Procesamiento Digital de la Señal 2018/2019.

Práctica 1. Introducción a Señales y Sistemas en Tiempo Discreto.

OBJETIVO: El objetivo de esta práctica es asentar conceptos básicos sobre las señales y los sistemas en tiempo discreto. En primer lugar se presentarán algunos ejemplos de señales sencillas, con las que se podrán comprobar cómo se realizan las propiedades básicas de escalado y desplazamiento de señales.

Después se usarán estas señales para probar la respuesta de distintos sistemas, tratando de determinar si poseen o no las propiedades de invarianza en el tiempo, linealidad, y/o causalidad. También se analizarán ejemplos de interconexión de sistemas.

1. Introducción a las Señales

1.1. Señales Elementales

En el listado 1 se muestra el código de un script de MATLAB[®], usado para representar de manera gráfica diferentes señales en tiempo discreto. Para ejecutar dicho código, basta escribir el nombre del script en la consola de MATLAB[®], seguido del retorno de carro.

Listado 1: ap11.m

```
%apl1 Representación gráfica de señales en tiempo discreto
   % Inicio de figuras y memoria
4 close all;clear;
   % Eje de tiempos discreto
6 n=-10:10;
8 % Delta discreta
9 x1=delta(n);
figure; stem(n,x1,'b','linewidth',2); xlabel('tiempo discreto, n'); ylabel('x1[n]');
       axis([-10 10 -1.2 1.2]);grid
11
12 % Señal escalón unitario u(n)
x2=escalon(n);
   figure;stem(n,x2,'b','linewidth',2);xlabel('tiempo discreto, n'); ylabel('x2[n]');
       axis([-10 10 -1.2 1.2]); grid
   % Señal tipo pulso anchura w muestras (w>0)
16
17 \quad w=4:
18 x3=pulsow(n,w);
figure; stem(n, x3, 'b', 'linewidth', 2); xlabel('tiempo discreto, n'); ylabel('x3[n]');
        axis([-10 10 -1.2 1.2]);grid
  % Ejemplo de señal sinusoidal discreta
22 x4=\sin(pi*n/5-pi/3);
23 figure; stem(n, x4, 'b', 'linewidth', 2); xlabel('tiempo discreto, n'); ylabel('x4[n]');
        axis([-10 10 -1.2 1.2]);grid
   % Señal tipo exponencial
```

Los dos primeros comandos de la línea 4 sirven para cerrar todas las figuras que hubiera abiertas y borrar de la memoria las variables usadas hasta ahora. El vector definido en la línea 6 servirá como eje de tiempo discreto para las señales que vayamos a calcular y representar.

- (a) ¿Es posible representar la señal $x_1[n]$ usando la señal escalon? Modifica el código del script con el objeto de representar en una nueva figura esta posibilidad, confirmando tu respuesta con lo observado en la representación gráfica.
- (b) A partir de las líneas de código determine la frecuencia angular ω_0 y el periodo N_0 de la señal discreta $x_4[n]$ y comprueba que los valores coinciden con los que se deducen de la representación gráfica.

$$\omega_0 = N_0 =$$

- (c) Modifica el código del *script* con el objeto de representar en una nueva figura la señal sinusoidal discreta $x_S[n] = \text{sen}(n/2 \pi/3)$. ¿Es esta señal periódica? Confirma tu respuesta con lo observado en la representación gráfica.
- (d) Modifica el código del *script* para que la señal $x_5[n]$ se anule para n < 0, y representa el resultado en una nueva figura. ¿Cuál es la expresión de la nueva señal obtenida?

1.2. Escalado y Desplazamiento en Amplitud

Partiendo del *script* anterior, crear un nuevo script llamado *ShiftScaleAmp* en el que se representen las señales que se indican a continuación, y que corresponden a desplazamientos y escalados de amplitud de las señales básicas.

