych, stopa procentowa12%. Wyznacz wartość przyszłą przy zastosowaniu różnych konwencji liczby dni w roku i miesiącu, zastosuj kapitalizację prostą.

$$FV=PV(1+nr)$$

- według konwencji „actual": inwestycja trwa 102 dni (16 dni w marcu, 30 dni w kwietniu, 31 dni w maju i 25 dni w czerwcu);

FV = 1000(1+102/360*0,12) lub FV = 1000(1+102/365*0,12)

- według konwencji „30": inwestycja trwa 100 dni (3 miesiące po 30 dni od 15 marca do 15 czerwca plus 10 dni od 16 czerwca do 25 czerwca).

FV = 1000(1+100/360*0,12) lub FV = 1000(1+100/365*0,12)

19

## WARTOŚĆ PRZYSZŁA – POJEDYNCZY PRZEPŁYW PIENIĘŻNY

*Przykład*

Chciałabym aby moje oszczędności przyjęły w przyszłości wartość 10 tys. zł. Dzisiaj dysponuję kwotą 8 tys. zł. Ile dni muszę czekać by posiadane środki ulokowane dzisiaj w banku zapewniły mi oczekiwaną kwotę, jeżeli stopa procentowa wynosi 8%, a liczba dni w roku to 365.

$$FV=PV(1+nr)$$

10000 = 8000(1+s/365*0,08)
s = 1141 dni

**Jaka byłaby odpowiedź gdyby stopa procentowa wynosiła 25%?**

20

## WARTOŚĆ PRZYSZŁA – POJEDYNCZY PRZEPŁYW PIENIĘŻNY

**2. Kapitalizacja złożona – roczna – zgodna (przyjmujemy, że stopa procentowa jest roczna)**

Zazwyczaj dla przepływów pieniężnych powyżej roku

Po roku kapitał *PV* wzrasta do kwoty $FV_1$.
$FV_1 = PV + PV\,r = PV\,(1 + r)$

Po dwóch latach kapitał wzrasta do kwoty $FV_2$.
$FV_2 = FV_1 + FV_1\,r = FV_1\,(1 + r) = PV\,(1 + r)^2$.

Po *n* latach kapitał wzrośnie do kwoty $FV_n$:

$$FV_n = PV\,(1 + r)^n$$

| 0 | 1 | 2 | n |
|---|---|---|---|
| $PV$ | $PV(1+r)$ | $PV(1+r)(1+r)$ | $FV = PV(1+r)\dots(1+r)$ |



## WARTOŚĆ PRZYSZŁA – POJEDYNCZY PRZEPŁYW PIENIĘŻNY

*Przykład*

Przeznaczono 1000 PLN na lokatę oszczędnościową, dla której oprocentowanie wynosi 19%, a odsetki są kapitalizowane raz w roku. Oblicz wartość lokaty po 3 latach.

Dzisiaj PV = 1000

Po roku FV(1) = 1000 * (1+0,19) = 1190

Po dwóch latach FV(2) = 1190*(1+0,19)=1416,1

Po trzech latach FV(3) = 1416,1*(1+0,19) = 1685,16

$$FV_n = PV\,(1 + r)^n$$

$FV = 1000(1+0{,}19)^3 = 1685{,}16$

## WARTOŚĆ PRZYSZŁA – POJEDYNCZY PRZEPŁYW PIENIĘŻNY

**3. Kapitalizacja złożona - częstsza niż raz w roku - niezgodna**

$$FV = PV(1+\frac{r}{m})^{mn}$$

m – liczba kapitalizacji w okresie stopy procentowej



## WARTOŚĆ PRZYSZŁA – POJEDYNCZY PRZEPŁYW PIENIĘŻNY

Przykład

Wartość bieżąca lokaty w pewien fundusz wynosi 100. Lokata jest założona na okres roczny, kapitalizacja odsetek odbywa się dwa razy w roku. Roczna stopa procentowa wynosi 10%. Jaką kwotę otrzymamy po roku?

$$FV = PV(1+\frac{r}{m})^{m*n}$$

$$FV = 100(1+\frac{0,1}{2})^{2x1} = 110,25$$

**Jaki byłby wynik, gdyby odsetki były dopisywane codziennie (przyjmujemy 365 dni w roku)?**

## WARTOŚĆ PRZYSZŁA – POJEDYNCZY PRZEPŁYW PIENIĘŻNY

Przykład

Kwota 1000 złotych została zainwestowana w ramach programu oszczędnościowego na okres dwóch lat. Oprocentowanie wynosi 12%. Wartość przyszła zależy od rodzaju kapitalizacji.

