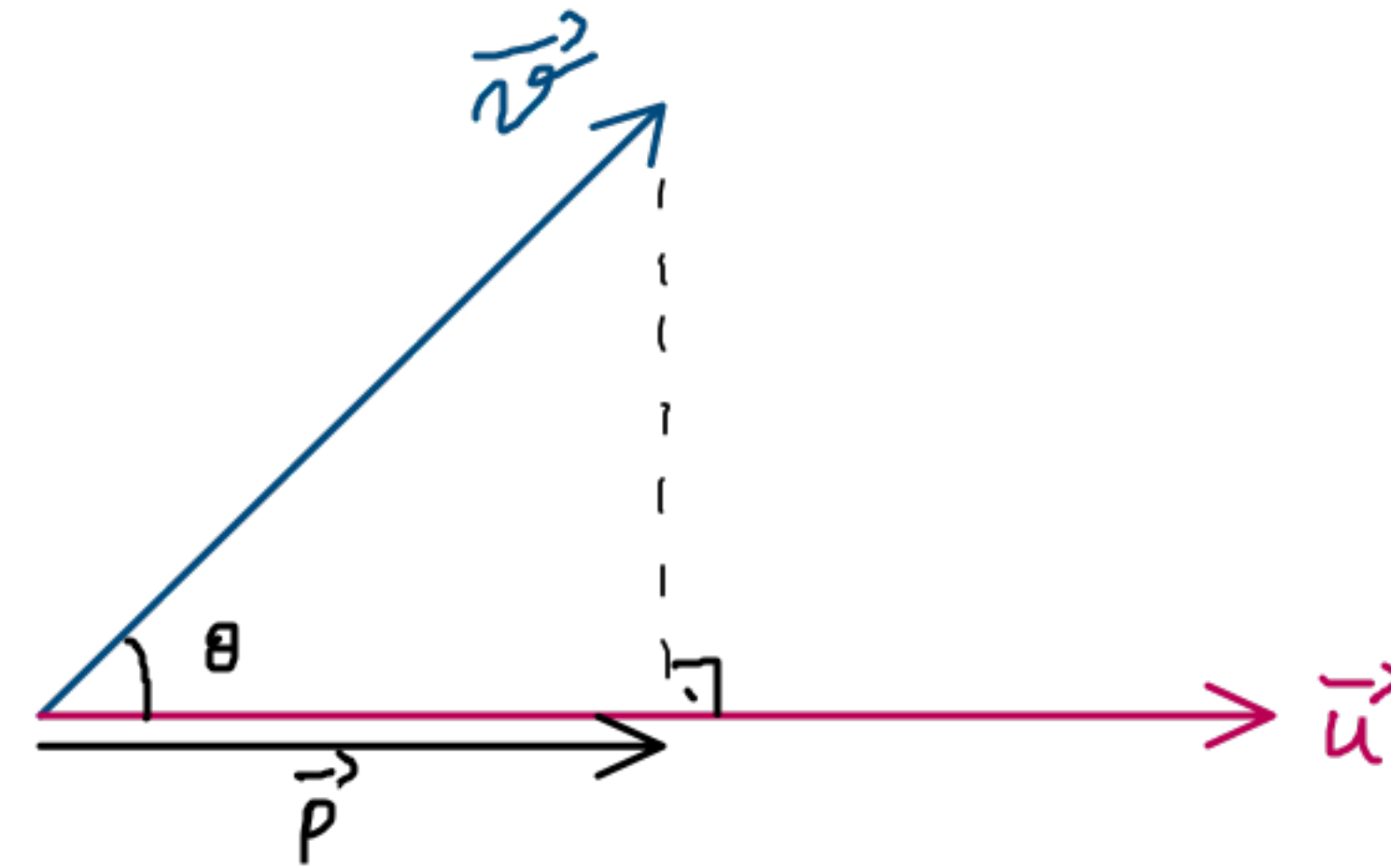


Geometria Analítica



Aula 9: Produto escalar de vetores

Conteúdo

Produto escalar
de vetores

Definição

Proposições

Propriedades

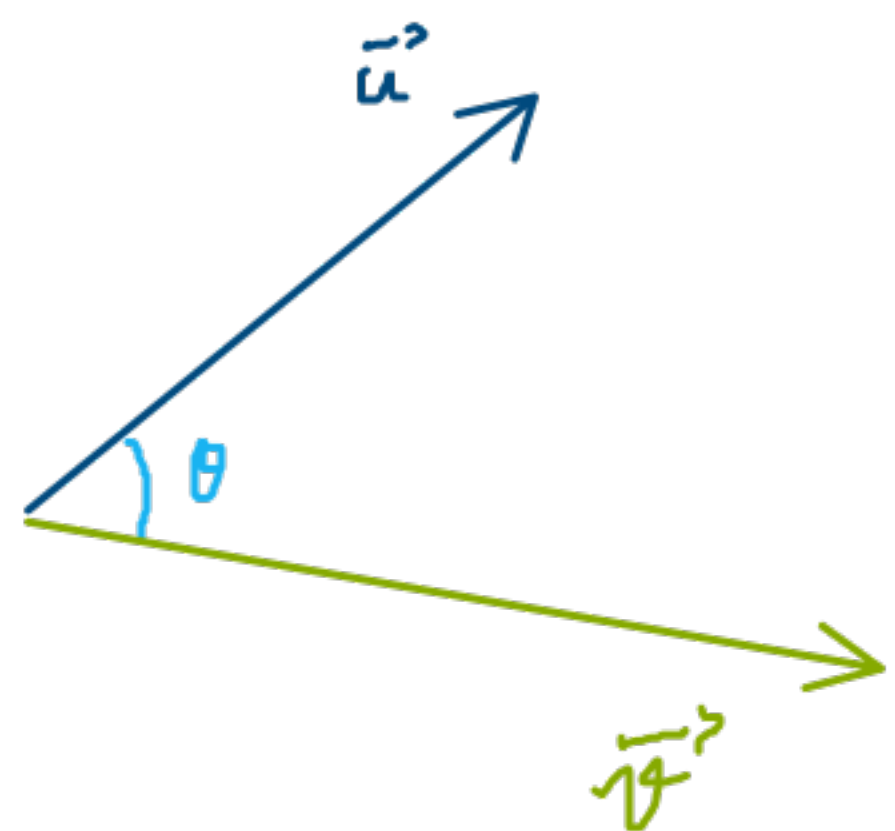
Medida do ângulo

Projeção vetorial

Produto escalar de vetores

Definição

→ produto escalar resulta num número real



i) se $\vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$
então $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

ii) se $\vec{u} \neq \vec{0}$ e $\vec{v} \neq \vec{0}$
