

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ  
ASTROFÍSICA ESTELAR  
HEKTOR STHENOS ALVES MONTEIRO

TRABALHO FINAL DE CURSO

**MODELO DE ESTRUTURA ESTELAR**

Anderson Silva de Almeida  
Adalberto Rafael da Cunha Silva  
Rafael Passos Domingues

Itajubá – MG  
9 de julho de 2021

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>2</b>
1.1	Equilíbrio Hidrostático	2
1.2	Pressão	2
1.3	Transporte Radiativo	3
1.4	Fontes de Opacidade	5
1.5	Transporte Convectivo	7
1.6	Produção de energia	14
1.6.1	Energia de Ligação	15
1.6.2	Tunelamento	17
1.6.3	Nucleossíntese	18
1.6.4	Ciclo próton-próton	18
1.6.5	Ciclo CNO	18
1.7	Formação e Evolução Estelar	19
1.7.1	Diagrama HR	20
1.7.2	Evolução das estrelas	22
<b>2</b>	<b>Metodologia</b>	<b>23</b>
<b>3</b>	<b>Atividades e Resultados</b>	<b>24</b>
<b>4</b>	<b>Conclusões</b>	<b>45</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>46</b>

# 1 INTRODUÇÃO

Dos estudos em astrofísica estelar, pode-se dizer que existem quatro propriedades básicas que descrevem uma estrela: massa, luminosidade, raio e a sua composição química. No entanto, estas propriedades não são suficientes para compreender a estrutura interna de uma estrela. Sabemos hoje que estrelas em geral, assim como o Sol passam a maior parte de suas vidas na sequência principal do Diagrama H-R (que será discutido na próxima seção), isso implica em uma estabilidade estelar que só pode ser resultado de processos físicos advindos da estrutura interna da estrela. Nas próximas seções discutimos alguns dos processos fundamentais para a construção do modelo de estrutura estelar.

## 1.1 Equilíbrio Hidrostático

[Anderson] Um destes processos físicos é o equilíbrio hidrostático, em que uma estrela é mantida com um todo pela força gravitacional, na qual esta mesma força é compensada por um gradiente de pressão devida à energia cinética das partículas que compõem o material da estrela. A equação fundamental é dada por:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{GM_r\rho}{r^2} \quad (1)$$

Em que  $r$  é a distância ao centro da estrela,  $p$  é a pressão em função dessa distância,  $\rho$  é a densidade naquela particular distância, e  $M_r$  é a massa da estrela do centro até aquela distância, calculada através da seguinte integral:

$$M_r = \int_0^r 4\pi\rho dr \quad (2)$$

Assumindo uma estrela estática de aceleração zero, em que o lado esquerdo da equação 1 evidencia uma mudança de pressão em função do raio - a pressão é necessariamente maior no interior do que perto da superfície da estrela. Além disso também supomos que a estrela seja esfericamente simétrica [CARROLL; OSTLIE, 2017].

## 1.2 Pressão

Para descrever esta manifestação macroscópica das interações das partículas, é necessário derivar uma equação de pressão de estado do material. Tal equação relaciona a dependência da pressão em função de outros parâmetros fundamentais do material. Um exemplo bem conhecido de equação de estado de pressão, é a lei do gás ideal, muitas vezes expressa como:

$$PV = NkT \quad (3)$$

onde  $V$  é o volume do gás,  $N$  é o número de partículas,  $T$  é a temperatura e  $k$  é a constante de Boltzmann. Embora esta expressão tenha sido determinada experimentalmente, é possível derivá-la de princípios físicos fundamentais. Para o modelo usado aqui forneceremos um método geral para considerar ambientes onde os pressupostos da lei do gás ideal não se aplicam - uma situação freqüentemente encontrada em problemas astrofísicos. Portanto, para a pressão de forma geral usaremos a seguinte expressão válida para qualquer tipo de partícula:

$$P = \int n_p \rho v dp \quad (4)$$

em que  $n_p$  é a distribuição de partículas ou função de distribuição,  $\rho$  é a densidade e  $v$  é a velocidade da partícula.

Também devemos levar em consideração a pressão de radiação em um modelo de estrutura estelar, em caso de estrelas supermassivas a pressão de radiação se torna mais expressiva no somatório das pressões atuantes; estrelas de uma massa solar por exemplo, a pressão contribui pouco na região central, mas em regiões mais externas pode ser importante para perda de matéria da estrela. A expressão é dada por:

$$P_{rad} = \frac{1}{3} a T^4 = \frac{4\sigma}{c} T^4 \quad (5)$$

onde  $\sigma$  é a constante de Stefan-Boltzmann.

### 1.3 Transporte Radiativo

[Adalberto] Se o interior de uma estrela fosse isotérmico, o nível isotropia da radiação impediria o fluxo radiativo. No entanto, se notarmos o gradiente radial de temperatura de uma estrela, percebe-se que o fluxo de radiação é definido pela resultante entre fluxo proveniente de uma região um pouco mais quente (vindo do núcleo) e o fluxo radiativo de uma região mais fria (camadas acima do núcleo). Conforme veremos adiante, o nível de opacidade pode definir a intensidade do fluxo. Para situações com pouca opacidade o nível de anisotropia será grande, ou seja, teremos fluxo intenso para fora da estrela. No entanto, no interior estelar uma distância de poucos centímetros já é suficiente para deixar a região completamente opaca, o que em termos de temperatura, varia poucos milésimos de graus. A consequência disso seria um campo praticamente isotrópico [OLIVEIRA, 2004].

Para entender o transporte Radiativo, suponhamos que exista um cilindro cuja base está mais próxima do núcleo e o topo está direcionado para as regiões superiores. Nessa hipótese, vamos calcular a quantidade de radiação que entra no cilindro pela base, possíveis

absorções ou emissões enquanto estiver no interior do cilindro e a quantidade de radiação que sai na parte superior do cilindro. A quantidade de radiação que entra pela base do cilindro, será:

$$I_0 = +I(r, \theta)d\omega ds \quad (6)$$

sendo  $d\omega$  o ângulo sólido, seção de choque  $ds$  e intensidade por unidade de área e tempo  $(r, \theta)$ . Se o cilindro tiver um comprimento  $dl$  e coeficiente de absorção  $K$ , a radiação poderá passar por absorções definidas por  $dK\rho dl$ .

$$I_{absor} = -I\omega ds \times K\rho dl \quad (7)$$

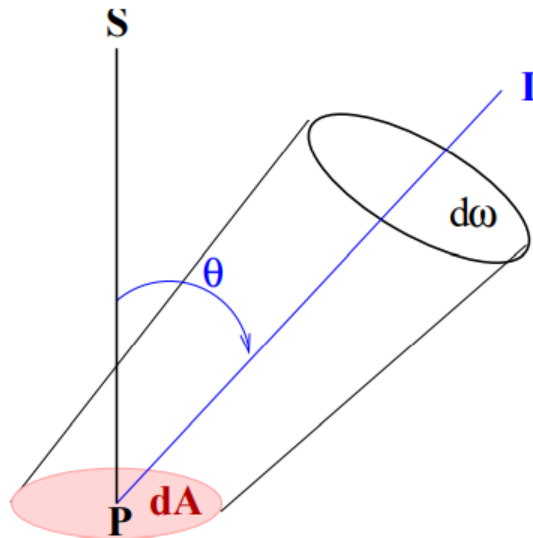
ou emissões em que  $j\omega$  é a energia total emitida por unidade de massa e tempo

$$I_{emit} = +j\rho ds dl \frac{d\omega}{4\pi} \quad (8)$$

E finalmente, a quantidade de radiação que sai na parte superior do cilindro é definida como

$$I_{final} = -I(r + dr, \theta + d\theta)d\omega ds \quad (9)$$

sendo  $r + dr$  o incremento do vetor raio  $r$ .



Em uma situação de equilíbrio termodinâmico, podemos descrever que

$$I_0 + I_{absor} + I_{emit} + I_{final} = 0 \quad (10)$$

ou ainda

$$+I(r, \theta)d\omega - Id\omega ds \times K\rho dl + j\rho ds dl \frac{d\omega}{4\pi} - I(r + dr, \theta + d\theta) = 0 \quad (11)$$

que pode ser simplificado utilizando elementos infinitesimais,

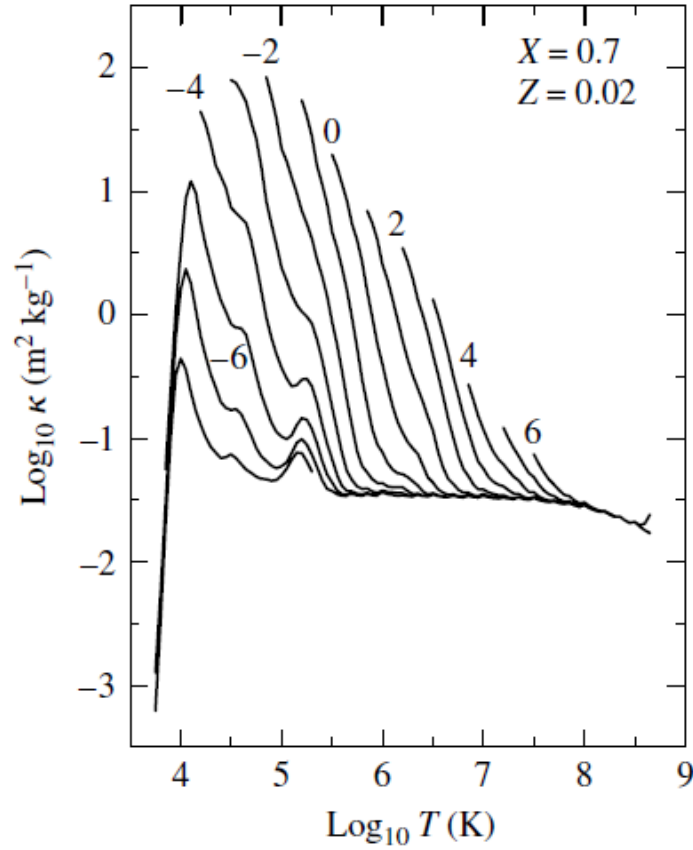
$$-\frac{\partial I}{\partial r}dr \frac{\partial I}{\partial \theta}d\theta - IK\rho dl + \frac{j\rho}{4\pi}dl = 0 \quad (12)$$

lembrando que  $dl = \frac{dr}{\cos\theta}$  e  $d\theta = -\frac{dl \sin\theta}{r}$  obtemos a equação do transporte radiativo:

$$\frac{\partial I}{\partial r}\cos\theta - \frac{\partial I}{\partial r}\frac{\sin\theta}{r} + IK\rho - \frac{1}{4\pi}j\rho = 0 \quad (13)$$

## 1.4 Fontes de Opacidade

[Anderson]A interação dos fótons com a matéria produz resistência ao fluxo de energia, isso é conhecido como opacidade. Um material é dito opaco à radiação num certo comprimento de onda quando a resistência ao fluxo é quase total e, quando o material é transparente diz-se que a resistência à radiação é desprezível. A opacidade do material estelar é determinada como os fótons interagem com as partículas (átomos, íons e elétrons livres). Se o fóton passar por uma área de seção transversal  $\sigma\lambda$ , o fóton pode ser absorvido ou espalhado. Em um processo de absorção, o fóton deixa de existir e sua energia é dada à energia térmica do gás. Em um processo de espalhamento, o fóton continua em uma direção diferente. Tanto a absorção quanto o espalhamento podem remover fótons de um feixe de luz, e assim contribuir para a opacidade. Em geral, existem quatro fontes primárias de opacidade disponíveis para remover fótons de um feixe. Cada um envolve uma mudança no estado quântico de um elétron. Estas são: absorção ligado-ligado, absorção ligado-livre, absorção livre-livre e opacidade do íon H [CARROLL; OSTLIE, 2017].



A imagem acima mostra a opacidade para uma composição de 70% hidrogênio, 28% hélio e 2% metais. As curvas são regidas pelo valor logarítmico da densidade ( $\log \rho$  em  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ). (Dados de [Salaris; Cassisi, 2005])

É importante destacar que a opacidade de transições ligado-ligado não é parametrizável, por acontecer em nível complicado de quantificar, são muitas linhas de emissão e absorção. Relembrando que excitações e desexcitações ocorrem quando um elétron em um átomo ou íon faz uma transição de um orbital para outro. Um elétron pode fazer uma transição ascendente de um orbital de energia inferior para um orbital de alta energia quando um fóton "doa" energia suficiente. Já a opacidade em transições ligado-livre podemos realizar algumas aproximações, por exemplo:

$$\bar{k}_{bf} = 4,34 \times 10^{21} \frac{g_{bf}}{t} Z(1+X) \frac{\rho_r}{T^{3,5}} \text{m}^2 \text{kg}^{-1} \quad (14)$$

Este fenômeno ocorre quando um fóton incidente tem energia suficiente para ionizar um átomo. O processo inverso de emissão de livre-ligado ocorre quando um elétron livre se recombina com um íon, emitindo um ou mais fótons em direções aleatórias. Isso também contribui para reduzir a energia média dos fótons no campo de radiação. No

espalhamento livre-livre, podemos fazer a seguinte aproximação também:

$$\bar{k}_f = 3,68 \times 10^{18} g_{ff} (1 + Z)(1 + X) \frac{\rho_r}{T^{3,5}} m^2 kg^{-1} \quad (15)$$

Em que um elétron livre na vizinhança de um íon absorve um fóton, causando o aumento da velocidade do elétron. Neste processo, o íon próximo é necessário para conservar energia e momentum. Este mecanismo pode ocorrer por uma faixa contínua de comprimentos de onda. Pode também ser perda de energia devido à desaceleração de elétrons ou íons carregados, conhecido como Bremsstrahlung. Por fim, a opacidade do íon  $H^-$ , é um componente importante em estrelas velhas e frias. A energia de ligação do íon  $H^-$  é de apenas 0,754 eV, em comparação com os 13,6 eV necessários para ionizar o átomo de hidrogênio do estado fundamental. Como resultado, qualquer fóton com energia em excesso da energia de ionização pode ser absorvida por um íon H, liberando o elétron extra; a energia restante se torna energia cinética. Por outro lado, um elétron capturado por um átomo de hidrogênio para formar  $H^-$  irá liberar um fóton correspondente à energia cinética perdida pelo elétron junto com a energia de ligação do íon.

$$k_H = 7,9 \times 10^{-34} \frac{Z}{0,02} \rho^{0,5} T^9 m^2 kg^{-1} \quad (16)$$

## 1.5 Transporte Convectivo

[Rafael] Não é só radiação que transporta energia na estrela. Para entender o transporte convectivo vamos relembrar que rever a conservação de energia ou Primeira Lei da Termodinâmica;

$$dU = Q - W \quad (17)$$

A Variação de energia = variação de calor + trabalho realizado no meio  $\rightarrow$  função de estado  $\rightarrow$  não depende do histórico de mudanças, somente do estado atual;  $Q$  e  $W$  dependem do caminho de integração.

A energia interna por unidade de massa é dada por:

$U = (\text{energia média/partícula}) \times (\text{numero de partículas/massa})$

$$U = \bar{K} \times \frac{1}{\bar{m}} = \bar{K} \times \frac{1}{\mu m_H} \quad (18)$$



Para um gás ideal

$$\bar{K} = \frac{3}{2} k_B T \quad (19)$$

$$\bar{K} = \frac{3}{2} \left( \frac{k_B}{\mu m_H} \right) T = U(\mu, T) \quad (20)$$

A Mudança de calor é expressa em termos do calor específico:

$$C_P = \left( \frac{\partial Q}{\partial T} \right)_P \quad C_V = \left( \frac{\partial Q}{\partial T} \right)_V \quad (21)$$

Considere o trabalho realizado por unidade de massa:

$$W = \frac{F}{m} dr \quad W = \frac{P \cdot A}{m} dr \quad W = P dV \quad (22)$$

Onde  $V$  é o volume específico:

$$V = \frac{1}{\rho} \quad (23)$$

$$dU = Q - P dV \quad (24)$$

À volume constante, temos:

$$dU = (Q)_V = \left( \frac{\partial Q}{\partial T} \right)_V dT \quad dU = C_V dT \quad (25)$$

Para o gás monoatômico, teríamos:

$$C_V = \frac{3}{2} \left( \frac{k_B}{\mu m_H} \right) = \frac{3}{2} nR \quad (26)$$

Escrevendo a primeira lei da termodinâmica em termos do calor específico, temos:

$$dU = \left( \frac{\partial Q}{\partial T} \right)_P dT - P \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dT \quad (27)$$

Usando a lei dos gases ideais,

$$PV = nRT \quad (28)$$

temos,

$$PdV + VdP = RT dn + nR dT \quad (29)$$

Usando as definições dos calores específicos, temos:

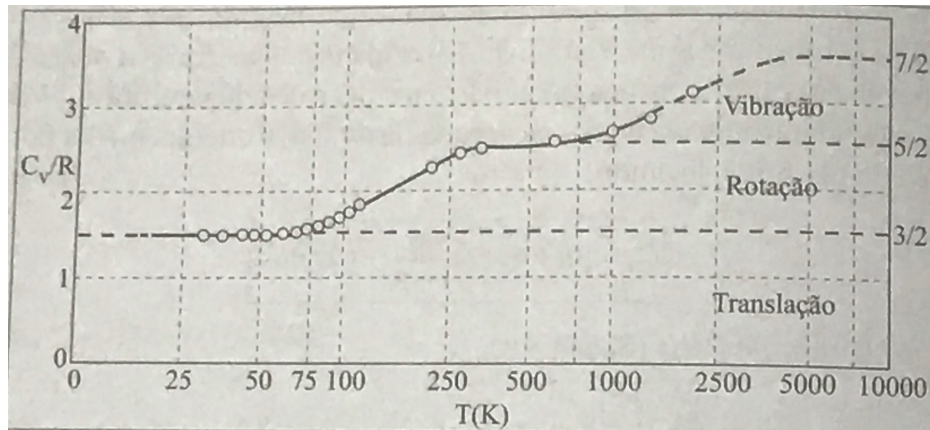
$$C_P = C_V + nR = C_V + \left( \frac{k_B}{\mu m_H} \right) \quad (30)$$

Válido para gases ideais. Normalmente define-se,

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} \quad (31)$$

Usando as relações anteriores, pode-se mostrar que para o gás monoatômico,

$$\gamma = \frac{5}{3} \quad (32)$$



O que é o parâmetro  $\gamma$ ? O gráfico acima apresenta o comportamento de  $C_V/R$  em função da temperatura observado para o  $H_2$ . É possível notar os diferentes graus de liberdade da molécula para diferentes temperaturas. Para temperaturas maiores que 3200 [K] (quando o hidrogênio se dissocia) o parâmetro tende a  $5/2 \approx 5/3$ . Esse comportamento, incompreensível pelas leis da mecânica clássica é chamado de "congelamento dos graus de liberdade".