•przy kapitalizacji prostej

$$FV = 1000(1 + 2 \cdot 0{,}12) = 1240 \qquad FV=PV(1+nr)$$

•przy kapitalizacji rocznej

$$FV = 1000\,(1 + 0{,}12)^2 = 1254{,}40 \qquad FV = PV\,(1 + r)^n$$

•przy kapitalizacji kwartalnej

$$FV = 1000(1 + 0{,}12/4)^{2 \cdot 4} = 1266{,}77 \qquad FV = PV(1 + \frac{r}{m})^{mn}$$

25

## WARTOŚĆ BIEŻĄCA – POJEDYNCZY PRZEPŁYW PIENIĘŻNY

1. Kapitalizacja prosta

$$PV = FV\,/(1 + nr)$$

2. Kapitalizacja złożona roczna

$$PV = FV\,/(1 + r)^n$$

3. Kapitalizacja złożona częściej niż raz w roku

$$PV = FV\,/(1 + r/m)^{nm}$$

26

## WARTOŚĆ BIEŻĄCA – POJEDYNCZY PRZEPŁYW PIENIĘŻNY

Przykład

Rozważana jest inwestycja, która za dwa lata daje wartość równą 10 000 złotych. Należy wycenić, ile ta inwestycja jest warta dzisiaj. Stopa procentowa, będąca wymaganą stopą zwrotu, jest równa 10%.

1. Kapitalizacja prosta

$$PV = 10000/(1+2\cdot 0{,}1) = 8333{,}33$$

2. Kapitalizacja roczna

$$PV = 10000/(1+0{,}1)^2 = 8264{,}46$$

3. Kapitalizacja miesięczna

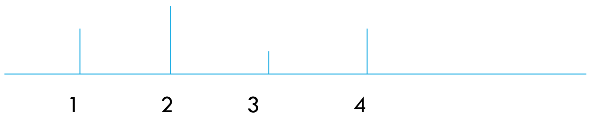
$$PV = 10000/(1+0{,}1/12)^{2\cdot 12} = 8194{,}10$$



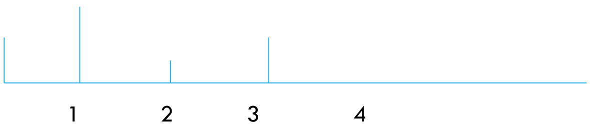
## STRUMIENIE PRZEPŁYWÓW PIENIĘŻNYCH

Strumienie przepływów pieniężnych mogą występować:

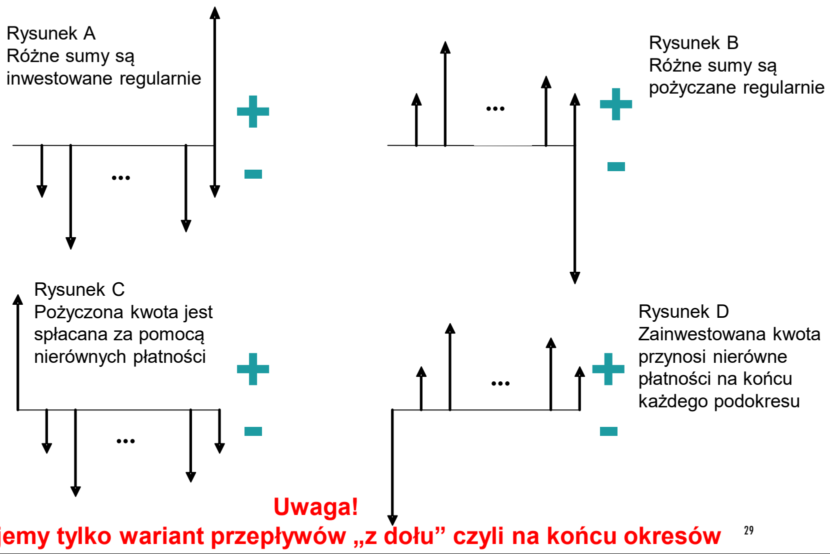
- na końcu danego okresu – są to **strumienie z dołu**




