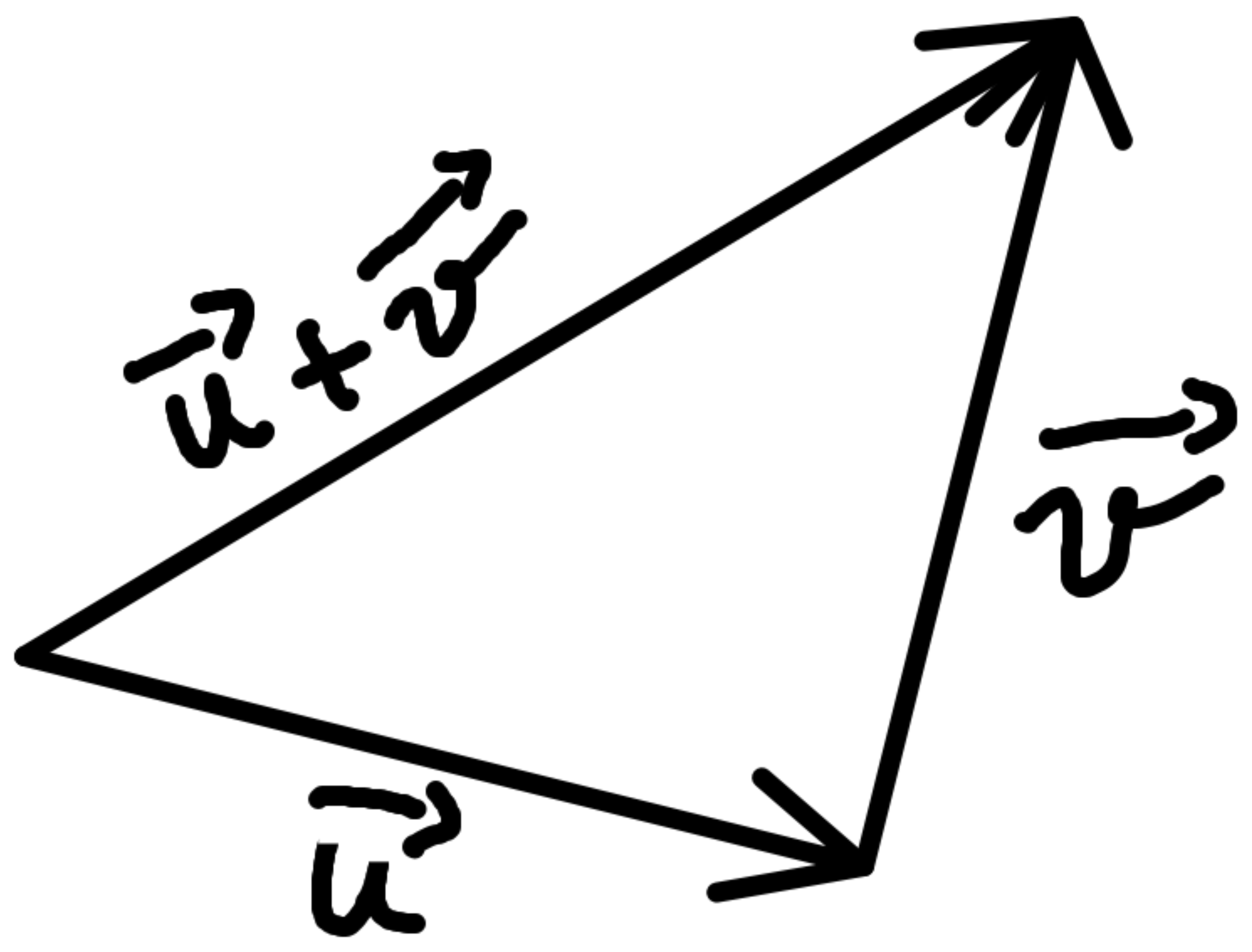
Geometria Analítica



Aula 3: Soma de Vetores

Conteúdo

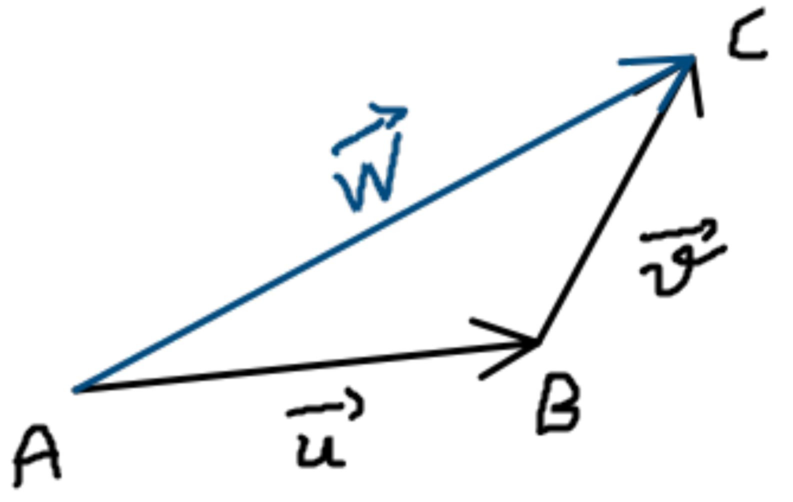
- Adição e diferenciação
  - Definição
  - Prática
- Propriedades
  - Associativa
  - Comutativa
  - Elemento neutro
  - Elemento oposto

Adição e diferenciação

Definição

$\vec{u} + \vec{v} = \vec{w}$

$\vec{u} = \vec{AB}$
$\vec{v} = \vec{BC}$
$\vec{w} = \vec{AC}$