Imagem retirado do livro: H.M. Nussenzveig, vol.2 - 5ed.

Para gases ionizados, o aumento da temperatura é menor pois parte da energia vai para a ionização. Calores Específicos altos com  $\gamma$  tendendo a 1. Processos adiabáticos (sem

troca de calor; como a energia interna independe do processo envolvido, podemos adotar.

$$Q = 0 \quad dU = -PdV \quad (33)$$

e como,

$$dU = C_V dT \quad - PdV = C_V dT \quad (34)$$

Mas vimos que:

$$PdV + VdP = RT \, dn + nR \, dT$$

Assumindo  $n$  constante, temos:

$$PdV + VdP = nR \, dT$$

Combinando os resultados, temos:

$$PdV + VdP = - \left( \frac{nR}{C_V} \right) PdV \quad (35)$$

Reescrevemos como:

$$\gamma \frac{dV}{V} = - \frac{dP}{P} \quad PV^\gamma = Cte \quad (36)$$

A convecção é vista como um processo adiabático, para isso Considere uma bolha de gás que emerge e expande adiabaticamente (não troca calor com o meio)- Usando a lei dos gases ideais podemos descrever como varia a temperatura da bolha.

$$P = \frac{k_B \rho T}{\mu m_H} \quad (37)$$

$$\frac{dP}{dr} = \left( \frac{\partial P}{\partial \mu} \right) \frac{d\mu}{dr} + \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right) \frac{d\rho}{dr} + \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right) \frac{dT}{dr} \quad (38)$$

$$\frac{dP}{dr} = \left( -\frac{P}{\mu} \right) \frac{d\mu}{dr} + \left( \frac{P}{\rho} \right) \frac{d\rho}{dr} + \left( \frac{P}{T} \right) \frac{dT}{dr} \quad (39)$$

Usando ainda a relação adiabática para pressão e volume, lembrando que  $V = 1/\rho$ .

$$P = Cte \cdot \rho^\gamma \quad (40)$$

$$\frac{dP}{dr} = \gamma \left( \frac{P}{\rho} \right) \frac{d\rho}{dr} \quad (41)$$

Assumindo que  $\mu$  não varia, temos que:

$$\left( \frac{dT}{dr} \right)_{ad} = \left( 1 - \frac{1}{\gamma} \right) \frac{T}{P} \left( \frac{d\rho}{dr} \right) \quad (42)$$

O gradiente de temperatura adiabático, usando a equação do equilíbrio hidrostático:

$$\frac{dP_r}{dr} = - \frac{GM_r}{r^2} \rho_r \quad (43)$$

$$\left( \frac{dT}{dr} \right)_{ad} = - \left( 1 - \frac{1}{\gamma} \right) \frac{\mu m_H}{k_B} \left( \frac{GM_r}{r^2} \right) \quad (44)$$

Se esse gradiente for menor (em módulo) que o da vizinhança, chamamos de super adiabático.

$$\left| \frac{dT}{dr} \right|_* > \left| \frac{dT}{dr} \right|_{ad} \quad (45)$$

A relação entre esses dois gradientes essencialmente, dita-se o transporte de energia vai ser convectivo ou não.

Mas afinal, quando uma bolha quente para de subir? De acordo com o princípio de Arquimedes, a força na bolha por unidade de volume é:

$$f_E = \rho_i^{(s)} g \quad (46)$$

Subtraindo a força da gravidade na bolha:

$$f_g = \rho_i^{(b)} g \quad (47)$$

Temos a força resultante:

$$f_{res} = (\rho_i^{(b)} - \rho_i^{(s)}) g \quad (48)$$

Para seguir subindo a bolha deve ter:

$$\rho_i^{(b)} < \rho_i^{(s)} \quad (49)$$

Inicialmente a bolha se encontra em equilíbrio térmico com o entorno.

$$T_i^{(b)} \approx T_i^{(s)} \quad \rho_i^{(b)} \approx \rho_i^{(s)} \quad (50)$$

Assumimos que a bolha se expande adiabaticamente (sem trocar calor com o entorno), e que:

$$P_f^{(b)} \approx P_f^{(s)} \quad (51)$$

Assumindo um deslocamento infinitesimal da bolha, temos:

$$\rho_f^{(b)} \approx \rho_i^{(b)} + \left( \frac{d\rho}{dr} \right)^{(b)} dr \quad (52)$$

O mesmo vale para o entorno.

$$\rho_f^{(s)} \approx \rho_i^{(s)} + \left( \frac{d\rho}{dr} \right)^{(s)} dr \quad (53)$$

$$\rho_f^{(b)} < \rho_f^{(s)} \quad (54)$$

$$\left( \frac{d\rho}{dr} \right)^{(b)} < \left( \frac{d\rho}{dr} \right)^{(s)} \quad (55)$$

Variação de temperatura da bolha ao subir.

Como estamos considerando um processo adiabático (ou seja, um processo onde não há trocas de calor), usamos:

$$\frac{dP}{dr} = \gamma \left( \frac{P}{\rho} \right) \frac{d\rho}{dr}$$

Escrevendo em termos do meio (s) e o gradiente de pressão, temos:

$$\frac{1}{\gamma} \left( \frac{\rho_i^{(b)}}{P_i^{(b)}} \right) \frac{dP}{dr} \Big|_{(b)} < \frac{\rho_i^{(s)}}{P_i^{(s)}} \left[ \frac{dP}{dr} \Big|_{(s)} - \left( \frac{P_i^{(s)}}{T_i^{(s)}} \right) \frac{dP}{dr} \Big|_{(s)} \right] \quad (56)$$

Como adotamos:

$$P_{(b)}^f = P_{(s)}^f \quad (57)$$

$$\left(\frac{1}{\gamma} - 1\right) \frac{dP}{dr} \left(\frac{T}{P}\right) > \frac{dT}{dr} \quad (58)$$

Mas como visto anteriormente:

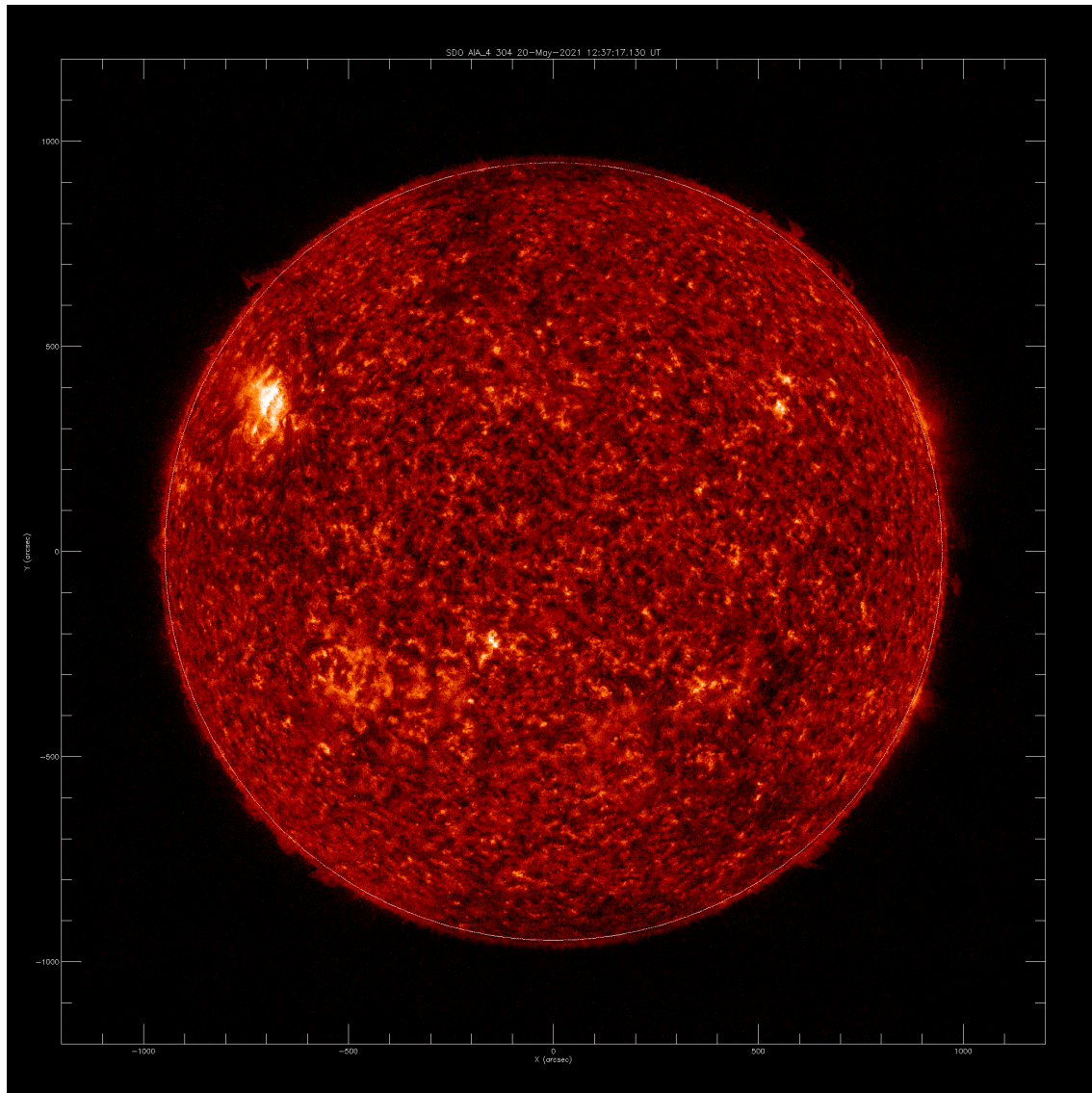
$$\left(\frac{dT}{dr}\right)_{ad} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{T}{P} \left(\frac{dP}{dr}\right) \quad (59)$$

$$\left(\frac{dT}{dr}\right)_{ad} > \left(\frac{dT}{dr}\right)_* \quad (60)$$

A Variação da Temperatura define o transporte, como a temperatura diminui com o raio, tomando o módulo, temos: uma condição para a bolha seguir subindo, ou seja, para se ter transporte convectivo.

$$\left|\frac{dT}{dr}\right|_{ad} < \left|\frac{dT}{dr}\right|_* \quad (61)$$

- Alta Opacidade: O gradiente de temperatura do meio entorno seria muito alto, dificultando o transporte somente radiativo.
- Ionização: Baixo  $\mu \rightarrow$  Alto  $C_P \rightarrow$  Baixo  $\left|\frac{dT}{dr}\right|_{ad}$
- Dependência da produção de energia com a temperatura: Alto fluxo radiativo  $\rightarrow$  Alto  $\left|\frac{dT}{dr}\right|_*$



Imageamento do Sol realizado pelo *SOHO* no ultravioleta extremo ( $\lambda = 304 \text{ [Å]}$ ) no dia 20 de Maio de 2021. Nesta imagem é possível visualizar os grânulos solares na região da cromosfera solar. Essas proeminências são resultado do caótico encontro de infinitas células convectivas.

## 1.6 Produção de energia

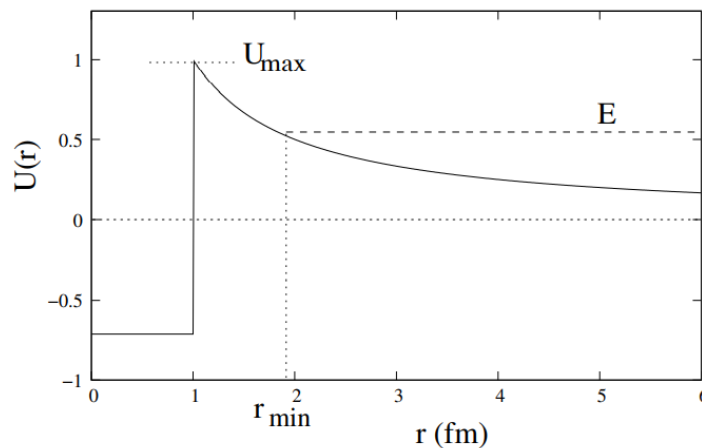
[Adalberto] Em 1920 houve a primeira hipótese favorável para explicar a fonte de energia das estrelas por meio da fusão nuclear, sugerida por Arthur Eddington. Algum tempo depois, George Gamow conseguiu mostrar que reações nucleares podem ocorrer pelo processo de tunelamento quântico. Em 1939 Hans Bethe propôs uma hipótese que a cadeia PP (próton-próton) e o ciclo CNO (carbono, nitrogênio e oxigênio) seria o principal contribuinte para estabelecer a sequência principal das estrelas [OLIVEIRA, 2004].

A fusão nuclear é algo complicado de se fazer, pois dois prótons com carga nuclear

$Z_{eff}$  possuem uma extrema repulsão coulombiana. Ao tentar aproximar dois núcleos carregados a uma distância  $r$  entre eles é necessário enfrentar a força coulombiana, de tal forma que a energia de Coulomb é definida por

$$E_{coulomb} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \quad (62)$$

em que  $Z_1$  e  $Z_2$  são as cargas nucleares envolvidas e  $e$  é a carga elementar. A fusão nuclear ocorre quando os núcleos tem energia suficiente para vencer a barreira de Coulomb. A energia cinética das partículas é a única energia disponível para ultrapassar a barreira de Coulomb. Quando isso ocorre, uma interação muito forte começa a agir entre os núcleos. Essa interação é chamada de Força Nuclear Forte (FNF a partir de agora). Essa força que começa a agir quando os núcleos estão a uma distância da ordem de  $10^{-13}$  m. O gráfico a seguir mostra o potencial de Coulomb  $U_{max}$  para o qual define a proximidade necessária para que dois núcleos comecem a interagir por meio da FNF.



### 1.6.1 Energia de Ligação

A energia de ligação entre os núcleos está envolvida diretamente na quantidade de energia liberada no processo de fusão, de tal forma que o núcleo formado tem menos energia que os núcleons originais. Através da equação de Einstein, é possível calcular a energia envolvida na fusão, por meio da diferença de massas entre os núcleons e o núcleo originado. Quanto maior for a energia de ligação, maior será a diferença entre as massas citadas. Por exemplo, na formação do hélio-4 os prótons tem que possuir energia cinética suficiente para conseguir chegar perto o bastante para fazer com que a FNF comece a atuar.

Para começar, suponha que dois prótons se fundam para formar o deutério-2, após



isso, a colisão entre dois deutérios irá formar o hélio-4. A equação global é



sendo as massas atômicas dos elementos

$${}_2^4He = 4.0026\mu; {}_1^1H = 1.0078\mu; {}_1^0n = 1.0087\mu \quad (64)$$

no qual  $\mu$  é a unidade de massa atômica e vale  $1.66 \times 10^{-27} Kg$ . A energia de ligação é dada por

$$E_{lig} = -\Delta mc^2 \quad (65)$$

que o sinal negativo indica que está ocorrendo uma perda de massa. Calculando o  $\Delta m$

$$\Delta m = \mu[(4.0026) - (2 \times 1.0078 + 2 \times 1.0087)] \rightarrow \Delta m = -5.0464 \times 10^{-29} kg \quad (66)$$

portanto

$$E_{lig} = -(-5.0464 \times 10^{-29}(3 \times 10^8)^2) = 4.54 \times 10^{-12} J \rightarrow E_{lig} = 28.386.000 eV \quad (67)$$

logo, essa é a energia envolvida na formação de hélio-4 por meio da fusão de deutérios. A tabela a seguir mostra as energias de ligação para os diferentes tipos de núcleos.

