# Trabajo Final Matemática Discreta

Octubre 2024

# Consigna

El trabajo final consiste en resolver uno de los cuatro problemas presentados a continuación. Cada grupo deberá utilizar grafos para modelar el problema seleccionado, aplicando algoritmos adecuados para encontrar la solución. La cantidad máxima de integrantes por grupo es de 4 personas. Deberán inscribirse en la siguiente planilla.

# Entrega

La entrega debe realizarse en un archivo ZIP que contenga:

- El código en Python, con las implementaciones y las pruebas correspondientes. Las implementaciones deben seguir la interfaz Graph o WeightedGraph (según corresponda), como se presentó en clase.
- Un reporte corto en formato PDF que incluya:
  - Una explicación de las decisiones tomadas respecto a la representación del grafo y el algoritmo aplicado, justificando por qué estas opciones son adecuadas para resolver el problema.
  - Ejemplos detallados de la ejecución de los algoritmos en casos concretos, explicando paso a paso el proceso de resolución.
  - Resultados de pruebas de performance usando la herramienta timeit: incluyan pruebas comparativas en grafos de diferentes tamaños y densidades (por ejemplo, grafos pequeños de hasta 10 nodos, medianos de 50 a 100 nodos y grandes de 500 a 1000 nodos o más, si el tiempo de ejecución lo permite).
    - \* Reporten los tiempos de ejecución.
    - \* Analicen el comportamiento del algoritmo en términos de eficiencia, identificando su complejidad temporal y espacial en función del tamaño del grafo.
    - \* Describan las limitaciones observadas en la implementación y sugieran posibles optimizaciones o variantes para mejorar la performance, si fuera necesario.

La entrega debe realizarse antes del lunes 11 de noviembre.

### **Problemas**

**Tip**: Es importante considerar el contexto de cada problema para encontrar la solución más efectiva. Por ejemplo, en el problema de las redes sociales, ¿qué representación conviene usar, considerando que estas redes crecen rápidamente y suelen ser relativamente dispersas? Consideren esto al diseñar sus pruebas para que representen adecuadamente el contexto del problema.

## 1. Optimización del Sistema de Transporte Urbano

En una ciudad, se desea optimizar la red de trenes y las rutas que conectan las estaciones. El objetivo es encontrar las rutas más cortas entre las principales estaciones y garantizar que la red sea eficiente y permita el tránsito rápido de pasajeros.

Deberán resolver el problema de encontrar los caminos mínimos entre todas las estaciones principales y asegurar que algunas estaciones críticas tengan rutas alternativas para evitar cuellos de botella.

#### 2. Conectividad en Redes Sociales

Se desea estudiar la conectividad entre los usuarios de una red social, en la cual cada usuario está conectado a otros a través de relaciones de amistad. El objetivo es analizar qué tan bien conectada está la red social, encontrar las rutas más cortas entre dos usuarios específicos y determinar qué usuarios o conexiones (puentes) son críticos para la conectividad de la red.

Deberán resolver el problema de encontrar los caminos más cortos entre dos usuarios e identificar usuarios y conexiones críticas para la conectividad de la red. Esto incluye analizar el impacto en la red si alguno de estos usuarios o conexiones desaparece, por ejemplo, si se elimina un usuario o si se pierde una conexión.

#### 3. Planificación de Infraestructura Energética

Un gobierno está planificando la expansión de su infraestructura eléctrica. Se debe conectar un conjunto de plantas generadoras de electricidad mediante la construcción de cables. El objetivo es minimizar el coste de la infraestructura conectando todas las ciudades y asegurar que algunas rutas críticas tengan redundancia, evitando que un corte de un cable deje sin energía a ciudades enteras.

Deberán resolver el problema de construir la red más eficiente posible para conectar las ciudades y garantizar que las rutas críticas tengan redundancia para evitar problemas en caso de fallos.

#### 4. Optimización de Redes de Comunicación

En una ciudad, se está diseñando una nueva red de comunicación para conectar diferentes centros de datos (servidores). Cada centro de datos debe estar

conectado directa o indirectamente a todos los demás para asegurar que la información pueda fluir entre ellos. El objetivo es minimizar el costo total de los enlaces entre estos centros, asegurando que la red sea redundante (es decir, que cuente con múltiples rutas posibles entre algunos nodos para mayor resiliencia) y eficiente.

Deberán resolver el problema de **encontrar la red más eficiente** y, además, **garantizar que ciertas rutas críticas tengan redundancia** (es decir, que existan al menos dos rutas posibles entre algunos centros de datos para evitar fallos en la red).

# Criterios de Evaluación

A continuación, se detallan los criterios de evaluación que se aplicarán para calificar el trabajo final. Se espera que cada grupo demuestre una comprensión sólida de los conceptos de grafos y algoritmos aplicados, así como habilidades de análisis y optimización.

#### • Modelado del Problema

- Correcta representación del problema mediante un grafo adecuado para la situación planteada.
- Justificación clara y fundamentada sobre la elección de la representación y el tipo de grafo (no dirigido, dirigido, ponderado, etc.).
- Precisión en la modelización de los elementos y relaciones del problema dentro de la estructura del grafo.

## • Implementación del Algoritmo

- Precisión y funcionalidad del código: el algoritmo debe resolver el problema propuesto y cumplir con los requisitos de la consigna.
- Correcto uso de las interfaces Graph y WeightedGraph según corresponda.
- Eficiencia en la implementación, considerando aspectos de complejidad temporal y espacial. Se espera que el código sea legible y estructurado.

#### • Análisis de Resultados y Pruebas de Rendimiento

- Documentación clara y detallada de las pruebas de rendimiento en distintos tipos de grafos, especificando el tamaño y densidad de cada grafo.
- Análisis crítico de los resultados, que incluya tiempos de ejecución y evaluación de la eficiencia del algoritmo.
- Discusión sobre la complejidad temporal y espacial del algoritmo y posibles limitaciones en su implementación.

# • Reporte Escrito

- Calidad y claridad en la redacción del reporte. Las explicaciones deben ser completas y fáciles de seguir.
- Correcta organización y formato del documento, incluyendo diagramas, gráficos o ilustraciones de los grafos que ayuden a explicar los conceptos.
- Adecuación a las pautas establecidas (extensión, formato y fecha de entrega).