Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Industrial y de Sistemas
ICS1102 Optimización – 2do Semestre 2008 – secciones 2,3 y 4

PROFESORES: Juan Carlos Muñóz, Pablo Rey , Sergio Toloza
AYUDANTE: Mathias Klapp

Ayudantía N°11: SIMPLEX - FASE I / AYUDA PARA LA I2

En general, no se puede tomar siempre al origen como vértice factible y se necesita obtener un algoritmo para encontrar una Solución Básica Inicial Factible (SBIF).

Formato Estándar General

Si se tiene el siguiente problema general de prog. lineal:

P)
$$\begin{aligned}
&Min\ C^T X\\
&s.a.\\
&g_j(X) \le b_j \quad \forall j = 1,..,k\\
&g_j(X) = b_j \quad \forall j = k+1,..,l\\
&g_j(X) \ge b_j \quad \forall j = l+1,..,m\\
&X_i \ge 0 \quad \forall i = 1,..,n
\end{aligned}$$
Con b_j´s no negativos.

Siempre es posible estandarizarlo a:

$P_{\text{ESTÁNDAR}}$)
$$\begin{aligned}
&Min\ C^T X\\
&s.a.\\
&g_j(X)+h_j = b_j \quad \forall j=1,..,k\\
&g_j(X) \qquad = b_j \quad \forall j=k+1,..,l\\
&g_j(X)-e_j = b_j \quad \forall j=l+1,..,m\\
&X_i, h_j, e_p \ge 0 \quad \forall i=1,..,n \quad \forall j=1,..,k \quad \forall p=l+1,..,m
\end{aligned}$$

h_j : Corresponde a la variable de holgura de las restricciones del tipo $\le b_j$.

e_j : Corresponde a la variable de exceso de las restricciones del tipo $\ge b_j$.

Problema de FASE I:

Se agregan variables artificiales positivas restando el lado derecho del las restricciones, que nos permiten tener al origen como vértice factible. Este procedimiento flexibiliza las restricciones y las hace pasar por el origen artificialmente con el fin de partir SIMPLEX fuera del Dominio del problema original.

Al minimizar las variables artificiales, que en el óptimo de un problema factible son nulas, se logra un vértice factible del problema original, lo que permite iniciar FASE II.

Es decir, se resuelve FASE I tomando como variables básicas a las holguras de las "restricciones de menor o igual" y a las variables artificiales que completan la identidad en el TABLEAU.

$P_{\text{FASE I}}$

$$
\begin{aligned}
& Min \sum_{k+1}^{m} Y_j \\
& s.a. \\
& g_j(X) + h_j = b_j \qquad \forall j = 1,..,k \\
& g_j(X) + Y_j = b_j \qquad \forall j = k+1,..,l \\
& g_j(X) - e_j + Y_j = b_j \quad \forall j = l+1,..,m \\
& X_i, h_j, e_p, Y_q \geq 0 \\
& \forall i = 1,..,n \quad \forall j = 1,..,k \quad \forall p = l+1,..,m \quad \forall q = k+1,..,m
\end{aligned}
$$

Y_j : Corresponde a la variable artificial de la restricción j. (Completan la identidad)

Teorema FASE I:

El problema de FASE I tiene solución óptima y es de la forma:

$$
\begin{aligned}
& Y_j = 0 \ \ \forall j = k+1,..,m, \\
& X = X^*, h = h^*, e = e^*
\end{aligned}
$$

Si y solo si:

El Dominio del problema de Fase II es no vació y tiene como vértice factible a la solución óptima de Fase I. (es decir X*)

Notemos que ya tenemos los 2 casos de inexistencia de solución analizados:

Problema no acotado: columna de la variable entrante negativa.
Problema con D. vacío : Fase I sin s. óptima o distinta a $y_j = 0 \ \forall j = k+1,..,m$.

ALGORITMO SIMPLEX COMPLETO:

1) Estandarizar el problema.
2) Agregar las variables artificiales necesarias y resolver Fase I.
3) Iniciar Fase II con el vértice factible entregado por la solución óptima de Fase I y resolver el problema de optimización.