- \bullet $e_1[n] = -escalon[n]$
- \bullet $e_2[n] = 2 \cdot escalon[n] 1$
- $p_1[n] = -2 \cdot pulsow[n, 3] + 1$
- $p_2[n] = 2 \cdot delta[n] 2$
- (a) Ejecuta el script *ShiftScaleAmp* y verifica que las representaciones gráficas obtenidas se corresponden con lo esperado.
- (b) Rellena los huecos que aparecen en el script ap12 incluido a continuación, para que las señales resultantes coincidan con las que se representan en la Figura 1 (ver siguiente página). Emplear combinaciones de señales tipo delta, escalón, pulso, seno y constantes, sin utilizar desplazamiento temporal.

Listado 2: ap12.m

```
4 close all;clear;
   % Eje de tiempos discreto
   n=-10:10;
   % Ejemplo de combinación de señales tipo escalón y pulso
   x1=
9
   subplot(221);stem(n,x1,'b','linewidth',2);xlabel('tiempo discreto, n');
       ylabel(' x1[n] ');axis([-10 10 -1.2 2.2]);grid
   % Ejemplo de combinación de señales tipo pulso y delta
   x2=
13
   subplot(222);stem(n,x2,'b','linewidth',2);xlabel('tiempo discreto, n');
14
       ylabel(' x2[n] ');axis([-10 10 -1.2 1.2]);grid
   % Ejemplo de combinación de constantes con señales básicas
16
   x3=
17
   subplot(223);stem(n,x3,'b','linewidth',2);xlabel('tiempo discreto, n');
18
       ylabel(' x3[n] ');axis([-10 10 -1.2 1.2]);grid
19
   % Ejemplo de combinación de señal sinusoidal discreta
20
   A+
21
   B=
22
   x4=A*sin(pi*n/6)+B;
   subplot(224);stem(n,x4,'b','linewidth',2);xlabel('tiempo discreto, n');
24
       ylabel(' x4[n]');axis([-10 10 -3.2 1.2]);grid
```

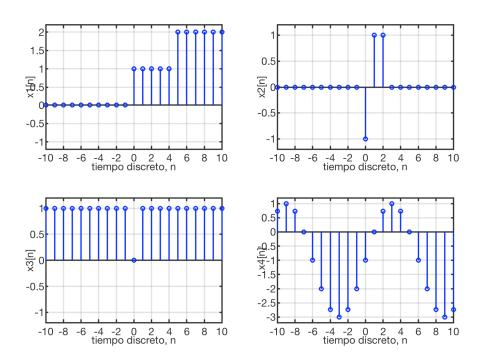


Figura 1: Escalado y Desplazamiento en Amplitud.

(c) Crea el script ap12 y verifica que las representaciones gráficas obtenidas se corresponden con

1.3. Escalado y Desplazamiento en el Tiempo.

Partiendo de los *script* anteriores, crear un nuevo script llamado *ShiftScaleAxis* en el que se representen las señales que se indican a continuación, y que corresponden a desplazamientos y escalados del eje temporal de las señales básicas.

```
■ d_1[n] = delta[n+2]

■ d_2[n] = delta[n-2)]

■ e_1[n] = escalon[-n-1]

■ e_2[n] = escalon[-(n-1)]

■ p_1[n] = pulsow[2*n+3,8]

■ p_2[n] = pulsow[-2*(n+1),6]
```

- 1. Ejecuta el script *ShiftScaleAxis* y verifica que las representaciones gráficas obtenidas se corresponden con lo predicho por la teoría, a partir de las definiciones de las señales básicas.
- 2. Rellena los huecos que aparecen en el script ap13 incluido a continuación, para que las señales resultantes coincidan con las que se representan en la Figura 2 (ver siguiente página). Emplear en cada caso combinaciones del tipo de señal básico indicado con la amplitud necesaria, utilizando además las propiedades de desplazamiento y/o escalado temporal.

