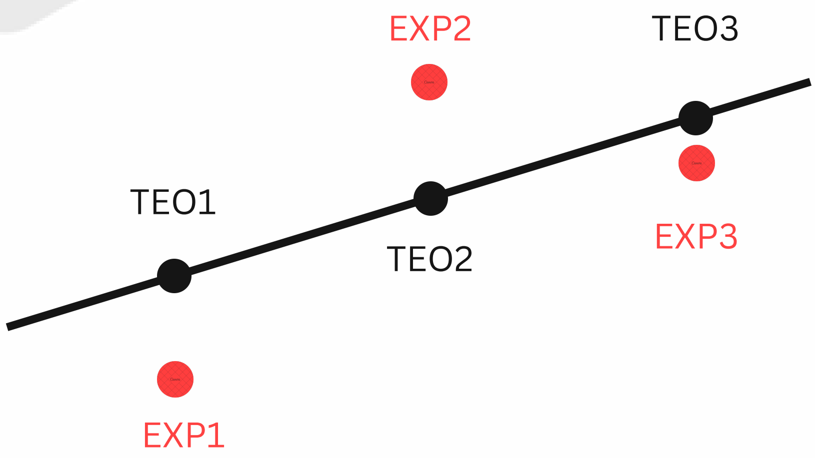
(EXP) y ⟶ f (TEO)

i	**x**	**y**	**f**
1	x1	y1	f1
2	x2	y2	f2
3	x3	y3	f3

O **MMQ** busca decodificar uma **função teórica**, que descreva a realidade, com razoável precisão. O processo passa pela obtenção de dados **experimentais** (x, y) e pela escolha do grau do polinômio f(x) de ajuste e termina com a definição dos **coeficientes** (a, b, c, ...) que minimizam o erro.



$$\text{Erro} = 1/2[(\text{EXP}\mathbf{1}-\text{TEO}\mathbf{1})^2+(\text{EXP}\mathbf{2}-\text{TEO}\mathbf{2})^2+(\text{EXP}\mathbf{3}-\text{TEO}\mathbf{3})^2]$$

$$\text{Erro} = 1/2 \sum_{i=1}^{n} (\text{EXP}\mathbf{i} - \text{TEO}\mathbf{i})^2$$

MMQ

1. Obter os dados experimentais

i	x	y
1	1	6
2	2	12
3	3	20

2. Escolha do polinômio

2º grau => $f_i = ax_i^2 + bx_i + c$

3. Definição do erro

$$\text{Erro} = 1/2 \sum_{i=1}^{n} (EXP_i - TEO_i)^2$$

$$\text{Erro} = 1/2 \sum_{i=1}^{3} (y_i - f_i)^2$$

$$\text{Erro} = 1/2 \sum_{i=1}^{3} (y_i - [ax_i^2+bx_i+c])^2$$

Para minimização do erro, seguem as derivadas parciais igualadas a zero.

MMQ

4. Derivadas Parciais

$$\begin{cases} \frac{\partial_{Erro}}{\partial a} = \frac{1}{\cancel{2}} * \cancel{2} * \sum_{i=1}^{3} (y_i - ax_i^2 - bx_i - c) * (-x_i^2) = 0 \\ \frac{\partial_{Erro}}{\partial b} = \frac{1}{\cancel{2}} * \cancel{2} * \sum_{i=1}^{3} (y_i - ax_i^2 - bx_i - c) * (-x_i^1) = 0 \\ \frac{\partial_{Erro}}{\partial c} = \frac{1}{\cancel{2}} * \cancel{2} * \sum_{i=1}^{3} (y_i - ax_i^2 - bx_i - c) * (-x_i^0) = 0 \end{cases}$$

5. Sistema de Equações

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{3} (-x_i^2 y_i + ax_i^4 + bx_i^3 + cx_i^2) = 0 \\ \sum_{i=1}^{3} (-x_i^1 y_i + ax_i^3 + bx_i^2 + cx_i^1) = 0 \\ \sum_{i=1}^{3} (-x_i^0 y_i + ax_i^2 + bx_i + cx_i^0) = 0 \end{cases}$$

6. Algebrizando

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{3} (ax_i^4 + bx_i^3 + cx_i^2) = \sum_{i=1}^{3} x_i^2 y_i \\ \sum_{i=1}^{3} (ax_i^3 + bx_i^2 + cx_i^1) = \sum_{i=1}^{3} x_i^1 y_i \\ \sum_{i=1}^{3} (ax_i^2 + bx_i^1 + cx_i^0) = \sum_{i=1}^{3} x_i^0 y_i \end{cases}$$

MMQ

7. Matricialmente

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{3} x_i^4 & \sum_{i=1}^{3} x_i^3 & \sum_{i=1}^{3} x_i^2 \\ \sum_{i=1}^{3} x_i^3 & \sum_{i=1}^{3} x_i^2 & \sum_{i=1}^{3} x_i^1 \\ \sum_{i=1}^{3} x_i^2 & \sum_{i=1}^{3} x_i^1 & \sum_{i=1}^{3} x_i^0 \end{bmatrix}}_{3x3} \bullet \underbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}}_{3x1} = \underbrace{\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{3} x_i^2 y_i \\ \sum_{i=1}^{3} x_i^1 y_i \\ \sum_{i=1}^{3} x_i^0 y_i \end{bmatrix}}_{3x1}$$

8. Somatórias

	x^0	x^1	y^1	x^2	x^3	x^4	x^2y	x^1y^1
	1	1	6	1	1	1	6	6
	1	2	12	4	8	16	48	24
	1	3	20	9	27	81	180	60
Σ	**3**	**6**	**38**	**14**	**36**	**98**	**234**	**90**

MMQ

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 \\ 36 & 14 & 6 \\ 14 & 6 & 3 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 234 \\ 90 \\ 38 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.50 & -6.00 & 5.00 \\ -6.00 & 24.50 & -21.00 \\ 5.00 & -21.00 & 19.00 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 234 \\ 90 \\ 38 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

8. Testando a função teórica obtida

$f(x) = 1x^2+3x+2$

$f(1) = 1 * 1^2 + 3 * 1 + 2 = 06$

$f(2) = 1 * 2^2 + 3 * 2 + 2 = 12$

$f(3) = 1 * 3^2 + 3 * 3 + 2 = 20$