Lista 3

Problema 1 - Temos uma distribuição de cargas e queremos calcular o campo elétrico resultante. Uma maneira de fazer isso é primeiro obtendo o potencial elétrico ϕ e depois tomando seu gradiente. Para uma carga pontual q na origem de um sistema de referência o potencial em função da distância r é $\phi = q/4\pi\epsilon_0 r$ e o campo elétrico é dado por $E = -\nabla\phi$.

(a) Voce tem duas cargas +1C e -1C distantes de 10cm. Calcule o campo elétrico resultante em um plano de 1m x1m contendo as cargas. Calcule este campo em um grid de pontos espaçados de 1cm.

(b) faça um gráfico mostrando o potencial elétrico em cada ponto do grid. Voce pode usar contornos ou algo similar.

(c) faça um gráfico do campo resultante usando a função quiver[1] do matplotlib.

Problema 2 - Existe um ponto especial entre a Terra e a Lua, chamado de ponto de Lagrange L_1. Neste ponto um corpo orbitaria a Terra em perfeita sincronia com a Lua, ficando sempre entre as duas. Isso ocorre porque a atração da Terra combinada com a da Lua exercem a força exata necessária para manter o satélite nessa posição. Assumindo órbitas circulares pode-se mostrar que a distância r do ponto L_1 da Terra satisfaz:

$$\frac{GM}{r^2} - \frac{Gm}{(R-r)^2} = \omega^2 r \tag{1}$$

onde M e m são as massas da Terra e Lua respectivamente, G a constante gravitacional e ω a velocidade angular da Lua.

(a) escreva um programa que usa o método da secante para achar a distancia r do ponto L_1. Compute a solução com uma precisão de pelo menos 4 casas decimais.

(b) obtenha a mesma solução usando alguma das funções padrôes do Python e compare com a sua solução do item acima.

Problema 3 - As equações de Lorentz (abaixo) são certamente um dos conjunos de equações mais famosos em Física. Essas equações foram estudadas pela primeira vez por Lorentz em 1963 que as derivou para um modelo simplificado de padrões de clima. Sua fama vem do fato de serem um dos primeiros exemplos de Caos Determinístico.

$$\frac{dx}{dt} = \sigma(y-x), \quad \frac{dy}{dt} = rx - y - xz, \quad \frac{dz}{dt} = xy - bz \tag{2}$$

onde σ, r e b são constantes.

(a) escreva um programa para resolver as equações de Lorentz para o caso $\sigma = 10$, r=28 e b=8/3 no interalo de t=0 a t=50 e condições iniciais $(x, y, z) = (0, 1, 0)$.

(b) faça um gráfico de y em função de t. O que voce observa nesse gráfico?

[1] `//matplotlib.org/examples/pylab_examples/quiver_demo.html`

(c) faça um gráfico de z em função de x. Voce consegue identificar esse gráfico? Qual propriedade importante ele tem?

Problema 4 - A equação de movimento para um corpo de massa m orbitando o Sol é:

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{GMm}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} \tag{3}$$

(a) Use a equação acima resolver a órbita da Terra. Assuma que a órbita se dá em um plano, reduzindo o problema a duas dimensões. Escreva um programa que resolva as equações relevantes usando o método de Runge-Kutta de quarta ordem. Procure na literatura valores para as constantes a serem usadas assim como para a posição e velocidade inicial da Terra.

(b) estude a sua solução do ponto de vista do passo adotado. Qual é o passo máximo que permite resolver o problema? Qual o erro relativo aceitável foi adotado? Dica: avalie as condições energéticas do sistema.