Listado 3: ap13.m

```
%ap13 Representación gráfica de señales en tiempo discreto
  % Inicio de figuras y memoria
  close all;clear ;
   % Eje de tiempos discreto
  n=-10:10;
   % Combinación de señales tipo pulso usando desplazamiento temporal
   subplot(221);stem(n,x1,'b','linewidth',2);xlabel('tiempo discreto, n');
       ylabel(' x1[n] ');axis([-10 10 -1.2 2.2]);grid
   % Combinación de señales tipo delta usando desplazamiento temporal
11
   subplot(222);stem(n,x2,'b','linewidth',2);xlabel('tiempo discreto, n');
       vlabel(' x2[n] ');axis([-10 10 -1.2 1.2]);grid
14
   % Combinación de señales tipo escalon usando desplazamiento y escalado
       temporal
   subplot(223);stem(n,x3,'b','linewidth',2);xlabel('tiempo discreto, n');
17
       ylabel(' x3[n] ');axis([-10 10 -1.2 1.2]);grid
18
   % Combinación de señal sinusoidal discreta
20
21
   x4=A*sin(pi*n/2+B);
```

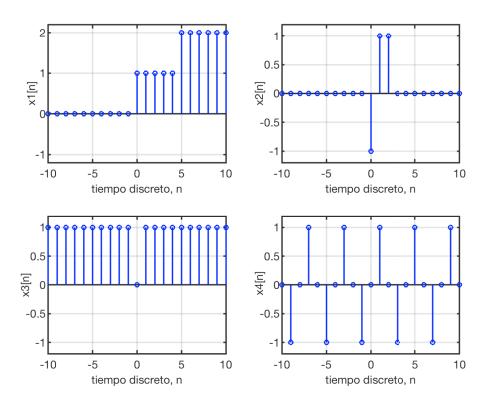


Figura 2: Escalado y Desplazamiento en el Tiempo.

```
subplot(224);stem(n,x4,'b','linewidth',2);xlabel('tiempo discreto, n');
ylabel(' x4[n]');axis([-10 10 -1.2 1.2]);grid
```

3. Crea el script ap13 y verifica que las representaciones gráficas obtenidas se corresponden con lo esperado.

2. Introducción a los Sistemas

En esta sección se estudian varios sistemas desde el punto de vista de entrada/salida. El objetivo es verificar si cumplen o no las propiedades de linealidad, invarianza en el tiempo y causalidad. Hay que tener en cuenta que para decidir que un sistema no cumple una propiedad determinada basta con encontrar un solo caso en el que no la cumpla, mientras que para demostrar que sí cumple una propiedad, habría que garantizar que lo hace para todas las posibles señales de entrada.

En esta práctica se va a estudiar la respuesta de los sistemas ante algunas señales concretas, lo que significa que en ningún caso se podrá determinar que un sistema cumple una determinada propiedad. Sí se podrá, en cambio, asegurar que no la cumple.

En el directorio de trabajo se encuentran dos scripts denominados system1.m y system2.m que contienen dos funciones MATLAB® que caracterizan la relación entrada/salida de dos sistemas discretos. Si ejecutamos el comando y=system1(x) obtendremos la señal de salida del sistema system1 cuando a la entrada se aplica la señal x.

2.1. Invarianza en el tiempo

En el listado 4 se examina la respuesta del sistema system1 ante diferentes entradas. El esquema de las señales involucradas se presenta en la Figura 3. Ejecutar el script denominado Invarianza.m.

- 1. A la vista de los resultados gráficos obtenidos, ¿qué se puede decir sobre la invarianza en el tiempo del sistema system1?
- 2. Modificar el *script* anterior para repetir la prueba esta vez con el sistema *system2*. Denominar *Invarianza2.m* al nuevo *script* y ejecutarlo. ¿Qué se puede decir en este caso sobre la invarianza en el tiempo del sistema *system2*?

Nota: En los subplot (212) cambiar el valor de axis a (-10,10,-1.5,1.5).