- na początku danego okresu – są to **strumienie z góry**



## WARTOŚĆ PIENIĄDZA W CZASIE DLA STRUMIENI PIENIĘŻNYCH - REGULARNE PRZEPŁYWY PIENIĘŻNE O RÓŻNEJ WARTOŚCI – Z DOŁU

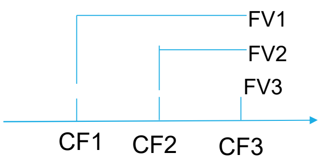



**Uwaga!**
**Analizujemy tylko wariant przepływów „z dołu" czyli na końcu okresów**



## WARTOŚĆ PRZYSZŁA - REGULARNE PRZEPŁYWY PIENIĘŻNE O RÓŻNEJ WARTOŚCI Z DOŁU

- wartość przyszła $CF_1$ jest równa $CF_1\ (1 + r)^{n-1}$,
- wartość przyszła $CF_2$ jest równa $CF_2\ (1 + r)^{n-2}$,
- …
- wartość przyszła $CF_n$ jest równa $CF_n$.




$$FV_n = CF_1\ (1 + r)^{n-1} + CF_2\ (1 + r)^{n-2} + \ \dots + CF_n$$

$$FV_n = \sum_{i=1}^{n} CF_i (1+r)^{n-i}$$

*CFi* - przepływ pieniężny występujący w okresie *i*.
n – liczba okresów
i – kolejny okres

**Uwaga!**
**Analizujemy tylko wariant kapitalizacji złożonej rocznej.**
**Okres płatności jest zgodny z okresem kapitalizacji**

## WARTOŚĆ PRZYSZŁA - REGULARNE PRZEPŁYWY PIENIĘŻNE O RÓŻNEJ WARTOŚCI Z DOŁU

$$FV = \sum_{i=1}^{n} CF_i (1+r)^{n-i}$$

*Przykład*

Inwestycja polega na inwestowaniu przez 4 lata co roku różnych kwot. Wpłaty dokonywane są z dołu. Kapitalizacja jest roczna. Stopa procentowa wynosi 2%. Wpłacane są kolejno następujące kwoty: 100 zł, 300 zł, 200 zł, 250 zł. Jaka jest wartość inwestycji po 4 latach?

$$FV = 100(1{,}02)^3 + 300(1{,}02)^2 + 200(1{,}02) + 250 = 872{,}24$$



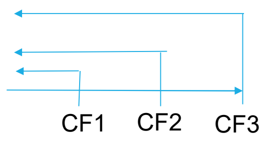
## WARTOŚĆ BIEŻĄCA - REGULARNE PRZEPŁYWY PIENIĘŻNE O RÓŻNEJ WARTOŚCI Z DOŁU

- wartość obecna $CF_1$ wynosi $\dfrac{CF_1}{(1+r)}$

- wartość obecna $CF_2$ wynosi $\dfrac{CF_2}{(1+r)^2}$

- ....

- wartość obecna $CF_n$ wynosi $\dfrac{CF_n}{(1+r)^n}$



## WARTOŚĆ BIEŻĄCA - REGULARNE PRZEPŁYWY PIENIĘŻNE O RÓŻNEJ WARTOŚCI Z DOŁU

$$PV = \frac{CF_1}{(1+r)^1} + \frac{CF_2}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{CF_n}{(1+r)^n}$$

$$PV = \sum_{i=1}^{n} \frac{CF_i}{(1+r)^i}$$

33

## WARTOŚĆ BIEŻĄCA - REGULARNE PRZEPŁYWY PIENIĘŻNE O RÓŻNEJ WARTOŚCI Z DOŁU

*Przykład*

W wyniku inwestycji spodziewamy się otrzymać trzy przepływy pieniężne: po roku 2000 złotych, po dwóch latach 2500 złotych, po trzech latach 2800 złotych. Wymagana stopa zwrotu inwestora wynosi 8%. Ile wynosi wartość bieżąca tych kwot?

$$PV = \frac{2000}{(1{,}08)} + \frac{2500}{(1{,}08)^2} + \frac{2800}{(1{,}08)^3} = 6217{,}93$$

34

## WARTOŚĆ BIEŻĄCA NETTO

$$NPV = \sum_{i=1}^{n} \frac{CF_i}{(1+r)^i} - I_0 = \sum_{t=0}^{n} \frac{CF_i}{(1+r)^i}$$

*I*0- tzw. nakład początkowy, który w powyższym wzorze jest również utożsamiany z przepływem pieniężnym w okresie zerowym (dzisiejszym).