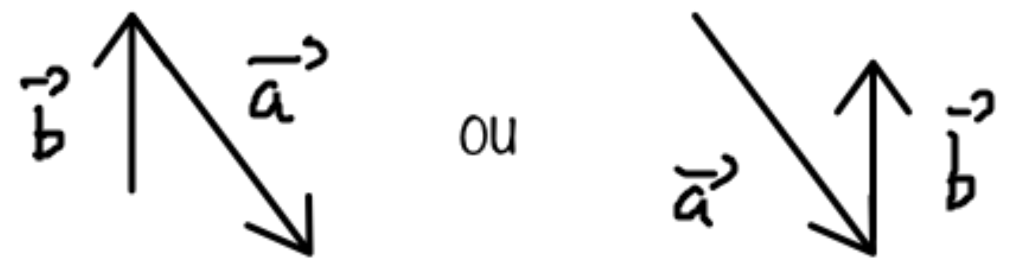
$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

$\mathbb{V}^3$

Procedimento

1 - Dado dois vetores não paralelos quaisquer em qualquer posição do espaço.

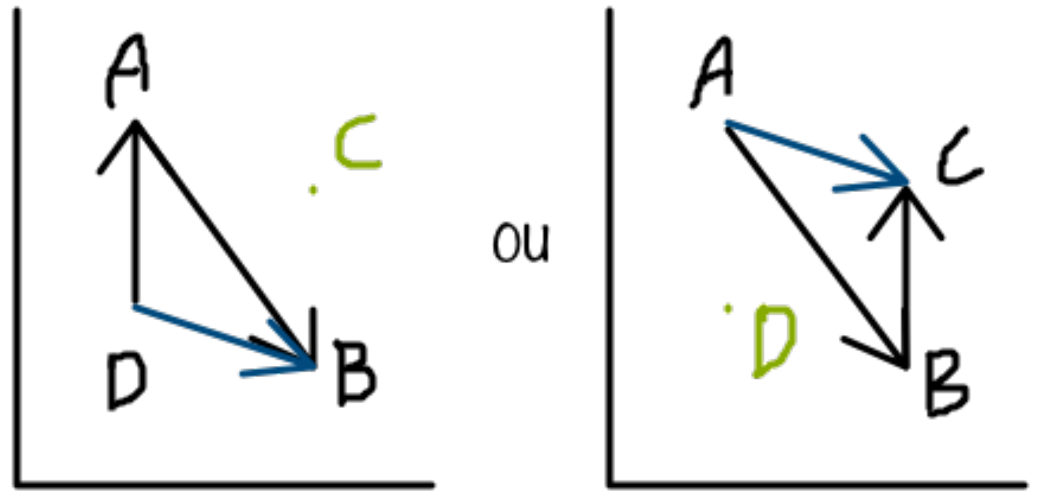
2 - Posiciona-se ambos, de forma que a extremidade de um coincida com a origem do outro.



3 - Passe um novo vetor da origem de um até a extremidade do outro, ou seja, fechando o triângulo.

