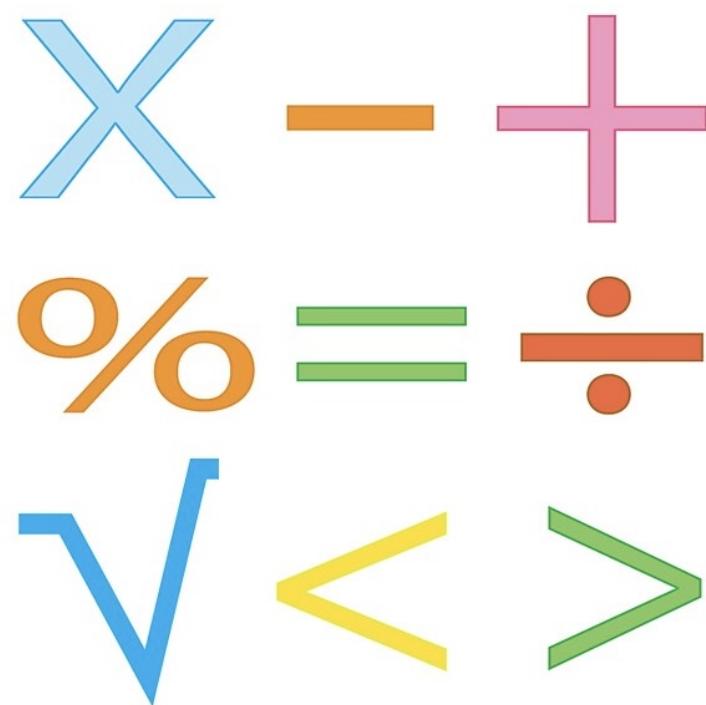


Grundoperationen in \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} und \mathbb{R}



Rosshan Ravinthrarasa

Inhaltsverzeichnis

Formelverzeichnis	2
1 Reihenfolge der Operation	3
2 Betrag einer Zahl	4
3 Bruchrechnen	5
4 Potenzen	6
5 Wurzeln	7
6 Lösung	8

Formelverzeichnis

- S.20 | Binomische Formel

1 Reihenfolge der Operation

Theorie: Regel der Reihenfolge der Operationen

1. **Klammer** ausrechnen, man beginnt mit der innersten Klammer
2. **Potenzen und Wurzeln** ausrechnen (Rechenoperation 3.Stufe, Potenzieren)
3. **Multiplikationen und Divisionen** ausrechnen (Rechenoperation 2.Stufe, Punktoperation)
4. **Additionen und Subtraktionen** ausrechnen (Rechenoperation 1.Stufe, Strichrechnung)

Rechne Aufgabe 1 - 3 (ohne Taschenrechner) aus und vereinfache soweit wie möglich.

- | | | | |
|----|--|---|---|
| 1. | a) $17 + 3 \cdot 8 : 4$ | b) $5 \cdot (18 - 14) - 8$ | c) $219 - (9 - 6) : 4$ |
| 2. | a) $-\frac{17}{6} + \frac{2}{7} \cdot \frac{77}{24}$ | b) $\frac{3}{8} \cdot \frac{12}{7} - \frac{15}{28}$ | c) $-5 + \frac{136}{11} : \frac{17}{4}$ |
| 3. | a) $5 + 4 \cdot 3^2$ | b) $(3 + 27 : 9^0) \cdot 8 - 6$ | c) $3^5 : 9^2 + (7 - (-4))$ |

2 Betrag einer Zahl

Theorie: Definition eines Betrag einer Zahl

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{falls } x \geq 0, \\ -x, & \text{falls } x < 0. \end{cases}$$

1. Berechne (ohne Taschenrechner) den Wert des Terms.

a) $|-5 - |2 - 3|| + 2$ b) $\frac{|4 - 2 \cdot |-5||}{|5 - 7|}$ c) $\frac{2}{7} : \frac{4}{7} - \left| \left(-\frac{2}{3} \right)^2 + \frac{5}{9} \right|$

2. Wahr oder falsch?

a) $ 5 = -5$	d) $ 0 = 0$	f) $ -3 \cdot 5 = - 3 \cdot 5 $
b) $ a + b = a + b $	e) $ a \cdot b = a \cdot b $	g) $\left (-1)^{9'876'543'223} \right = 1$
c) $ -2^4 = -16$		h) $ 26^{17} = (-26)^{17} $

