

2 ČASOVÝ DIAGRAM KMITAVÉHO POHYBU

1. Harmonické kmitanie oscilátora je opísané rovnicou $y = 8 \cdot \sin(4\pi t + 0,25 \cdot \pi)$ cm

Určite:

- amplitúdu výchylky
- periódu
- frekvenciu
- vypočítajte okamžitú výchylku v čase $t = 0$ s
- nakresli graf harmonického kmitania oscilátora

Riešenie:

Amplitúda:

$$y_m = \mathbf{8 \text{ cm}}$$

Periódka kmitania:

$$\omega = \frac{2 \times \pi}{T}$$

$$T = \frac{2 \times \pi}{\omega} = \frac{2 \times \pi}{4 \times \pi} = \mathbf{\frac{1}{2} \text{ s}}$$

Frekvencia:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,5} = \mathbf{2 \text{ Hz}}$$

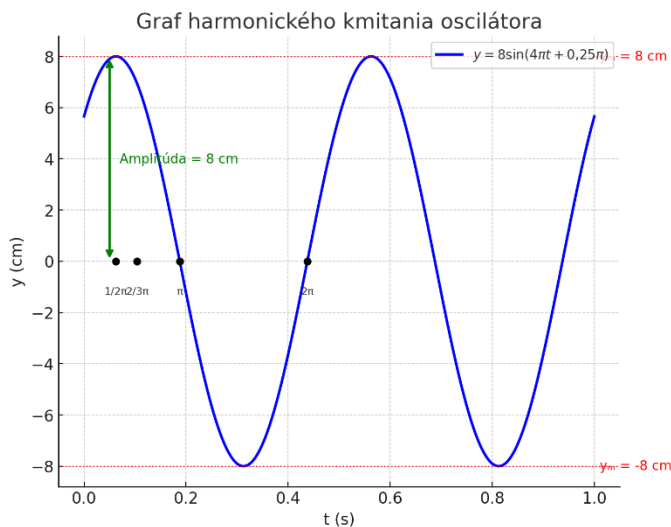
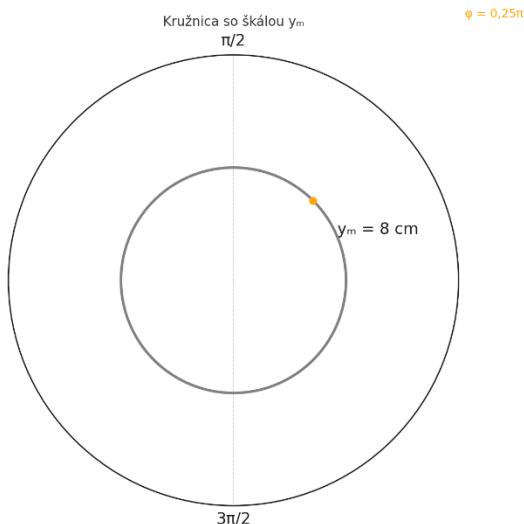
Okamžitá výchylka v čase t :

$$y(0) = 8 \times \sin(4\pi \times 0 + 0,25 \times \pi)$$

$$y = 8 \times \sin(0,25 \times \pi)$$

$$y = 8 \times \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$y = 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 \times \sqrt{2} = \mathbf{5,66 \text{ cm}}$$



2. Hmotný bod koná harmonický pohyb určený rovnicou $y = 5 \cdot \sin(6\pi \cdot t)$ cm. V akom čase je jeho kinetická energia trikrát väčšia ako potenciálna energia?

Riešenie:

$$E_k = \frac{1}{2} \times m \times \omega^2 \times y^2 \times \cos^2(6 \times \pi \times t)$$

$$E_p = \frac{1}{2} \times m \times \omega^2 \times y^2 \times \sin^2(6 \times \pi \times t)$$

$$\frac{E_k}{E_p} = \frac{\frac{1}{2} \times m \times \omega^2 \times y^2 \times \cos^2(6 \times \pi \times t)}{\frac{1}{2} \times m \times \omega^2 \times y^2 \times \sin^2(6 \times \pi \times t)}$$

$$\frac{E_k}{E_p} = \frac{\cos^2(6 \times \pi \times t)}{\sin^2(6 \times \pi \times t)}$$

$$\frac{E_k}{E_p} = \cot^2(6 \times \pi \times t)$$

$$\frac{3 \times E_p}{E_p} = \cot^2(6 \times \pi \times t)$$

$$\cot^2(6 \times \pi \times t) = 3$$

$$\cot(6 \times \pi \times t) = \sqrt{3}$$

$$\cot(6 \times \pi \times t) = \cot \frac{\pi}{6}$$

$$6 \times \pi \times t = \frac{\pi}{6}$$

$$t = \frac{1}{36} \text{ s}$$

3. Celková energia harmonického oscilátora je $3 \cdot 10^{-5} \text{ J}$ a maximálna veľkosť sily, ktorá naň pôsobí je $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ N}$. Napíšte rovnicu okamžitej výchylky, ak oscilátor kmitá s periódou 2 sekundy a jeho počiatočná fáza je 60° .

