

Tema 6: Inferencia estadística

1. En una muestra de 50 neumáticos de cierta clase se obtuvo una vida media de 32000 km. y una desviación estándar o cuasidesviación típica (s) de 4000 km.
 - (a) ¿Puede afirmar el fabricante que la vida media de esos neumáticos es mayor que 30000 km.? Establezca y pruebe la hipótesis correspondiente en un nivel del 5%, suponiendo normalidad. (S. Si puede)
 - (b) ¿Hasta qué número de kilómetros podríamos afirmar que llega la vida media de los neumáticos con el mismo nivel de confianza? (S: 31069.53)

2. Supongamos una población cuya característica en estudio se encuentra normalmente distribuida de media $\mu = 12$ y varianza $\sigma^2 = 16$.

Se pide:

- (a) Probabilidad de que un elemento de la población, elegido al azar, tenga la característica superior a 14. (Sol: 0.3085)
- (b) Se considera una muestra aleatoria de tamaño $n = 9$. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral tenga un valor superior a 14? (Sol: 0.0668)
- (c) Para la misma muestra anterior, ¿cuál será la varianza de la media muestral? (Sol: 1.78)
- (d) ¿Se puede concluir estadísticamente que los valores tomados por la media muestral se encuentren menos dispersos que los valores poblacionales?

3. Una muestra aleatoria de una población normal de varianza igual a 100, presenta una media muestral $\bar{x} = 160$.

Se pide con $n = 144$:

- (a) Calcular un intervalo de confianza del 95 por 100 para la media poblacional. (Sol: I=[158.37, 161.63])
 - (b) Calcular un intervalo de confianza del 90 por 100 para la media poblacional. (Sol: I=[158.63, 161.37])
 - (c) Comparar ambos intervalos, desde el punto de vista de la información que generan.
 - (d) Si se quiere tener una confianza del 95 por 100 de que su estimación se encuentra a una distancia de 1.2 cm más o menos de la verdadera media poblacional, ¿cuántas observaciones adicionales deben tomarse? (n=144+**123**)
4. Una central de transformación de productos lácteos recibe diariamente la leche de dos granjas A y B. Deseando estudiar la calidad de los productos recibidos se extraen dos muestras al azar y se analiza el contenido en materia grasa, obteniéndose los siguientes resultados expresados en tantos por ciento:

Granja A:

$$\bar{x}_A = 8.7 \%, \quad s_A^2 = 1.02 (\%)^2, \quad n_A = 33.$$

Granja B:

$$\bar{x}_B = 10.9 \%, \quad s_B^2 = 1.73 (\%)^2, \quad n_B = 27.$$

Se pide:

Construir un intervalo de confianza del 95 por 100 para la diferencia del contenido medio en grasa de la leche en ambas granjas. (Sol: [-2.804 por 100, -1.596 por 100])

5. Se está haciendo un estudio sobre hipertensión. Se toma una muestra de trece pacientes de una ciudad y en otra ciudad se toma otra muestra de dieciséis pacientes.

Los datos muestrales obtenidos son los siguientes:

$$\bar{x}_1 = 166 \text{ mm}, \quad s_1 = 28 \text{ mm},$$

$$\bar{x}_2 = 164.7 \text{ mm}, \quad s_2 = 7 \text{ mm}.$$

Se pide:

- (a) Determinar un intervalo de confianza del 95 por 100 para la diferencia de medias, bajo la hipótesis de normalidad de los datos con varianzas iguales y desconocidas.
- (b) Determinar un intervalo de confianza al 95 por 100 para la diferencia de medias, bajo la hipótesis de normalidad de los datos con varianzas desiguales y desconocidas. (Sol: [-15.89, 18.49])
- (c) ¿Cuál de los dos intervalos de confianza es más indicado de considerar? (Sol: El del apartado b))

6. Un laboratorio farmacéutico afirma que un calmante de su fabricación quita la jaqueca en catorce minutos en los casos corrientes. Con el fin de comprobar estadísticamente esta afirmación, se eligen al azar dieciocho pacientes con jaqueca y se toma como variable de respuesta en el experimento el tiempo transcurrido entre la administración del calmante y el momento en que desaparece la jaqueca. Los resultados en la muestra de paciencia han sido:

$$\bar{x} = 19 \text{ minutos}, \quad s = 7 \text{ minutos}.$$

Se pide comprobar la afirmación del laboratorio a un nivel de significación de 0.05. (Sol: Se rechaza la hipótesis del laboratorio)