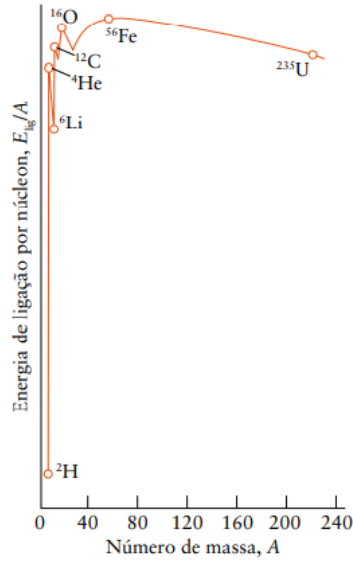


Imagem retirada do livro Atkins

### 1.6.2 Tunelamento

A temperatura é um fator primordial para a geração de energia. O fenômeno de tunelamento são casos em que podem ocorrer fusão nuclear mesmo não tendo energia suficiente para interagir com a FNF. Para isso, consideramos um cilindro com seção transversal  $\sigma(E)$  e comprimento  $ds$ . A taxa de reações nucleares depende da quantidade de partículas com uma certa energia e da chance de tunelar. Para obter a taxa de reações precisaremos da distribuição de velocidade de Maxwell-Boltzmann

$$n(v_x, v_y, v_z) d^3v = N \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT} d^3v \quad (68)$$

em que  $N$  é a densidade de partículas. Após isso, vamos definir a seção de choque, que se trata da probabilidade de uma reação acontecer.

$$\sigma(v) = \frac{\text{número de reações/partícula/tempo}}{\text{Fluxo}}$$

Supondo agora que muitas partículas estão com uma velocidade  $v$ , colidindo em outras partículas que estão em repouso. Mesmo nessa situação hipotética, pode acontecer das partículas estabelecerem uma estrutura de repouso para um conjunto. Mas considerando em uma estrela como o Sol, as partículas em colisão seguem a distribuição de Maxwell-Boltzmann, então elas se movem em várias direções e não há possibilidades das partículas-alvo estarem em repouso.

Agora definindo a quantidade de partículas incidente, vamos considerar um cilindro com área transversal  $A$  e comprimento  $ds$ . A quantidade de partículas que cruzam  $A$  em

um tempo  $dt$  é equivalente ao número de partículas dentro do cilindro de comprimento  $ds$ , tal que  $N_1 v dt A$ , então temos que

$$\text{número de partículas incidentes/área/tempo} = \frac{N_1 v A dt}{A dt}$$

### 1.6.3 Nucleossíntese

A fusão de prótons e seus derivados liberam outros átomos mais pesados. Os núcleos maiores, se houver energia cinética suficiente, poderão fundir e formar outros elementos. No entanto, as principais fontes de energia vêm da cadeia PP e do ciclo CNO.

### 1.6.4 Ciclo próton-próton

É a responsável por converter hidrogênio em hélio. Os isótopos de hélio que são formados dependem dos núcleos que fundiram. Ao fundir um deutério-2 com um hidrogênio-1, forma-se hélio-3. A partir daí, tem-se uma determinada chance desse hélio-3 fundir com outro núcleo de hélio-3, formando então o hélio 4. Isso é chamado de cadeia PP I. Caso o hélio-3 se junte com um hélio-4, formará berílio-7, no qual recebe o nome de PP I. O esquema a seguir mostra com detalhes sobre os processos de cadeia PP. Note que as duas primeiras equações são as primordiais em todos os casos.

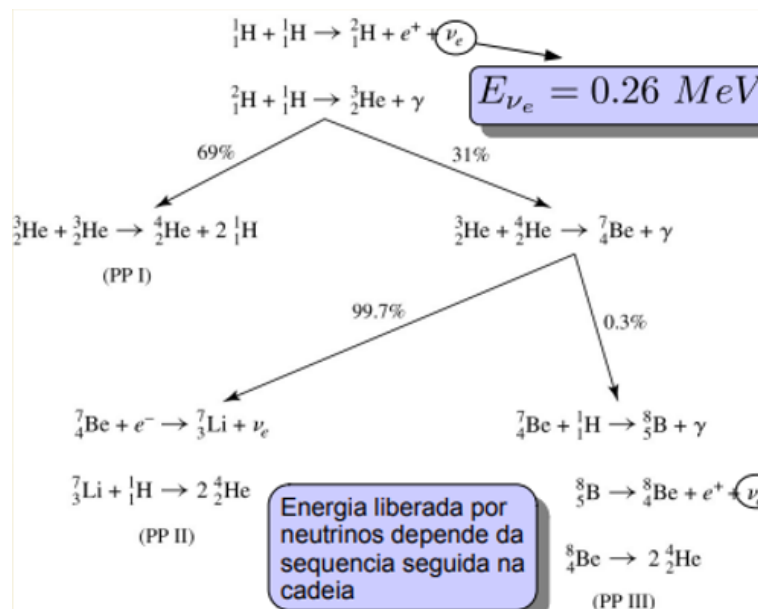


Imagem retirada das notas de aula

### 1.6.5 Ciclo CNO

Trata-se da fusão de átomos mais pesados que os da cadeia PP, tendo no início e no fim um núcleo em comum, o carbono-12. O ciclo CNO servem como catalisadores para

converter o hidrogênio em hélio. As reações a seguir mostram a formação de hidrogênio e carbono após uma sequência de fusões.

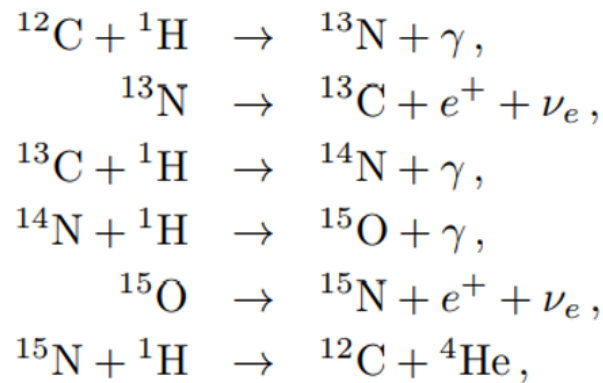


Imagem retirada do livro Caroll

## 1.7 Formação e Evolução Estelar

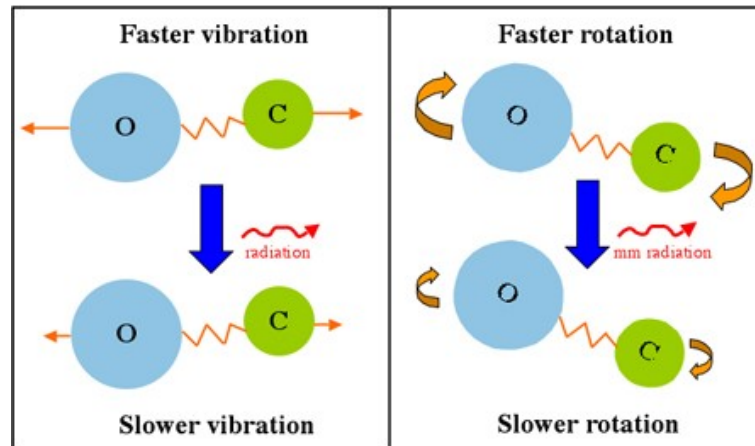
[Rafael]A origem da formação estelar ainda é desconhecida, há controvérsas em diversos aspectos. São necessários vínculos observacionais de populações estelares na Galáxia Via-Láctea, em especial, a observação de aglomerados abertos e núcleos ativos de galáxias (*AGN's*). Pouco se sabe sobre as condições físicas do gás em *outflow* de *AGN's*, esses parâmetros ainda precisam ser mais investigados para entender quando a formação estelar cessa nas galáxias. As galáxias não formam estrelas para sempre, há um limite onde não há mais formação estelar e isso se explica por ventos galácticos (ondas de choque que expulsam o gás presente no meio interestelar.)

As estrelas são formadas a partir do gás e poeira presentes no meio interestelar. O mecanismo mais provável é a instabilidade gravitacional das nuvens moleculares gigantes (*GMC's*). As



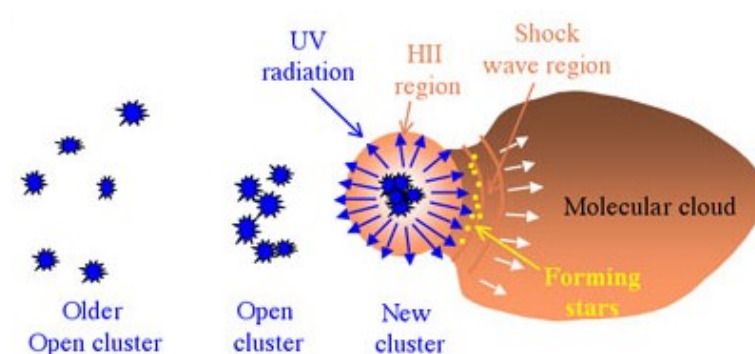
À esquerda a Nebulosa da Águia e à direita a Nebulosa de Órion, as mais famosas regiões de GMC's e HII observadas. Créditos: [NASA, Hester and Scowen] & [AAO/David Malin]

As moléculas das (*GMC's*) emitem radiação quando seus estados de rotação ou vibração são alterados. Uma mudança no estado rotacional da molécula de *CO* resulta em um fóton emitido em comprimentos de onda milimétricos (microondas), sendo então uma excelente janela de observações de regiões *H<sub>2</sub>* da Galáxia.<sup>1</sup>



As moléculas das (*GMC's*) emitem radiação quando seus estados de rotação ou vibração são alterados.

O gás quente presente nas nebulosas de emissão se encontra com as (*GMC's*) numa onda de choque, cavando uma cavidade nas (*GMC's*), moldando uma caverna que é um ambiente favorável à formação de discos protoestelares. O limite de formação estelar é  $0,08 M_{\odot}$ .



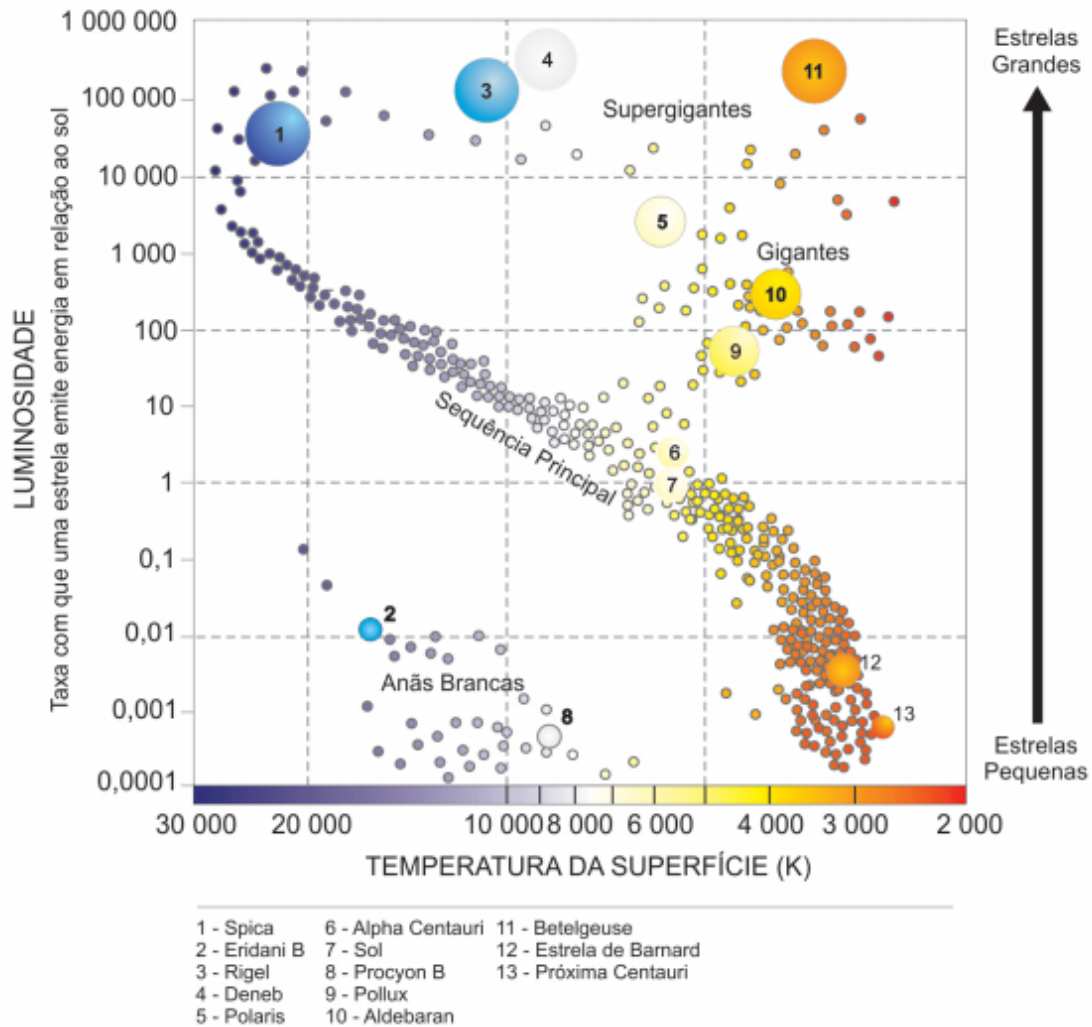
Formação de Regiões *H<sub>2</sub>*

### 1.7.1 Diagrama HR

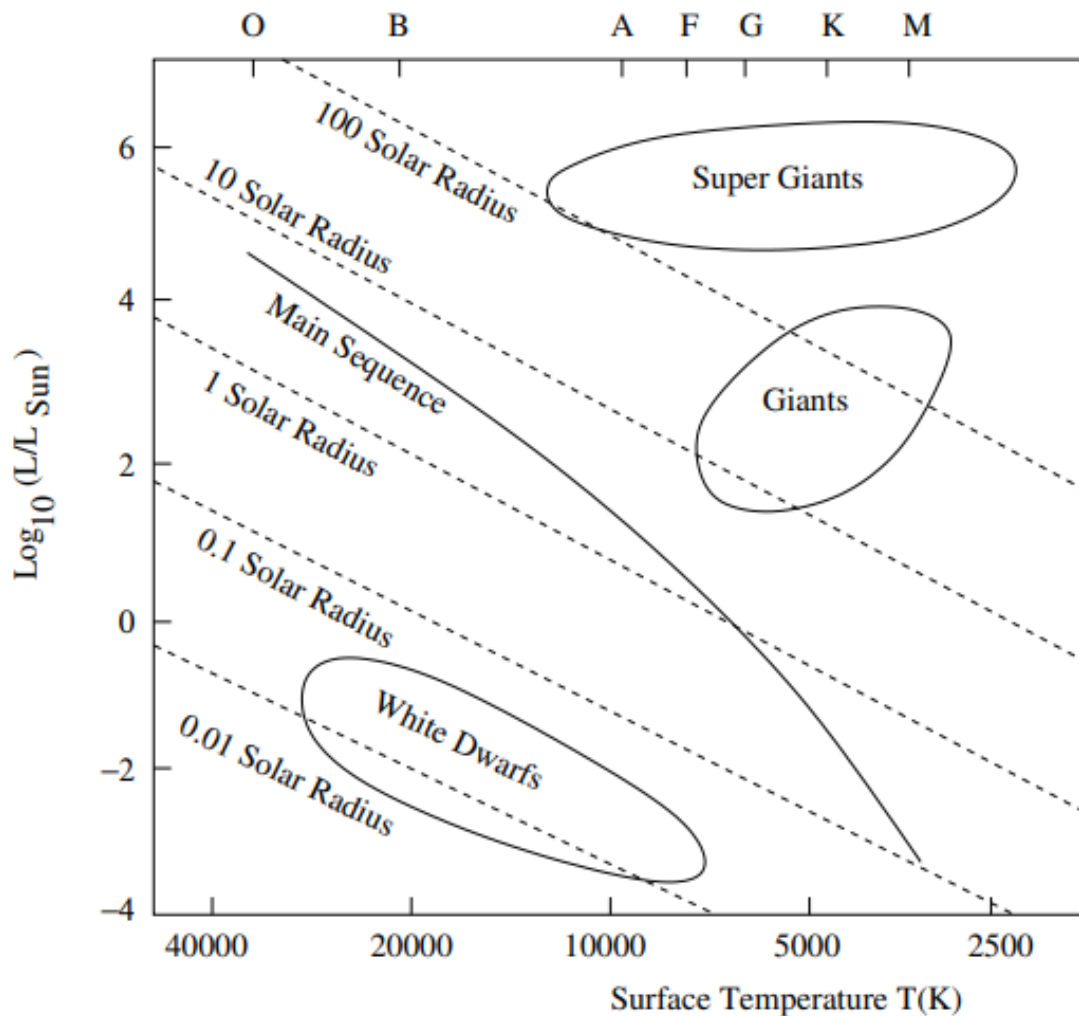
[Adalberto] O diagrama Hertzsprung-Russell foi uma solução encontrada quando os cientistas estavam tentando relacionar temperatura e magnitude das estrelas. O índice de

<sup>1</sup> <<https://astronomy.swin.edu.au/cosmos/M/Molecular+Cloud>>

cor B-V pode ser observado a partir da temperatura efetiva da estrela, enquanto a magnitude é obtida a partir da magnitude aparente com a distância. O gráfico a seguir mostra a relação entre a magnitude e o índice de cor.