$\vec{b} + \vec{a} = \vec{c}$ $\quad$ $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$

Utilizando representantes



$\vec{DA} + \vec{AB} = \vec{DB}$ $\quad$ $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

$\vec{a} = \vec{AB}$

$$\left.\begin{aligned}\vec{b} &= \vec{BC}\\ \vec{b} &= \vec{DA}\end{aligned}\right\} (BC) \sim (DA)$$

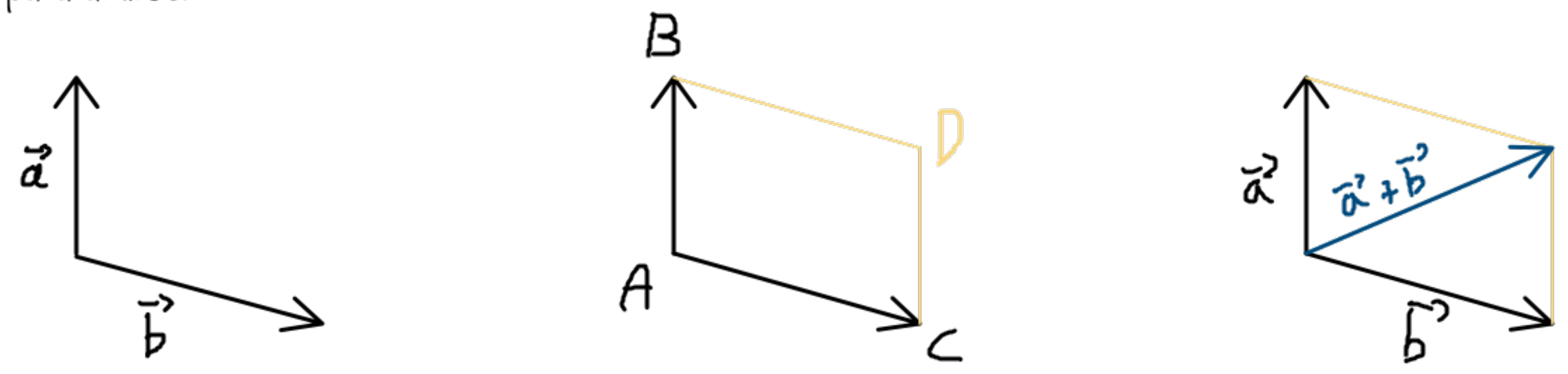
$$\left.\begin{aligned}\vec{c} &= \vec{AC}\\ \vec{c} &= \vec{DB}\end{aligned}\right\} (AC) \sim (DB)$$