7. Se está haciendo un estudio sobre presión arterial. Se consideran las presiones sistólicas de un grupo de niños con uno de sus padre hipertensos y otro grupo de niños cuyos padres tienen presión normal. Los datos han sido los siguientes:

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 &= 105.8, & \bar{x}_2 &= 97.2, \\ s_1^2 &= 50.51, & s_2^2 &= 50.41, \\ n_1 &= 10, & n_2 &= 9.\end{aligned}$$

Se quiere comprobar estadísticamente si el tener progenitores hipertensos influye en la presión sistólica. Utilícese un nivel de significación del 0.1. (Sol: Sí influye)

8. Un instituto de alimentación animal quiere comparar estadísticamente dos tipos de dietas. Seleccionan al azar una muestra de veinte animales de una población de animales comparables. A doce de ellos se les suministra la dieta primera y a los ocho restantes la dieta segunda. Los resultados del aumento de peso en una semana son los siguientes:

$$\begin{aligned}\text{Dieta primera: } & \bar{x}_1 = 4.3 \text{ kg}, \quad s_1 = 0.9 \text{ kg}, \quad n_1 = 12. \\ \text{Dieta segunda: } & \bar{x}_2 = 3.6 \text{ kg}, \quad s_2 = 1.9 \text{ kg}, \quad n_2 = 8.\end{aligned}$$

Se pide:

¿Puede afirmarse que la primera dieta es significativamente mejor que la segunda - nivel de significación $\alpha = 0.05$? (Sol: No)

9. De cien vástagos de un cierto cruce de conejos, quince son negros y los otros no lo son. De acuerdo con el modelo genético, éstos deberán estar en proporción 3/13 (negros/no negros). Se pide contrastar la hipótesis de consistencia de los datos. Estúdiase el modelo para un nivel de significación del 0.05. (Sol: Los datos son consistentes con el modelo genético)
10. Una prensa de imprimir, alimentada a mano, estaba sujeta a lo que parecía ser un número irrazonable de obstrucciones causadas por interferencias del alimentador de las hojas de papel a la prensa. Se hizo una prueba para ver si diferentes operarios encontraban o no diferentes grados de dificultad con la máquina. Cada operario alimentó la máquina introduciendo el mismo número de hojas, contándose luego el número de atascos sufridos por cada uno, lo dió lugar a los siguientes datos:

Operario:	A	B	C	D	Total
Obstrucciones:	6	7	9	18	40

¿Existe o no diferencia entre los operarios a un nivel $\alpha = 0.05$? ¿Y a un nivel $\alpha = 0.025$? Analícense los resultados anteriores. (Sol: Rechazamos que no exista diferencia con $\alpha = 0.05$. Aceptamos que no exista diferencia con $\alpha = 0.025$)

11. En un examen final de estadística, los estudiantes recibieron las siguientes calificaciones:

80, 70, 90, 75, 55, 80, 80, 65, 100, 75, 60, 60,
75, 95, 80, 80, 90, 85, 70, 95, 75, 70, 85, 80,
80, 65, 65, 50, 75, 75, 85, 85, 90, 70.

Compruébese si las calificaciones fueron o no distribuidas según una ley normal a un nivel 0.05. (Sol: Se distribuyen como una ley normal)

12. Tres métodos de empaquetados e tomates fueron probados durante un periodo de cuatro meses; se hizo un recuento del número de kilos por 1000 que llegaron estropeados, obteniéndose los siguientes datos:

Meses	A	B	C	Total
1	6	10	10	26
2	8	12	12	32
3	8	8	14	30
4	9	14	16	39
Total	31	44	52	127

Se pide:

- (a) Observando simplemente los datos, ¿qué creemos que se puede inferir sobre el experimento?
- (b) Con un nivel de significación de 0.05, comprobar que los tres métodos son igualmente buenos.