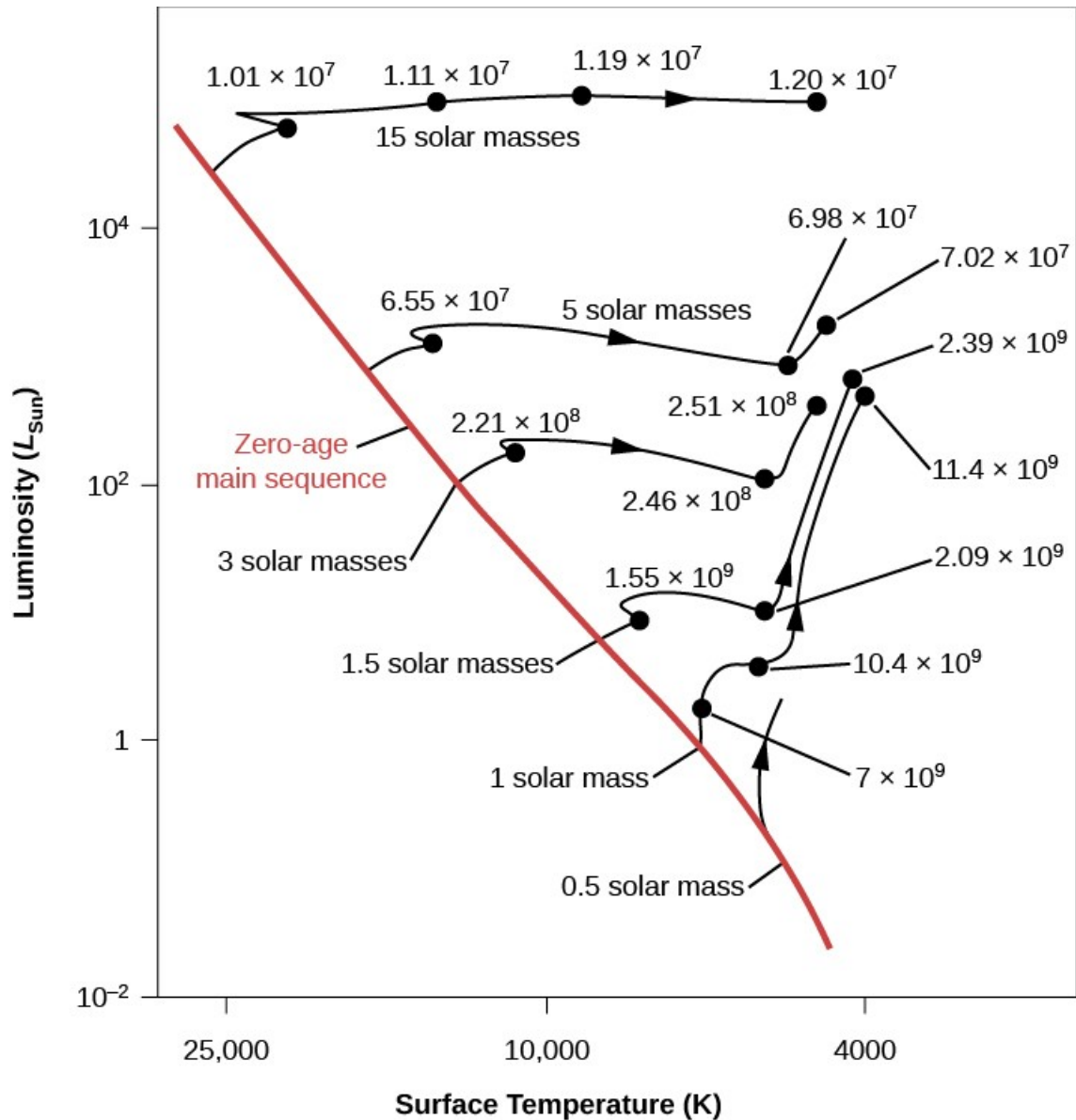
A sequência principal é uma diagonal onde as estrelas passam a maior parte da vida delas. Trata-se da época em que a estrela está queimando o hidrogênio, sua principal fonte de energia. As estrelas no canto superior esquerdo são as mais brilhantes e quentes. As estrelas no canto superior direito são brilhantes e frias, onde estão concentradas as gigantes. Essa região é chamada de AGM (Asymptotic Giant Branch – Ramo Assintótico das Gigantes). Se a estrela for comparada com um buraco negro, a sua luminosidade será dada em  $L = 4\pi\sigma R^2T^4$ . Devido a relação da luminosidade com o raio, é possível também mostrar a relação entre a luminosidade e a temperatura superficial, destacando traços isoradiais (pontos com mesmo raio). Note que as diagonais isoradiais são aproximadamente paralelas a sequência principal.



Estima-se que 80% das estrelas mais próximas ainda estão na sequência principal.

### 1.7.2 Evolução da estrelas

[Anderson] Os astrônomos podem construir computacionais de estrelas com diferentes massas e composições químicas, afim de estudar como as estrelas mudam ao longo de suas vidas. A imagem abaixo é baseada em cálculos teóricos dos astrônomos da Universidade de Illinois Icko Iben, em que é mostra um diagrama H-R com várias faixas de evolução da sequência principal para o estágio gigante – faixas de diferentes massas, de 0,5 a 15 vezes a massa do nosso Sol e com composições químicas semelhantes às do Sol. A linha vermelha é a sequência principal inicial ou de idade zero, como discutido na seção anterior. Os números ao longo da curva indicam o tempo em anos, necessário para cada estrela alcançar esses pontos em sua evolução após deixar a sequência principal. Podemos observar que quanto mais massiva uma estrela é, mais rápido ela passa para as fases da sua evolução.



Note que a estrela mais massiva neste diagrama tem uma massa semelhante à de Betelgeuse, e assim sua trilha evolutiva mostra aproximadamente a história de Betelgeuse. A trilha para uma estrela de 1-massa solar mostra que o Sol ainda está na fase de sequência principal da evolução. Serão bilhões de anos até que o Sol comece sua própria "escalada" longe da sequência principal — a expansão de suas camadas externas que o tornarão um gigante vermelha.

## 2 METOLOGIA

[Anderson] Nesta trabalho utilizamos o software Statstar em Python 3 com modificações feitas por Miss Hicks. A primeira versão em python foi convertida pelo Prof. D.



Schiminovich na Columbia University para uso em C3101 Stellar Structure and Evolution.

StatStar foi projeto para ilustrar alguns dos aspectos mais importantes da astrofísica estelar numérica. Para atingir esse objetivo, os modelos do StatStar são restritos a uma composição fixa em toda a extensão, em outras palavras, eles são modelos homogêneos de sequência principal de idade zero. As quatro equações básicas da estrutura estelar são calculadas nas funções  $dP/dr$ ,  $dM/dr$ ,  $dL/dr$ , e  $dT/dr$ .

A densidade  $\rho$  é calculada a partir da lei do gás ideal e através da equação de pressão de radiação em função da opacidade, dados os valores locais da pressão ( $P(r) = P$ ), temperatura ( $T(r) = T$ ) e média molecular ( $\mu = mu$ , considerado aqui para um gás completamente ionizado).

Uma vez que a densidade é determinada, a opacidade ( $\kappa(r) = \kappa$ ) e a taxa de geração de energia nuclear ( $\epsilon(r) = \epsilon$ ) são calculados.

O programa começa pedindo ao usuário que forneça a massa estelar desejada (em unidades solares), a temperatura efetiva experimental ( $T_{eff}$ , em kelvins), a luminosidade experimental (também em unidades solares) e as frações de massa do hidrogênio ( $X$ ) e metais ( $Z$ ).

Usando as equações da estrutura estelar, o programa passa a integrar a partir da superfície da estrela em direção ao centro, parando quando um problema é detectado ou quando uma solução satisfatória é obtida. Se a integração interna não for bem-sucedida, uma nova luminosidade de teste e/ou temperatura efetiva deve ser escolhida. O teorema de Vogt-Russell afirma que existe uma estrutura estelar única para uma determinada massa e composição. Satisfazer as condições de limite central, requer condições de limite de superfície específicas. É por esta razão que existe uma sequência principal bem definida Carroll e Ostlie [CARROLL; OSTLIE, 2017].

### 3 ATIVIDADES E RESULTADOS

[Anderson] Para que o resultado convergisse com ( $1M_{\odot}$ ) utilizamos os valores de ( $0.86071L_{\odot}$ ) e ( $5500.20T_{eff}$ ) em luminosidade e temperatura efetiva respectivamente. Adotamos uma composição química sendo:  $X = 0.7$ ,  $Y = 0.292$  e  $Z = 0.008$  - um exemplo para os valores para região central estão dispostos na tabela abaixo.

$M_c/M_{tot}$	$4.00418 \cdot 10^{-4}$
$R_c/R_{tot}$	$1.90000 \cdot 10^{-2}$
$L_c/L_{tot}$	$7.67225 \cdot 10^{-2}$
Densidade	$7.72529 \cdot 10^1$
Temperatura	$1.41421 \cdot 10^7$
Pressão	$1.46284 \cdot 10^{17}$
Energia nuclear	$3.17232 \cdot 10^2$
$d \ln P / d \ln T$	2.49808

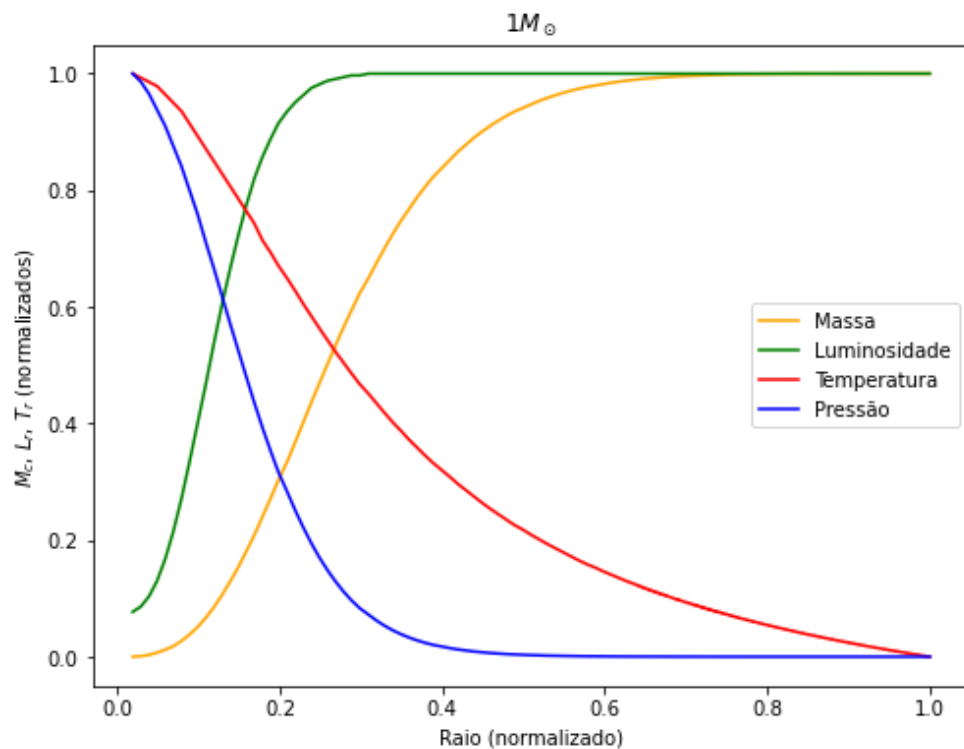
A partir das interações do modelo, o StatStar gerou um arquivo de dados com os resultados para cada zona da estrutura estelar.

Para verificar a validade dos dados obtidos selecionamos duas zonas adjacentes próximas da temperaturas de  $T = 5 \times 10^6$  Kelvins. Consideramos a pressão e o raio destas duas camadas com suas respectivas médias e calculamos numericamente as derivadas desta forma:

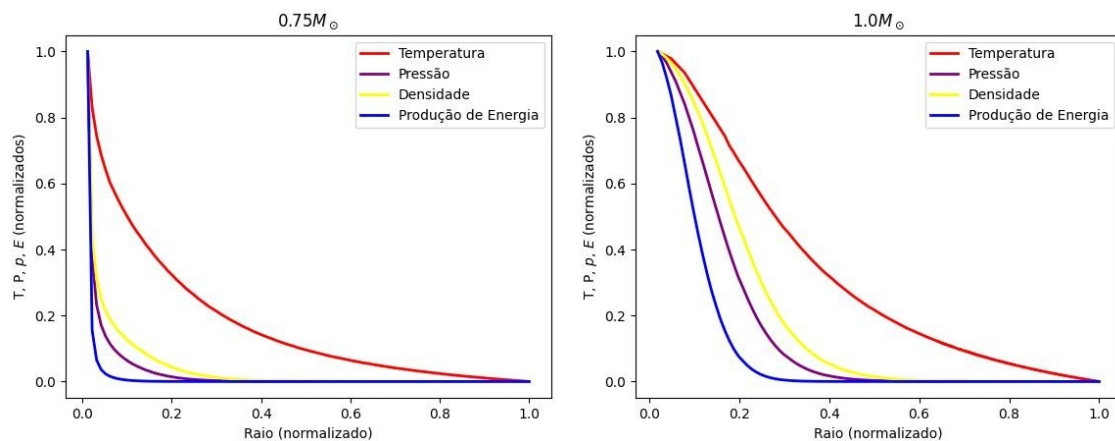
$$P = \frac{dp}{dr} \approx \frac{P_{i+1} - P_i}{r_{i+1} - r_i} \quad (69)$$

O resultado desta expressão foi de  $1,57 \times 10^6$ . Assim, através da equação (1) de equilíbrio hidrostático e considerando a massa e a densidade média para as ambas camadas, obtivemos o valor de  $1,56 \times 10^6$ . Tendo o valor da derivada numérica como valor absoluto, calculamos o erro relativo em 0,9%.

Para dimencionar a dinâmica dos processos físicos dentro do modelo estelar, plotamos um gráfico normalizando as escalas, afim de evidenciar a variação da massa, luminosidade e temperatura ao longo do raio.



[Rafael] Foi plotado também um gráfico para  $(0.75M_{\odot})$  utilizamos os valores de  $(0, 2L_{\odot})$  e  $(3700T_{eff})$  em luminosidade e temperatura efetiva; com as mesmas metalicidades da figura anterior.



[Adalberto] Analisando os gráficos temos que a densidade média do Sol está em torno de  $1,4 \text{ g/cm}^3$ . No entanto, mais próximo ao núcleo essa densidade aumenta consideravelmente, e levando em consideração que a pressão de um gás é proporcional ao produto da temperatura com a densidade, ou seja, para altas pressões, teremos altas temperaturas. Para estrelas com densidades e pressões maiores, a taxa de colisão entre os prótons no núcleo é maior, sendo assim, teremos maior produção de energia também. No

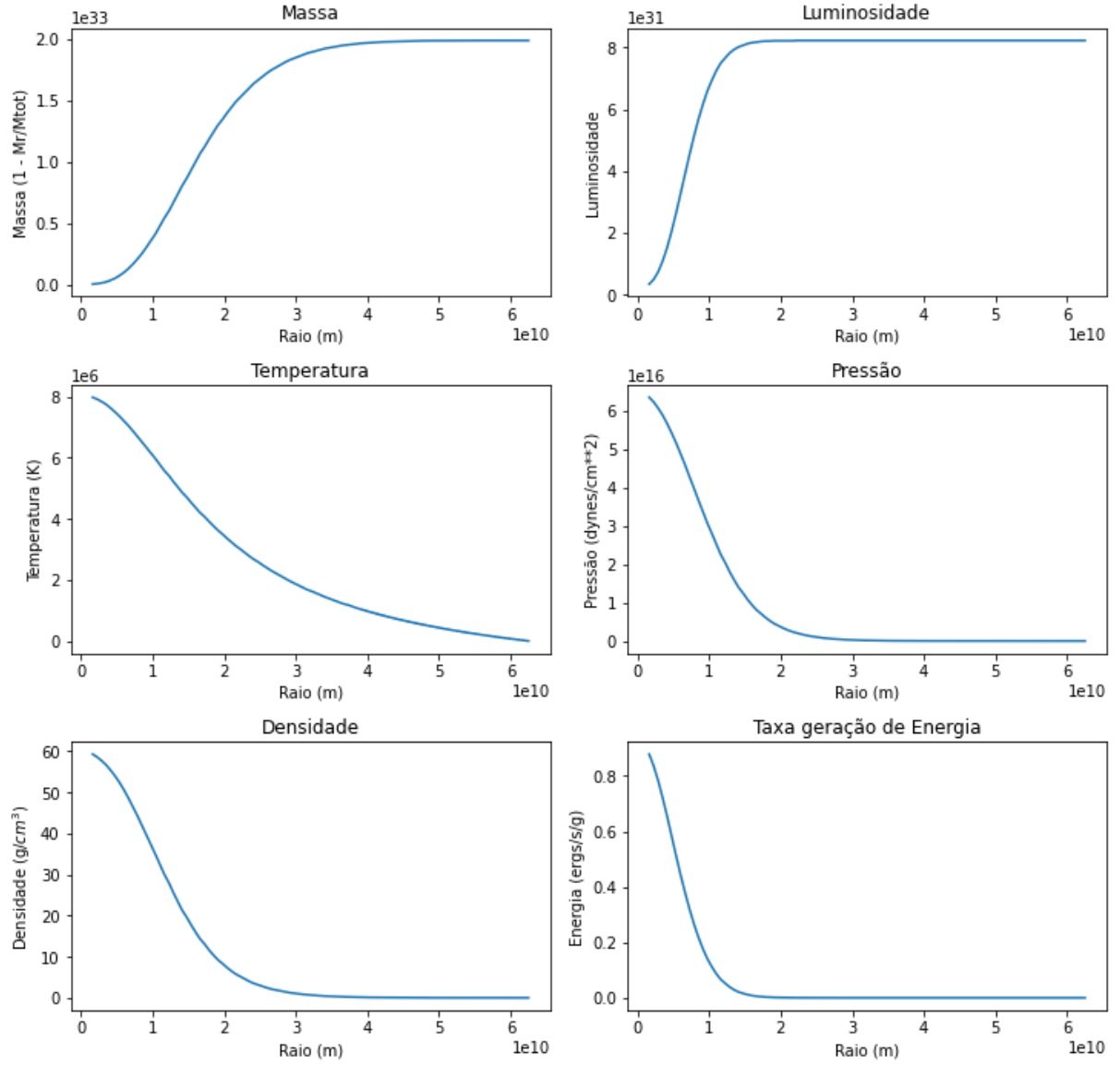
caso da estrela de  $0.75 M_{\odot}$  a temperatura cai levemente mais rápido com o aumento do raio, já que tanto a densidade quanto a pressão serão menores.

