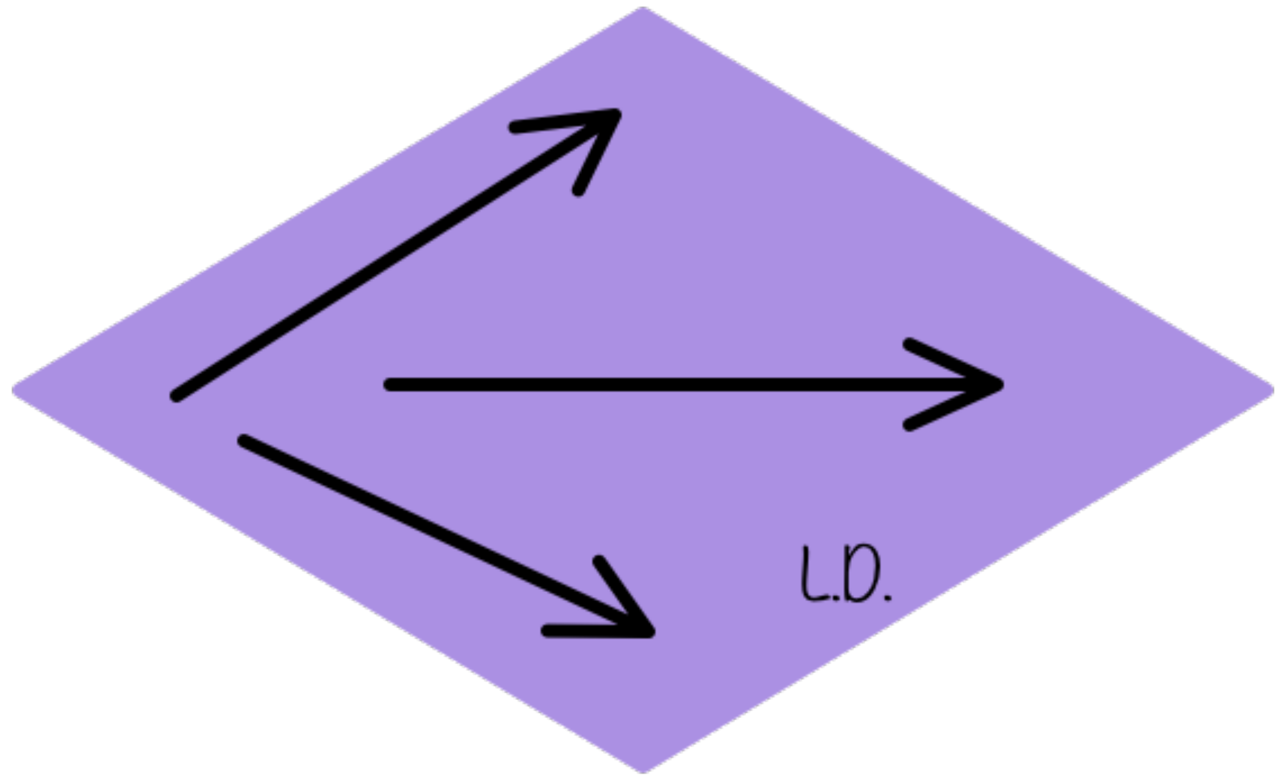
