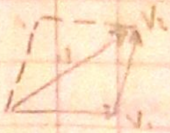
Estática y Dinámica

VECTOR FUERZA

Operaciones: → suma: responde a la ley del paralelogramo

$$V = V_1 + V_2$$



→ Resta: se invierte el vector (-) y se suman

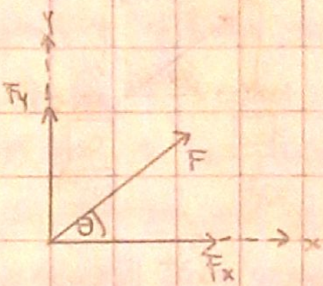
Componentes: $F = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}$

Magnitud → $F_x = F\cos\theta$

$F_y = F\operatorname{sen}\theta$

$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$

$\theta = \operatorname{arctg}\left(\frac{F_y}{F_x}\right)$



→ 3D: $F_x = F\cos\theta_x$

$F_y = F\cos\theta_y$

$F_z = F\cos\theta_z$

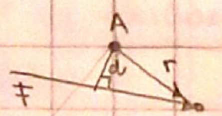
$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$

$F = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}$

$F = F(\hat{i}\cos\theta_x + \hat{j}\cos\theta_y \ldots)$

Momentum: tendencia de una fuerza a rotar un cuerpo alrededor de un eje que no intersecta su línea de acción ni es paralela a ella.

$$M_A = r \times F$$
$$= rF\operatorname{sen}\theta$$
$$= dF$$



- El sentido se determina x la regla de la mano derecha.
- cuando muchas fuerzas actúan, se puede calcular la resultante.

$$R = F_1 + F_2 + F_3$$
$$M = M_1 + M_2 + M_3 = \Sigma d_x F$$

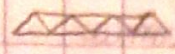
EQUILIBRIO

Diagrama de cuerpo libre:
1) Decidir que cuerpos aislar
2) Aislar el cuerpo, mostrando la frontera
3) Mostrar las fuerzas que actúan sobre el cuerpo
4) Elegir los ejes

Equilibrio: Se debe cumplir: $\Sigma F = 0$ → $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$, $\Sigma F_z = 0$

$\Sigma M = 0 \rightarrow \Sigma M_x = 0$, $\Sigma M_y = 0$, $\Sigma M_z = 0$

RETICULADOS



- Estructuras que se someten a fuerzas internas de compresión ($\rightarrow\leftarrow$) y tensión ($\leftarrow\rightarrow$). El elemento básico es un Δ.
- Se pueden aplicar las ecuaciones de equilibrio en las uniones (método de las junturas)
- Se puede usar el método de las secciones: ver las fuerzas empleadas en una sección. Para esto se debe dividir el reticulado en 2 en una parte que no se crucen + de 3 barras.

CENTROS DE MASA (centroide)

- El teorema de Varignon dice que la suma de momentos individuales en un punto, causados x multiples fuerzas, es igual al momento de una fuerza resultante en ese punto.

Centro de masa: Punto donde se concentra la masa del cuerpo

$$\vec{r}_{cm} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{M_{\text{masa total}}} \rightarrow x_{cm} = \frac{\sum_i m_i x_i}{M}$$

De manera diferencial: $\bar{x} = \dfrac{\int x \, dm}{m}$

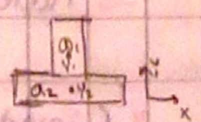
Si se conoce la forma (y no la masa)

→ Lineal: $m = \lambda L$, $dm = \lambda \, dl$ $\rightarrow$ $\bar{x} = \dfrac{\int x \, dL}{L}$

→ Área: $\bar{x} = \dfrac{\int x \, dA}{A}$

→ Volumen: $\bar{x} = \dfrac{\int x \, dV}{V}$

En figuras compuestas, dividirlas: (y_i es el centro de c/parte i)



$$Y = \frac{a_1 y_1 + a_2 y_2}{a_1 + a_2}$$

FRICCIÓN

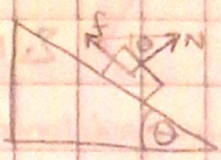
Fuerza que ejerce la superficie que se opone al mov. sobre ella