A pressão e a temperatura estão intrinsicamente ligadas. Considerando então que a estrela de  $0.75 M_{\odot}$  possui massa inferior à outra, a sua pressão no interior será com certeza menor. Visto que, se a pressão é diretamente proporcional à temperatura e conforme foi discutido anteriormente que a temperatura aumenta com a densidade em direção ao centro da estrela, a pressão total de uma estrela pode ser entendida como  $\propto T^4$ . Ou seja, a pressão cai mais rapidamente na estrela de  $0.75 M_{\odot}$  do que na outra.

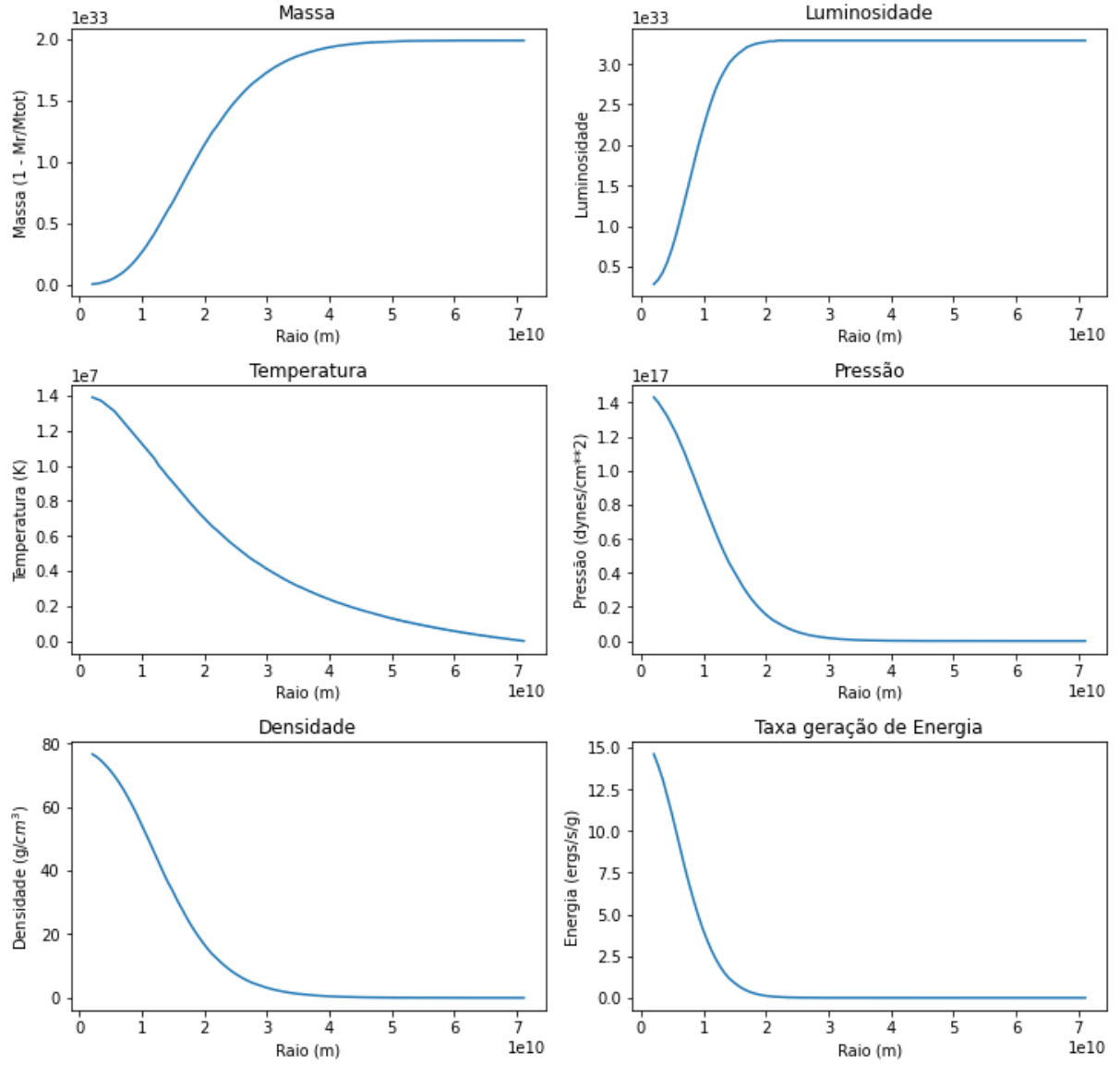
A produção de energia depende diretamente da temperatura e da seção de choque. Para estrelas com maior temperatura, a energia cinética das partículas consequentemente será maior, o que implica em uma maior chance de os núcleos vencerem a barreira de Coulomb a ponto de interagir com a força nuclear forte. E como a temperatura também se relaciona com a densidade local, tem-se que para estrelas com maior densidade também aumenta as chances de uma colisão bem sucedida. Como a principal fonte de energia é a fusão do hidrogênio no núcleo, estrelas com massa menor realizam essa fusão somente em regiões mais próximas ao núcleo, enquanto outras estrelas podem realizar fusões de outros elementos em camadas superiores ao núcleo. Isso justificaria a queda repentina da produção de energia logo na região central.

[Anderson] Buscando uma gama de estrelas da sequência principal, plotamos gráficos de  $P_r$ ,  $M_r$ ,  $L_r$ ,  $T_r$  e  $E_r$  em função de  $r$  na faixa de 0.5 a 10 massas solares. Adotando as mesmas metalicidades

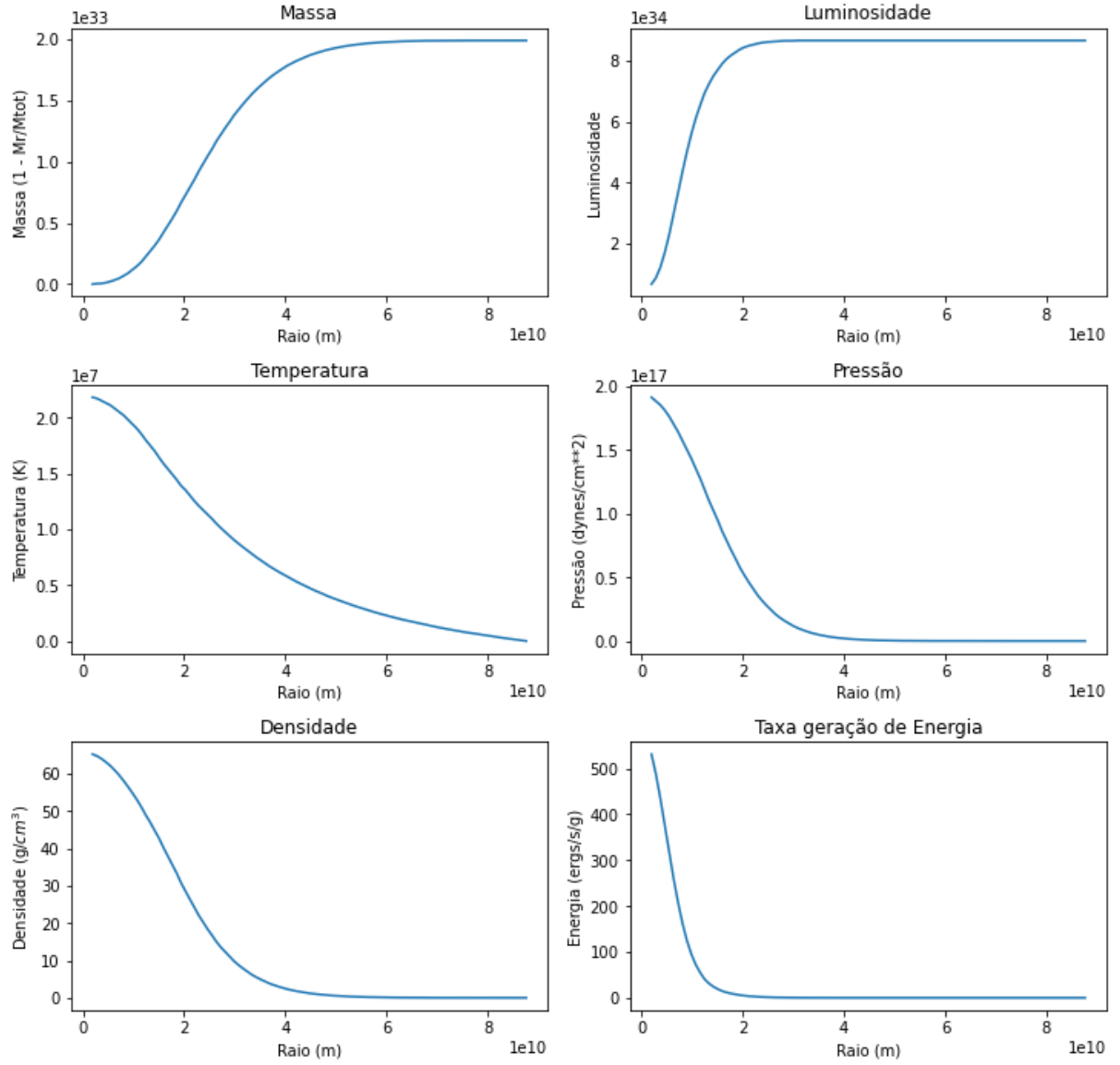
Modelo estelar de  $0.5M_{\odot}$  (Statstar) -  $X = 0.7$ ,  $Y = 0.292$  e  $Z = 0.008$



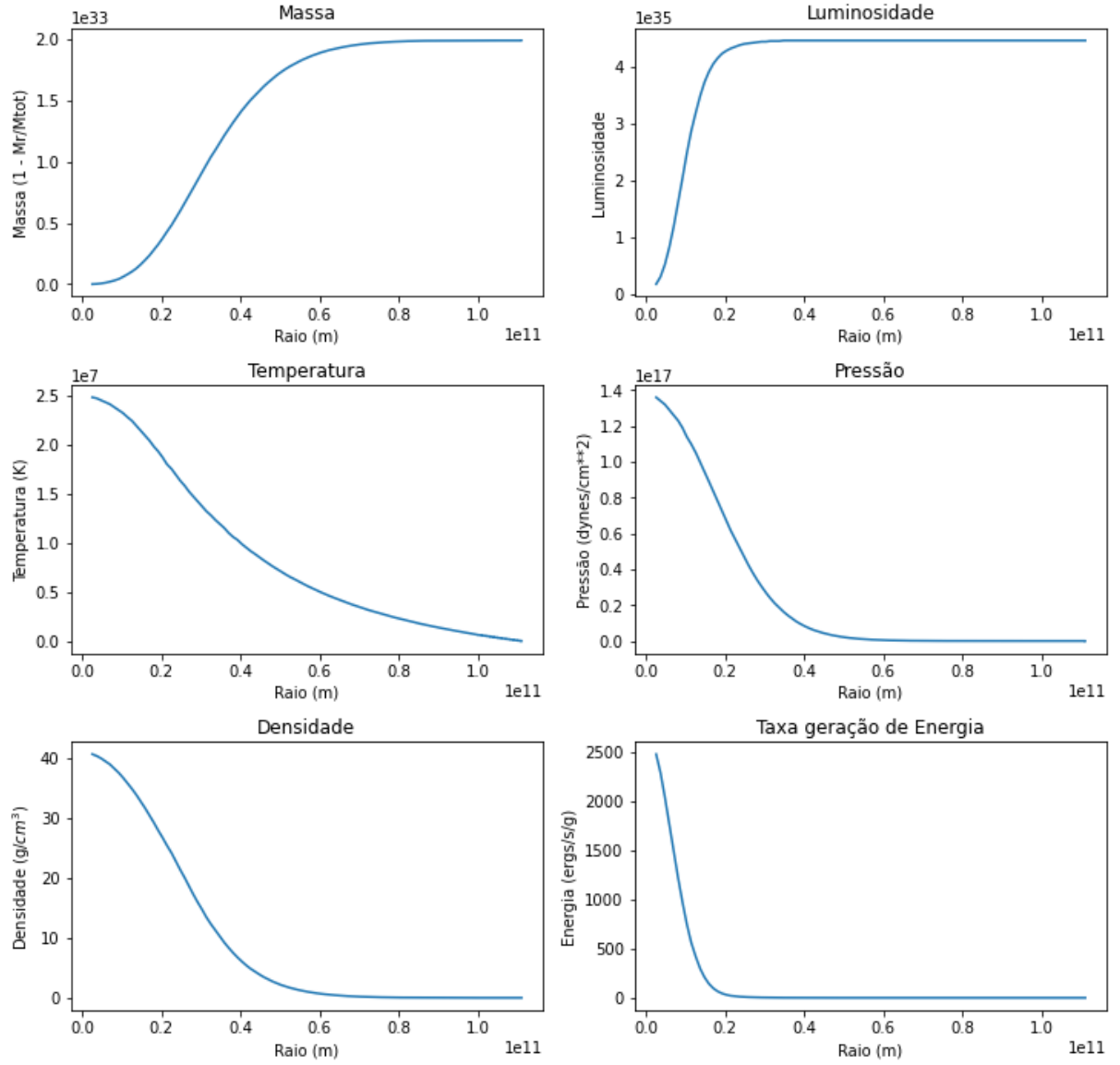
Modelo estelar de  $1.0M_{\odot}$  (Statstar) -  $X = 0.7$ ,  $Y = 0.292$  e  $Z = 0.008$



Modelo estelar de  $2.0M_{\odot}$  (Statstar) -  $X = 0.7$ ,  $Y = 0.292$  e  $Z = 0.008$

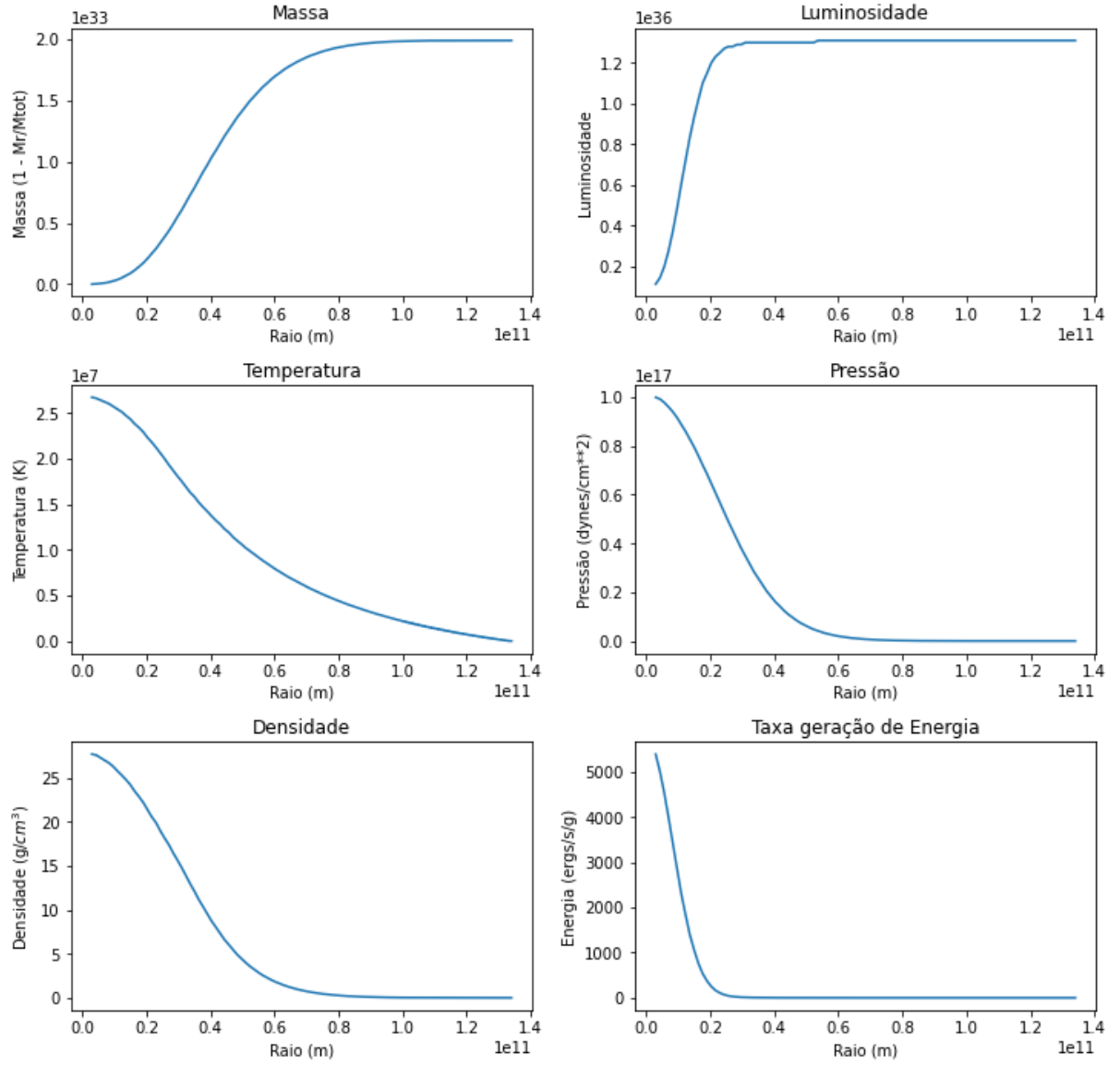


Modelo estelar de  $3.0M_{\odot}$  (Statstar) -  $X = 0.7$ ,  $Y = 0.292$  e  $Z = 0.008$