FASE I INTELIGENTE:

Es posible ahorrarse trabajo encontrando una solución factible "al ojo" o reducir la cantidad de variables artificiales. Veamos ejemplos:

Ejemplo 1:

$$\begin{aligned}&Min: F.O.\\&s.a.\\&x_1 + 3x_2 + 5x_5 = 6\\&x_2 - 4x_3 + x_4 + x_5 = 20\\&x_i \geq 0\end{aligned}$$

Fase I "general" sería→

$$\begin{aligned}&Min: y_1 + y_2\\&s.a.\\&x_1 + 3x_2 + 5x_5 + y_1 = 6\\&x_2 - 4x_3 + x_4 + 2x_5 + y_2 = 20\\&x_i, y_j \geq 0\end{aligned}$$

Tomando como base ($y_1 = 6,\ \ y_2 = 10$) y haciendo la Fase I llegaríamos sin duda al vértice factible. ¡¡Sin embargo, es innecesario!! Tenemos la "identidad" escondida en (X_1,X_4). Es equivalente a que si fueran holguras, por lo que podemos partir Fase II con (X_1=6, X_4=10) básicas en el Tableau.

→ ¡¡¡Nos ahorramos toda la Fase I!!!

Ejemplo 2:

$$\begin{aligned}&Min: F.O.\\&s.a.\\&x_1 + 3x_2 + 2x_4 + 5x_5 = 6\\&x_2 - 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 10\\&x_i \geq 0\end{aligned}$$

Fase I "general" sería→

$$\begin{aligned}&Min: y_1 + y_2\\&s.a.\\&x_1 + 3x_2 + 2x_4 + 5x_5 + y_1 = 6\\&x_2 - 4x_3 + x_4 + 2x_5 + y_2 = 10\\&x_i, y_j \geq 0\end{aligned}$$

Ya no encontramos la "identidad" como antes, pero usamos la parte disponible.

Fase I "inteligente" sería→

$$\begin{aligned}&Min: y_1\\&x_1 + 3x_2 + 2x_4 + 5x_5 = 6\\&x_2 - 4x_3 + x_4 + 2x_5 + y_1 = 10\\&x_i, y_1 \geq 0\end{aligned}$$

Tomamos como variables básicas a la variable artificial $y_1 = 10$ y a $x_1 = 6$.

Por lo tanto → ¡Hay que estudiar el problema y ver que se puede ahorrar en FASE I!

Problema 1: Una variable artificial

Resolver vía SIMPLEX:

$$
\begin{aligned}
&Max: x_1 + x_2 \\
&s.a. \\
&-3x_1 - 2x_2 \geq -20 \\
&2x_1 + 3x_2 \leq 20 \\
&x_1 + 2x_2 \geq 2 \\
&x_i \geq 0 \;\; i = \{1, 2\}
\end{aligned}
$$

Respuesta:

$$
P_{FE}: \quad
\begin{aligned}
&Min: -x_1 - x_2 \\
&s.a. \\
&3x_1 + 2x_2 + x_3 = 20 \\
&2x_1 + 3x_2 + x_4 = 20 \\
&x_1 + 2x_2 - x_5 = 2 \\
&x_i \geq 0 \;\; i = \{1, 2, 3, 4, 5\}
\end{aligned}
$$

Observamos que tenemos las primeras 2 columnas de la "identidad" con las holguras. En la 3ra fila necesitamos una variable artificial para completar.

FASE I:

El problema de Fase I es:

$$
\begin{aligned}
&Min: y \\
&s.a. \\
&3x_1 + 2x_2 + x_3 = 20 \\
&2x_1 + 3x_2 + x_4 = 20 \\
&x_1 + 2x_2 - x_5 + y = 2 \\
&x_i \geq 0 \;\; i = \{1, 2, 3, 4, 5\} \;\; , y \geq 0
\end{aligned}
$$

Iniciamos el Tableau de Fase I:

X1	X2	X3	X4	X5	Y	b	BASE
3	2	1	0	0	0	20	X3
2	3	0	1	0	0	20	X4
1	2	0	0	-1	1	2	Y
-1	-1	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	1	0	

→ Para no calcularlos después, trabajamos los **costos reducidos de Fase II** en Fase I.

→ El Tableau no está completo, ya que falta anular el costo reducido de Y en la ultima fila.

