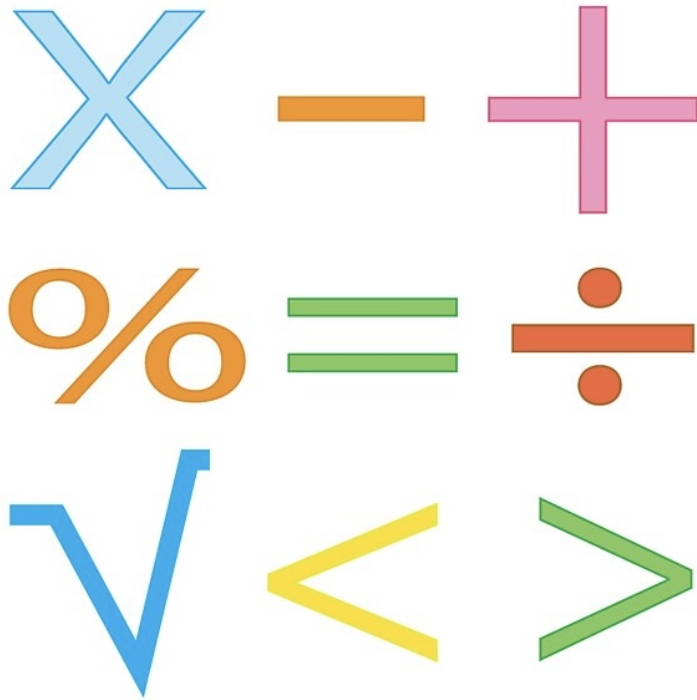


# Grundoperationen in $\mathbb{N}$ , $\mathbb{Z}$ , $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{R}$



Rosshan Ravinthrarasa

## Inhaltsverzeichnis

Formelverzeichnis	2
1 Reihenfolge der Operation	3
2 Betrag einer Zahl	4
3 Bruchrechnen	5
4 Potenzen	6
5 Wurzeln	7
6 Lösung	8

## Formelverzeichnis

- S.20 | Binomische Formel

# 1 Reihenfolge der Operation

**Theorie:** Regel der Reihenfolge der Operationen

1. **Klammer** ausrechnen, man beginnt mit der innersten Klammer
2. **Potenzen und Wurzeln** ausrechnen (Rechenoperation 3.Stufe, Potenzieren)
3. **Multiplikationen und Divisionen** ausrechnen (Rechenoperation 2.Stufe, Punktoperation)
4. **Additionen und Subtraktionen** ausrechnen (Rechenoperation 1.Stufe, Strichrechnung)

Rechne Aufgabe 1 - 3 (ohne Taschenrechner) aus und vereinfache soweit wie möglich.

- |    |  |   |   |
|----|--|---|---|
| 1. | a) $17 + 3 \cdot 8 : 4$                              | b) $5 \cdot (18 - 14) - 8$                          | c) $219 - (9 - 6) : 4$                  |
| 2. | a) $-\frac{17}{6} + \frac{2}{7} \cdot \frac{77}{24}$ | b) $\frac{3}{8} \cdot \frac{12}{7} - \frac{15}{28}$ | c) $-5 + \frac{136}{11} : \frac{17}{4}$ |
| 3. | a) $5 + 4 \cdot 3^2$                                 | b) $(3 + 27 : 9^0) \cdot 8 - 6$                     | c) $3^5 : 9^2 + (7 - (-4))$             |

## 2 Betrag einer Zahl

**Theorie:** Definition eines Betrag einer Zahl

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{falls } x \geq 0, \\ -x, & \text{falls } x < 0. \end{cases}$$

1. Berechne (ohne Taschenrechner) den Wert des Terms.

a)  $|-5 - |2 - 3|| + 2$

b)  $\frac{|4-2 \cdot |-5||}{|5-7|}$

c)  $\frac{2}{7} : \frac{4}{7} - \left| \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{5}{9} \right|$

2. Wahr oder falsch?

a)  $|5| = -5$

d)  $|0| = 0$

f)  $|-3 \cdot 5| = -|3 \cdot 5|$

b)  $|a + b| = |a| + |b|$

e)  $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

g)  $|(-1)^{9'876'543'223}| = 1$

c)  $|-2^4| = -16$

h)  $|26^{17}| = |(-26)^{17}|$

### 3 Bruchrechnen

1. Kürze die Brüche (ohne Taschenrechner) soweit wie möglich.

a)  $\frac{792}{1260}$

d)  $\frac{84}{105}$

g)  $\frac{3^3 \cdot 5 \cdot 11^2}{3^2 \cdot 55 \cdot 13}$

b)  $\frac{180}{525}$

e)  $\frac{165}{396}$

h)  $\frac{20 \cdot a^2 \cdot 39}{65 \cdot a}$

c)  $\frac{450}{195}$

f)  $\frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot 35}{2^2 \cdot 3^3 \cdot 7^2}$