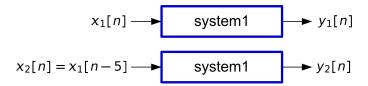


Figura 3: Esquema de señales del listado 4

Listado 4: Invarianza.m

```
1 %Invarianza. Respuesta del sistema system1 a dos entradas
2
3 % Inicio de figuras y memoria
4 close all;clear;
5 % Eje de tiempo discreto
6 n=-10:10;
7
8 figure(1);
9 % Señal de entrada
10 x1=delta(n)+delta(n-1)+delta(n-2);
11 subplot(211); % subfigura superior de la figura 1
12 stem(n,x1,'b','linewidth',2); xlabel('tiempo discreto, n'); ylabel(' x1[n] ');
```

```
13 axis([-10 10 -1.5 1.5]);grid
14 % Señal de salida
y1=system1(x1);
subplot (212); % subfigura inferior de la figura 1
17 stem(n,y1,'b','linewidth',2); xlabel('tiempo discreto, n'); ylabel('y1[n]');
18 axis([-10 10 -0.5 25]);grid
19
20 figure (2);
  % Señal de entrada desplazada 5 muestras
x2=delta(n-5)+delta(n-6)+delta(n-7);
23 subplot (211); % subfigura superior de la figura 2
24 stem(n,x2,'b','linewidth',2); xlabel('tiempo discreto, n'); ylabel(' x2[n] ');
25 axis([-10 10 -1.5 1.5]);grid
26 % Respuesta a la entrada desplazada
y2=system1(x2);
28 subplot (212); % subfigura inferior de la figura 2
29 stem(n,y2,'b','linewidth',2); xlabel('tiempo discreto, n'); ylabel('y2[n] ');
30 axis([-10 10 -0.5 25]);grid
```

2.2. Linealidad

En el listado 5 se examina la respuesta del sistema system1 ante diferentes entradas. El esquema de las señales involucradas se presenta en la Figura 4.

- 1. Ejecutar el *script* correspondiente denominado *Linealidad.m.* A la vista de las gráficas obtenidas, ¿qué se puede decir sobre la linealidad del sistema *system1*?
- 2. Modificar el *script* anterior para repetir la prueba esta vez con el sistema *system2*. Denominar *Linealidad2.m* al nuevo *script* y ejecutarlo. ¿Qué se puede decir en este caso sobre la linealidad del sistema *system2*?

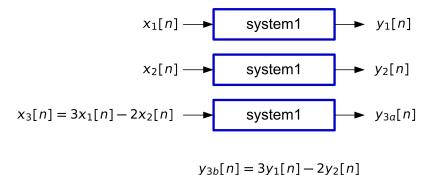


Figura 4: Esquema de señales del listado 5

Listado 5: Linealidad.m

```
%Linealidad Respuesta del sistema system1 a diferentes entradas
% Inicio de figuras y memoria
close all;clear;
% Eje de tiempo discreto
n=-10:10;
figure(1);
```

```
9 % Señal de entrada x1
x1=2*delta(n)-delta(n-1)+2*delta(n-2);
subplot (211); % subfigura superior de la figura 1
stem(n,x1,'b','linewidth',2); xlabel('tiempo discreto, n'); ylabel(' x1[n] ');
13 axis([-10 10 -1.5 2.5]); grid
14 % Señal de salida y1
y1=system1(x1);
subplot(212); % subfigura inferior de la figura 1
17 stem(n,y1,'b','linewidth',2); xlabel('tiempo discreto, n'); ylabel('y1[n] ');
18 axis([-10 10 -2.5 5]);grid
20 figure (2);
21 % Señal de entrada x2
x^2 = delta(n-3) + 2*delta(n-4) + delta(n-5);
23 subplot(211); % subfigura superior de la figura 2
24 stem(n,x2,'b','linewidth',2); xlabel('tiempo discreto, n'); ylabel('x2[n] ');
25 axis([-10 10 -1.5 2.5]);grid
26 % Señal de salida y2
y2=system1(x2);
28 subplot (212); % subfigura inferior de la figura 2
29 stem(n,y2,'b','linewidth',2); xlabel('tiempo discreto, n'); ylabel(' y2[n] ');
30 axis([-10 10 -0.5 10]);grid
32 figure (3);
33 % Señal de entrada x3 = combinacion lineal de x1 y x2
34 \times 3 = 3 \times x1 - 2 \times x2;
subplot(311); % subfigura superior de la figura 3
stem(n,x3,'b','linewidth',2); xlabel('tiempo discreto, n'); ylabel(' x3[n] ');
37 axis([-10 10 -8 8]); grid
38 % Señal de salida a x3
y3a=system1(x3);
40 subplot(312); % subfigura intermedia de la figura 3
41 stem(n,y3a,'b','linewidth',2); xlabel('tiempo discreto, n'); ylabel(' y3a[n] ');
42 axis([-10 10 -18 18]);grid
43 % Señal combinación lineal de y1 e y2
44 y3b=3*y1-2*y2;
   subplot(313); % subfigura inferior de la figura 3
46 stem(n,y3b,'b','linewidth',2); xlabel('tiempo discreto, n'); ylabel('y3b[n] ');
47 axis([-10 10 -18 18]);grid
```

