

## MÁSTER EN ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA

Efecto de las turbulencias atmosféricas terrestres sobre los  
parámetros de Stokes usados para el calculo del campo  
magnético solar

*Curso académico: 2017-2108. Fecha de convocatoria:  
Octubre 2109*

Trabajo dirigido por:

Dr. Santiago Vargas Dominguez



Restrepo Gómez René

DNI: 02797460-Q

e-mail: rrestre6@gmail.com

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Objetivos . . . . .	4
1.2. Estructura del documento . . . . .	5
<b>2. Simulación de las turbulencias atmosféricas</b>	<b>7</b>
2.1. Modelo de turbulencia de Kolmogorov . . . . .	8
2.1.1. Parámetro estructural de índice de refracción $C_n^2$ . . .	10
2.2. Simulación atmosférica usando LES . . . . .	11
2.2.1. Fundamentos de LES y Software PALM . . . . .	11
2.2.2. Resultados de las simulaciones atmosféricas . . . . .	14
<b>3. Propagación de la luz en medios inhomogéneos</b>	<b>17</b>
3.1. Algoritmo de espectro angular para la propagación de la luz en la atmósfera . . . . .	18
3.2. Definición de $\Phi_n$ y $\Phi_\phi$ . . . . .	19

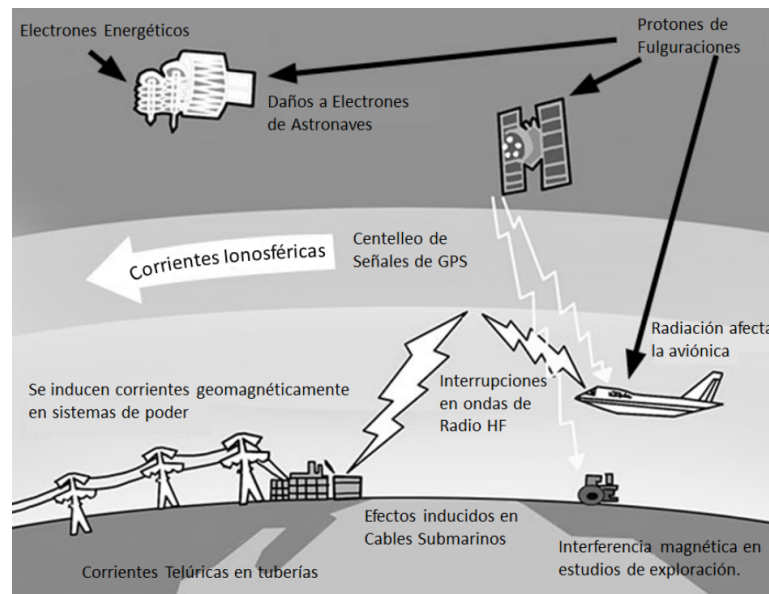
3.3. Cálculo de las máscaras de fase usando PSDs . . . . .	21
3.4. Función de transferencia óptica (OTF) y función de punto esparcido (PSF) . . . . .	22
3.5. Resultados . . . . .	23
<b>4. Espectro-polarimetría Solar</b>	<b>25</b>
4.1. Sección 1 . . . . .	25
4.1.1. Subsección 1 . . . . .	25
4.1.2. Subsección 2 . . . . .	25
<b>5. Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>27</b>
5.1. Sección 1 . . . . .	27
5.1.1. Subsección 1 . . . . .	27
5.1.2. Subsección 2 . . . . .	27
<b>Bibliografía</b>	<b>29</b>
<b>A. Configuración PALM</b>	<b>31</b>

# Capítulo 1

## Introducción

El estudio del Sol y su interacción con la Tierra ha sido motivo de debates científicos en la astrofísica moderna Vita-Finzi (2008). La interacción Sol-Tierra tiene implicaciones directas en la vida humana y en el desarrollo de la sociedad Collins (2013), por tanto, entender dichas implicaciones parte por comprender los fenómenos que se presentan en la evolución y dinámica Solar. Las hipótesis de estudio vienen dadas por las diferentes aproximaciones de la física, desde la mecánica clásica hasta la mecánica cuántica, pasando por la física moderna Lang (2006, 2008), sin embargo, es la corroboración observacional lo que permite descartar o continuar con las hipótesis planteadas.