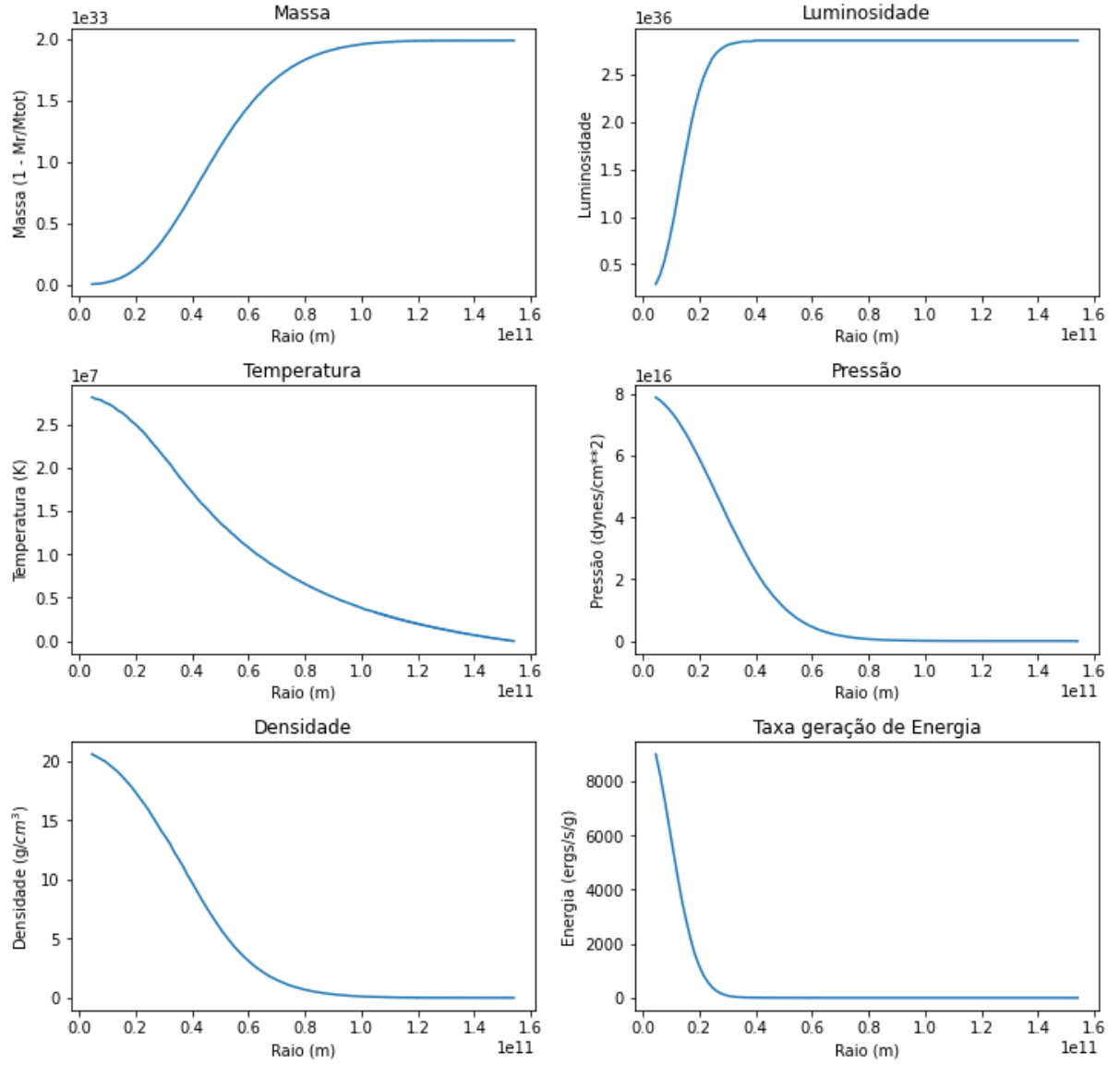




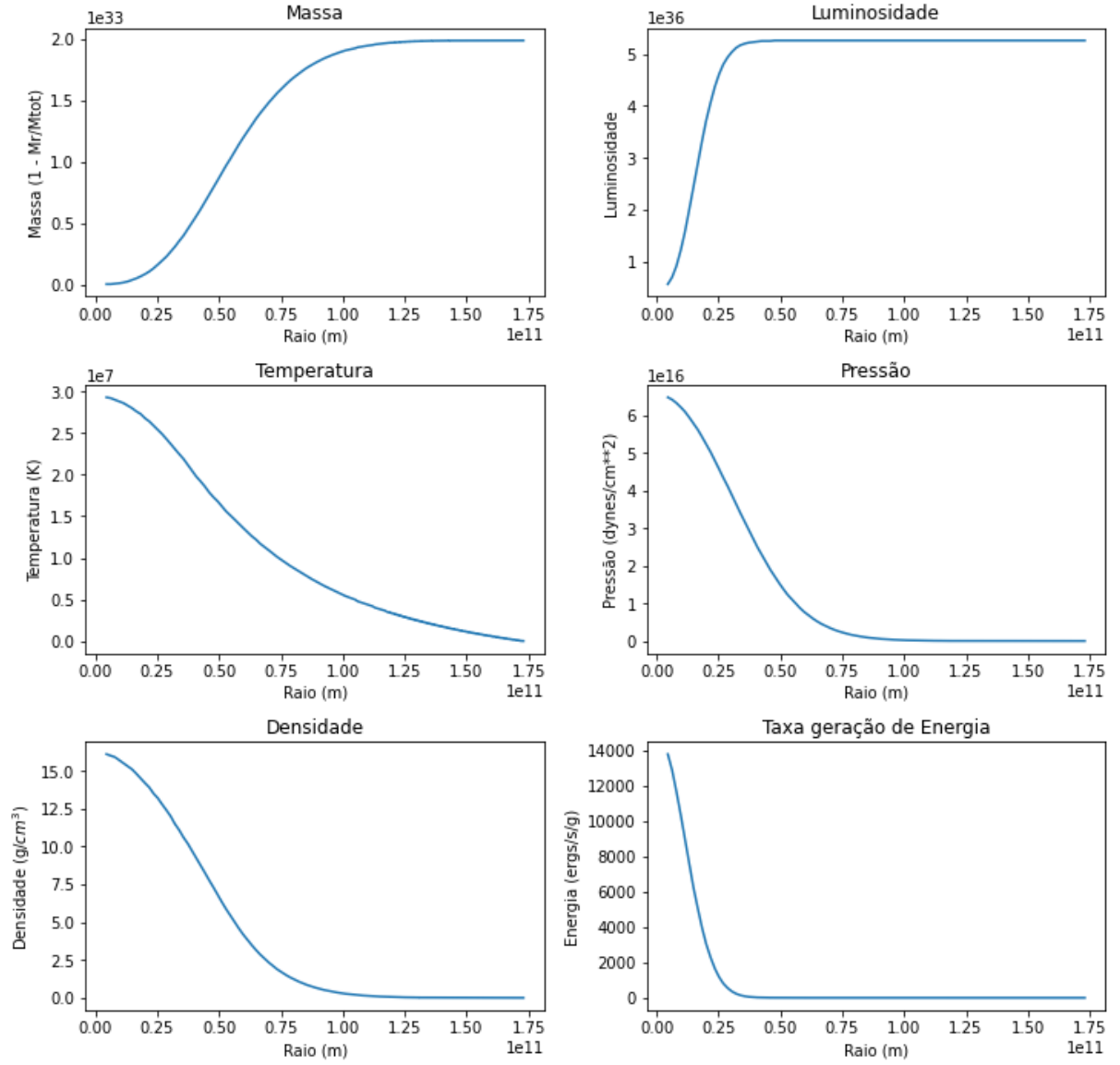
Modelo estelar de  $4.0M_{\odot}$  (Statstar) -  $X = 0.7$ ,  $Y = 0.292$  e  $Z = 0.008$



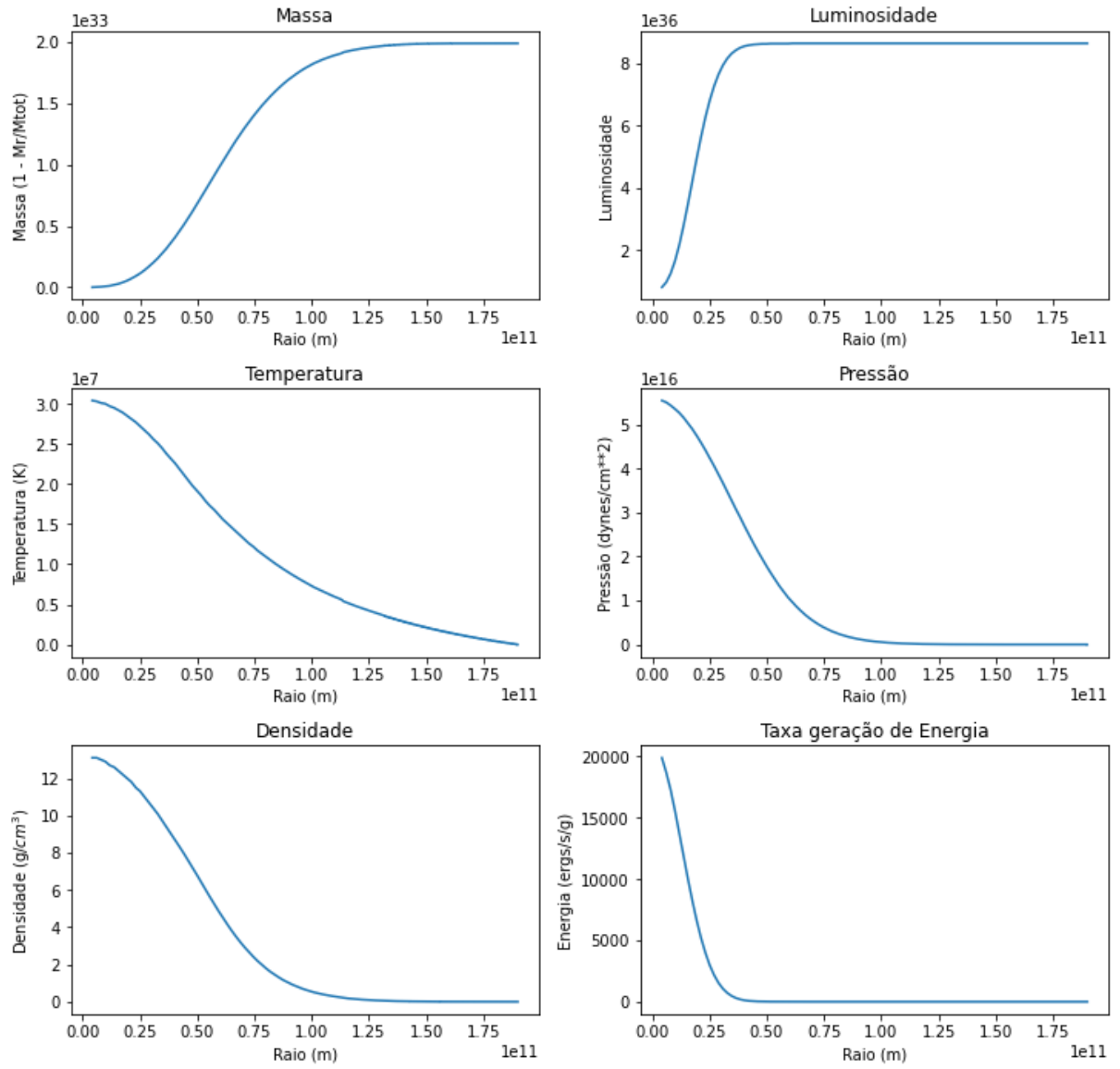
Modelo estelar de  $5.0M_{\odot}$  (Statstar) -  $X = 0.7$ ,  $Y = 0.292$  e  $Z = 0.008$



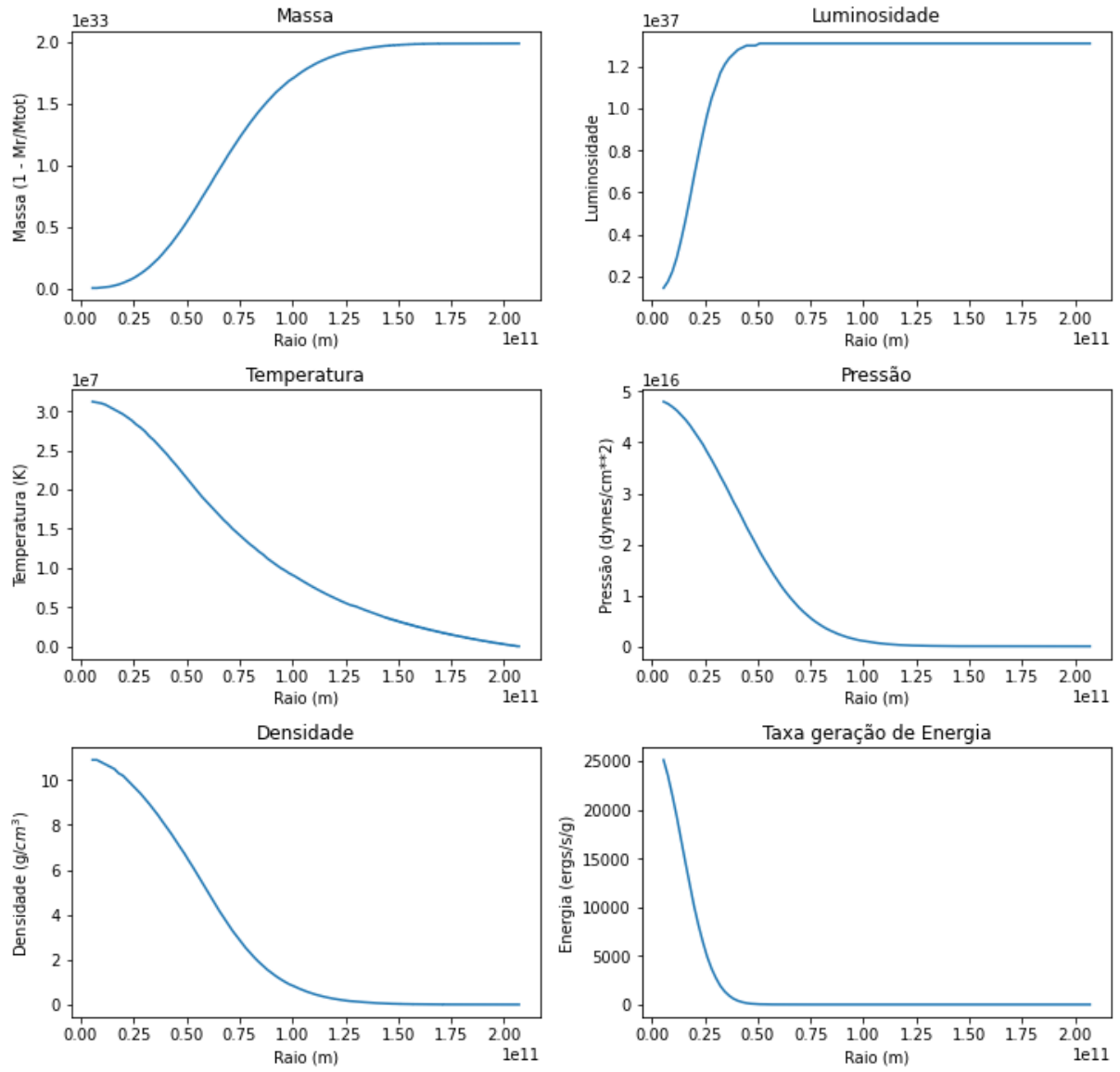
Modelo estelar de  $6.0M_{\odot}$  (Statstar) -  $X = 0.7$ ,  $Y = 0.292$  e  $Z = 0.008$