Restamos a la última fila la tercera fila y comenzamos:

X1	X2	X3	X4	X5	Y	b	BASE
3	2	1	0	0	0	20	X3
2	3	0	1	0	0	20	X4
1	2	0	0	-1	1	2	Y
-1	-1	0	0	0	0	0	
-1	-2	0	0	1	0	-2	

Entra X_2, sale: Min(20/2,20/3,2/2) = 2/2. Por lo que sale la tercera variable de base (Y).

Iterando nos queda lo siguiente:

X1	X2	X3	X4	X5	**Y**	b	BASE
2	0	1	0	1	**-1**	18	X3
1/2	0	0	1	3/2	**-3/2**	17	X4
1/2	1	0	0	-1/2	**½**	1	X2
-1/2	0	0	0	-1/2	**½**	1	
0	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	

Vemos que los costos reducidos de Fase I son todos no negativos y que la solución $X^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 18 & 17 \end{bmatrix}$, Y = 0 es óptima. Esto nos dice que el problema original tiene dominio no vacío y que un vértice factible para Fase II es $X^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 18 & 17 \end{bmatrix}$.

Se elimina del Tableau **la columna de Y en conjunto con los costos reducidos de Fase I** y el Tableau restante será el de Fase II.

FASE II:

Iteración 1:

X1	X2	X3	X4	X5	b	BASE
2	0	1	0	1	18	X3
1/2	0	0	1	3/2	17	X4
1/2	1	0	0	-1/2	1	X2
-1/2	0	0	0	-1/2	1	

Entra X_5 a la base. Min(18/1, 17/(3/2), *) = 17*2/3 = 34/3. X_4 sale.

Iteración 2:

X1	X2	X3	X4	X5	b	BASE
5/3	0	1	-2/3	0	20/3	X3
1/3	0	0	2/3	1	34/3	X5
2/3	1	0	1/3	0	20/3	X2
-1/3	0	0	1/3	0	20/3	

Entra X_1 a la base. Min((20/3)/(5/3), (34/3)/(1/3), (20/3)/(2/3)) = (20/3)/(5/3) = 4. Por lo que sale la primera variable básica. O sea X_3.

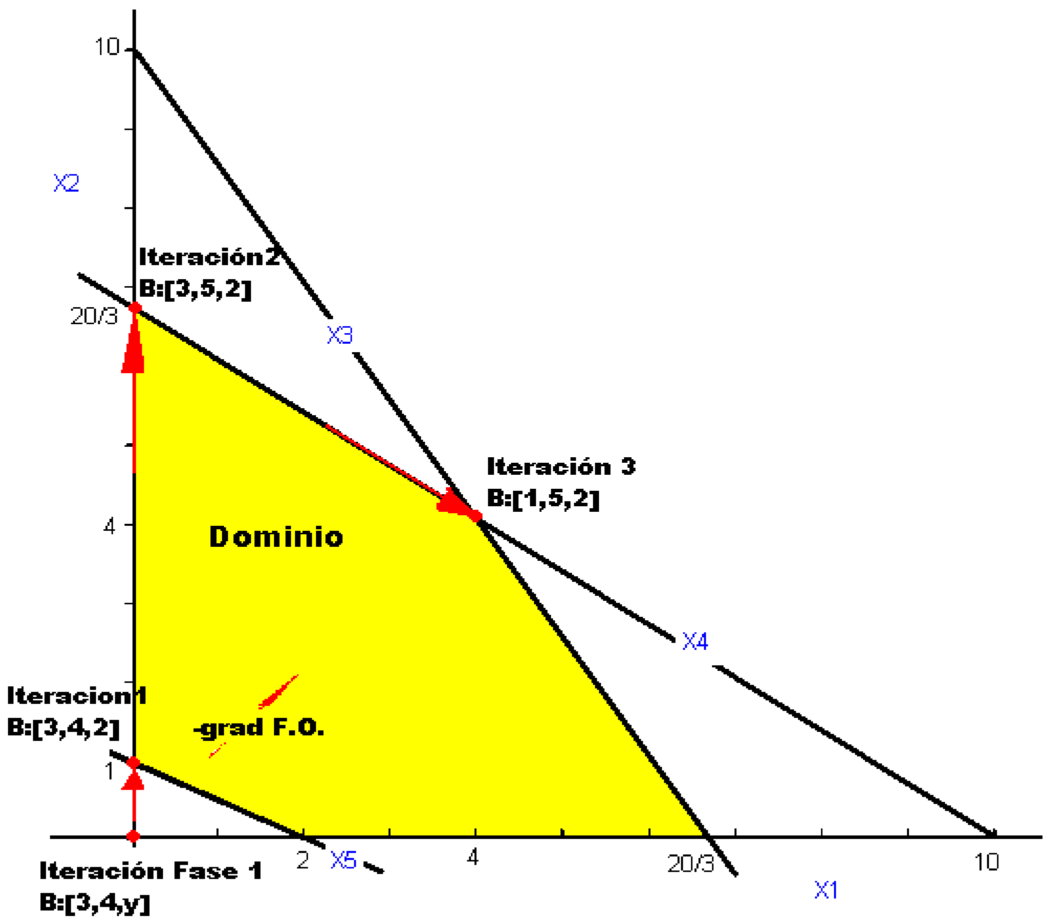
Iteración 3:

X1	X2	X3	X4	X5	B	BASE
1	0	3/5	-2/5	0	4	X1
0	0	-1/5	4/5	1	10	X5
0	1	-1	3/5	0	4	X2
0	0	1/5	1/5	0	8	

Tenemos todos los costos reducidos no básicos positivos → Tableau es óptimo.

Luego la solución es óptima y única: $X^T = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$ con valor óptimo v = -8.

Analicemos gráficamente:



→ En Fase I partimos del origen e iteramos hasta entrar al dominio por un vértice factible.

→ Continuamos en Fase II hasta llegar al óptimo (It1→It2→It3).

Problema 2: Más de una variable artificial

Resolver el problema mediante SIMPLEX de dos fases el siguiente LP:

$$P)\quad \begin{aligned} & Min\ -x_1 - x_2 \\ & s.a. \\ & 14x_1 + 9x_2 \geq 63 \\ & x_1 - x_2 \leq -1 \\ & 7x_1 + 3x_2 \leq 42 \\ & 2x_1 + 8x_2 \leq 52 \\ & x_i \geq 0\ \ \forall i = [1,2] \end{aligned}$$

Respuesta:

El problema en formato estándar queda:

$$P_{ESTÁNDAR})\quad \begin{aligned} & Min\ -x_1 - x_2 \\ & s.a. \\ & 14x_1 + 9x_2 - x_3 = 63 \\ & -x_1 + x_2 - x_4 = 1 \\ & 7x_1 + 3x_2 + x_5 = 42 \\ & 2x_1 + 8x_2 + x_6 = 52 \\ & x_i \geq 0\ \ \forall i = [1,2,3,4,5,6] \end{aligned}$$

FASE I:

Tenemos 2 columnas de la identidad con las holguras X_5, X_6 . Nos faltan 2 más.

$$P_{FASE\ I})\quad \begin{aligned} & Min\ y_1 + y_2 \\ & s.a. \\ & 14x_1 + 9x_2 - x_3 + y_1 = 63 \\ & -x_1 + x_2 - x_4 + y_2 = 1 \\ & 7x_1 + 3x_2 + x_5 = 42 \\ & 2x_1 + 8x_2 + x_6 = 52 \\ & x_i \geq 0\ \ \forall i = [1,2,3,4,5,6] \\ & y_1, y_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Luego el Tableau inicial es:

X1	X2	X3	X4	X5	X6	Y1	Y2	b	BASE
14	9	-1	0	0	0	1	0	63	Y1
-1	1	0	-1	0	0	0	1	1	Y2
7	3	0	0	1	0	0	0	42	X5
2	8	0	0	0	1	0	0	52	X6
-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	1	1	0	

Terminamos de pivotear el Tableau (Ultima fila – fila 1 – fila 2):

Iteración 1:

X1	X2	X3	X4	X5	X6	Y1	Y2	b	BASE
14	9	-1	0	0	0	1	0	63	Y1
-1	1	0	-1	0	0	0	1	1	Y2
7	3	0	0	1	0	0	0	42	X5
2	8	0	0	0	1	0	0	52	X6
-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	
-13	-10	1	1	0	0	0	0	-64	

Entra X_1, Min (63/14,*,42/7,52/2) = 63/14 Sale la primera variable de base (Y_1).