La instrumentación científica para la observación y comprensión del cosmos ha avanzado en los últimos 50 años mas que en toda la historia de la humanidad, con proyectos espaciales como el Hubble Space Telescope (HST) NASA-HST, el James Webb Space Telescope (JWST) STScI-JWST, Global Astrometric Interferometer for Astrophysics (GAIA) ESA-GAIA o Solar Dynamics Observatory (SDO) NASA-SDO y terrestres como Atacama Large Millimeter Array (ALMA) ESO-ALMA, Very Large Telescope (VLT) ESO-VLT o European Solar Telescope (EST) EST-EST, por mencionar solo algunos. Estos proyectos de gran envergadura y con unas prestaciones técnicas que alcanzan en ocasiones la vanguardia tecnológica, tienen como principal motivación mover las fronteras del conocimiento, razón por la



**Figura 1.1:** *Efectos adversos de las tormentas geomagnéticas en la Tierra Collins (2013)*

cual los costos de fabricación, funcionamiento y mantenimiento son elevados. Por lo general, con estos instrumentos no es posible hacer mediciones continuadas durante mucho tiempo, ya sea por las condiciones de funcionamiento y operación o por la ocupación de los mismos.

En el caso de Sol, las observación continuadas en periodos de tiempo extensos, donde las prestaciones instrumentales no sean excesivamente exigentes, a un relativo bajo costo, han sido anheladas por los físicos solares desde hace tiempo. Pero no solo los físicos solares han deseado esto, para las compañías que operan sistemas satelitales de algún tipo, entender la actividad solar les permitiría anticiparse en la protección de los equipos ante la llegada de *tormentas geomagnéticas*. La Fig. 1.1 presenta una recreación gráfica de los efectos adversos de las *tormentas geomagnéticas* en la tecnologías necesarias para la actividad humana actual.

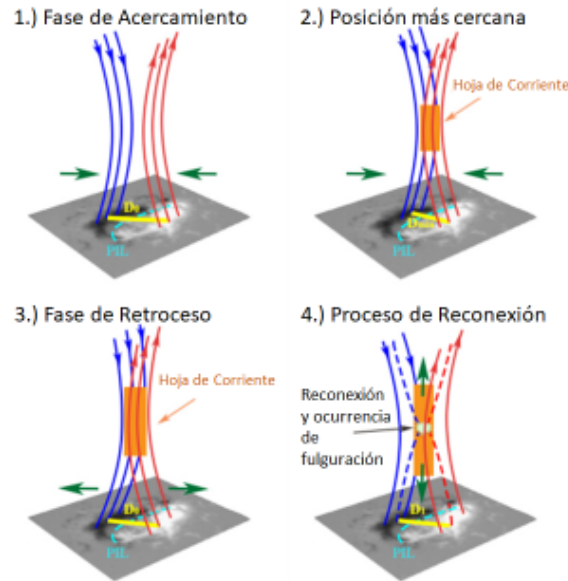
El proyecto Solar Activity Monitor NETwork (SAMNet) HSPF-SAMNet dirigido por la Fundación Húngara de Física Solar , tiene como objetivo estudiar las fulguraciones solares, principalmente, aquellas denominadas tipo X, estas emiten radiación de alta energía a altas velocidades, las partícu-

las expulsadas pueden colisionar con el campo magnético terrestre, lo cual, produce fenómenos físicos impresionantes como las auroras boreales o crear anomalías en la ionosfera que son las denominadas *tormentas geomagnéticas*. Parte del objetivo del proyecto es utilizar instrumentos de bajo costo, lo que implica obtener información con menos resolución espacial, desde múltiples sitios sobre la superficie terrestre, entre los sitios de interés están aquellos ubicados donde el rango entre el alba y el ocaso sea máximo a lo largo de año y esto ocurre en el ecuador terrestre.

En la literatura reciente Korsós et al. (2015, 2019), se han desarrollado modelos predictivos de la formación de fulguraciones, estos trabajos se basan en la premisa de dependencia entre las regiones activas magnéticamente bipolares y la formación de dichas fulguraciones solares. Las variables de interés analizadas son: las áreas y magnitud media del campo magnético en las umbras de las manchas solares de las regiones con polaridad opuesta. Con esta información se estima la distancia entre los baricentros de las zonas que son magnéticamente opuestas, el cual, es el parámetro principal de predicción. La Fig. 1.2 muestra una representación del proceso de formación de una fulguración solar asociada al cambio en la distancia de manchas con polaridad opuesta ocurriendo en una región activa.

La información de entrada para el calculo de los baricentros son los magnetogramas y estos son obtenidos a partir de modelos matemáticos de inversión de los parámetros de Stokes Toro-Iniesta (2003), los cuales a su vez, son obtenidos por los verdaderos parámetros observables para telescopios en el rango de las longitudes de onda entre el visible y el infrarrojo cercano, parámetros que son medidas de intensidad lumínica en diferentes estados de polarización del campo eléctrico.