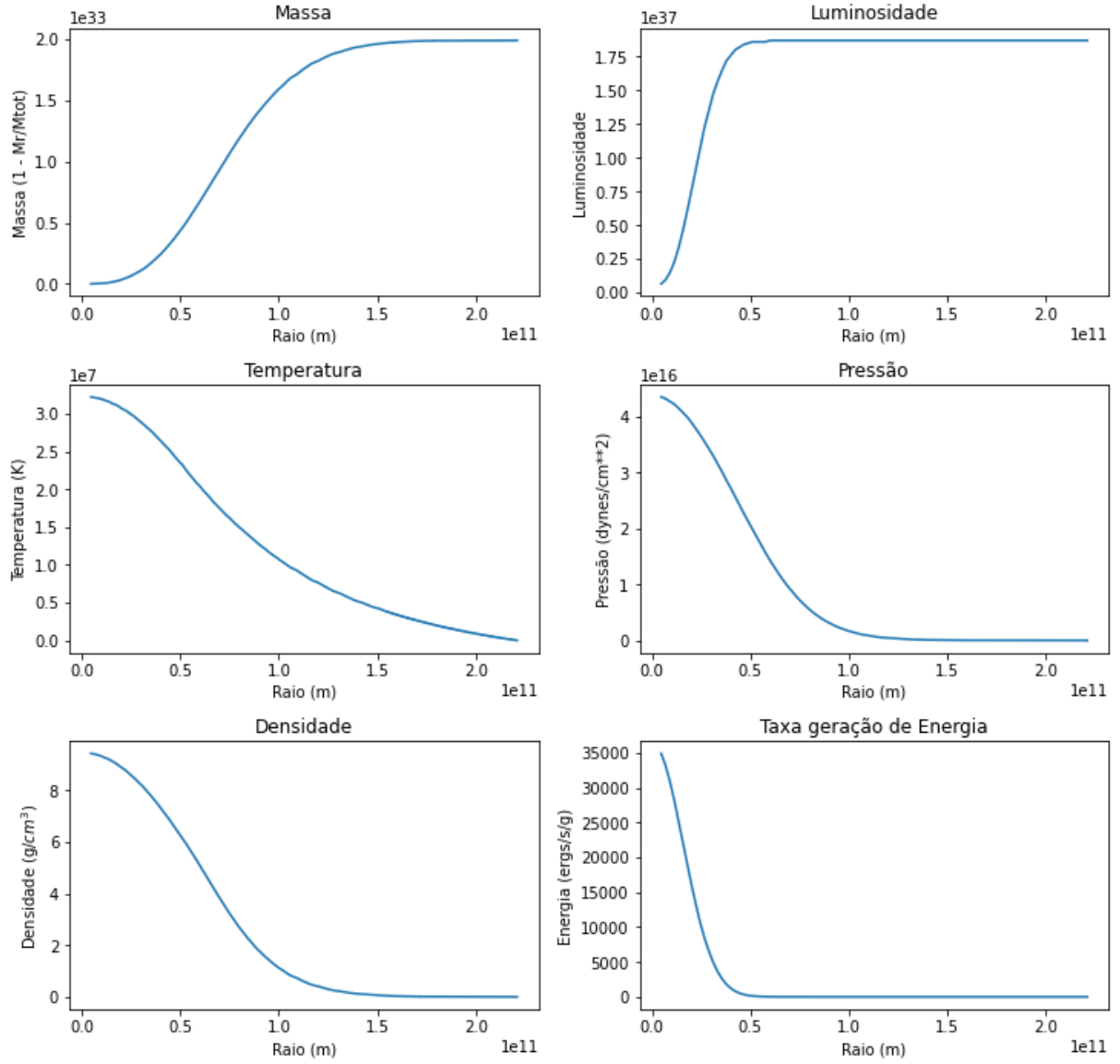
Modelo estelar de  $7.0M_{\odot}$  (Statstar) -  $X = 0.7$ ,  $Y = 0.292$  e  $Z = 0.008$

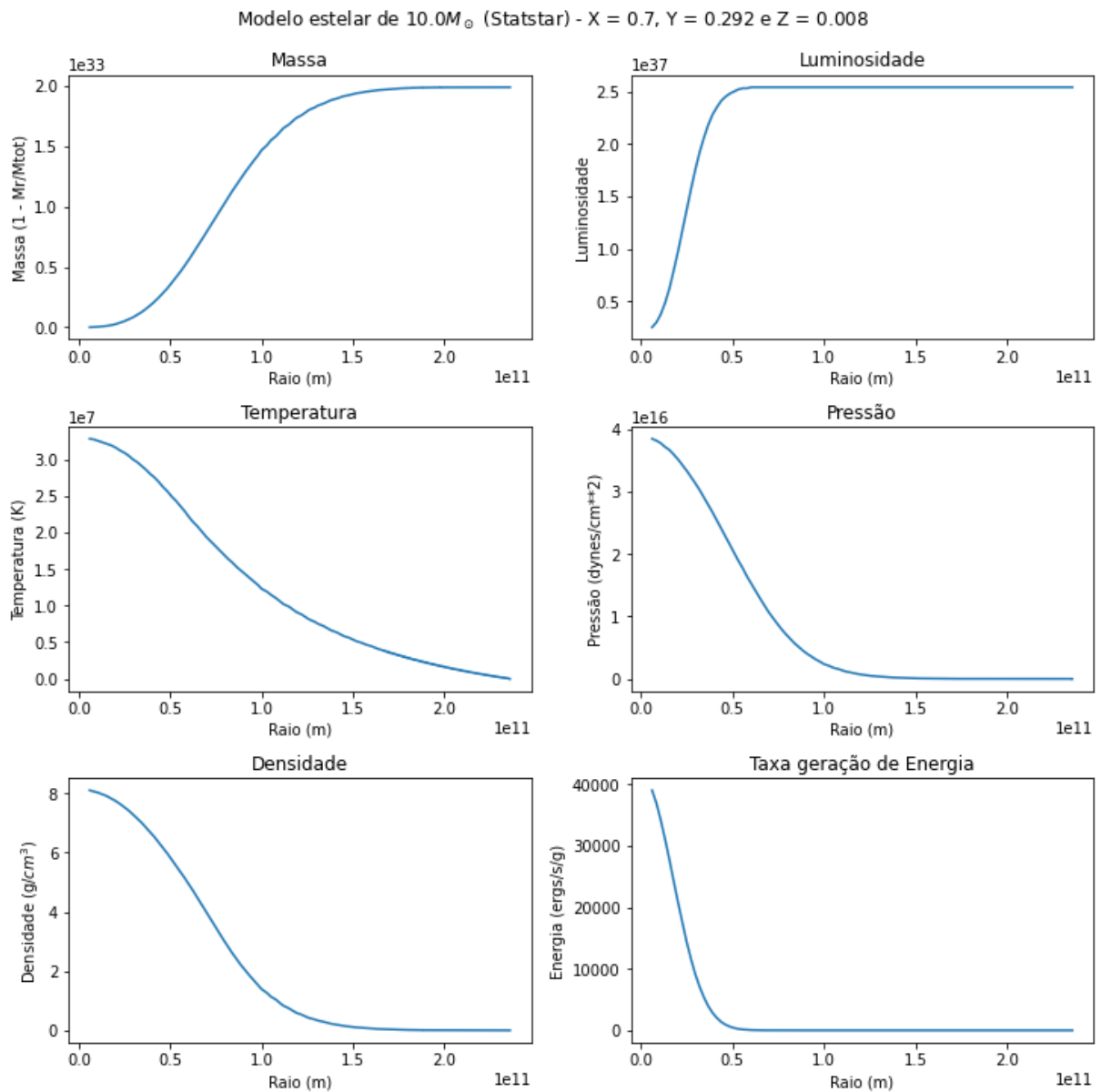


Modelo estelar de  $8.0M_{\odot}$  (Statstar) -  $X = 0.7$ ,  $Y = 0.292$  e  $Z = 0.008$



Modelo estelar de  $9.0M_{\odot}$  (Statstar) -  $X = 0.7$ ,  $Y = 0.292$  e  $Z = 0.008$





[Rafael] Os gráficos da figura acima, da esquerda para a direita, de cima para baixo, apresentam a variação da fração de massa, luminosidade, temperatura, densidade, taxa de produção de energia em função do raio (do interior à atmosfera estelar) de uma estrela de 1 massa solar.

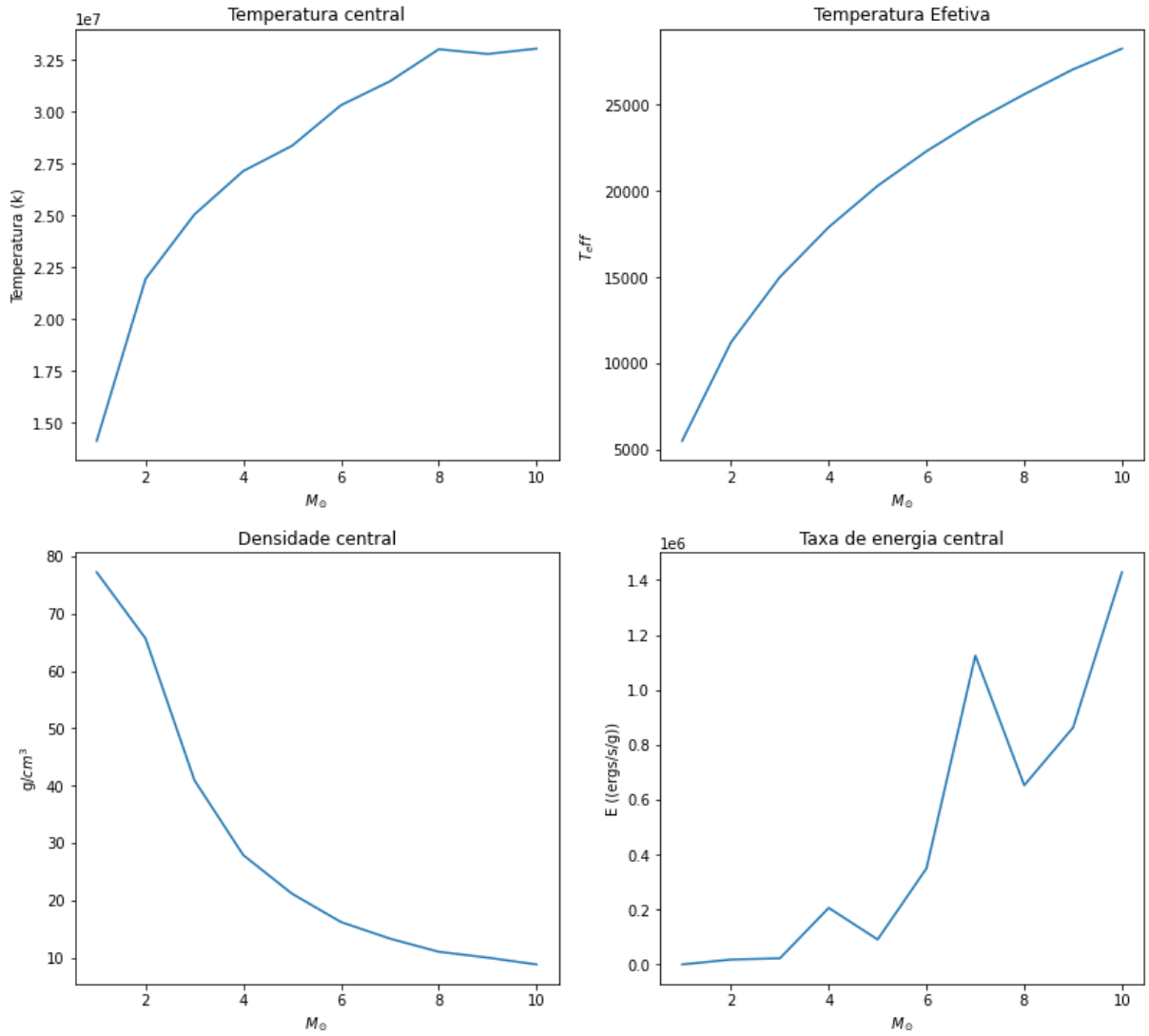
É possível notar que, enquanto a fração de massa e a luminosidade aumentam com o raio da estrela, a temperatura, a densidade e a taxa de produção de energia diminuem de um modo peculiar. A temperatura diminui mais suavemente, enquanto a densidade e a taxa de produção de energia diminuem de um modo muito semelhante, com um decaimento mais abrupto que tende a permanecer constante para raios após a zona radiativa.

O motivo pelo qual o perfil de taxa de produção de energia acompanha o perfil de

densidade se deve ao fato de que quanto maior a densidade, maior a taxa de produção de energia, já que, de acordo com a equação da conservação de energia:

$$\frac{dL(r)}{dr} = 4\pi r^2 \cdot \rho(r)\epsilon \quad (70)$$

Também foram gerados gráficos da temperatura central, temperatura efetiva, densidade, taxa de geração de energia central todos em função das massas escolhidas.



[Rafael] É possível notar que as temperaturas central e efetiva aumentam de um modo muito parecido, embora a temperatura central aumente numa escala muito maior, da ordem de milhares de vezes mais que a temperatura efetiva.

A densidade central diminui polinomialmente com relação às massas estelares, não apresentando nenhuma característica muito imprevisível. O fato da densidade ser



menor para estrelas de grande massa implica diretamente em seu equilíbrio hidrostático, consequentemente em sua coesão.

Já a taxa de produção de energia central apresenta um coportamento não muito previsível, apresentando um ponto de inflexão para estrelas com mais de 7 massas solares. Globalmente, pode-se afirmar que a taxa de produção de energia central aumenta com a massa.

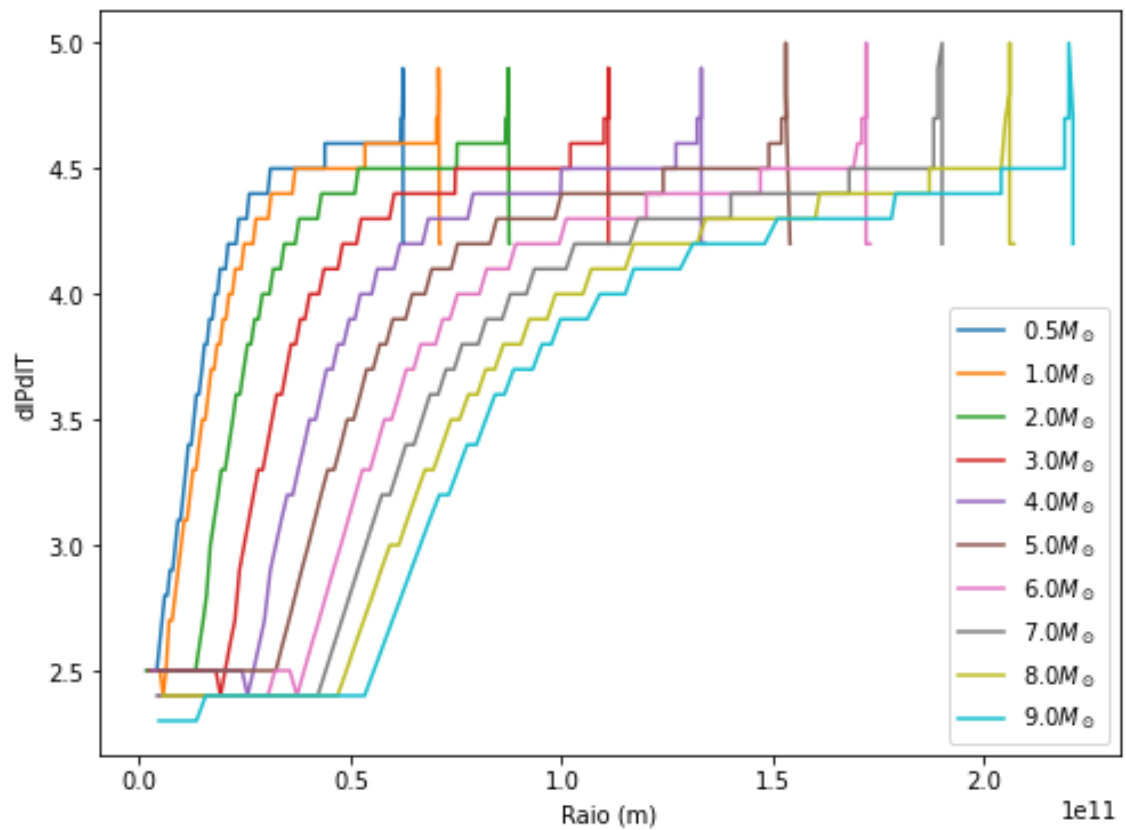
[Rafael] Para cada modelos estudamos qual seria a temperatura  $L_r$  correspondente a 50% e 99% do valor da superfície.