i)  $\frac{a^4 \cdot 3^2 \cdot 35}{7a^2 \cdot 12}$

2. Berechne (ohne Taschenrechner) und kürze soweit wie möglich.

a)  $\frac{6}{21} + \frac{2}{15}$

d)  $\frac{5}{36} + \frac{4}{27}$

g)  $\frac{9}{15} - \frac{13}{25}$

b)  $\frac{31}{42} + \frac{7}{24}$

e)  $\frac{27}{32} - \frac{5}{24}$

h)  $\frac{2a}{b} - \frac{a}{3b}$

c)  $\frac{17}{28} + \frac{11}{12}$

f)  $\frac{6}{10} - \frac{9}{25}$

i)  $\frac{4a}{9} + \frac{a}{3}$

3. Berechne (ohne Taschenrechner) und kürze soweit wie möglich.

a)  $\frac{44}{104} \cdot \frac{-39}{275}$

d)  $\frac{16}{23} \cdot \frac{7}{30}$

g)  $\frac{36}{49} : \frac{48}{105}$

b)  $\frac{84}{15} \cdot \frac{25}{4}$

e)  $12 \cdot \frac{-15}{28}$

h)  $2a \cdot \frac{15}{8a} : 3$

c)  $\frac{10}{39} \cdot \frac{26}{45}$

f)  $\frac{20}{15} : \frac{345}{27}$

i)  $\frac{27}{35} : 12$

4. Vereinfache (ohne Taschenrechner) die Doppelbrüche soweit wie möglich.

a)  $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{7}{4}}$

d)  $\frac{\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{5}}{\frac{17}{2} \cdot \frac{60}{34}}$

g)  $\frac{\frac{1}{3} + \frac{2}{5}}{\frac{3}{4} - \frac{2}{5}}$

b)  $\frac{\frac{12}{5}}{\frac{8}{8}}$

e)  $\frac{\frac{2}{3} + \frac{3}{4}}{\frac{1}{6}}$

h)  $\frac{3}{3 + \frac{2}{1 + \frac{5}{3}}}$

c)  $\frac{\frac{5}{20}}{\frac{3}{3}}$

f)  $\frac{\frac{3}{5}}{\frac{3}{4} + \frac{5}{6}}$

i)  $\frac{a + \frac{1}{3}}{a - \frac{1}{3}}$

## 4 Potenzen

### Theorie: Potenzgesetze und deren Sonderfälle

$$a^n a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$a^n b^n = (ab)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1, a \neq 0$$

$$aa^n = a^{n+1}$$

$$1^n = 1$$

$$0^n = 0, n > 0$$

$$a^n = a^m \Rightarrow n = m$$

1. Wahr oder falsch?

a)  $10^3 \cdot 10^4 = 10^5 \cdot 10^2$

b)  $2 \cdot 10^2 = 10^4$

c)  $10^3 \cdot 10^{-4} = \frac{1}{10}$

d)  $a^2 \cdot a^4 = a^8$

e)  $a^5 \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^3 = a^2$

f)  $a^6 : a^3 = a^{10} : a^5$

2. Schreibe als Potenz mit möglichst kleiner positiver Basis.

a)  $\frac{1}{4}$

b) 125

c)  $\frac{1}{81}$

### Theorie: Definition von Potenzen

$$a_i^n = x$$

Basis

Exponent

Index

Potenzwert

3. Vereinfache (ohne Taschenrechner) die folgenden Terme.

a)  $a^8 \cdot 2a^5$

d)  $2a^5 : a^2$

g)  $27ab^2 \cdot \frac{1}{3}a^3b$

b)  $a^8 : a^5$

e)  $\frac{(2a)^4}{8a}$

h)  $(2a)^3 : \left(\frac{1}{4}a\right)$

c)  $a^7 \cdot (ab)$

f)  $\frac{a^5}{4} : \frac{16}{a}$

i)  $\left(\frac{1}{2}a\right)^3 : a^2$

4. Stelle folgende Zahlen in der Standard / wissenschaftlicher Notation dar.

a) 123'000

c) 0.0067

e) -0.00609

b)  $1.023 \cdot 10^5$

d)  $345.678 \cdot 10^{-5}$

f)  $-9.91 \cdot 10^8$

### Theorie: Wissenschaftliche Notation

$$x = a \cdot 10^b$$

## 5 Wurzeln

### Theorie: Wurzelgesetze und deren Sonderfälle

$$b^2 = a$$

$$b = \sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[kn]{a^{km}}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$$

$$\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$a^n = \frac{1}{a^{-n}}$$

$$\sqrt[n]{0} = 0$$

$$\sqrt{a} = \sqrt[2]{a}$$

$$\sqrt[1]{a} = \sqrt{a}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\sqrt[n]{a^n} = |a|, a \in \mathbb{R}, n \text{ gerade}$$

