Ejercicios 1

1. Demuestra por inducción que $n^2 + 3n$ es divisible por 2 para todo $n > 1$.

2. Demuestra por inducción que $n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3$ es múltiplo de 9 para todo $n \geq 0$.

3. Demuestra por inducción que $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}$ para todo entero $n \geq 1$.

4. Demuestra por inducción que $\displaystyle\sum_{j=1}^{n} j \cdot j! = (n+1)! - 1$, para todo entero $n \geq 1$.

5. Demuestra por inducción que $\displaystyle\sum_{j=2}^{n} \binom{j}{2} = \binom{n+1}{3}$, para todo entero $n \geq 2$.

6. Demuestra por inducción que $3^n > n^3 + 1$ para todo $n > 3$.

7. Para cada $n \in \mathbb{N}$, sea $p(n)$ la propiedad "n^2+n+11 es primo". Comprueba que $p(1), \ldots, p(9)$ son todos verdaderos. Estudia si $p(n)$ es verdadero para todo n.

8. Para cada $n \in \mathbb{N}$, sea $p(n)$ la propiedad "$3n+2$ es múltiplo de 3". Comprueba que la implicación $p(k) \Longrightarrow p(k+1)$ es verdadera para cada $k \in \mathbb{N}$ y estudia si $p(n)$ es verdadero para todo $n \in \mathbb{N}$.