$M[M_{\odot}]$	$L_{50\%}[erg/s]$	$L_{99\%}[erg/s]$	$T(L_{50\%})[K]$	$T(L_{99\%})[K]$
0.5	$4.11 \cdot 10^{31}$	$8.14 \cdot 10^{31}$	$6.97 \cdot 10^6$	$4.45 \cdot 10^6$
1.0	$1.65 \cdot 10^{33}$	$3.26 \cdot 10^{33}$	$1.21 \cdot 10^7$	$7.32 \cdot 10^6$
2.0	$4.33 \cdot 10^{34}$	$8.56 \cdot 10^{34}$	$2.02 \cdot 10^7$	$1.21 \cdot 10^7$
3.0	$2.23 \cdot 10^{35}$	$4.42 \cdot 10^{35}$	$2.33 \cdot 10^7$	$1.58 \cdot 10^7$
4.0	$6.53 \cdot 10^{35}$	$1.29 \cdot 10^{36}$	$2.53 \cdot 10^7$	$1.84 \cdot 10^7$
5.0	$1.43 \cdot 10^{36}$	$2.83 \cdot 10^{36}$	$2.66 \cdot 10^7$	$2.04 \cdot 10^7$
6.0	$2.63 \cdot 10^{36}$	$5.21 \cdot 10^{36}$	$2.78 \cdot 10^7$	$2.16 \cdot 10^7$
7.0	$4.32 \cdot 10^{36}$	$8.56 \cdot 10^{36}$	$2.87 \cdot 10^7$	$2.26 \cdot 10^7$
8.0	$6.55 \cdot 10^{36}$	$1.29 \cdot 10^{37}$	$2.98 \cdot 10^7$	$2.38 \cdot 10^7$
9.0	$9.34 \cdot 10^{36}$	$1.85 \cdot 10^{37}$	$3.04 \cdot 10^7$	$2.45 \cdot 10^7$
10.0	$1.27 \cdot 10^{37}$	$2.52 \cdot 10^{37}$	$3.11 \cdot 10^7$	$2.46 \cdot 10^7$

Os valores de  $M_r/M_{total}$  encontrados nas regiões do item anterior foram

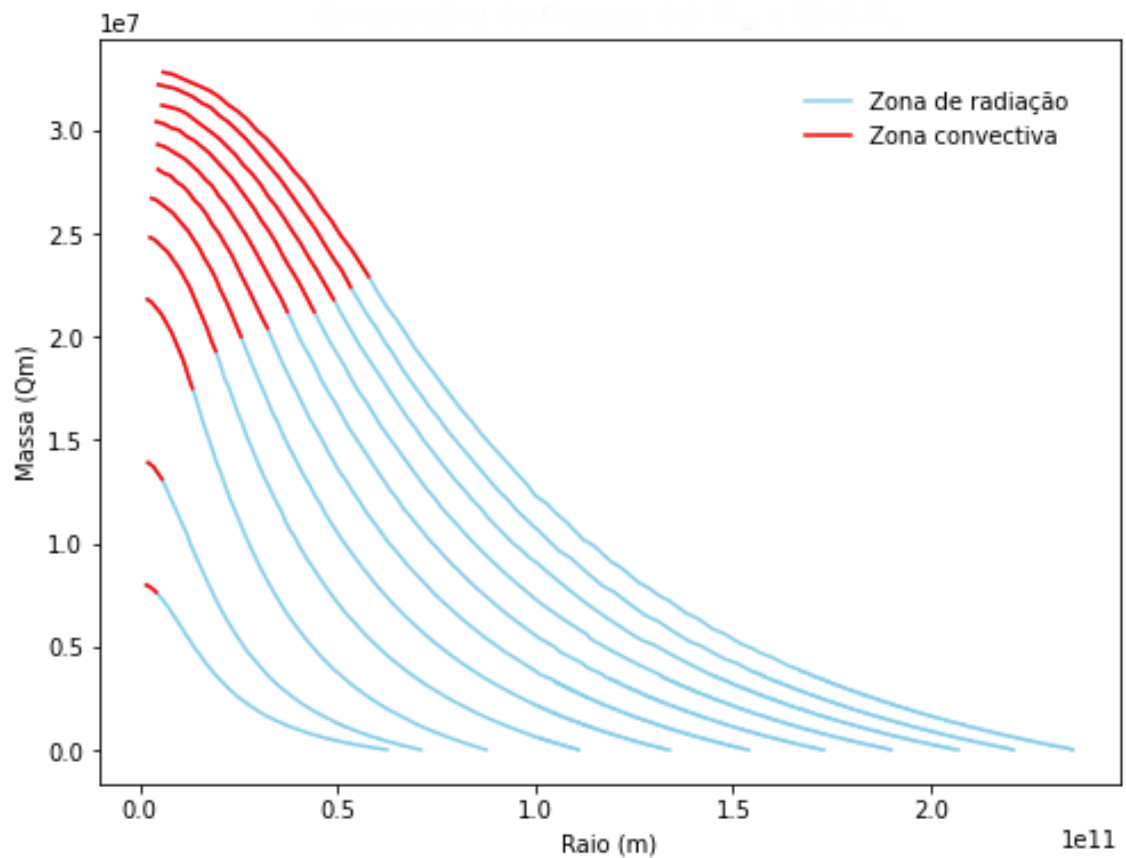
$M[M_{\odot}]$	$M_r/M_{tot}(L_{50\%})$	$M_r/M_{tot}(L_{99\%})$
0.5	0.074	0.486
1.0	0.076	0.534
2.0	0.034	0.479
3.0	0.025	0.365
4.0	0.022	0.261
5.0	0.022	0.224
6.0	0.022	0.213
7.0	0.123	0.204
8.0	0.043	0.183
9.0	0.027	0.207
10.0	0.022	0.208

Sobre as zonas convectivas, foi construído um gráfico considerando novamente a gama de massas utilizadas neste trabalho.



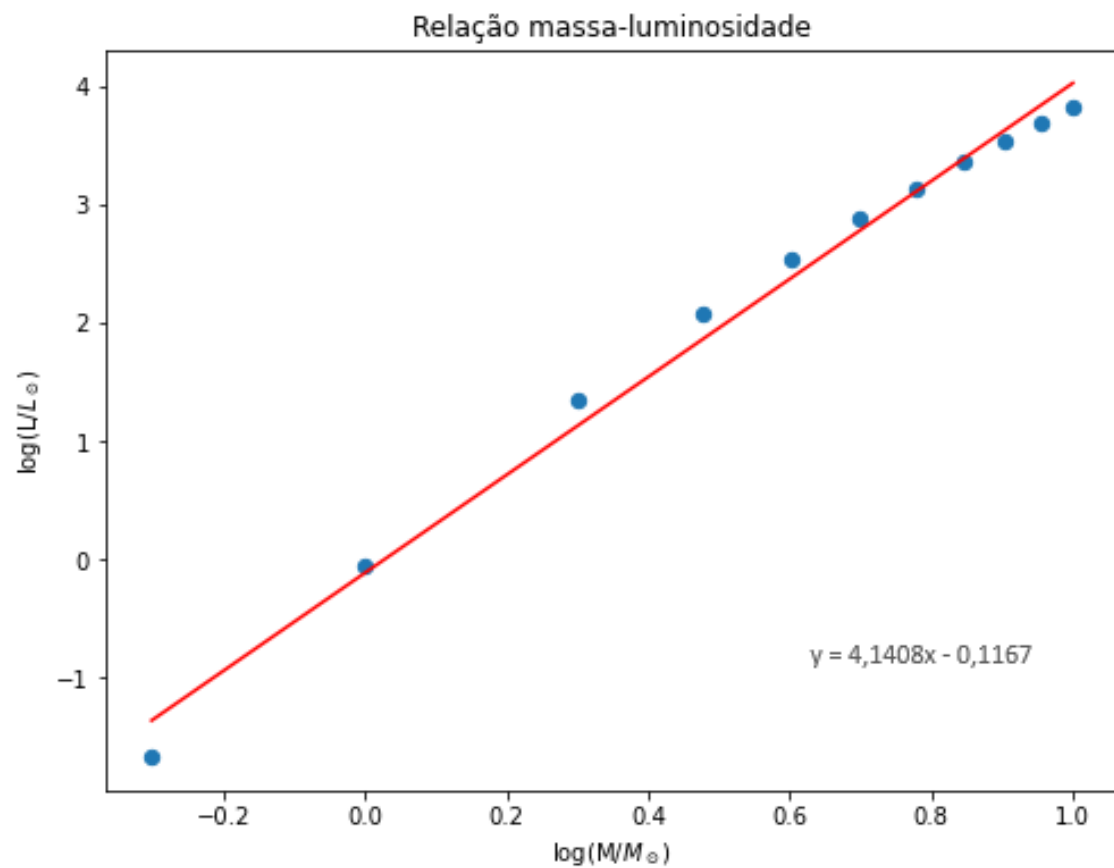
[Anderson] Percebe-se um aumento rápido em  $dP/dT$  perto da superfície, isso ocorre devido a natureza altamente adiabática da convecção nesta região.

Também procurou-se plotar um gráfico que mostrasse a extensão das zonas de convecção centrais em relação ao raio - regiões marcadas com a letra "c" nos arquivos gerados pelo StatStar. Para isso, optou-se em colocar no eixo y, a massa ( $Q_m$ ) de cada camada gerada.

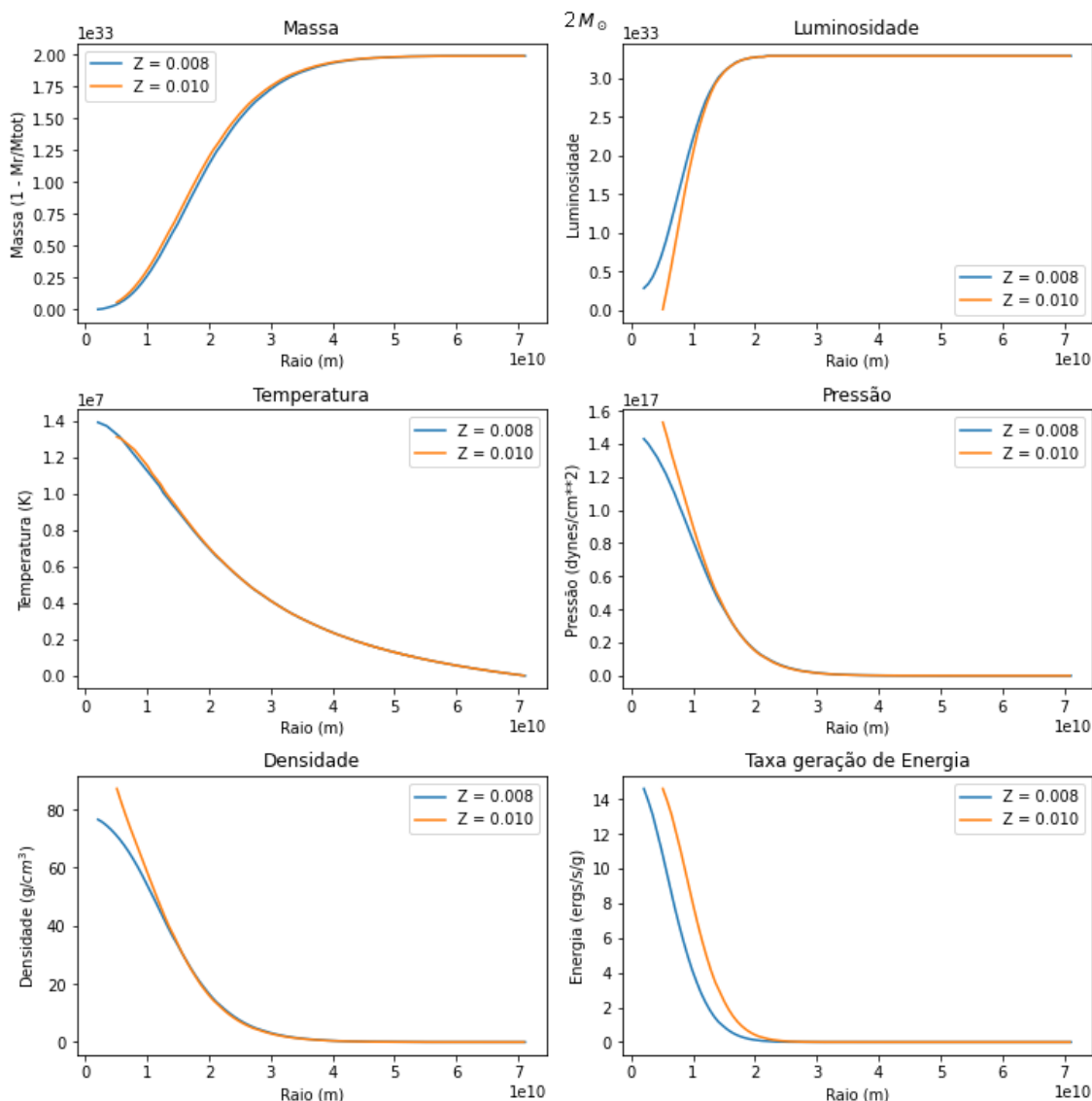


A curva menor representa uma massa solar e a curva maior dez massas solares, os demais valores de massa estão entre estas curvas. Nota-se que os raios destas regiões aumentam consideravelmente após duas massas solares.

[Anderson] Para a relação massa-luminosidade, em que  $L_*/L_\odot = (M_*/M_\odot)^\alpha$  encontramos o valor de  $\alpha$  para estrelas da sequência principal que pode variar entre  $1 \leq \alpha \leq 6$ , portando o valor encontrado está próximo da lei de potência da sequência principal, segundo [Salaris; Cassisi, 2005].



[Anderson] Afim de testar outras metalicidades nos modelos, rodamos o programa para  $X = 0.7$ ,  $Y = 0.290$  e  $Z = 0.010$  e para fins de discussão colocaremos neste trabalho o gráfico para duas massa solares.



Estrelas como o Sol contêm quase 3% de metais em sua composição, mas estrelas mais velhas podem conter dez vezes menos. São chamadas estrelas de baixa metalicidade. Uma vez que, carbono, nitrogênio e oxigênio são metais e catalisam o ciclo CNO, a metalicidade de uma estrela influencia as taxas de reação do CNO. Nestes últimos modelos a alta metálica têm maior chance de desenvolver núcleos convectivos. Isso porque uma alta metálica leva a um aumento da opacidade, o que, por sua vez, reduz a eficiência do transporte de energia radiativa. Isso resulta, em última análise, em um aumento na temperatura do núcleo que favorece o início do ciclo CNO, consequentemente uma maior taxa de geração de energia no centro. Assim, podemos perceber que para 0.5 massa solares por exemplo, a metalicidade em  $Z = 0.008$  implica em uma temperatura menor se comparado com  $Z = 0.010$ , já a densidade é menor nestas regiões centrais da estrela.

Por fim, comparando dois modelos para duas massas solares nas duas metalicidades

utilizadas, percebemos que a temperatura efetiva não se altera significativamente para metalicidades diferentes, mas a luminosidade é menor principalmente nas regiões centrais da estrela para  $Z = 0.010$ .

## 4 CONCLUSÕES

O código StatStar é uma ferramenta útil para modelar estruturas estelares de diversas massas solares, se demonstrou eficiente em modelar camadas de reações termonucleares, temperatura, pressão e densidade.

Também explica relativamente bem a opacidade das estrelas, em que a absorção de fótons em uma estrela é inversamente proporcional a sua densidade, por isso a luminosidade é menor no núcleo de uma estrela e absurdamente alta na superfície.

Foi um desafio encontrar valores de Massa, Luminosidade e Temperatura que não violassem o contrato do código. As condições de convergências as vezes estão nas três últimas das quatro casas decimais.

Foi possível obtermos uma boa compreensão do vínculo entre as quatro equações da estrutura estelar em diferentes parâmetros. Nossa concepção sobre a estrutura e evolução estelar se enriqueceu.

## REFERÊNCIAS

[Carroll e Ostlie 2017] CARROLL, B. W.; OSTLIE, D. A. An introduction to modern astrophysics. Cambridge University Press, 2017.

[OLIVEIRA 2004] OLIVEIRA, K. D. S. **Astronomia e Astrofísica**. [S.l.: s.n.], 2004.

[Salaris e Cassisi 2005] Salaris, M.; Cassisi, S. **Evolution of Stars and Stellar Populations**. [S.l.: s.n.], 2005.

Estelar, W. J. Maciel, Introdução à Estrutura e Evolução, Editora Edusp, (1999). \\

Bradley W. Carrol e Dale A. Ostlie , An introduction to Modern Astrophysics, Editora Addison-Wesley, (1996).

R. Kippenhanhn, A. Weigert, A. Weiss. Stellar Structure and Evolution (2 nd ed.). Springer (2012).

C. J. Hansen e S. D. Kawaler, Stellar Interiors: physical principles, structure and evolution, Editora Springer-Verlag, (1994).

D.D. Clayton, Principles of Stellar Evolution and Nucleosynthesis, Editora University of Chicago Press, 2nd ed, (1983).

W. Rose, Advanced Stellar Astrophysics, Editora Cambridge, (1998).

M. Schwarzschild, Structure and Evolution of the Stars, Editora Dover Publications, (1965).