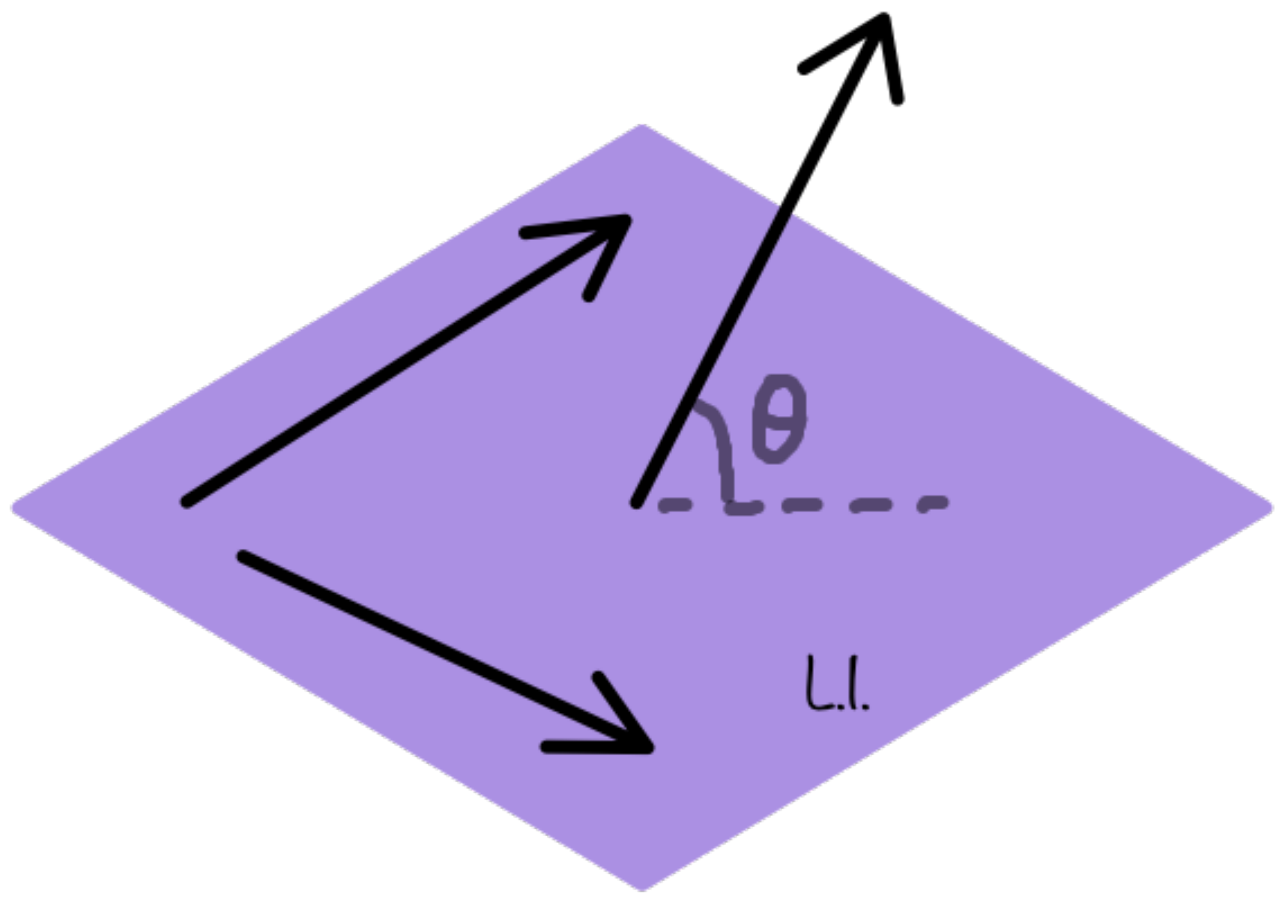
Geometria Analítica