Regra do paralelogramo

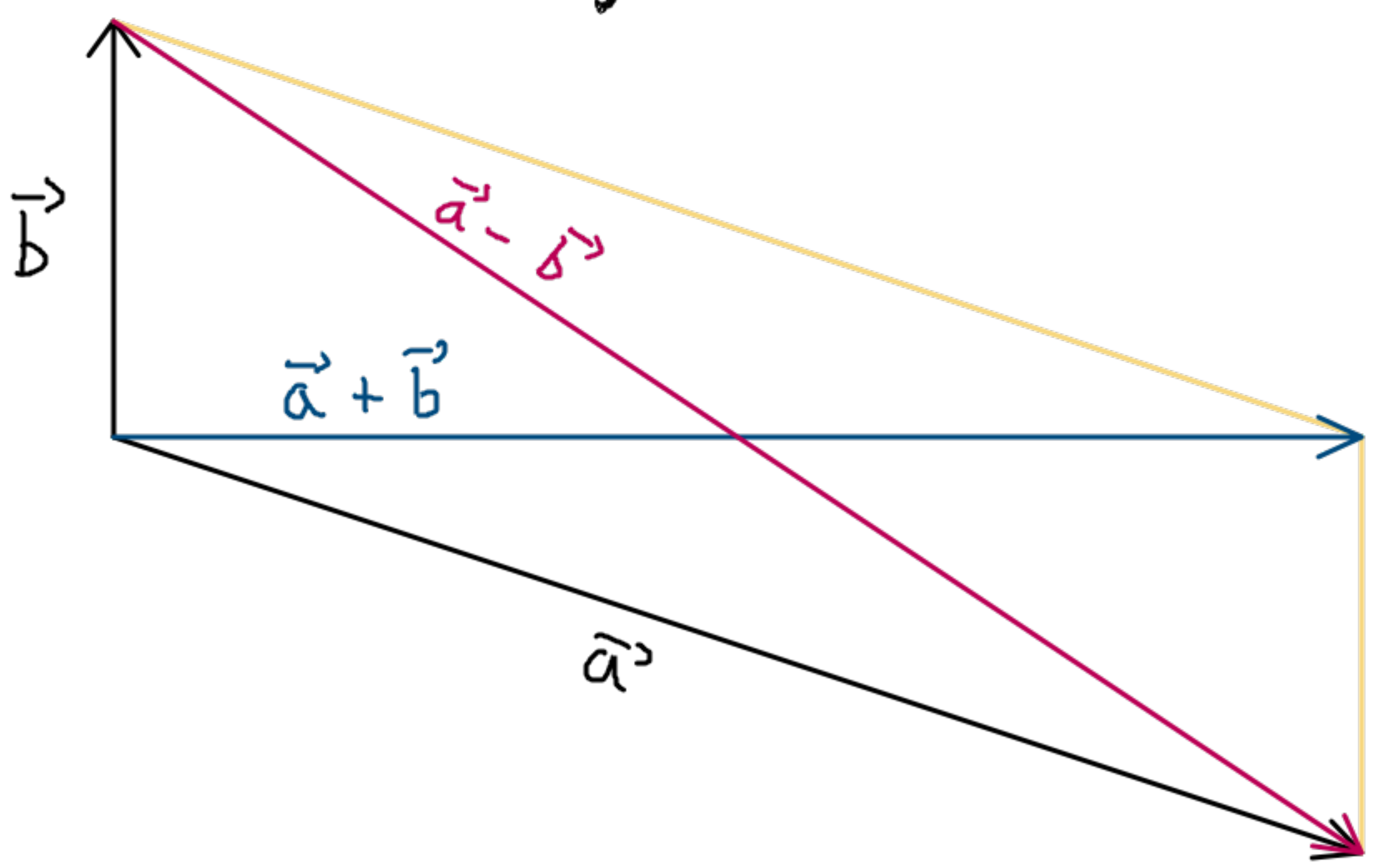
1 - Dado dois vetores não paralelos quaisquer, escolhemos a mesma origem para ambos.