Iteración 2:

X1	X2	X3	X4	X5	X6	Y1	Y2	b	BASE
1	9/14	-1/14	0	0	0	1/14	0	9/2	X1
0	23/14	-1/14	-1	0	0	1/14	1	11/2	Y2
0	-3/2	1/2	0	1	0	-1/2	0	21/2	X5
0	47/7	1/7	0	0	1	-1/7	0	43	X6
0	-5/14	-1/14	0	0	0	1/14	0	9/2	
0	-23/14	1/14	1	0	0	13/14	0	-11/2	

Entra X_2, Min ((9/2)/(9/14),(11/2)/(23/14),*,43/(47/7)) =),(11/2)/(23/14) = 77/23. Sale la segunda variable de base (Y_2).

Iteración 3:

X1	X2	X3	X4	X5	X6	Y1	Y2	b	BASE
1	0	-1/23	9/23	0	0	1/23	-9/23	54/23	X1
0	1	-1/23	-14/23	0	0	1/23	14/23	77/23	X2
0	0	10/23	-21/23	1	0	-10/23	21/23	357/23	X5
0	0	10/23	94/23	0	1	-10/23	-94/23	472/23	X6
0	0	-2/23	-5/23	0	0	2/23	5/23	131/23	
0	0	0	0	0	0	1	1	0	

Tenemos costos reducidos no básicos mayores o iguales a cero, lo que implica un óptimo. También sabemos que la solución óptima tiene variables artificiales iguales a cero, por lo que el problema de Fase II es factible.

FASE II:

Iteración 1:

X1	X2	X3	X4	X5	X6	b	BASE
1	0	-1/23	9/23	0	0	54/23	X1
0	1	-1/23	-14/23	0	0	77/23	X2
0	0	10/23	-21/23	1	0	357/23	X5
0	0	10/23	94/23	0	1	472/23	X6
0	0	-2/23	-5/23	0	0	131/23	

Entra X_3 a la base, Min (*,*,(357/10),(472/10)) = 357/10, sale X_5

Iteración 2:

X1	X2	X3	X4	X5	X6	b	BASE
1	0	0	3/10	1/10	0	39/10	X1
0	1	0	-7/10	1/10	0	49/10	X2
0	0	1	-21/10	23/10	0	357/10	X3
0	0	0	5	-1	1	5	X6
0	0	0	-2/5	1/5	0	44/5	

Entra X_4 a la base, Min ((39/3),*,*,(5/5)) = 5/5 = 1, sale X_6

Iteración 3:

X1	X2	X3	X4	X5	X6	b	BASE
1	0	0	0	4/25	-3/50	18/5	X1
0	1	0	0	-1/25	7/50	28/5	X2
0	0	1	0	47/25	21/50	189/5	X3
0	0	0	1	-1/5	1/5	1	X4
0	0	0	0	3/25	2/25	46/5	

Tenemos solución óptima y única $X^T = \begin{bmatrix} 18/5 & 28/5 & 189/5 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, con valor óptimo V = -46/5.

Problema 3: Variables artificiales y restricciones de igualdad

Resolver mediante SIMPLEX de dos fases:

$$
\begin{aligned}
&Min: -3x_1 + x_2 + x_3 \\
&s.a. \\
&x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 11 \\
&-4x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 3 \\
&2x_1 - x_3 = -1 \\
&x_i \geq 0, i = (1,2,3,4)
\end{aligned}
$$

Respuesta:

Primero llevamos el problema a formato estándar:

$$
\begin{aligned}
&Min: -3x_1 + x_2 + x_3 \\
&s.a. \\
&x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 11 \\
&-4x_1 + x_2 + 2x_3 - x_5 = 3 \\
&-2x_1 + x_3 = 1 \\
&x_i \geq 0, i = (1,2,3,4,5)
\end{aligned}
$$

Estudiamos el problema y nos damos cuenta que tenemos la primera columna de la identidad. (X_4), nos falta la columna del medio y la final. Por lo tanto agregamos dos variables artificiales.

