

4 DYNAMIKA KMITAVÉHO POHYBU

1. Akou silou musíme pôsobiť na pružinu s tuhosťou 150 Nm^{-1} , aby sa predĺžila o 2 cm?

Zápis:

$$k = 150 \text{ Nm}^{-1}$$

$$\Delta l = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$$

$$F = ?$$

Riešenie:

$$F_G = F_p$$

$$F = k \times \Delta l$$

$$F = 150 \times 0,02$$

$$\mathbf{F = 3 \text{ N}}$$

2. Urči hmotnosť závažia, ktoré musíme zavesiť na pružinu s tuhosťou 27 Nm^{-1} , aby kmitalo s periódou 0,6 s.

Zápis:

$$k = 27 \text{ Nm}^{-1}$$

$$T = 0,6 \text{ s}$$

$$m = ?$$

Riešenie:

$$T = 2 \times \pi \times \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T^2 = 4 \times \pi^2 \times \frac{m}{k}$$

$$m = \frac{k \times T^2}{4 \times \pi^2}$$

$$m = \frac{27 \times 0,6^2}{4 \times \pi^2} = 0,246 \text{ kg}$$

$$\mathbf{m \doteq 250 \text{ g}}$$

3. Ako sa zmeníperióda harmonického kmitavého pohybu, ak ku pružine namiesto medeného valčeka ($\rho_1 = 8930 \text{ kg.m}^{-3}$) pripevníme hliníkový valček ($\rho_2 = 2700 \text{ kg.m}^{-3}$) s rovnakým objemom?

Zápis:

$$\rho_1 = 8930 \text{ kg.m}^{-3}$$

$$\rho_2 = 2700 \text{ kg.m}^{-3}$$

$$V_1 = V_2 = V$$

Riešenie:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2 \times \pi \times \sqrt{\frac{m_2}{k}}}{2 \times \pi \times \sqrt{\frac{m_1}{k}}} = \sqrt{\frac{\frac{m_2}{k}}{\frac{m_1}{k}}} = \sqrt{\frac{V \times \rho_2}{V \times \rho_1}} = \sqrt{\frac{2700}{8930}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \mathbf{0,55} \Rightarrow \mathbf{T_2 = 0,55 \times T_1}$$

Periódakmitavého pohybu sa zmenší 0,55 krát. Periódasa zmenší o 45%.

4. V kabíne výtahu visí kyvadlo, ktorého perióda je $T_1 = 1$ s. Keď sa kabína pohybuje so stálym zrýchlením, kyvadlo kmitá s periódou $T_2 = 1,2$ s. Určite veľkosť zrýchlenia kabíny.

Riešenie:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2 \times \pi \times \sqrt{\frac{l}{g}}}{2 \times \pi \times \sqrt{\frac{l}{g+a}}} = \sqrt{\frac{\frac{l}{g}}{\frac{l}{g+a}}} = \sqrt{\frac{g}{g+a}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g}{g+a}} \quad /^2$$

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{g}{g+a}$$

$$T_2^2 \times (g+a) = T_1^2 \times g$$

$$T_2^2 \times g + T_2^2 \times a = T_1^2 \times g \quad /-(T_2^2 \times g)$$

$$\begin{aligned} T_2^2 \times a &= T_1^2 \times g - T_2^2 \times g \\ T_2^2 \times a &= g \times (T_1^2 - T_2^2) \end{aligned}$$

$$a = \frac{g \times (T_1^2 - T_2^2)}{T_2^2}$$

$$a = \frac{10 \times (1^2 - 1,2^2)}{1,2^2}$$

$$a = -3 \text{ ms}^{-2}$$

5. Ako sa zmení perióda matematického kyvadla, ak ho preniesieme zo Zeme na Mesiac? Hmotnosť mesiaca je 81-krát menšia ako hmotnosť Zeme, polomer Zeme je 3,7-krát väčší než polomer Mesiaca.