2 - Construa uma paralelogramo

3 - A soma será dada pela diagonal

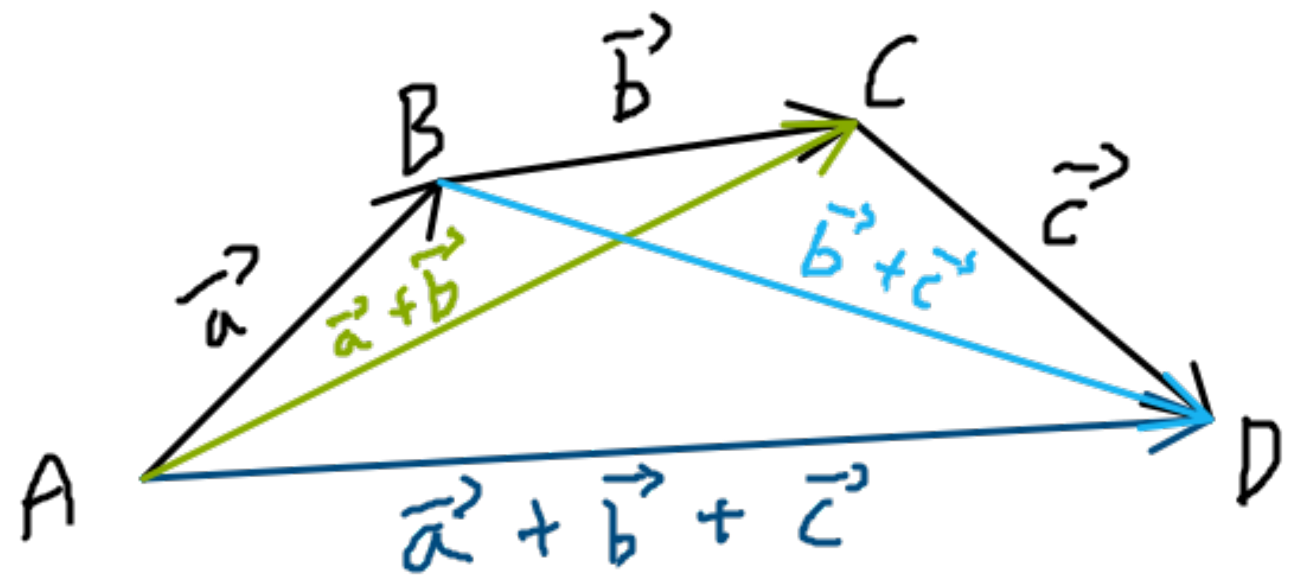


Adição vs diferenciação



Propriedades da soma

Propriedade associativa $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$

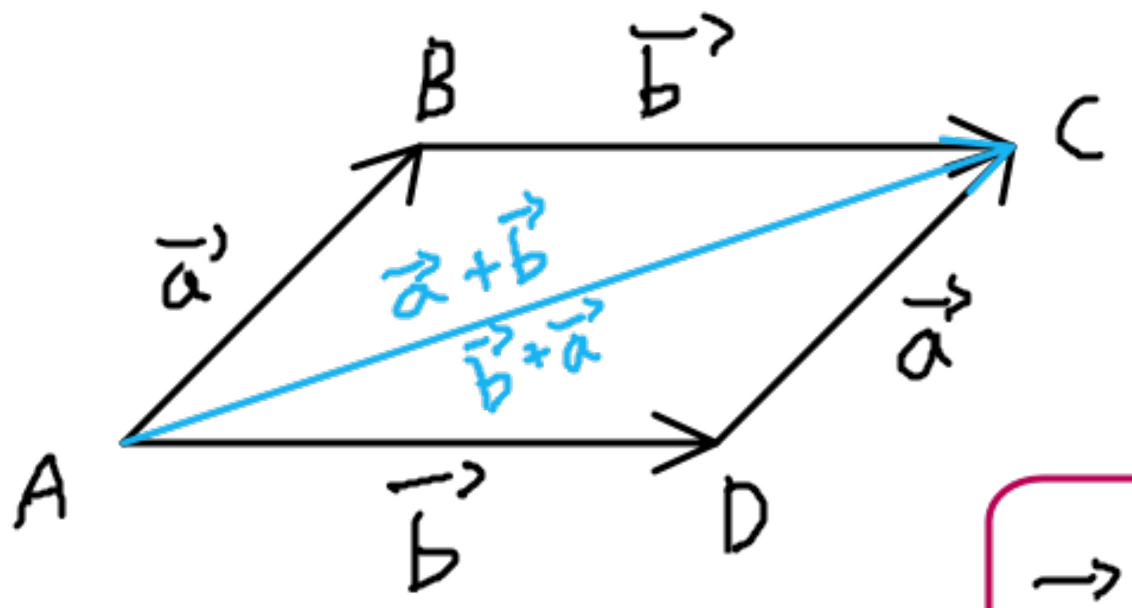


$\vec{a}=\overrightarrow{AB}$ $\vec{b}=\overrightarrow{BC}$ $\vec{c}=\overrightarrow{CD}$

$$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$$

$$\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})=\overrightarrow{AB}+(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD})=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}$$

Propriedade comutativa $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$



$\vec{a}=\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

$\vec{b}=\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$

$$\vec{a}+\vec{b}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$$

$$\vec{b}+\vec{a}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}$$

Elemento neutro $\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}=\vec{0}+\vec{a}$

$\vec{a}=\overrightarrow{AB}$

$\vec{0}=\overrightarrow{AA}=\overrightarrow{BB}$

$$\vec{a}+\vec{0}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BB}=\overrightarrow{AB}$$

$$\vec{0}+\vec{a}=\overrightarrow{AA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}$$

Elemento oposto $\vec{a}+(-\vec{a})=\vec{0}$

$\vec{a}=\overrightarrow{AB}$

$-\vec{a}=\overrightarrow{BA}$

$\vec{0}=\overrightarrow{AA}=\overrightarrow{BB}$

$$\vec{a}+(-\vec{a})=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AA}$$

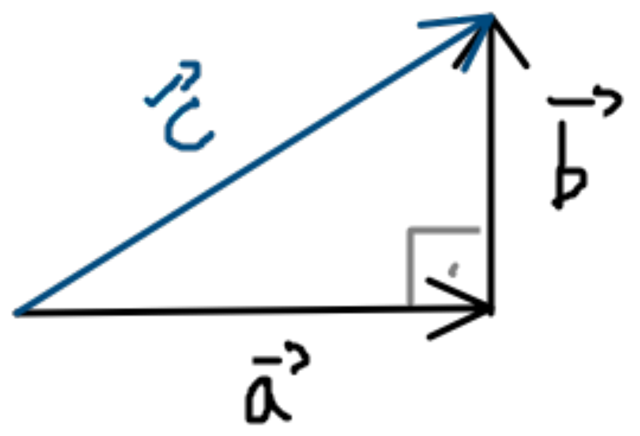
$$-\vec{a}+\vec{a}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BB}$$