FASE I:

$$
\begin{aligned}
&Min: y_1 + y_2 \\
&s.a. \\
&x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 11 \\
&-4x_1 + x_2 + 2x_3 - x_5 + y_1 = 3 \\
&-2x_1 + x_3 + y_2 = 1 \\
&x_i \geq 0, i = (1,2,3,4,5), y_1, y_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

X1	X2	X3	X4	X5	Y1	Y2	b	BASE
1	-2	1	1	0	0	0	11	X4
-4	1	2	0	-1	1	0	3	Y1
-2	0	1	0	0	0	1	1	Y2
-3	1	1	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	1	1	0	

Terminamos el pivoteo: Ultima fila – tercera - segunda

Iteración 1:

X1	X2	X3	X4	X5	Y1	Y2	b	BASE
1	-2	1	1	0	0	0	11	X4
-4	1	2	0	-1	1	0	3	Y1
-2	0	1	0	0	0	1	1	Y2
-3	1	1	0	0	0	0	0	
6	-1	-3	0	1	0	0	-4	

Entra X_2, Min(*,3/1,∞) = 3. Sale Y_1.

Iteración 2:

X1	X2	X3	X4	X5	Y1	Y2	b	BASE
-7	0	5	1	-2	2	0	17	X4
-4	1	2	0	-1	1	0	3	X2
-2	0	1	0	0	0	1	1	Y2
1	0	-1	0	1	-1	0	-3	
2	0	-1	0	0	1	0	-1	

Entra X_3, Min(17/5,3/2,1/1) = 1. Sale Y_2.

Iteración 3:

X1	X2	X3	X4	X5	Y1	Y2	b	BASE
3	0	0	1	-2	2	-5	12	X4
0	1	0	0	-1	1	-2	1	X2
-2	0	1	0	0	0	1	1	X3
-1	0	0	0	1	-1	1	-2	
0	0	0	0	0	1	1	0	

Terminamos Fase I.

FASE II:

Iteración 1:

X1	X2	X3	X4	X5	b	BASE
3	0	0	1	-2	12	X5
0	1	0	0	-1	1	X2
-2	0	1	0	0	1	X3
-1	0	0	0	1	-2	

Entra X_1, sale Min(12/3, ∞,*) = 4. Sale X_5

Iteración 2:

X1	X2	X3	X4	X5	b	BASE
1	0	0	1/3	-2/3	4	X1
0	1	0	0	-1	1	X2
0	0	1	2/3	-4/3	9	X3
0	0	0	1/3	1/3	2	

Luego tenemos solución óptima y única. $X^T = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 9 & 0 \end{bmatrix}$. V = -2

Problema 4: Detección de dominios vacíos
Demostrar mediante SIMPLEX, que el siguiente dominio es vacío:

$$\wp : \{x_1 + x_2 \geq 4 \ , \ x_1 + 2x_2 \leq 2 \ , \ x_1, x_2 \geq 0\}$$

Respuesta:
Estandarizando nos queda:

$$\wp : \{x_1 + x_2 - x_3 = 4 \ , \ x_1 + 2x_2 + x_4 = 2 \ , \ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0\}$$

El problema de Fase I es:

$$\begin{aligned} &Min\ y \\ &x_1 + x_2 - x_3 + y = 4 \\ &x_1 + 2x_2 + x_4 = 2 \\ &x_1, x_2, x_3, x_4, y \geq 0 \end{aligned}$$

X1	X2	X3	X4	Y	b	BASE
1	1	-1	0	1	4	Y
1	2	0	1	0	2	X4
0	0	0	0	1	0	

Terminamos el pivoteo: Ultima fila - primera

X1	X2	X3	X4	Y	b	BASE
1	1	-1	0	1	4	Y
1	2	0	1	0	2	X4
-1	-1	1	0	0	-4	

Entra X_1, Min(4/1, 2/1) = 2. Sale X_4

X1	X2	X3	X4	Y	b	BASE
0	-1	-1	-1	1	2	Y
1	2	0	1	0	2	X1
0	1	1	1	0	-2	

Luego tenemos solución óptima. Vemos que $y^* = 2$. Esto nos dice que su valor más pequeño es 2, por lo que es imposible acercarnos más al Dominio y más aún entrar a este.