35

## WARTOŚĆ BIEŻĄCA NETTO

*Przykład*

W wyniku inwestycji spodziewamy się otrzymać trzy przepływy pieniężne: po roku 2000 złotych, po dwóch latach 2500 złotych, po trzech latach 2800 złotych. Nakład początkowy wynosi 6000 złotych. Do wyznaczenia wartości bieżącej netto przyjmiemy trzy różne wymagane stopy zwrotu inwestora: 6%, 8% i 10%.

$$NPV = \frac{2000}{(1{,}06)} + \frac{2500}{(1{,}06)^2} + \frac{2800}{(1{,}06)^3} - 6000 = 462{,}71$$

$$NPV = \frac{2000}{(1{,}08)} + \frac{2500}{(1{,}08)^2} + \frac{2800}{(1{,}08)^3} - 6000 = 217{,}93$$

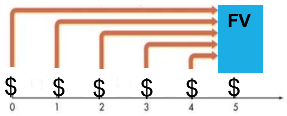
$$NPV = \frac{2000}{(1{,}1)} + \frac{2500}{(1{,}1)^2} + \frac{2800}{(1{,}1)^3} - 6000 = -12{,}02$$

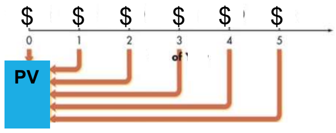
36

## WARTOŚĆ PIENIĄDZA W CZASIE DLA STRUMIENI PIENIĘŻNYCH – REGULARNE PRZEPŁYWY O RÓWNEJ WARTOŚCI - RENTA

- **Rentą** lub ciągiem płatności okresowych długoterminowych nazywamy ciąg rat (wpłat lub wypłat) tej samej wielkości dokonywanych w równych odstępach czasu.

*PMT* – wielkość raty (płatności)



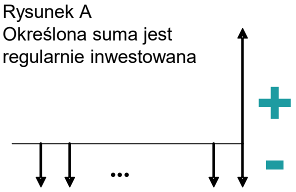

Płatności mogą być dokonywane na **początku** lub na **końcu** każdego podokresu.

**Uwaga!**
**Analizujemy tylko wariant kapitalizacji złożonej rocznej i częstszej niż roczna.**
**Okres płatności rat jest zgodny z okresem kapitalizacji.**

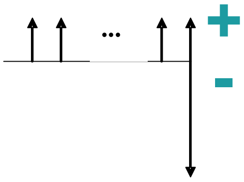
37

## RENTA PŁATNA Z DOŁU

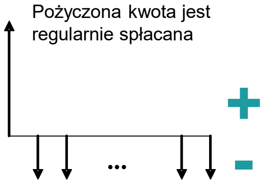
Rysunek A
Określona suma jest regularnie inwestowana



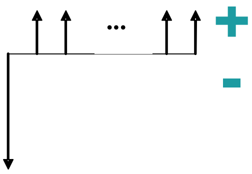

Rysunek B
Określona suma jest regularnie pożyczana




Rysunek C
Pożyczona kwota jest regularnie spłacana

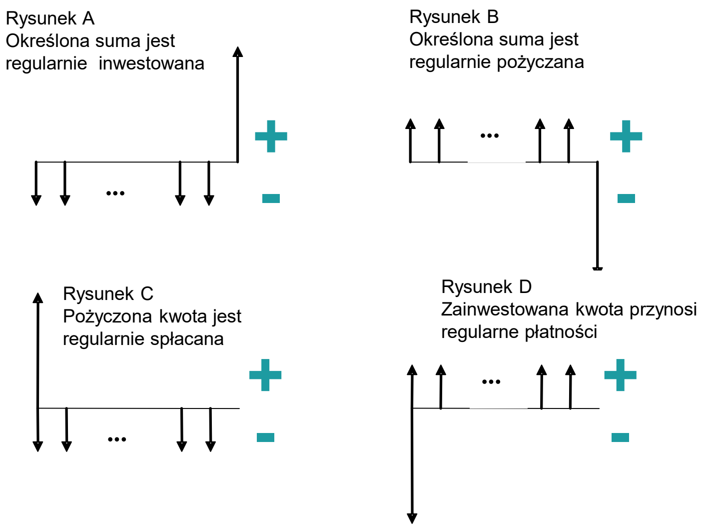



Rysunek D
Zainwestowana kwota przynosi regularne płatności




38

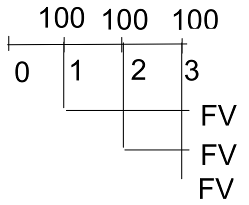
## RENTA PŁATNA Z GÓRY




39

## WARTOŚĆ PRZYSZŁA - RENTA PŁATNA Z DOŁU I PŁATNA Z GÓRY

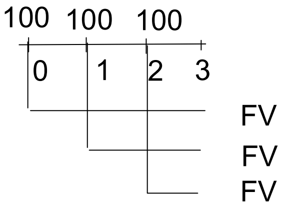
Z dołu




$$FV = FVA_n = PMT\frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$FV = FVA_n = PMT * \frac{(1+\frac{r}{m})^{n*m} - 1}{\frac{r}{m}}$$