Observação

A propriedade associativa nos desobriga a usar parêntese em somas com mais de dois vetores, a propriedade comutativa nos dá liberdade de escolher a ordem de uma soma de dois vetores.

Na prática (utilizando números)

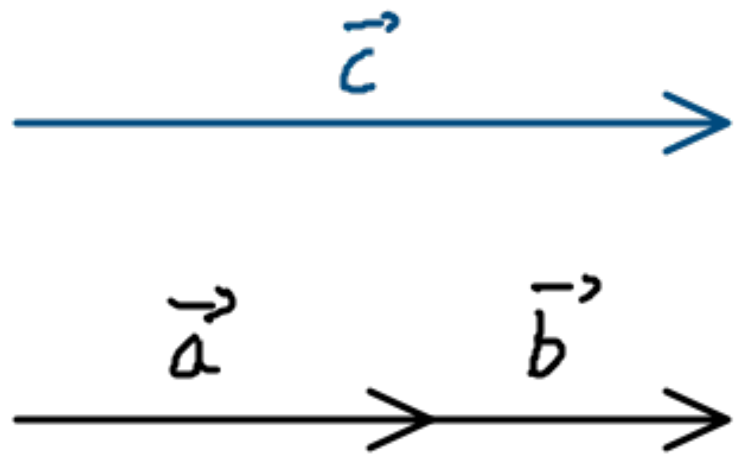
Pitágoras



$$\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}$$

$$\|\vec{a}\|^2+\|\vec{b}\|^2=\|\vec{c}\|^2$$

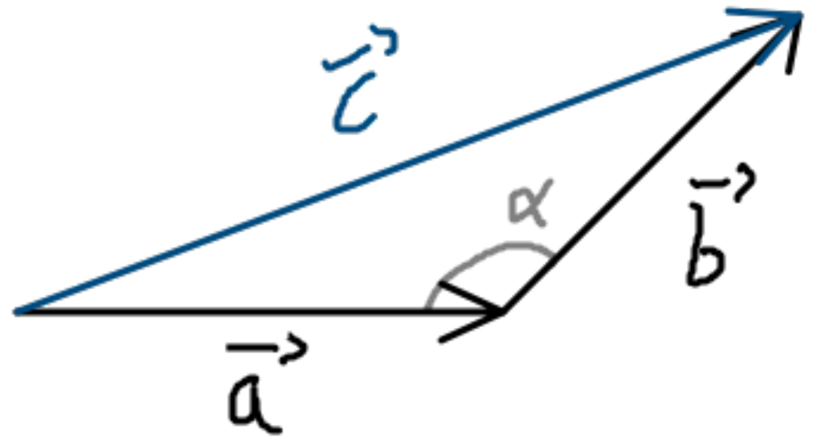
Adição direta no caso colinear



$$\|\vec{a}\|+\|\vec{b}\|=\|\vec{c}\|$$

Métrica de qualquer triângulo

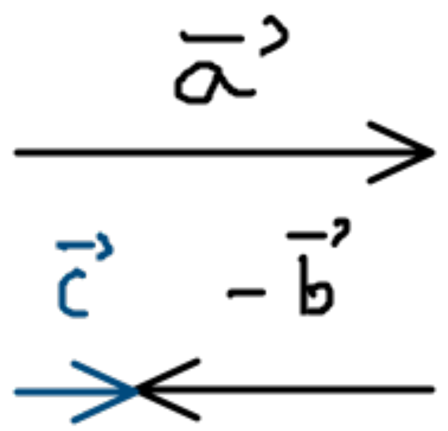
$$\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}$$



$$\|\vec{c}\|^2=\|\vec{a}\|^2+\|\vec{b}\|^2-2\,\|\vec{a}\|\,\|\vec{b}\|\cos\alpha$$

Obs: O teorema de Pitágoras é um caso especifico dessa métrica.