→ El dominio de problema original es vacío (Revisar gráficamente)

OJO: No necesitamos de una función objetivo en el problema original para iniciar Fase I.

Problema 5:

Resuelva el siguiente problema mediante el método SIMPLEX:

$$\begin{aligned}
&Max: 4x_1 + 5x_2 - 3x_3 \\
&s.a. \\
&x_1 + x_2 + x_3 = 10 \\
&-x_1 + x_2 \le -1 \\
&x_1 + 3x_2 + x_3 \le 20 \\
&x_1, x_2, x_3 \ge 0
\end{aligned}$$

Respuesta:

Se deja propuesto. Fase II óptima para el problema de minimización equivalente es la siguiente:

X1	X2	X3	E2	H3	b	BASE
0	1	½	½	0	9/2	X2
1	0	½	-½	0	11/2	X1
0	0	-1	-1	1	1	H3
0	0	15/2	½	0	89/2	

E2 es el exceso de la segunda restricción y H3 es la holgura de la tercera

Problema 6:

Demuestre que el siguiente dominio es infactible.

$$\begin{aligned}
&x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\
&3x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\
&x_i \ge 0
\end{aligned}$$

Respuesta:

Se deja propuesto. Considere este problema de manera análoga al Problema 4.

AYUDA PARA LA I2: Conceptos de SIMPLEX

Comentar la veracidad de las siguientes afirmaciones:

a) "Cuando una variable de holgura es básica en el óptimo, significa que la restricción asociada a esa variable de holgura está inactiva"

Respuesta: Efectivamente, significa que la restricción asociada está inactiva, pero puede ocurrir que la restricción asociada a esa variable de holgura sea parte de un vértice degenerado, caso en donde la restricción estaría activa y la holgura básica pero nula.

b) "Todos los vértices del poliedro de un problema de LP cumplen con las condiciones de KKT"

Respuesta: Falso, sólo los vértices que son soluciones óptimas deberían cumplir con KKT. Esto porque KKT es CN y CS para mínimos globales.

c) "En un problema de maximización (minimización) el método SIMPLEX exige seleccionar la variable no básica con mayor (menor) costo reducido para ingresarla a la base".

Respuesta: Falso, sólo exige que tengan los costos reducidos positivos (negativos).

d) "Sólo bajo circunstancias especiales, como en un vértice degenerado, es posible tener valores negativos al lado derecho del TABLEAU".

Respuesta: Falso, nunca se pueden tener valores negativos al lado derecho debido a las restricciones de no negatividad.

e) "Si todo los costos reducidos fuesen iguales a cero entonces el problema no tiene solución".

Respuesta: Falso, significa que hay múltiples soluciones, y de hecho todo el dominio es óptimo.

f) En un problema de minimización en que la variable Xk está entrando a la base, al seleccionar la variable que deja la base hay que tomar cualquiera cuyo cuociente bi/aik sea positivo.

Respuesta: Esta afirmación es falsa, ya que la variable que entra a la base debe ser aquella cuyo cuociente bi/aik sea el menor positivo. Si se tomara cualquiera cuyo cuociente bi/aik sea positivo se corre el riesgo de salirse del dominio.

g) El costo reducido de una variable básica puede ser cero

Respuesta: Esta afirmación es falsa, ya que el costo reducido de una variable básica no solamente puede ser cero, sino que debe ser cero para problemas lineales.

h) El costo reducido de una variable no básica puede ser cero

Respuesta: Esta afirmación es verdadera. Cuando el costo reducido de una variable no básica es cero en el algoritmo SIMPLEX, significa que existen al menos dos bases que tienen soluciones asociadas cuyos valores en la función objetivo son iguales. (OJO: No necesariamente óptimas)

i) En un problema con múltiples soluciones óptimas, al menos dos de ellas siempre corresponden a vértices del dominio.

Respuesta: Esta afirmación es falsa. Esto sólo ocurre en problemas con el dominio acotado. En general, puede ocurrir que sólo una de ellas corresponda a un vértice del dominio, por ejemplo, cuando un problema tiene un dominio no acotado y las soluciones múltiples se dan en una de las aristas no acotadas (ver figura).