La adquisición de las imágenes desde telescopios ubicados en tierra se verán afectadas por el *seeing* atmosférico y por las aberraciones propias del sistema óptico Schmidt (2010), perdiendo éstas, calidad e información asociada a las altas frecuencias, más aún si el telescopio esta ubicado en la franja ecuatorial terrestre como se propone en el proyecto SAMNet, donde las turbulencias atmosféricas suelen ser mayores a los telescopios ubicados en latitudes mas lejanas.



**Figura 1.2:** *Formación de fulguraciones debido al cambio en la distancia de las manchas con polaridad opuesta, Adaptado de Korsós et al. (2019) en Granados-Hernández (2019)*

## 1.1. Objetivos

Por tanto, este trabajo de fin de máster, tiene como objetivo principal, **determinar vía simulación, los efectos negativos de las turbulencias atmosféricas terrestres sobre los parámetros de Stokes usados para el calculo del campo magnético solar**, en una ubicación específica del ecuador terrestre, localizada en Colombia y con los siguientes objetivos específicos:

1. Encontrar vía simulación con la metodología Large Eddy Simulation (LES), el parámetro estructural de índice de refracción.
2. Simular la propagación de un campo de luz (imágenes del sol sin atmósfera terrestre extraídas de SDO) a través de la atmósfera terrestre usando el parámetro estructural de índice de refracción encontrado y un telescopio ideal de apertura menor a 0.5 m, usando la teoría clásica de propagación de la luz en medios inhomogéneos.
3. Reconstruir los parámetros de Stokes a partir de las imágenes obtenidas

de propagar la luz polarizada a través de la atmósfera terrestre.

4. Comparar los resultados obtenidos contra los parámetros de Stokes entregados por SDO.

## 1.2. Estructura del documento

Este trabajo esta dividido en 5 capítulos. El Capítulo actual, que introduce al problema planteado y a los objetivos a resolver. El Capítulo 2 muestra el procedimiento para calcular el parámetro estructural de índice de refracción usando LES, con el programa de acceso libre Maronga et al. (2015); PALM <sup>1</sup>. El Capítulo 3 desarrolla la teoría clásica de propagación de la luz en medios inhomogéneos, con el fin de encontrar el Point Spread Function (PSF) que caracterice la atmósfera, y así encontrar las imágenes necesarias para reconstruir los parámetros de Stokes. En el Capítulo 4 se introduce la espectro-polarimetría solar y se hace un análisis sobre los resultados obtenidos. Por ultimo, En el Capítulo 4 se presentan las conclusiones y el trabajo futuro.

---

<sup>1</sup>Sistema de modelado meteorológico avanzado y moderno para la simulación de flujos de capa limite atmosférica y oceánica.



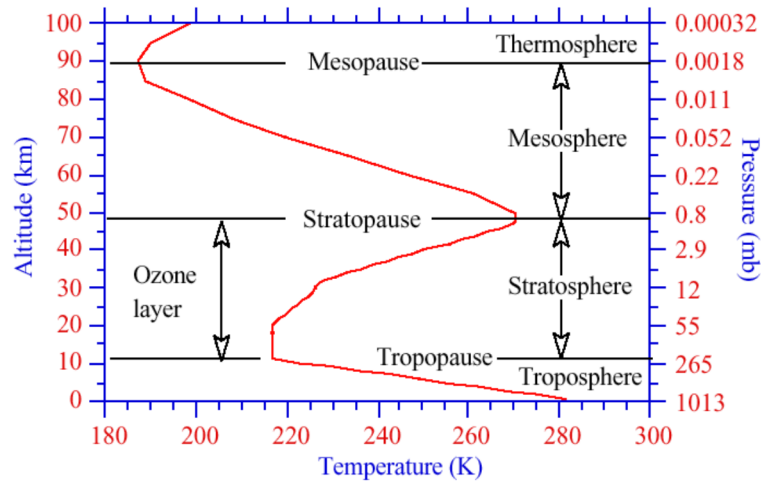


## Capítulo 2

# Simulación de las turbulencias atmosféricas

La atmósfera de la Tierra se puede entender como una envoltura de aire atrapada en dirección de la superficie debido a la atracción gravitatoria. Esta envoltura es una mezcla de gases con variaciones espacio-temporales de temperatura y presión, las cuales, definen la estratificación de las diferentes capas, aquellas que están definidas en los primeros 100 km se llaman: troposfera, estratosfera, mesosfera y termosfera. La Fig. 2.1 muestra las variaciones tanto de temperatura y presión de las diferentes capas atmosféricas.