3 Bruchrechnen

1. Kürze die Brüche (ohne Taschenrechner) soweit wie möglich.

a) $\frac{792}{1260}$

d) $\frac{84}{105}$

g) $\frac{3^3 \cdot 5 \cdot 11^2}{3^2 \cdot 55 \cdot 13}$

b) $\frac{180}{525}$

e) $\frac{165}{396}$

h) $\frac{20 \cdot a^2 \cdot 39}{65 \cdot a}$

c) $\frac{450}{195}$

f) $\frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot 35}{2^2 \cdot 3^3 \cdot 7^2}$

i) $\frac{a^4 \cdot 3^2 \cdot 35}{7a^2 \cdot 12}$

2. Berechne (ohne Taschenrechner) und kürze soweit wie möglich.

a) $\frac{6}{21} + \frac{2}{15}$

d) $\frac{5}{36} + \frac{4}{27}$

g) $\frac{9}{15} - \frac{13}{25}$

b) $\frac{31}{42} + \frac{7}{24}$

e) $\frac{27}{32} - \frac{5}{24}$

h) $\frac{2a}{b} - \frac{a}{3b}$

c) $\frac{17}{28} + \frac{11}{12}$

f) $\frac{6}{10} - \frac{9}{25}$

i) $\frac{4a}{9} + \frac{a}{3}$

3. Berechne (ohne Taschenrechner) und kürze soweit wie möglich.

a) $\frac{44}{104} \cdot \frac{-39}{275}$

d) $\frac{16}{23} \cdot \frac{7}{30}$

g) $\frac{36}{49} : \frac{48}{105}$

b) $\frac{84}{15} \cdot \frac{25}{4}$

e) $12 \cdot \frac{-15}{28}$

h) $2a \cdot \frac{15}{8a} : 3$

c) $\frac{10}{39} \cdot \frac{26}{45}$

f) $\frac{20}{15} : \frac{345}{27}$

i) $\frac{27}{35} : 12$

4. Vereinfache (ohne Taschenrechner) die Doppelbrüche soweit wie möglich.

a) $\frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{4}}$

d) $\frac{\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{5}}{\frac{17}{2} \cdot \frac{60}{34}}$

g) $\frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{5}}{\frac{3}{4} - \frac{2}{5}}$

b) $\frac{\frac{12}{5}}{\frac{8}{8}}$

e) $\frac{\frac{2}{3} + \frac{3}{4}}{\frac{1}{6}}$

h) $\frac{3}{3 + \frac{2}{1 + \frac{5}{3}}}$

c) $\frac{\frac{5}{20}}{\frac{3}{3} + \frac{5}{6}}$

f) $\frac{\frac{3}{5}}{\frac{3}{4} + \frac{5}{6}}$

i) $\frac{a + \frac{1}{3}}{a - \frac{1}{3}}$

4 Potenzen

Theorie: Potenzgesetze und deren Sonderfälle

$$\begin{array}{ll}
 a^n a^m = a^{n+m} & a^1 = a \\
 \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} & a^0 = 1, a \neq 0 \\
 (a^n)^m = a^{nm} & aa^n = a^{n+1} \\
 a^n b^n = (ab)^n & 1^n = 1 \\
 \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n & 0^n = 0, n > 0 \\
 & a^n = a^m \Rightarrow n = m
 \end{array}$$

1. Wahr oder falsch?

a) $10^3 \cdot 10^4 = 10^5 \cdot 10^2$	c) $10^3 \cdot 10^{-4} = \frac{1}{10}$	e) $a^5 \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^3 = a^2$
b) $2 \cdot 10^2 = 10^4$	d) $a^2 \cdot a^4 = a^8$	f) $a^6 : a^3 = a^{10} : a^5$
2. Schreibe als Potenz mit möglichst kleiner positiver Basis.

a) $\frac{1}{4}$	b) 125	c) $\frac{1}{81}$
------------------	--------	-------------------

Theorie: Definition von Potenzen

$$a_i^n = x$$

Basis
Exponent
Index
Potenzwert

3. Vereinfache (ohne Taschenrechner) die folgenden Terme.

a) $a^8 \cdot 2a^5$	d) $2a^5 : a^2$	g) $27ab^2 \cdot \frac{1}{3}a^3b$
b) $a^8 : a^5$	e) $\frac{(2a)^4}{8a}$	h) $(2a)^3 : \left(\frac{1}{4}a\right)$
c) $a^7 \cdot (ab)$	f) $\frac{a^5}{4} : \frac{16}{a}$	i) $\left(\frac{1}{2}a\right)^3 : a^2$
4. Stelle folgende Zahlen in der Standard / wissenschaftlicher Notation dar.

a) 123'000	c) 0.0067	e) -0.00609
b) $1.023 \cdot 10^5$	d) $345.678 \cdot 10^{-5}$	f) $-9.91 \cdot 10^8$

Theorie: Wissenschaftliche Notation

$$x = a \cdot 10^b$$

5 Wurzeln

Theorie: Wurzelgesetze und deren Sonderfälle

$$\begin{aligned} b^2 &= a \\ b &= \sqrt[2]{a} = \sqrt{a} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll} \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^{km}} & \sqrt[n]{0} = 0 \\ \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a} & \sqrt[a]{a} = \sqrt[2]{a} \\ \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} & \sqrt[1]{a} = \sqrt{a} \\ \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} & \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \\ a^n = \frac{1}{a^{-n}} & \sqrt[n]{a^n} = |a|, a \in \mathbb{R}, n \text{ gerade} \\ & \sqrt[n]{a^{-m}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} \end{array}$$

