Ejemplos resueltos de la clase sobre ciclo Otto

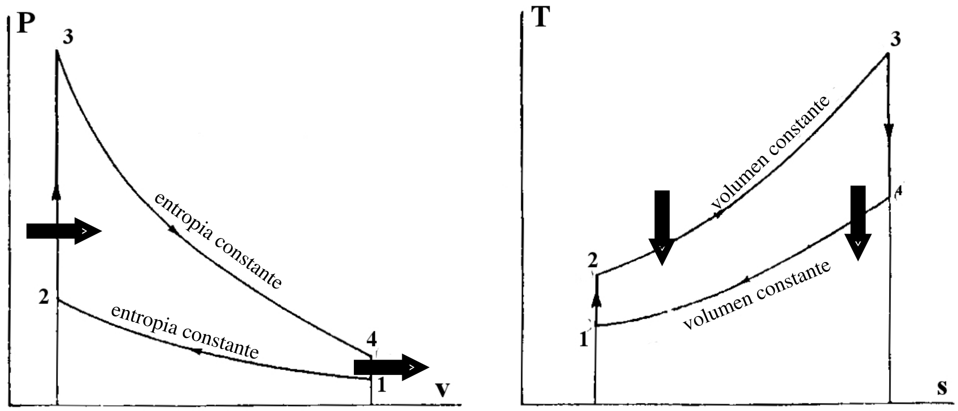
Problema 1

La razón de compresión en un ciclo de Otto estándar es 10. Al comienzo del proceso de compresión la presión es 0.1 MPa y la temperatura 15^{o}C. El calor transferido al aire en cada ciclo es 1800 kJ/kg. Determine la presión y temperatura al final de cada proceso en el ciclo, la eficiencia térmica, la presión media efectiva y la potencia desarrollada para 400 rpm.

El fluido de trabajo es aire al que trataremos como gas ideal ($P\,\nu/R_{aire}\,T$) y, en este problema, consideraremos que el calor específico constante (no depende de la temperatura).

$k = 1.4 \qquad c_v = 0.718$ kJ/kg K $\qquad R_{aire} = 0.287$ kJ/kg K

Los graficos muestran el ciclo Otto en los diagramas $P - \nu$ y $T - s$



$$r = \frac{V_{max}}{V_{min}} = 10 = \frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{\nu_4}{\nu_3} \longrightarrow \nu_2 = \frac{\nu_1}{r} \qquad \qquad \nu_1 = \frac{R_{aire}\,T_1}{P_1}$$

$$P_1 = 0.1 \text{ MPa} \qquad T_1 = 15^o\text{C} = 288 \text{ K} \qquad \qquad q_{entra} = 1800 \text{ kJ/kg}$$

Los procesos de 1 a 2 y de 3 a 4 son isentrópicos y se cumple que

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} \qquad \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k} \qquad \qquad \frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{v_3}{v_4}\right)^{k-1} \qquad \frac{P_4}{P_3} = \left(\frac{v_3}{v_4}\right)^{k}$$

$$\nu_1 = \frac{R_{aire}\,T_1}{P_1} = \frac{0{,}287 \times 288}{100} = \mathbf{0.827\ m^3/kg} = \nu_4 \qquad \qquad \nu_2 = \frac{\nu_1}{r} = \frac{0{,}287}{10} = \mathbf{0.0827\ m^3/kg} = \nu_3$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k} = 288 \times 10^{1{,}4-1} = \mathbf{723.4\ K} \qquad \qquad P_2 = \frac{R_{aire}\,T_2}{\nu_2} = \frac{0{,}287 \times 723{,}4}{0{,}0827} = \mathbf{2510.5\ kPa}$$

$$\frac{P_3}{T_3} = \frac{R_{aire}}{\nu_2} = \frac{R_{aire}}{\nu_2} = \frac{P_2}{T_2} \qquad \longrightarrow \qquad P_3 = \frac{P_2}{T_2}\,T_3$$

$$\frac{P_4}{T_4} = \frac{P_1}{T_1} \quad \text{y} \quad T_4 = \left(\frac{v_3}{v_4}\right)^{k-1} T_3 \qquad \longrightarrow \qquad P_4 = \frac{P_1}{T_1}\left(\frac{v_3}{v_4}\right)^{k-1} T_3$$