La capa que cubre los primeros 2 km dentro de la troposfera se llama Planetary Boundary Layer (PLB) y es la que más aporta a las turbulencias atmosféricas, en los primeros 100 m es donde ocurre la turbulencia más disruptiva, esta es una de las razones por la cual, los telescopios científicos de grandes aperturas están elevados y con cúpulas que estabilizan la atmósfera en los primeros metros. Principalmente, la turbulencia es el resultado del contacto entre la PLB con flujo de aire a diferentes temperaturas y las masas de aire local inestables muy cerca de la superficie, las cuales son llamadas eddies. Sin embargo, los eddies también se forman en alturas más elevadas cuando se produce una fricción entre diferentes flujos ambientales,



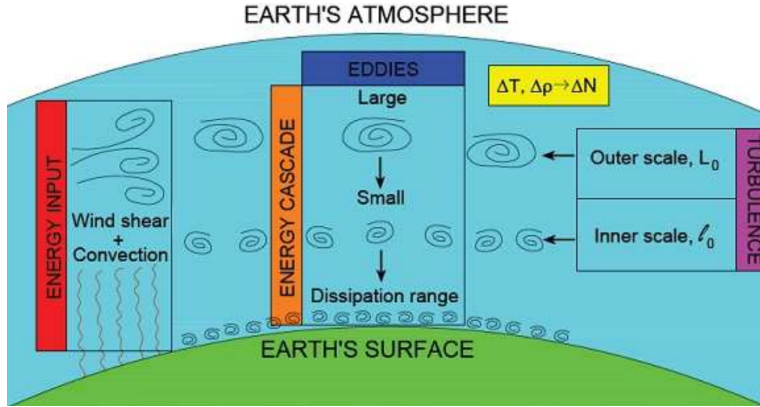
**Figura 2.1:** Perfil de temperatura vs. presión para en las diferentes capas atmosféricas de la Tierra ?

estos crean vientos de corte que cambian de dirección y velocidad con la altura, generando así los eddies ?. Lo anterior ocurre debido a que la PLB es responsable del transporte vertical de flujos turbulentos de cantidad de movimiento (momentum), masa y calor latente desde la superficie ?. Un consecuencia importante de este proceso, es el cambio en el índice de refracción del aire, temporal y espacialmente ?.

La atmósfera de la Tierra es por tanto un medio inhomogéneo, que puede ser caracterizada por unos parámetros físicos, siguiendo unos modelos matemáticos propios de la estadística. El modelo mas aceptado es el de Kolmogorov ? con algunas variaciones afinadas ? y diferentes formas de implementación ?.

## 2.1. Modelo de turbulencia de Kolmogorov

El flujo turbulento es un proceso no lineal que esta gobernado por las ecuaciones de Navier-Stokes ?. Resolver dichas ecuaciones para una turbulencia totalmente desarrollada es complejo, en términos de las suposiciones sobre las variable físicas involucradas que definen el microclima y también en términos de su implementación computacional ?. Kolmogorov propuso una teoría estadística y separó la forma de entender la atmósfera en tres regiones



**Figura 2.2:** Modelo de turbulencia de Kolmogorov ?

definidas por las escalas de los eddies, supuso un medio incompresible donde los eddies de escala pequeña (*inner scale* -  $l_0$ ) son homogéneos e isotrópicos y los eddies de gran escala (*outer scale* -  $L_0$ ) transfieren la energía cinética a los mas pequeños, la región entre  $l_0$  y  $L_0$  se le conoce como subrango inercial. El efecto cascada de transferencia de energía cinética es el responsable de las variaciones de temperatura y densidad del aire ? y por tanto de las variaciones del índice de refracción. La Fig. 2.2 muestra el modelo de Kolmogorov gráficamente.

Con la suposición, que dentro del subrango inercial los eddies son estadísticamente homogéneos e isotrópicos en pequeñas regiones del espacio, propiedades como la velocidad y el índice de refracción tiene incrementos estacionarios ?, esto permite un analisis dimensional para determinar la velocidad turbulenta de los eddies en relación con su tamaño ( $v \propto r^{(1/3)}$ ) ?. Por tanto, la función estructural de velocidad se puede definir como el promedio ensamblado de la diferencia cuadrática de las velocidades en dos puntos cercanos del espacio ( $D_v(r) = \langle (v_1 - v_2)^2 \rangle$ ) y como resultado debe ser de la forma

$$D_v(r) = C_v^2 r^{(2/3)}, \quad l_0 \ll r \ll L_0, \quad (2.1)$$

donde,  $C_v^2 [m^{(4/3)} s^{-2}]$  es el parámetro estructural de velocidad. De la misma forma como se ha analizado la velocidad, se puede analizar la temperatura potencial  $\theta$ , la cual esta relacionada linealmente con la temperatura ordinaria  $T$ , tal que,  $\theta \propto T \propto r^{(1/3)}$  y por tanto,  $D_T(r) = C_T^2 r^{(2/3)}$  en el subrango inercial, con  $C_T^2 [m^{(-2/3)}]$  como el parámetro estructural de temperatura.