1. Berechne (ohne Taschenrechner) und vereinfache soweit wie möglich.
 - a) $\sqrt{900}$
 - b) $\sqrt{441}$
 - c) $\sqrt{192}$
 - d) $\sqrt{64} - \sqrt{36}$
 - e) $\sqrt{36} \cdot \sqrt{169}$
 - f) $\sqrt{\frac{75}{72}}$
2. Wahr oder falsch?
 - a) $\sqrt{-9} = 3$
 - b) $\sqrt{3 \cdot 5} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$
 - c) $\sqrt{(-4)^2} = -4$
 - d) $\sqrt{3 + 5} = \sqrt{3} + \sqrt{5}$
 - e) $\sqrt{2^2 + 3^2} = 2 + 3$
 - f) $\sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

Theorie: Definition von Wurzeln

$$\sqrt[\textcolor{red}{n}]{\textcolor{blue}{a}} = \textcolor{green}{x}$$

Wurzelexponent
 Radikant
 Wurzelwert

6 Lösung

Reihenfolge der Operation

- | | | | |
|----|---------------------|-------------------|---------------------|
| 1. | a) 23 | b) 12 | c) 218.25 |
| 2. | a) $-\frac{23}{12}$ | b) $\frac{3}{28}$ | c) $-\frac{23}{11}$ |
| 3. | a) 41 | b) 234 | c) 14 |

Betrag einer Zahl

- | | | | |
|----|-----------|---------|-------------------|
| 1. | a) 8 | b) 3 | c) $-\frac{1}{2}$ |
| 2. | a) Falsch | d) Wahr | f) Falsch |
| | b) Falsch | e) Wahr | g) Wahr |
| | c) Falsch | | h) Wahr |

Bruchrechnen

- | | | | |
|----|----------------------|---------------------|------------------------|
| 1. | a) $\frac{22}{35}$ | d) $\frac{4}{5}$ | g) $\frac{33}{13}$ |
| | b) $\frac{12}{35}$ | e) $\frac{5}{12}$ | h) $12a$ |
| | c) $\frac{30}{13}$ | f) $\frac{20}{21}$ | i) $\frac{15a^2}{4}$ |
| 2. | a) $\frac{44}{105}$ | d) $\frac{31}{108}$ | g) $\frac{2}{25}$ |
| | b) $\frac{173}{168}$ | e) $\frac{61}{96}$ | h) $\frac{5a}{3b}$ |
| | c) $\frac{32}{21}$ | f) $\frac{6}{25}$ | i) $\frac{7}{9}a$ |
| 3. | a) $-\frac{3}{50}$ | d) $\frac{56}{345}$ | g) $\frac{45}{28}$ |
| | b) 35 | e) $-\frac{45}{7}$ | h) $\frac{5}{4}$ |
| | c) $\frac{4}{27}$ | f) $\frac{12}{115}$ | i) $\frac{9}{140}$ |
| 4. | a) $\frac{8}{21}$ | d) $\frac{8}{375}$ | g) $\frac{44}{21}$ |
| | b) $\frac{3}{10}$ | e) $\frac{17}{2}$ | h) $\frac{4}{5}$ |
| | c) $\frac{3}{4}$ | f) $\frac{36}{95}$ | i) $\frac{3a+1}{3a-1}$ |

Potenzen

- | | | | |
|----|----------------------|--------------------------------------|--------------------------|
| 1. | a) Wahr | c) Wahr | e) Wahr |
| | b) Falsch | d) Falsch | f) Falsch |
| 2. | a) 2^{-2} | b) 5^3 | c) 3^{-4} |
| 3. | a) $2a^{13}$ | d) $2a^3$ | g) $9a^4b^3$ |
| | b) a^3 | e) $2a^3$ | h) $32a^2$ |
| | c) a^8b | f) $\frac{a^6}{64}$ | i) $\frac{a}{8}$ |
| 4. | a) $1.23 \cdot 10^5$ | c) $6.7 \cdot 10^{-3}$ | e) $-6.09 \cdot 10^{-3}$ |
| | b) 102'300 | d) $3.46 \cdot 10^{-3} / 0.00345678$ | f) -991'000'000 |

Wurzeln

- | | | | |
|----|-----------|----------------|---------------------------|
| 1. | a) 30 | c) $8\sqrt{3}$ | e) 78 |
| | b) 21 | d) 2 | f) $\frac{5\sqrt{6}}{12}$ |
| 2. | a) Falsch | c) Falsch | e) Falsch |
| | b) Wahr | d) Falsch | f) Wahr |