Debemos encontrar T_3 para poder calcular P_3, P_4 y T_4 y para eso debemos considerar el proceso de entrada da calor al sistema. Este proceso ocurre a volumen constante y nos dan el dato de la cantidad de energía que se entrega, $q_{entra} = 1800$ kJ/kg.

$$q_{entra} = u_3 - u_2 = c_v\,(T_3 - T_2)$$

La primer igualdad, $q_{entra} = u_3 - u_2$ es siempre válida en un sistema cerrado como el que tenemos (la cantidad de aire es constante) y donde despreciamos los cambios de energía cinética y potencial.

La segunda igualdad, $u_3 - u_2 = c_v\,(T_3 - T_2)$, es válida sólo cuando suponemos que los calores específicos son constantes, es decir no dependen de la temperatura.

$$q_{entra} = c_v\,(T_3 - T_2) \quad \longrightarrow \quad T_3 = \frac{q_{entra}}{c_v} + T_2 = \frac{1800}{0{,}718} \times 723{,}4 = \mathbf{3230.4\ K}$$

Volvemos hacia atrás en el desarrollo para calcular las variables que tenemos pendientes ahora que conocemos T_3.

$$P_3 = \frac{P_2}{T_2}\,T_3 = \frac{2510{,}5}{723{,}4} \times 3230{,}4 = \mathbf{11210.8\ kPa}$$

$$T_4 = \left(\frac{v_3}{v_4}\right)^{k-1} T_3 = \left(\frac{1}{10}\right)^{1{,}4-1} \times 3230{,}4 = \mathbf{1286\ K} \qquad P_4 = \frac{P_1}{T_1}\,T_4 = \frac{100}{288}\,1286 = \mathbf{446.5\ kPa}$$

La eficiencia térmica del ciclo está dada por

$$\eta = \frac{w_{neto}}{q_{entra}} = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} = 1 - \frac{1}{10^{1{,}4-1}} = \mathbf{0.602 = 60.2\,\%}$$

La presión media efectiva es aquella presión constante que produciría el mismo trabajo neto para el mismo cambio de volumen.

$$w_{neto} = P_{ef}\,(\nu_1 - \nu_2) = \eta\,q_{entra} \quad \longrightarrow \quad P_{ef} = \frac{w_{neto}}{\nu_1 - \nu_2} = \frac{\eta\,q_{entra}}{\nu_1 - \nu_2} = \frac{0{,}602 \times 1800}{0{,}827 - 0{,}0827} = \mathbf{1455.9\ kPa}$$

La potencia desarrollada por unidad de masa está dada por el trabajo neto por unidad de masa por ciclo multiplicado por el número de ciclos por unidad de tiempo. Suponiendo que cada ciclo termodinámico corresponde a una revolución del motor (en algunos motores el factor es 1/2).

$$\dot{w} = w_{neto}\left(\frac{\text{nro. de revoluciones}}{\text{unidad de tiempo}}\right) = \eta\,q_{entra}\,\frac{RPM}{60\,s} = 0{,}602 \times 1800 \times \frac{400}{60} = \mathbf{7224\ kW}$$

Problema 2

Un ciclo Otto ideal tiene una relación de compresión de 9.2 y usa opera con aire como fluido de trabajo. Al comiendo de la compresión, el aire está a 98 kPa y 27^{o}C. La presión es duplicada durante el proceso de agregar calor a volumen constante. Considerando la variación con la temperatura de los calores específicos, determinar la cantidad de calor transferido al aire, el trabajo neto generado, la eficiencia térmica y la presión media efectiva para el ciclo.

El fluido de trabajo es aire al que trataremos como gas ideal ($P\,\nu/R_{aire}\,T$) y, en este problema, explícitamente nos dicen que no podemos considerar que el calor específico es constante, es decir depende de la temperatura y tendremos que usar la Tabla A-17 para obtener las propiedades del aire.