### 2.1.1. Parámetro estructural de índice de refracción $C_n^2$

Para longitudes de onda dentro del rango visible del espectro electromagnético, el índice de refracción ( $n$ ) en relación con la estructura atmosférica, puede ser determinado como lo propuso ??,

$$n = 1 + 10^{-6} \left\{ m_1(\lambda) \frac{P}{T} + [m_2(\lambda) - m_1(\lambda)] \frac{qP}{T\varepsilon_q\gamma} \right\}, \quad (2.2)$$

donde,  $\lambda[\mu m]$  es la longitud de onda de interés,  $P[hPa]$  es la presión atmosférica,  $T[K]$  es la temperatura absoluta,  $\varepsilon_q = 0.62197$ ,  $q[gg^{-1}]$  es la humedad específica y  $\gamma = (1 + 0.61q)$ . Con los parametros  $m_1$  y  $m_2$  definidos como

$$m_1(\lambda) = 23.7134 + \frac{6839.397}{130 - \lambda^{-2}} + \frac{45.473}{39.9 - \lambda^{-2}}, \quad (2.3)$$

$$m_2(\lambda) = 64.8731 + 0.58058\lambda^{-2} - 0.0071150\lambda^{-4} + 0.0008851\lambda^{-6}. \quad (2.4)$$

Definido  $n$ , ahora es posible encontrar la función estructural del índice de refracción como  $D_n(r) = C_n^2 r^{(2/3)}$  o como  $D_n(r) = \langle (n_1 - n_2)^2 \rangle$ . Donde nos interesa el parámetro estructural de índice de refracción  $C_n^2$  [ $m^{(-2/3)}$ ], parámetro necesario para propagar la luz a través de la atmósfera, como se explica en el Capítulo 3.

Sin embargo, como de las simulaciones atmosféricas usando LES, particularmente PALM Maronga et al. (2015); PALM, se obtienen principalmente, la temperatura potencial ( $\theta$ ), la humedad específica ( $q$ ), las componentes del flujo de velocidad ( $v_u, v_v, v_w$ ) y parámetros estadísticos como varianzas y covarianzas sobre estas variables, se plantea obtener  $C_n^2$  usando la metodología planteada por ? que usa las variables mencionadas.

Por tanto, definimos  $C_n^2$  como

$$C_n^2 = (A^2 \langle (\theta_1 - \theta_2)^2 \rangle + 2AB \langle (\theta_1 - \theta_2)(q_1 - q_2) \rangle + B^2 \langle (q_1 - q_2)^2 \rangle) r^{(3/2)}, \quad (2.5)$$

donde los coeficientes  $A$  y  $B$ , definidos por ?, son

$$A = -10^{-6} m_1 \left( \frac{P}{T^2} \right), \quad (2.6)$$

$$B = 4.6150 \times 10^{-6} (m_2 - m_1), \quad (2.7)$$

con  $m1$  y  $m2$  definidos en las Eqs. 2.3 y 2.4.

## 2.2. Simulación atmosférica usando LES

Como se explicó en el Capítulo 1, parte del objetivo del proyecto SAM-Net HSPF-SAMNet es utilizar instrumentos de bajo costo para la predicción de *tormentas geomagnéticas*, en ubicaciones que no son completamente aptas para la observación astronómica, cuando se habla de alta resolución en las imágenes científicas, pero que tienen relevancia por la cantidad de horas de exposición solar al día, durante todo el año y adicionalmente, no se necesita en principio, una alta resolución en las imágenes. La región seleccionada para el análisis de la atmósfera es Villa de Leyva, pueblo ubicado en Colombia. Las características climatológicas esta resumidas en la Tabla 2.1, extraídas del Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales (IDEAM) de Colombia ?.

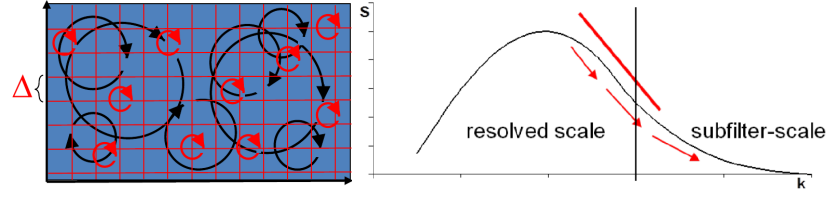
Longitud(°)	Latitud(°)	Altitud(m)	Presión(hPa)	Temp. Prom.(°C)	Humedad(%)
73.54W	5.66N	2215	1014	24	70-79

**Tabla 2.1:** Indicadores de posición y climatológicos de Villa de Leyva (Colombia) ?

En la siguiente subsección se describen brevemente las principales características del funcionamiento del software utilizado para la modelación atmosférica y posteriormente, se muestran los resultados para de simulación de la atmósfera en Villa de Leyva.