Diferenciação direta no caso colinear

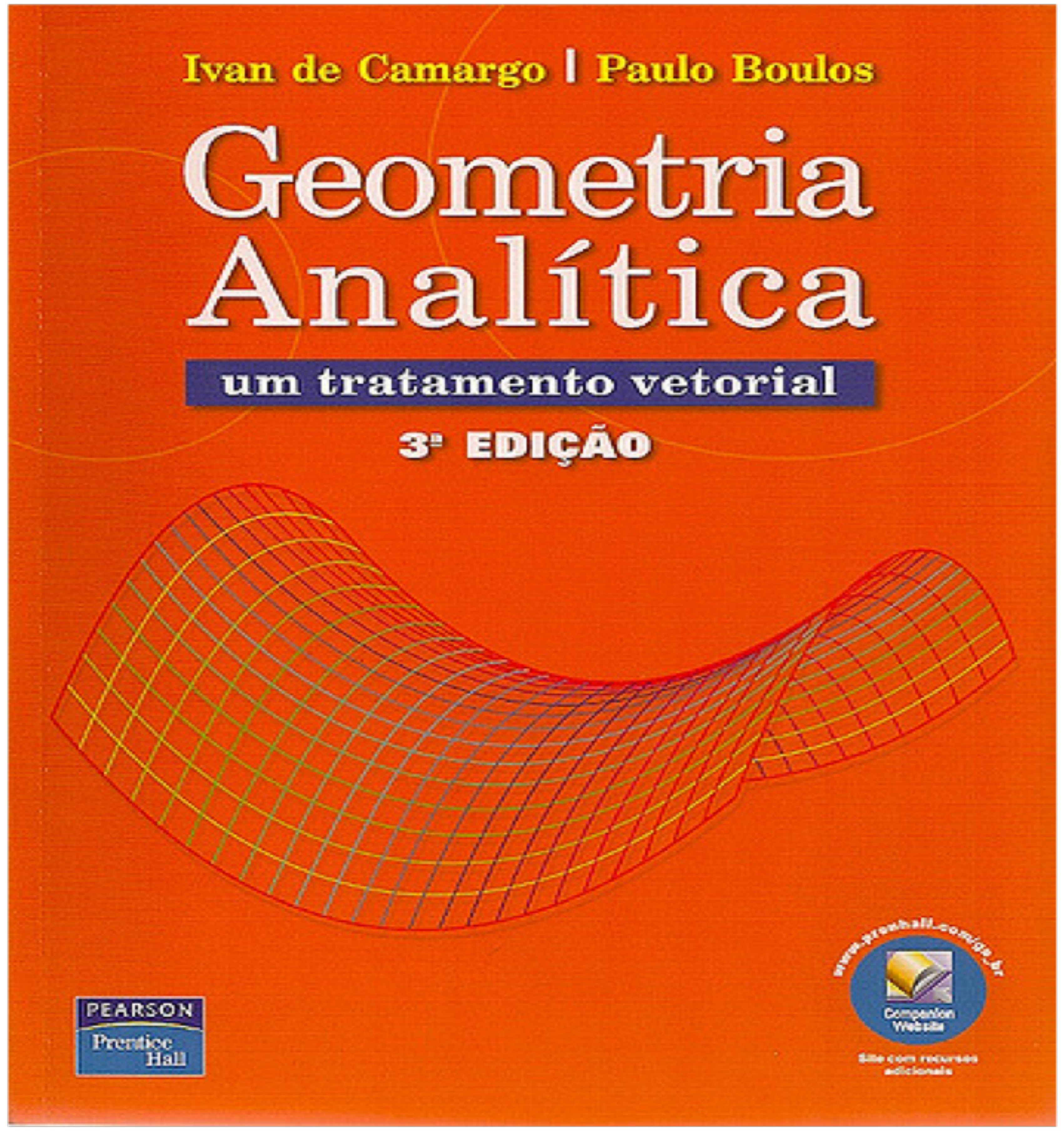


$$\|\vec{b}\|=\|-\vec{b}\|$$

$$\|\vec{a}\|-\|-\vec{b}\|=\|\vec{c}\|$$

$$\|\vec{a}\|-\|\vec{b}\|=\|\vec{c}\|$$

Livro texto



Quer ajudar esse projeto?

Bitcoins

Dash

Próxima aula: produto de um número real por vetor