$R_{aire} = 0.287$ kJ/kg K

Vamos a considerar que los cambios de energías cinética y potencial son despreciables.

El proceso de 1 a 2 es una compresión isentrópica.

$P_1 = 98$ kPa

$T_1 = 27^o\text{C} = 300$ K $\quad\longrightarrow\quad u_1 = 214.07$ kJ/kg K $\quad$ y $\quad \nu_{r1} = 621.2$

El dato de la temperatura lo usamos para encontrar en la Tabla A-17 los valores de energía interna y de volumen relativo en el estado 1.

Con el dato de la relación de compresión y usando que el cociente de volúmenes es igual al cociente de los volúmenes relativos, sacamos el volumen relativo en el estado 2 y con éste dato sacamos la T_2 y u_2 de la Tabla A-17 (en este caso es necesario interpolar).

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{\nu_{r1}}{\nu_{r2}} = r \quad\longrightarrow\quad \nu_{r2} = \frac{\nu_{r1}}{r} = \frac{621{,}2}{9{,}2} = 67{,}52 \quad\longrightarrow\quad T_2 = 708.3 \text{ K y } u_2 = 518.9 \text{ kJ/kg}$$

Considerando que el aire lo tratamos como gas ideal,

$$\frac{P_2\,\nu_2}{T_2} = \frac{P_1\,\nu_1}{T_1} \quad\longrightarrow\quad P_2 = \frac{\nu_1}{\nu_2}\frac{T_2}{T_1}P_1 = r\,\frac{T_2}{T_1}P_1 = 9{,}2 \times \frac{708{,}3}{300} \times 98 = 2129 \text{ kPa}$$

El proceso de 2 a 3 es agregar calor a volumen constante hasta duplicar la presión del sistema.

$$\frac{P_3}{T_3} = \frac{P_2}{T_2} \quad\longrightarrow\quad T_3 = \frac{P_3}{P_2}T_2 = 2 \times 708{,}3 = 1416.6 \text{ K} \quad\longrightarrow\quad u_3 = 1128.7 \text{ kJ/kg K } \textit{y } \nu_{r3} = 8{,}59$$

La cantidad de energía agregada vendrá dada por la diferencia de energía interna del sistema, teniendo en cuenta la ley de conservación de energía para un sistema cerrado.

$$q_{entra} = u_3 - u_2 = 1128{,}7 - 518{,}9 = \mathbf{609.8\ kJ/kg}$$

El proceso de 3 a 4 es una expansión isentrópica.

$$\frac{\nu_4}{\nu_3} = \frac{\nu_{r4}}{\nu_{r3}} = r \quad\longrightarrow\quad \nu_{r4} = r\,\nu_{r3} = 9{,}2 \times 8{,}59 = 79{,}06 \quad\longrightarrow\quad u_4 = 487.75 \text{ kJ/kg}$$

El proceso de 4 a 1 es una liberación de calor isentrópica.

$$q_{sale} = u_4 - u_1 = 487{,}75 - 214{,}07 = 273.7 \text{ kJ/kg}$$

$$w_{neto} = q_{entra} - q_{sale} = 609{,}8 - 273{,}7 = \mathbf{336.1\ kJ/kg}$$

La eficiencia térmica del ciclo es

$$\eta = \frac{w_{neto}}{q_{entra}} = \frac{336{,}1}{609{,}8} = \mathbf{0.551 = 55.1\,\%}$$

Para calcular la presión media efectiva necesitamos los volúmenes máximo y mínimo del sistema y para calcularlos usaremos la ecuación de estado.

$$\nu_1 = \nu_{max} = \frac{R_{aire}\,T_1}{P_1} = \frac{0{,}287 \times 300}{98} = \mathbf{0.879\ m^3/kg}$$

$$\nu_2 = \nu_{min} = \frac{\nu_{max}}{r} = \mathbf{0.096\ m^3/kg}$$

$$P_{ef} = \frac{w_{neto}}{\nu_1 - \nu_2} = \frac{336{,}1}{0{,}879 - 0{,}096} = \mathbf{429\ kPa}$$