então θ é a medida
do ângulo entre eles,
 $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos \theta$

Base ortonormal

$$\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$$

$$\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

Norma

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}}$$

Ortogonalidade

$$\vec{u} \perp \vec{v} \iff \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Propriedades

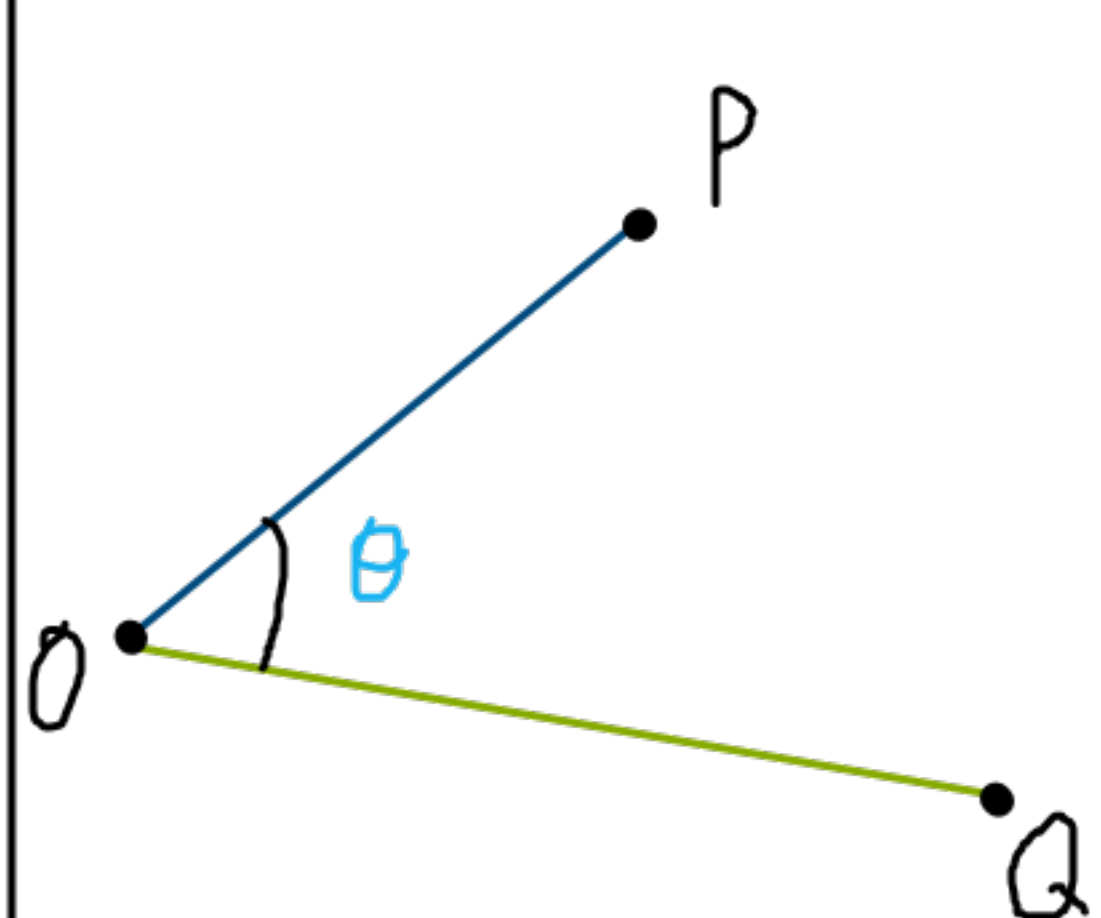
$$i) \vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$$