### 2.2.1. Fundamentos de LES y Software PALM

LES es la sigla en ingles de Large Eddy Simulation. Principalmente, es un modelo matemático utilizado en el estudio computacional de la dinámica de fluidos para la simulación de turbulencias. Los flujos turbulentos, como puede ser la atmósfera terrestre, suelen estudiarse a través de solucionar la ecuaciones de Navier-Stokes, donde se requiere resolver periodos de tiempo extenso y un rango amplio de escalas, que afectan el campo de flujo. La principal idea detrás de LES es reducir el costo computacional ignorando las escalas mas pequeñas, haciendo filtros paso-bajos en las ecuaciones de Navier-Stokes, lo cual produce una perdida de resolución espacio-temporal,



**Figura 2.3:** Eddies en el dominio espacial (Izquierda) y frecuencial (Derecha) ?

por el promediado en ambas magnitudes ?.

En general, los puntos mas importantes a tener en cuenta cuando se hace una simulación LES son: a) El tamaño del dominio debe ser lo suficientemente amplio para capturar las escalas relevantes de turbulencia. b) El espaciado de la malla debe ser lo suficientemente fino para resolver el transporte turbulento. c) En las condiciones de frontera horizontal, los flujos de entrada y salida en la frontera no deben afectar el flujo turbulento, usualmente se usan las condiciones de frontera cíclica. d) El tiempo de simulación debe ser suficiente para alcanzar el estado cuasi-estacionario y una estadística estable, tanto para el flujo como para la turbulencia. e) El análisis de los datos debe hacerse solo después del comienzo de la turbulencia y después de que la media del flujo alcance el estado cuasi-estacionario ?.

Una de las principales características de la simulación LES, es que distingue entre las cantidades de escala-resulta (resolved-scale) y escala-submallada (subgrid-scale), una representación gráfica de los eddies para la simulación LES se muestra en la Fig. 2.3.

Las turbulencias se pueden definir como la desviación ( $\phi^*$ ) de un estado promediado ( $[\phi]$ ), el promedio de la variable puede estar contenido en el espacio o tiempo promedio. Las cantidades pronosticadas en LES contienen ambas, el flujo promedio y la turbulencia de escala-resuelta ( $\bar{\phi} = [\bar{\phi}] + \bar{\phi}^*$ ) ?. Como ejemplo, el **transporte** en escala-resuelta incluye el transporte por el promedio del flujo y el transporte por las turbulencias en escala-resuelta, tal que,

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} = \dots - \frac{\partial \bar{u}_k \bar{u}_i}{\partial x_k} \dots - \frac{\partial \overline{u'_k u'_i}}{\partial x_k},$$

en color rojo esta el transporte en escala-resuleta y en cyan el transporte por escala-submallada, para el caso de homogeneidad horizontal ( $\bar{u}_i = \langle \bar{u}_i \rangle + \bar{u}_i^*$ ), con  $\bar{u}_i$  como el valor instantáneo,  $\langle \bar{u}_i \rangle$  como el promedio horizontal y variación en  $z$  y  $\bar{u}_i^*$  como las desviación con respecto al promedio horizontal, este ultimo termino es la turbulencia en escala-resulta, el cual puede ser determinado de forma directa. las cantidades en escala-submallada, la cual esta definida después de cierta frecuencia de corte (frecuencias altas), deben ser modeladas y parametrizadas usando modelos estadísticos ? basados en la teoría de Kolmogorov. Las simulaciones LES están principalmente diseñadas para el subrango inercial.

El software PALM es una contribución de muchos equipos de trabajo a lo largo del globo, liderado por la Universidad de Leibniz en Hannover, Alemania Maronga et al. (2015); PALM. Escrito en Fortran95/2003, PALM tiene varias modalidades de ejecución, incluida la paralelización en CPU y GPU, es de código abierto bajo licencia GNU v3.

PALM entrega 7 cantidades de pronostico por defecto, las 3 componentes de la velocidad, la temperatura potencial, el coeficiente mixto de vapor de agua, el escalar pasivo y la energía cinética turbulenta en la escala-submallada.