$$\sqrt[n]{a^{-m}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$$

1. Berechne (ohne Taschenrechner) und vereinfache soweit wie möglich.

a)  $\sqrt{900}$

c)  $\sqrt{192}$

e)  $\sqrt{36} \cdot \sqrt{169}$

b)  $\sqrt{441}$

d)  $\sqrt{64} - \sqrt{36}$

f)  $\sqrt{\frac{75}{72}}$

2. Wahr oder falsch?

a)  $\sqrt{-9} = 3$

c)  $\sqrt{(-4)^2} = -4$

e)  $\sqrt{2^2 + 3^2} = 2 + 3$

b)  $\sqrt{3 \cdot 5} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$

d)  $\sqrt{3+5} = \sqrt{3} + \sqrt{5}$

f)  $\sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

### Theorie: Definition von Wurzeln

$$\sqrt[n]{a} = x$$

Wurzelexponent  
Radikant  
Wurzelwert

## 6 Lösung

### Reihenfolge der Operation

- |    |                     |                   |                     |
|----|---------------------|-------------------|---------------------|
| 1. | a) 23               | b) 12             | c) 218.25           |
| 2. | a) $-\frac{23}{12}$ | b) $\frac{3}{28}$ | c) $-\frac{23}{11}$ |
| 3. | a) 41               | b) 234            | c) 14               |

### Betrag einer Zahl

- |    |           |         |                   |
|----|-----------|---------|-------------------|
| 1. | a) 8      | b) 3    | c) $-\frac{1}{2}$ |
| 2. | a) Falsch | d) Wahr | f) Falsch         |
|    | b) Falsch | e) Wahr | g) Wahr           |
|    | c) Falsch |         | h) Wahr           |

### Bruchrechnen

- |    |                      |                     |                        |
|----|----------------------|---------------------|------------------------|
| 1. | a) $\frac{22}{35}$   | d) $\frac{4}{5}$    | g) $\frac{33}{13}$     |
|    | b) $\frac{12}{35}$   | e) $\frac{5}{12}$   | h) $12a$               |
|    | c) $\frac{30}{13}$   | f) $\frac{20}{21}$  | i) $\frac{15a^2}{4}$   |
| 2. | a) $\frac{44}{105}$  | d) $\frac{31}{108}$ | g) $\frac{2}{25}$      |
|    | b) $\frac{173}{168}$ | e) $\frac{61}{96}$  | h) $\frac{5a}{3b}$     |
|    | c) $\frac{32}{21}$   | f) $\frac{6}{25}$   | i) $\frac{7}{9}a$      |
| 3. | a) $-\frac{3}{50}$   | d) $\frac{56}{345}$ | g) $\frac{45}{28}$     |
|    | b) 35                | e) $-\frac{45}{7}$  | h) $\frac{5}{4}$       |
|    | c) $\frac{4}{27}$    | f) $\frac{12}{115}$ | i) $\frac{9}{140}$     |
| 4. | a) $\frac{8}{21}$    | d) $\frac{8}{375}$  | g) $\frac{44}{21}$     |
|    | b) $\frac{3}{10}$    | e) $\frac{17}{2}$   | h) $\frac{4}{5}$       |
|    | c) $\frac{3}{4}$     | f) $\frac{36}{95}$  | i) $\frac{3a+1}{3a-1}$ |

### Potenzen

- |    |                      |                                      |                          |
|----|----------------------|--------------------------------------|--------------------------|
| 1. | a) Wahr              | c) Wahr                              | e) Wahr                  |
|    | b) Falsch            | d) Falsch                            | f) Falsch                |
| 2. | a) $2^{-2}$          | b) $5^3$                             | c) $3^{-4}$              |
| 3. | a) $2a^{13}$         | d) $2a^3$                            | g) $9a^4b^3$             |
|    | b) $a^3$             | e) $2a^3$                            | h) $32a^2$               |
|    | c) $a^8b$            | f) $\frac{a^6}{64}$                  | i) $\frac{a}{8}$         |
| 4. | a) $1.23 \cdot 10^5$ | c) $6.7 \cdot 10^{-3}$               | e) $-6.09 \cdot 10^{-3}$ |
|    | b) $102'300$         | d) $3.46 \cdot 10^{-3} / 0.00345678$ | f) $-991'000'000$        |

### Wurzeln

- |    |           |                |                           |
|----|-----------|----------------|---------------------------|
| 1. | a) 30     | c) $8\sqrt{3}$ | e) 78                     |
|    | b) 21     | d) 2           | f) $\frac{5\sqrt{6}}{12}$ |
| 2. | a) Falsch | c) Falsch      | e) Falsch                 |
|    | b) Wahr   | d) Falsch      | f) Wahr                   |