

Ejercicios 3

1. En cada uno de los siguientes apartados, expresa el $\text{mcd}(a, b)$ como combinación lineal de a y b .

a) $a = 16, b = 135$ b) $a = 55, b = 34$ c) $a = 107, b = 23$

2. Consideremos las ecuaciones diofánticas

(1) $312x + 42y = 834,$ (2) $144x + 702y = 9$

- a) Determina razonadamente, si estas ecuaciones tienen solución.
- b) Encuentra la solución general de la ecuación o ecuaciones que tengan solución.
- c) Encuentra, si es posible, las soluciones positivas de la ecuación o ecuaciones que tengan solución.
3. Para tender un tramo de vía de 122 m. se dispone de barras de 30 m. y de 16 m. de largo.
- a) ¿Es posible cubrir el tramo utilizando solamente ese tipo de barras? Si es posible, determina cuántas barras de cada longitud se necesitan para cubrir los 122m.
- b) ¿Tendría solución el problema si se utilizan barras de 30 m. y de 21 m.?
4. Determina aquellos valores de $c \in \mathbb{Z}, 10 < c < 20$, para los cuales no tiene solución entera la ecuación $84x + 990y = c$. Halla las soluciones para los valores restantes de c .
5. Resuelve la ecuación diofántica $4x + 6y + 7z = 12$. Indicación: utiliza el cambio de variable $u = 2x + 3y$; de esta forma, se resuelven dos ecuaciones de dos variables y la solución final queda en función de dos parámetros.
6. Utiliza la identidad de Bezout para demostrar que, si $d = \text{mcd}(a, b)$, entonces $\text{mcd}\left(\frac{a}{d}, \frac{b}{d}\right) = 1$.
7. Sean a y b enteros coprimos y sea $k \in \mathbb{Z}^*$. Usa la identidad de Bezout para deducir las siguientes propiedades.
- a) Si b es divisor de $a \cdot k$, entonces b es divisor de k .
- b) Si a y b son divisores de k , entonces $a \cdot b$ también es divisor de k .