Estática: resistencia hasta el punto de deslizamiento (no hay mov) $f_{s\,max} = \mu_s N$ (normal; fricción)

Cinética: Fricción que se ejerce cuando hay movimiento

$$f_k = \mu_k N$$

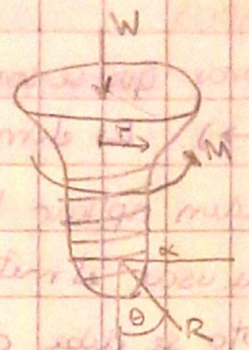
Inclinación: $\tan\Theta = \frac{f}{N} = \mu$



ángulo de fricción estática/dinámica

Tornillos: $M = W r \tan(\alpha + \Theta)$

momento peso (fuerza) radio medio



R: Fuerza normal al giro

Θ: ángulo de R $(\tan\Theta = M)$

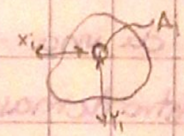
Si $\alpha < \Theta$: se mantiene en el lugar

$\alpha > \Theta$: tornillo baja

MOMENTO DE INERCIA

- Resistencia que un cuerpo en rotación opone al cambio de su velocidad de giro

$$I_x = \sum_i y_i^2 A_i = \int_A y^2 dA \qquad I_y = \sum x_i^2 A_i = \int_A x^2 dA$$



mom de inercia sobre el eje x

Momento polar de inercia: Resistencia a la torsión

$$J = I_x + I_y = \int_A (x^2+y^2)\, dA$$

Radio de giro: distancia del eje del centroide al área donde no afecta el momento de inercia.

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \qquad r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

CINEMÁTICA: (geometría del movimiento)

Movimiento lineal:
→ Velocidad: cambio de la posición en el tiempo $v = \frac{ds}{dt}$
→ Aceleración: cambio de la velocidad $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$

- Cuando la velocidad es constante: $ds = v\, dt$

$$s = s_0 + vt$$

- Aceleración constante $v = v_0 + at$

$$\Rightarrow (v + v_0) = \frac{2}{t}(s - s_0)$$

Lanzamiento de proyectiles: Movimiento en 2 direcciones (x,y) independientes

$\hat{x}$: velocidad constante

$\hat{y}$: aceleración constante (g)

Movimiento Angular: Similar al lineal, excepto en que el movimiento es alrededor de un círculo

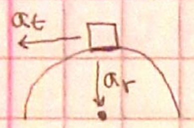
→ Velocidad angular: $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ → si ω = cte, $\theta = \theta_0 + \omega t$

→ Aceleración angular: $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$ → si α = cte:

1) $\omega = \omega_0 + \alpha_0 t$

2) $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

3) $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$



radio veloc. ∠

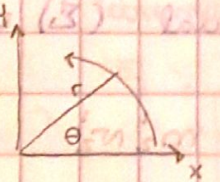
→ Velocidad tangencial: $v_t = r \cdot \omega$

→ Aceleración: tiene 2 componentes → Tangencial $a_t = r \cdot \alpha$

→ Radial $a_r = r\omega^2 = \frac{v_t^2}{r}$

⇒ $a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$

⊛ En coordenadas polares (r variable): $a_r = \frac{d^2 r}{dt^2} - r\omega^2$



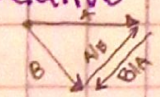
$a_\theta = r\alpha + 2\omega \frac{dr}{dt}$

$v_r = \frac{dr}{dt}$

$v_\theta = r \cdot \omega$

Movimiento relativo: • Movimiento de un objeto A, respecto de un 2° objeto B.

Mov (r, v, a) de A = Mov de B + Mov de B dado A.



• Si uno de los movimientos depende del otro, se pueden encontrar relaciones que simplifican los cálculos.