Z góry




$$FV = FVA_n = PMT(1+r)\frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$FV = FVA_n = PMT * (1+\frac{r}{m}) * \frac{(1+\frac{r}{m})^{n*m} - 1}{\frac{r}{m}}$$

40

## WARTOŚĆ PRZYSZŁA - RENTA PŁATNA Z DOŁU I PŁATNA Z GÓRY

*Przykład*

Inwestycja polega na systematycznym wpłacaniu przez 2 lata **co miesiąc** kwoty 100 złotych na depozyt bankowy. Oprocentowanie depozytu **wynosi 1% miesięcznie,** kapitalizacja jest miesięczna. Są dwa możliwe sposoby wpłacania: pierwszy – pierwsza wpłata za miesiąc (renta z dołu), drugi – pierwsza wpłata dziś (renta z góry). Wyznacz wartość depozytu po 2 latach.

•w przypadku renty płatnej z dołu:

$$FV = 100\frac{(1+0{,}01)^{24}-1}{0{,}01} = 2697{,}35 \qquad FV = FVA_n = PMT * \frac{(1+\frac{r}{m})^{n*m}-1}{\frac{r}{m}}$$

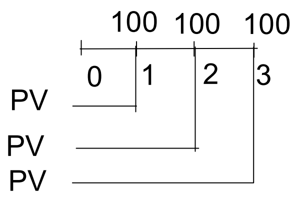
•w przypadku renty płatnej z góry :

$$FV = 100(1+0{,}01)\frac{(1+0{,}01)^{24}-1}{0{,}01} = 2724{,}32 \qquad FV = FVA_n = PMT * (1+\frac{r}{m}) * \frac{(1+\frac{r}{m})^{n*m}-1}{\frac{r}{m}}$$

41

## WARTOŚĆ BIEŻĄCA - RENTA PŁATNA Z DOŁU I PŁATNA Z GÓRY

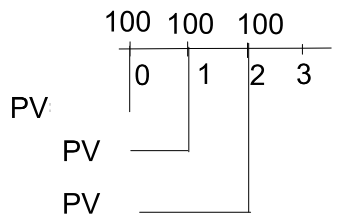
Z dołu




$$PV = PVA_n = PMT\frac{1-\frac{1}{(1+r)^n}}{r}$$

$$PV = PVA_n = PMT * \frac{1-\frac{1}{(1+\frac{r}{m})^{n*m}}}{\frac{r}{m}}$$

Z góry




$$PV = PVA_n = PMT(1+r)\frac{1-\frac{1}{(1+r)^n}}{r}$$

$$PV = PVA_n = PMT * (1+\frac{r}{m}) * \frac{1-\frac{1}{(1+\frac{r}{m})^{n*m}}}{\frac{r}{m}}$$

42

## WARTOŚĆ BIEŻĄCA - RENTA PŁATNA Z DOŁU I PŁATNA Z GÓRY

Przykład

Istotą analizowanej inwestycji jest otrzymywanie regularnie stałej kwoty równej 1000 złotych, **co miesiąc** przez dwa lata. Przy tym rozpatrywane są dwie sytuacje: pierwsza płatność za miesiąc (renta płatna z dołu), pierwsza płatność dziś (renta płatna z góry). Stopa procentowa, która jest wymaganą stopa zwrotu inwestora, wynosi **1% miesięcznie**. Oblicz wartość tej inwestycji dziś (jest to wartość bieżąca renty).

- renta płatna z dołu

$$PV = 1000 \frac{1 - \frac{1}{(1+0,01)^{24}}}{0,01} = 21243,39$$

$$PV = PVA_n = PMT * \frac{1 - \frac{1}{(1+\frac{r}{m})^{n*m}}}{\frac{r}{m}}$$

- renta płatna z góry

$$PV = 1000(1+0,01) \frac{1 - \frac{1}{(1+0,01)^{24}}}{0,01} = 21455,82$$

$$PV = PVA_n = PMT * (1+\frac{r}{m}) * \frac{1 - \frac{1}{(1+\frac{r}{m})^{n*m}}}{\frac{r}{m}}$$

43