Aula 6: Dependência linear

Conteúdo

Dependência linear

- Definição
- Combinação linear
- Proposições
- Corolário

Dependência Linear

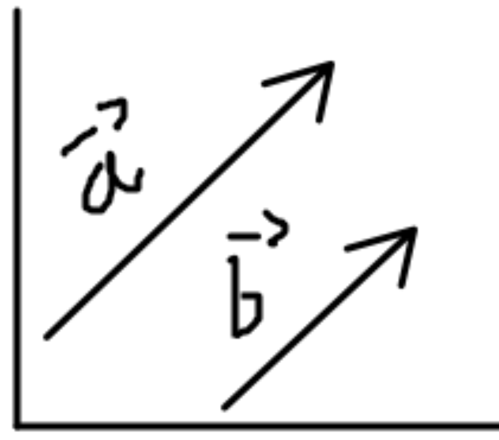
Definição

(i) Uma seqüência $(\vec{a})$

linearmente dependente (L.D.) $\vec{a} = \vec{0}$

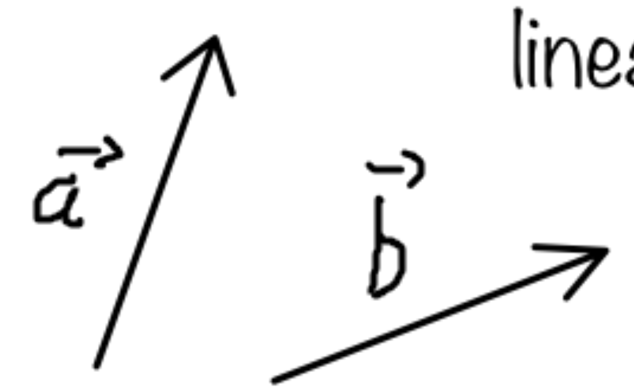
linearmente independente (L.I.) $\vec{a} \neq \vec{0}$

(ii) Par ordenado $(\vec{a}, \vec{b})$



linearmente dependente (L.D.)

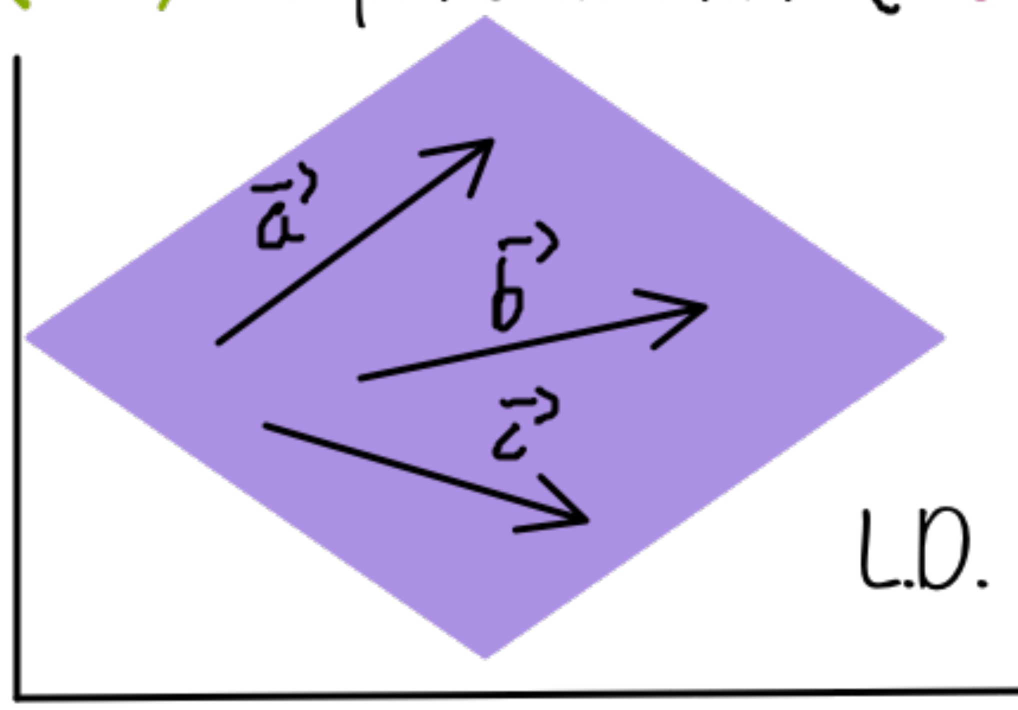
$\vec{a} \parallel \vec{b} \iff \vec{a} = \lambda \vec{b}$



linearmente independente (L.I.)