CINÉTICA: (relaciones entre fuerza y aceleración)

Peso: Fuerza que relaciona la masa con la gravedad. $W = mg$ (g = 9,8 m/s² (tierra))

Fuerza: 2° ley de Newton: $F = m \cdot a$

• Fricción: fuerza que se resiste al movimiento: $F_f = \mu N$

• Fuerza centrípeta: el mov. rotacional se debe a la fuerza centrípeta y la rotacional. La fuerza centrípeta se asocia a la normal del objeto

$F_{cent} = m \cdot a_n = mr\omega^2 = m v_t^2/r$

Trabajo: Cambio de energía de un objeto. Se relaciona la fuerza con el cambio de movimiento

$$W = \int F \, ds \qquad \text{si } F = cte \qquad W = F \cdot d$$

Energía: No se crea ni destruye → Conservación de $\mathcal{E}^a$ $\quad \Delta \mathcal{E}^a = 0$

→ $\mathcal{E}^a$ cinética: se asocia al movimiento $\quad K = mv^2/2$

→ $\mathcal{E}^a$ potencial: se asocia a la altura y a g

$$EP = mgh = w \cdot h$$

En resorte: $EP = (1/2) k x^2$ — Distancia de compresión

→ $K_1 + EP_1 = K_2 + EP_2 - W_{1 \to 2}$ — Trabajo de llevar de 1 a 2

Potencia: Trabajo × unidad de tiempo. $\quad P = \dfrac{W}{\Delta t}$

→ Potencia lineal $\quad P = \dfrac{W}{\Delta t} = \dfrac{F \Delta d}{\Delta t} = F \cdot v$

→ Potencia rotacional. $\quad P = T \cdot \omega \qquad T = $ momento torsional

Eficiencia: Compara la energía recibida con la saliente.

$$\text{Eficiencia} = \frac{\text{output}}{\text{input}}.$$

Momentum: se conserva, × lo que el inicial (Σ) es igual a la Σ final. Útil para choques.

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1' v_1' + m_2' v_2'$$

Impulso: cambio de momentum.

$$\text{Impulso} = \int F \, dt \longrightarrow \text{lineal}$$
$$= \int T \, dt \longrightarrow \text{angular}$$

La relación con el momentum: $\quad F = m \dfrac{dv}{dt}$

$$\int F \, dt = \int m \, dv$$
$$\int_1^2 F \, dt = m v_2 - m v_1$$

Choques: Momentum se conserva.

* Coeficiente de restitución: $\quad e = \dfrac{v_{B2} - v_{A2}}{v_{A1} - v_{B1}}$

→ Perfectamente elástico $\quad e = 1 \quad$ (rebote)

$\mathcal{E}^a$ cinética se conserva

→ Inelástico: $e = 0$. Objetos quedan unidos

$$v_{f_A} = v_{f_B}$$

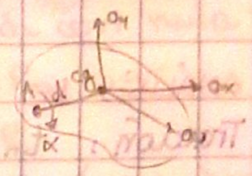
Scanned by CamScanner

• Si $m \to \infty$ (como cuando una pelota impacta el suelo): $v_2 = e v_1$!

Cuerpos rígidos: $F_x = m a_x$

$F_y = m a_y$

$M_A = I_A \alpha = I_{cg} \alpha + m a d$



→ Si solo hay traslación: $\alpha = 0$

→ Inercia: 1° ley de Newton: si un objeto está en reposo, su inercia lo mantendrá en reposo.

↳ Inercia másica: depende de la masa y dimensiones del objeto

Ej: Disco: $I_{cg} = \frac{mr^2}{2}$

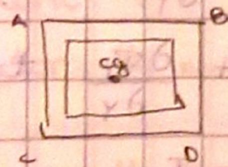
Viga: $I_{cg} = \frac{ml^2}{12}$

Placa: $I_{cg} = \frac{m(a^2+b^2)}{12}$

Ruedas: $I_{cg} = mk^2$ k: radio de giro $= \sqrt{\frac{I}{m}}$

• Teorema de cambio de eje: $I_A = I_{cg} + md^2$

Ej



$I_{cg} = (I_{AB} + I_{BC} + I_{CD} + I_{DA}) + m d^2_{D-CG} + m d^2_{A-CG} + m d^2_{B-CG} + m d^2_{C-CG}$

→ Energía: $K = \frac{1}{2} m v_{cg}^2 + \frac{1}{2} I_{cg} \omega^2$

Por lo general: $K_1 + W_{1 \to 2} = K_2$