$$ii) \lambda (\vec{u} \cdot \vec{v}) = (\lambda \vec{u}) \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot (\lambda \vec{v})$$

$$iii) \vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$$

$$iv) \text{ Se } \vec{u} \neq \vec{0} \\ \text{então } \vec{u} \cdot \vec{u} > 0$$

Medida angular \neq ângulo



$\widehat{POQ} \equiv \text{ângulo}$

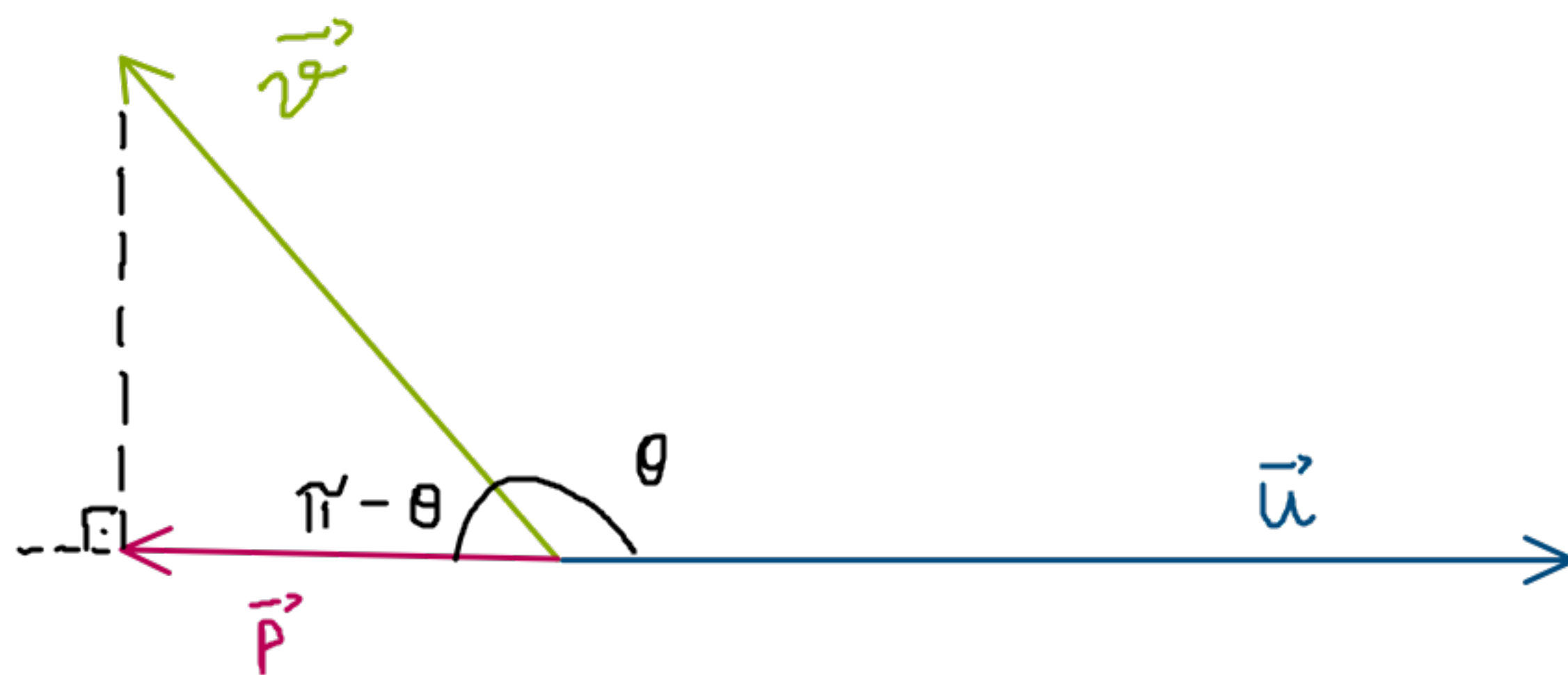
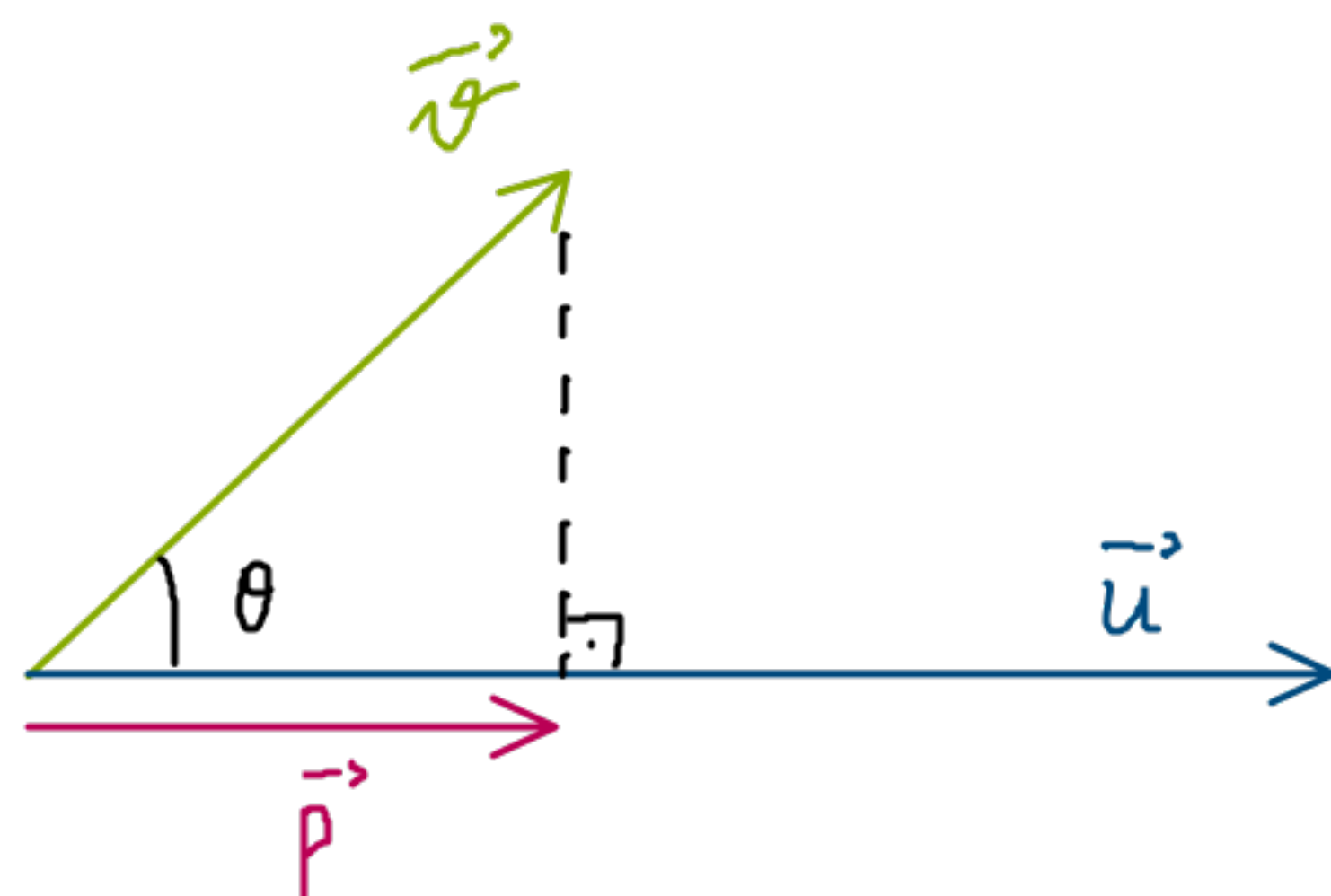
$\theta \equiv \text{medida angular}$
de \widehat{POQ}

$$0 \leq \theta \leq \pi$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|}$$

$$\theta = \arccos \left(\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|} \right)$$

Projeção do vetor



Projeção ortogonal
de vetor \vec{v} sobre \vec{u}

$$\vec{p} \equiv \text{proj}_{\vec{u}} \vec{v}$$

$$\vec{p} \parallel \vec{u}$$

$$(\vec{v} - \vec{p}) \perp \vec{u}$$

Projeção única

$$\text{proj}_{\vec{u}} \vec{v} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\|\vec{u}\|^2} \vec{u}$$

$$\|\text{proj}_{\vec{u}} \vec{v}\| = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\|\vec{u}\|}$$