não paralelos

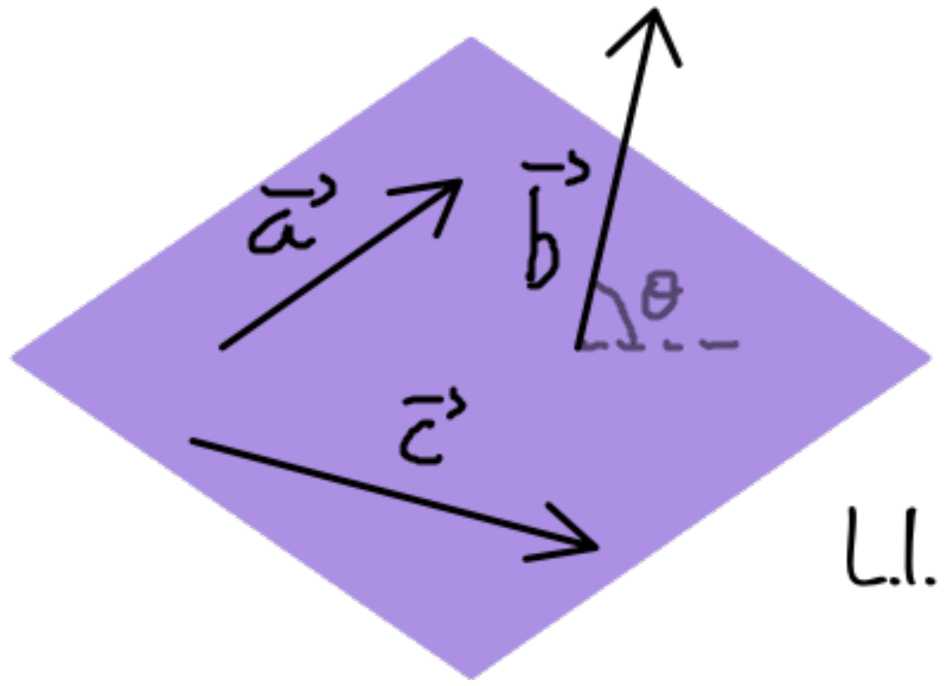
(iii) Tripla ordenada $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$



$\vec{a} = \alpha_1 \vec{b} + \alpha_2 \vec{c}$

$\vec{b} = \beta_1 \vec{a} + \beta_2 \vec{c}$

$\vec{c} = \gamma_1 \vec{a} + \gamma_2 \vec{b}$



não paralelo ao plano

(iv) Qualquer seqüência de n vetores é linearmente dependente. $(n \geqslant 4)$

Combinação Linear

$$\vec{u} = \alpha_1 \vec{V}_1 + \alpha_2 \vec{V}_2 + \alpha_3 \vec{V}_3 + \cdots + \alpha_n \vec{V}_n$$

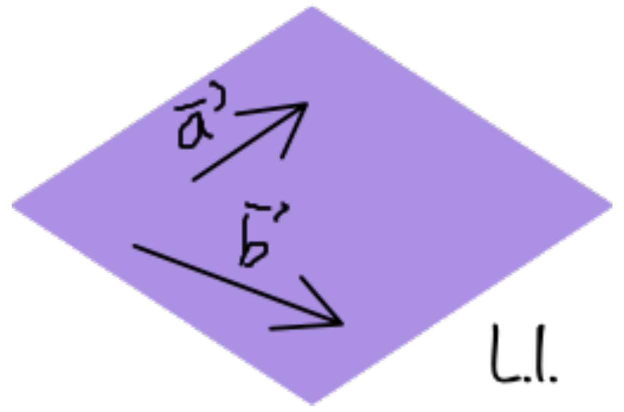
coeficientes da combinação linear

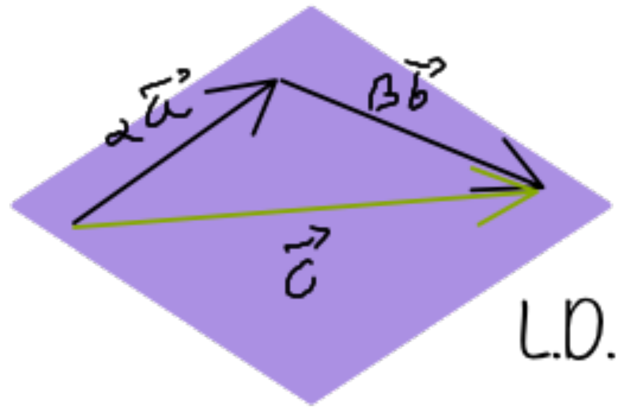
Obs: Estamos estudando vetores no espaço Euclidiano, por isso podemos ter no máximo 3 vetores linearmente independentes.