Zápis:

$$E = 3 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

$$F = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

$$T = 2 \text{ s}$$

$$\varphi = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

$$\omega = \frac{2 \times \pi}{2 \times s} = \pi \text{ s}^{-1}$$

Riešenie:

$$F = k \times y_m$$

$$k = \frac{F}{y_m}$$

$$E = \frac{1}{2} \times k \times y_m^2$$

$$E = \frac{1}{2} \times \frac{F}{y_m} \times y_m^2$$

$$y_m = \frac{2 \times E}{F} = \frac{2 \times 3 \times 10^{-5}}{1,5 \times 10^{-3}}$$

$$y_m = 4 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$y = y_m \times \sin(\omega \times t + \varphi)$$

$$y = 4 \times 10^{-2} \times \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) \text{ m}$$

4. Perióda vlastného kmitania železničného vagóna je 1,25 s. Nárazmi na spoje koľajníc dostáva vagón silové impulzy, ktoré ho rozkmitajú. Pri akej rýchlosti vlaku sa vagón najviac rozkmitá, ak dĺžka koľajníc je 25 m? Výsledok uveď v kilometroch za hodinu.

Zápis:

$$T = 1,25 \text{ s}$$

$$s = 25 \text{ m}$$

$$v = ?$$

Riešenie:

$$\omega_0 = \frac{2 \times \pi}{T}$$

$$\omega_0 = \frac{2 \times \pi}{1,25}$$

$$\omega_0 = 1,6 \pi \text{ s}^{-1}$$

$$s = 0 = 2 \times \pi \times r$$

$$r = \frac{s}{2 \times \pi} = \frac{25}{2 \times \pi}$$

$$v = \omega_0 \times r$$

$$v = 1,6 \times \frac{25}{2 \times \pi}$$

$$v = \frac{1,6 \times 25}{2}$$

$$v = 20 \text{ ms}^{-1} = 72 \text{ kmh}^{-1}$$

5. Dieťa sa hojda na hojdačke. Maximálna výška pohybu je 2 metre, hojdačka sa pohybuje sem a tam každé 4 sekundy. Vypočítaj frekvenciu pohybu a urči rovnicu pre výšku dieťaťa na hojdačke v závislosti od času. [$f = 0,25 \text{ Hz}$; $y(t) = 2 \cdot \sin(\pi t + \pi/2)$]
6. Kmitanie oscilátora je opísané rovnicou $y = 4 \cdot \sin(0,5\pi t)$ cm. Za aký čas dosiahne okamžitá výchylka oscilátora polovičnú veľkosť amplitúdy výchylky? [$t = 1/3 \text{ s}$]
7. Bod v strede struny huslí kmitá počas dvoch sekúnd s amplitúdou výchylky 1 mm a s frekvenciou 1 kHz. Akú celkovú dráhu prejde? [$s = 8 \text{ m}$]
8. Hmotný bod harmonicky kmitá s amplitúdou $y_m = 5 \text{ cm}$, periódou $T = 2 \text{ s}$ a $\varphi = 0^\circ$. Určite rýchlosť hmotného bodu v okamihu, keď okamžitá výchylka je 2,5 cm. [$v = 0,14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$]
9. Pružinový oscilátor kmitá s amplitúdou výchylky 6 cm a s periódou výchylky 1,2 sekundy. Určte čas, za ktorý oscilátor prejde vzdialenosť:
 - a. z jednej krajnej polohy do druhej
 - b. z rovnovážnej polohy do polovice amplitúdy výchylky
 - c. od polovice amplitúdy výchylky do krajnej polohy[$t_1 = 0,6 \text{ s}$; $t_2 = 0,1 \text{ s}$; $t_3 = 0,2 \text{ s}$]
10. Ako sa zmení perióda harmonického kmitavého pohybu, ak ku pružine namiesto medeného valčeka ($\rho_1 = 8930 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) pripevníme hliníkový valček ($\rho_2 = 2700 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) s rovnakým objemom? [zmenší sa 0,55 krát]
11. Určte amplitúdu výchylky hmotného bodu, ktorý kmitá so začiatočnou fázou $-1/3 \pi$, ak jeho okamžitá výchylka v začiatočnom okamihu je 2,6 cm. [$y_m = 3 \text{ cm}$]
12. Hmotný bod harmonicky kmitá s amplitúdou výchylky 5 cm, s periódou 2 sekundy. Začiatočná fáza kmitania je nulová. Učte veľkosť rýchlosti hmotného bodu v okamihu, keď okamžitá výchylka je 2,5 cm. [$v = 0,1 \text{ m/s}$]
13. Hmotný bod vykoná 150 kmitov za minútu. Určte začiatočnú fázu kmitania, ak hmotný bod dosiahol amplitúdu výchylky 3 sekundy od začiatočného okamihu. [$\varphi = -\pi$]