El modelo usa las ecuaciones de Navier-Stokes en la aproximación Bousinesq incompresible, filtrado y no hidrostático,

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} - \varepsilon_{ijk} f_j u_k + \varepsilon_{i3j} f_3 u_{g,j} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \pi^*}{\partial x_i} + g \frac{\theta_v - \langle \theta_v \rangle}{\langle \theta_v \rangle} \delta_{i3} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} e \delta_{ij} \right), \quad (2.8)$$

los paréntesis triangulares denotan un dominio horizontal promediado, el subíndice 0 indica el valor en superficie, las doble comillas indican variables en la escala-submallada, la barra sobre las variables indica cantidades filtradas en la escala-submallada. Sin embargo, todas variables están filtradas por la discretización.  $u_i$  son componentes de velocidad,  $x_i$  son las componentes de posición,  $t$  es el tiempo,  $f_j$  es el parámetro de Coriolis,  $u_{g,j}$  son las componentes de la velocidad del viento geostrófico,  $\rho_0$  la densidad del aire,  $\pi^*$  parámetro de la perturbación de presión modificada,  $e$  es la energía cinética turbulenta en escala-submallada,  $g$  aceleración de la gravedad,  $\delta_{ij}$  es delta de Kronecker y  $\varepsilon$  es el símbolo de Levi-Civita. Adicionalmente a la Eq. 2.8,



PALM necesita las ecuaciones de conservación de masa, energía y humedad, mas la ecuación de continuidad ?, para resolver las mencionadas cantidades de pronostico.

### 2.2.2. Resultados de las simulaciones atmosféricas

EL primer paso para correr PALM, es definir un fichero de configuración, este tiene la forma mostrada en la Codigo 2.1 y el archivo usado para correr los modelos de la atmósfera de Villa de Leyva se encuentra en el Apéndice A.

```
&initialization_parameters
    !-- grid parameters
    !-- initialization
    !-- physics
    !-- boundary conditions
    !-- mode
    !-- numerics
/
&runtime_parameters
    !-- run steering
    !-- general output setting
    !-- 2D and 3D output setting
/
&land_surface_parameters
    !-- soil setup
    !-- boundary conditions
/
&radiation_parameters
    !-- general setup
/
```

**Codigo 2.1:** *Ejemplo de fichero de configuración para PALM*

El fichero de configuración de PALM, tiene una amplia variedad de controles, no siempre evidentes de operar y entender, pero principalmente, se definen los tamaños de malla y la extensión ha analizar, así como características de la ubicación, es decir, altura sobre nivel del mar, longitud, latitud, componentes de la velocidad del viento en superficie, humedad relativa, temperatura, tipo de vegetación en el sitio, topografía, presión atmosférica en superficie, etc. También, se define la estación respecto al mes de año, tiempo total de la simulación, condiciones de frontera, tipo de algoritmo para la minimiza-

ción. Los resultados numéricos para análisis posteriores de las variables de pronóstico, son entregados en formato NetCDF (\*.nc). Adicionalmente, se escribe un archivo PDF con imágenes de las variables de interés.



## Capítulo 3

# Propagación de la luz en medios inhomogéneos

La atmósfera puede ser interpretada como un medio inhomogéneo, no magnético e isotrópico y la fuente de su inhomogeneidad esta relacionada con los cambios en el índice de refracción ( $n$ ) ???. También, puede considerarse que el índice de refracción de la atmósfera es cercano a la unidad. Estas consideraciones permiten hacer pequeñas variaciones en las técnicas computacionales para el calculo de la propagación de la luz en el vacío. Sin embargo, como se ha dicho en el Capítulo 2,  $n$  varia de forma aleatoria tanto en el tiempo como en el espacio y debe ser tratado desde la perspectiva de la óptica estadística ?. Como resultado de estos cambios aleatorios, se produce un efecto negativo en la formación de imagen, debido a que la luz se distorsiona de forma aleatoria limitando la resolución de los telescopios.

Bajo las premisas mencionadas, nos limitaremos a estudiar  $n$  asumiendo cambios pequeños ( $\delta n$ ), tal que,  $\delta n = n - 1$  y con ello, en la siguiente subsección, desarrollaremos el algoritmo de propagación de la luz, el cual esta basado en el algoritmo ampliamente conocido de espectro angular ?. Los cambios en el índice de refracción, desde un punto de vista matemático, introduce cambios aleatorios de fase en el campo eléctrico, lo que nos permite formular la teoría de Rytov ?, la cual, es una teoría de perturbaciones que

usa las ecuaciones de Maxwell para obtener unas propiedades estadísticas en el plano de observación del campo óptico ???. Los parámetros estadísticos como las varianzas, correlaciones y espectros de densidad, de propiedades como la amplitud-logarítmica, fase e irradiancia son usadas para generar mascarar aleatorias, las cuales a su vez, son entradas para el algoritmo de propagación. Así que principalmente, este Capítulo muestra un modelo de atmósfera por capas siguiendo unos parámetros estadísticos determinados previamente.