Proposições

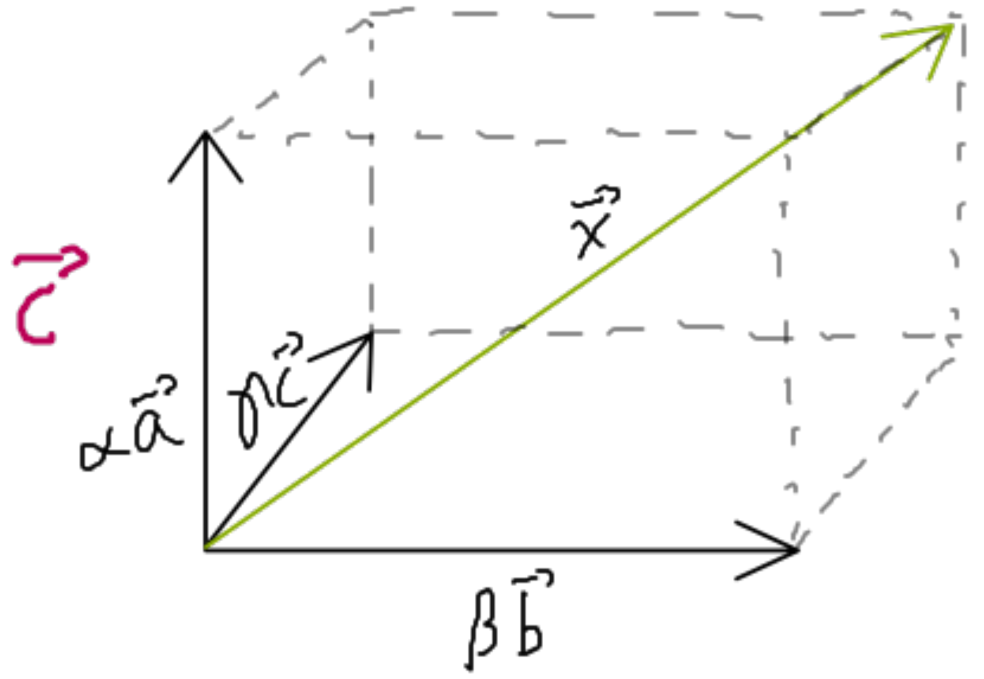
Se $(\vec{a}, \vec{b})$ é L.I.
então $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ é L.D. $\Longleftrightarrow$ $\vec{c} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$

se e somente se





Se $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ é L.I.
então $\forall\ \vec{x} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c}$



Uma seqüência $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n)$
com $n \geqslant 2$, é L.D. $\Longleftrightarrow$ $\vec{V}_k = \alpha_1\vec{V}_1 + \dots + \alpha_n\vec{V}_n$
com $1 \leqslant k \leqslant n$

Uma seqüência $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n)$
com $1 \leqslant n \leqslant 3$, é L.I. $\Longleftrightarrow$ $\alpha_1\vec{V}_1 + \dots + \alpha_n\vec{V}_n = \vec{0}$
$\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n = 0$

Uma seqüência $(\vec{V}_1, \dots, \vec{V}_n)$
com $1 \leqslant n \leqslant 3$, é L.D. $\Longleftrightarrow$ $\alpha_1\vec{V}_1 + \alpha_2\vec{V}_2 + \dots + \alpha_n\vec{V}_n = \vec{0}$
$\exists\ \alpha_k \neq 0$

OBS: Nem todos os coeficientes precisam não ser nulos.