2.3. Causalidad

En el listado 6 se examina la respuesta de los sistemas system3 y system4 ante una misma entrada $x_1[n]$.

1. Ejecutar el *script* correspondiente denominado *Causalidad.m.* A la vista de las gráficas obtenidas, ¿qué se puede decir sobre la causalidad de los sistemas *system3* y *system4*?

Listado 6: Causalidad.m

```
8 figure(1);
9 % Señal de entrada x1
x1=delta(n)+2*delta(n-2);
11 subplot (211); % subfigura superior de la figura 1
stem(n,x1,'b','linewidth',2); xlabel('tiempo discreto, n'); ylabel(' x1[n] ');
13 axis([-10 10 -1.5 2.5]);grid
14 % Señal de salida y1
y1=system3(x1);
   subplot(212); % subfigura inferior de la figura 1
stem(n,y1,'b','linewidth',2); xlabel('tiempo discreto, n'); ylabel(' y1[n] ');
18 axis([-10 10 -2.5 5]);grid
20 figure(2);
21 % Señal de entrada x1
x1=delta(n)+2*delta(n-2);
23 subplot (211); % subfigura superior de la figura 2
stem(n,x1,'b','linewidth',2); xlabel('tiempo discreto, n'); ylabel(' x2[n] ');
25 axis([-10 10 -1.5 2.5]);grid
26 % Señal de salida y2
y2=system4(x1);
28 subplot(212); % subfigura inferior de la figura 2
29 stem(n,y2,'b','linewidth',2); xlabel('tiempo discreto, n'); ylabel(' y2[n] ');
30 axis([-10 10 -2.5 5]);grid
```

2.4. Combinación de sistemas

En el listado 7 se examina la respuesta del sistema system5 ante una entrada x[n]. El sistema system5 se define como combinación e interconexión de otros sistemas más sencillos, como se indica en el listado 8.

Listado 7: Combinacion.m

```
% Combinación de sistemas

% Inicio de figuras y memoria
close all;
% Ejes de tiempos discreto
n=-10:10;

figure;
y x=pulsow(n,4);
y=system5(x);
subplot(211)
stem(n,x,'b','linewidth',2); xlabel('tiempo discreto, n'); ylabel(' x[n] ');
axis([-10 10 -1.5 1.5]);grid
subplot(212)
stem(n,y,'r','linewidth',2); xlabel('tiempo discreto, n'); ylabel(' y[n] ');
axis([-10 10 -4.5 4.5]);grid
```

Listado 8: system5.m

```
1 function y=system5(x)
2 % System y[n]=?
3
4 y1=systemA(x);
```

```
5  y2=systemB(y1);
6  y3=systemC(x);
7  y=y2+y3;
```

- 1. A partir del código del anterior listado, construir un diagrama de bloques en el que se muestre cómo están interconectados los sistemas systemA, systemB y systemC.
- 2. Ejecuta el *script* correspondiente denominado *Combinacion.m.* ¿Qué puede decirse sobre la causalidad de *system5*?
- 3. El sistema system5 es lineal e invariante en el tiempo. ¿Cuál es su respuesta al impulso? Calcula dicha expresión a partir de las respuestas al impulso de los sistemas systemA, systemB y systemC. Modifica y ejecuta el script correspondiente denominado Combinacion.m de manera que puedas verificar este resultado de manera gráfica.