Zápis:

$$M_m = M_z/81$$

$$R_m = R_z/3,7$$

$$g_z = 10 \text{ ms}^{-2}$$

Riešenie:

Tiažové zrýchlenie na Zemi:

$$\vec{a}_g = \vec{K} = \frac{F_g}{m} = \frac{K \times \frac{m \times M_z}{R_z^2}}{m} = K \times \frac{M_z}{R_z^2} = 10 \text{ ms}^{-2}$$

Gravitačné zrýchlenie na Mesiaci:

$$\vec{K}_m = K \times \frac{M_m}{R_m^2} = K \times \frac{\frac{M_z}{81}}{\left(\frac{R_z}{3,7}\right)^2} = K \times \frac{M_z \times 3,7^2}{R_z^2 \times 81} = 10 \times \frac{3,7^2}{81} = 1,7 \text{ ms}^{-2}$$

Periódá:

$$\frac{T_m}{T_z} = \frac{2 \times \pi \times \sqrt{\frac{l}{g_m}}}{2 \times \pi \times \sqrt{\frac{l}{g_z}}} = \sqrt{\frac{\frac{l}{g_m}}{\frac{l}{g_z}}} = \sqrt{\frac{g_z}{g_m}} = \sqrt{\frac{10}{1,7}}$$

$$\frac{T_m}{T_z} = 2,43 \Rightarrow T_m = 2,43 \times T_z$$

Periódá na Mesiaci sa zväčší o 143%. Periódá na Mesiaci sa zväčší 2,43 krát.

6. Mechanický oscilátor tvorený telesom s hmotnosťou 150 g zaveseným na pružine s tuhosťou 45 Nm^{-1} kmitá s amplitúdou 6 cm. Určite najväčšiu silu, ktorá na teleso počas kmitania pôsobí. [$F = 2,7 \text{ N}$]
7. Oscilátor vznikol zavesením závažia s hmotnosťou 10^4 g na pružinu, ktorá sa predĺžila o 15 cm. Určte periódu kmitania oscilátora. [$T = 0,78 \text{ s}$]
8. Dĺžka závesu kyvadla je 9 cm, perióda 3 s. Aké tiažové zrýchlenie je na danom mieste? [$g = 0,39 \text{ ms}^{-2}$]
9. Mechanický oscilátor, ktorý tvorí pružina a závažie s hmotnosťou 5 kg, vykoná 45 kmitov za minútu. Určte tuhosť pružiny. [$k = 10^2 \text{ Nm}^{-1}$]
10. Urči tuhosť pružín, ktoré odpružujú automobil, pokiaľ po naložení nákladu s hmotnosťou 350 kg, klesla karoséria o 3 cm. Predpokladaj rovnomerné zaťaženie všetkých štyroch kolies. [$k = 29\,000 \text{ Nm}^{-1}$]
11. Určte hmotnosť závažia, ktoré na pružine s tuhosťou 250 Nm^{-1} kmitá tak, že za 16 sekúnd vykoná 20 kmitov. [$m = 4 \text{ kg}$]
12. Pružina sa po zavesení závažia predĺži o 2,5 cm. Určte frekvenciu vlastného kmitania oscilátora, ktorý tak vznikne. [$f = 3,2 \text{ Hz}$]
13. Ako sa zmení doba kmitu matematického kyvadla, ak skrátime jeho dĺžku o 25% pôvodnej dĺžky? [$T_1 = 0,87 \cdot T_2$]
14. Oscilátor vznikne zavesením závažia s hmotnosťou 10 kg na pružinu, ktorá sa predĺžila o 15 cm. Určte periódu tohto oscilátora. ($g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$) [$T = 0,8 \text{ s}$]
15. Závažie s hmotnosťou 100 g kmitá na pružine s tuhosťou 15 Nm^{-1} s maximálnou výchylkou 2 cm. Urči najväčšiu rýchlosť, ktorou sa závažie v priebehu pohybu pohybuje. V ktorom okamihu dosahuje túto rýchlosť? Urči najväčšiu silu, ktorá na závažie pôsobí. V ktorom okamihu k tomu dochádza? [$v = 0,24 \text{ ms}^{-1}$, keď prechádza rovnovážnou polohou; $F = 0,3 \text{ N}$, v miestach maximálnej výchylky]