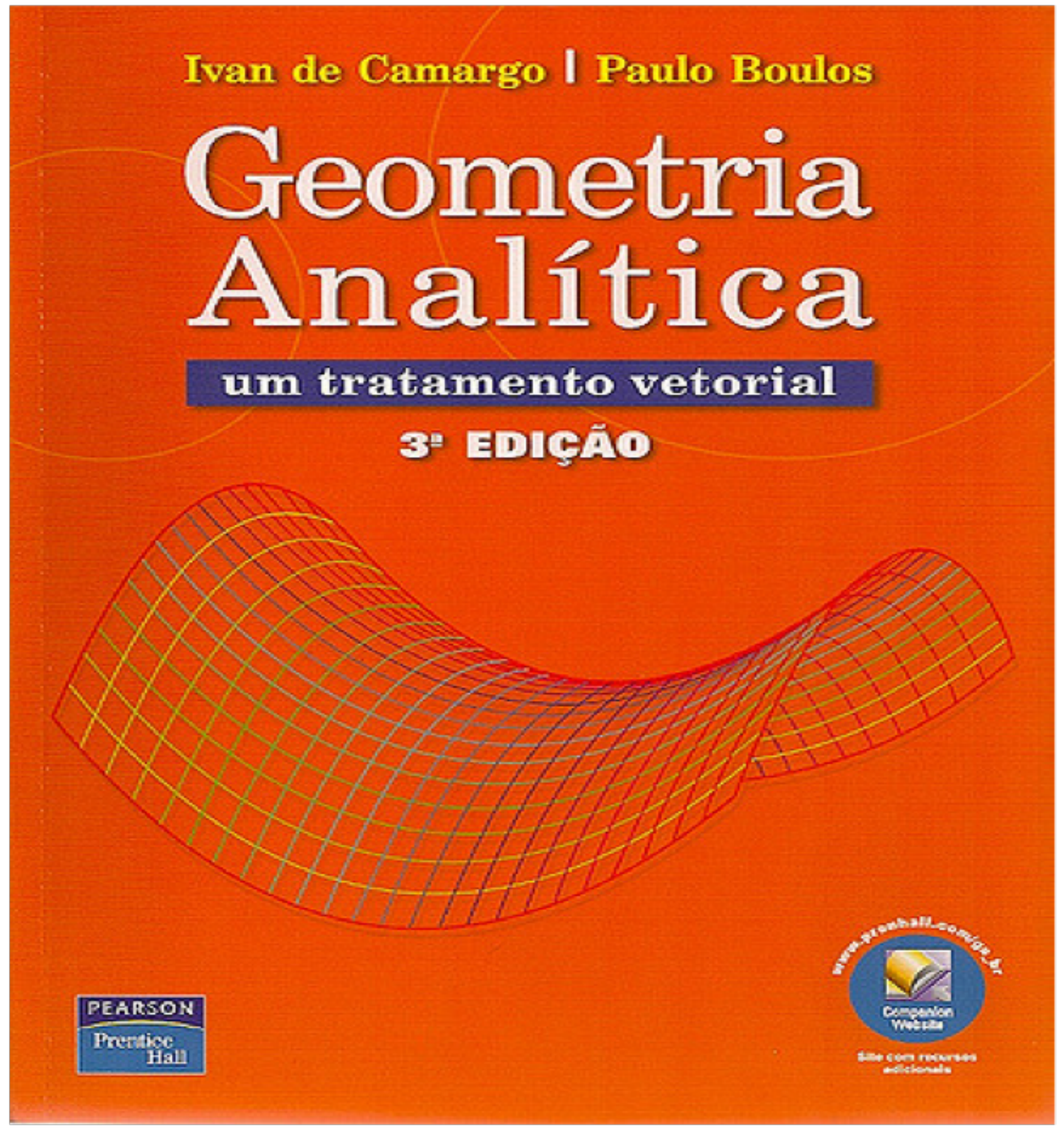
Corolário

Se $(\vec{V}_1, \vec{V}_2, \dots, \vec{V}_n)$ é L.I. $\xrightarrow{\text{então}}$ os coeficientes são univocamente determinados.

$$\alpha_1\vec{V}_1 + \alpha_2\vec{V}_2 + \dots + \alpha_n\vec{V}_n = \beta_1\vec{V}_1 + \beta_2\vec{V}_2 + \dots + \beta_n\vec{V}_n \longrightarrow \alpha_1 = \beta_1, \alpha_2 = \beta_2, \dots, \alpha_n = \beta_n$$

OBS: Os coeficientes são univocamente determinados para cada vetor L.D. gerado pelos vetores L.I.

Livro texto



Quer ajudar esse projeto?

bitcoin

1NTy29unKJrTAjmfYYN6cJbKDsg6gxrXPQ

DASH

litecoin

LesPNmLwZAARqGuZ9HqPQnR6YXyXRV8YTh

Próxima aula: base