Empezaremos por describir el algoritmo de propagación, luego, mostraremos la relación entre las variables estadísticas encontradas para la atmósfera simulada en el Capítulo 2, las cuales, nos servirán para hacer un modelo de capas de la atmósfera usando máscaras de fase aleatorias calculadas a través de un modelo sencillo de Monte-Carlo. Las mascarar computadas son la entrada principal del algoritmo.

### 3.1. Algoritmo de espectro angular para la propagación de la luz en la atmósfera

En la teoría escalar de la difracción, explicada con rigor físico y matemático por ?, en *Introduction to Fourier Optics*, la propagación en campo cercano esta definida por la integral de Fresnel y es el tratamiento de esta transformación, la que permitirá plantar la propagación de la luz a través de la atmósfera. Supongamos un campo óptico de entrada escrito de forma fasorial,  $U(\mathbf{r}_1) = A(\mathbf{r}_1)\exp[-i\phi(\mathbf{r}_1)]$ , que va siendo transformado a medida que atraviesa cada pequeña sección transversal de la atmósfera, tal que,  $U(\mathbf{r}_{i+1}) = A(\mathbf{r}_{i+1})\exp[-i\phi(\mathbf{r}_{i+1})]$ . La transformación entonces esta dada por

$$U(\mathbf{r}_{i+1}) \simeq \mathcal{R}\left[\frac{\Delta z_i}{2}, \mathbf{r}_i, \bar{\mathbf{r}}_{i+1}\right] \mathcal{T}[z_i, z_{i+1}] \mathcal{R}\left[\frac{\Delta z_i}{2}, \mathbf{r}_i, \bar{\mathbf{r}}_{i+1}\right] \{U(\mathbf{r}_i)\}, \quad (3.1)$$

donde,  $\mathcal{R}[\cdot]$  y  $\mathcal{T}[\cdot]$  son operadores que representan la difracción en el espacio libre y la acumulación de fase debido a la atmósfera, respectivamente.  $\bar{\mathbf{r}}_{i+1}$  es la coordenada a medio camino entre el plano  $i$  y  $i + 1$ . Expandiendo la

Eq. 3.1 en la notación de ? obtenemos

$$\begin{aligned}
 U(\mathbf{r}_n) = & \mathcal{Q}\left[\frac{m_{n-1}-1}{m_{n-1}\Delta z_{n-1}}, \mathbf{r}_n\right] \\
 & \times \prod_{i=1}^{n-1} \left\{ \mathcal{T}[z_i, z_{i+1}] \mathcal{F}^{-1}\left[\mathbf{f}_i, \frac{\mathbf{r}_{i+1}}{m_i}\right] \mathcal{Q}_2\left[-\frac{\Delta z_i}{m_i}, \mathbf{f}_i\right] \mathcal{F}[\mathbf{r}_i, \mathbf{f}_i] \frac{1}{m_i} \right\} \\
 & \times \left\{ \mathcal{Q}\left[\frac{1-m_1}{\Delta z_1}, \mathbf{r}_1\right] \mathcal{T}[z_1, z_2] U(\mathbf{r}_1) \right\}.
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

La Eq. 3.2 esta en términos de transformadas de Fourier ( $\mathcal{F}, \mathcal{F}^{-1}$ ) y operadores que contienen fases cuadráticas ( $\mathcal{Q}[c, \mathbf{r}]\{U(\mathbf{r})\} = e^{i(k/2)c|\mathbf{r}|^2}U(\mathbf{r})$ ,  $\mathcal{Q}_2[d, \mathbf{r}] = \mathcal{Q}[(4\pi^2/k^2)d, \mathbf{r}]$ ). El subíndice  $n$  representa el numero de planos de propagación y la acumulación de fase esta definida como

$$\mathcal{T}[z_i, z_{i+1}] = \exp[-i\phi(\mathbf{r}_{i+1})], \tag{3.3}$$

donde, la fase  $\phi$  esta definida a través del cambio en el índice de refracción  $\delta n$ , como

$$\phi(\mathbf{r}_i) = k \int_{z_i}^{z_{i+1}} \delta n(\mathbf{r}_i) dz. \tag{3.4}$$

En la aproximación de Rytov ??, el campo óptico esta definido como  $U(\mathbf{r}) = U_0(\mathbf{r})\exp[\psi(\mathbf{r})]$ , donde,  $U_0(\mathbf{r})$  representa la solución de las ecuaciones de Maxwell para el vacío ( $n_1 = 0$ ) y  $\psi(\mathbf{r})$  es la perturbación de fase compleja, la cual, sigue la forma  $\psi(\mathbf{r}) = \psi_1(\mathbf{r}) + \psi_2(\mathbf{r}) + \dots$ , con realizaciones sucesivas de perturbación, caracterizadas por varios momentos estadísticos. Adicionalmente,  $\psi$  puede ser escrita en términos de amplitud y fase ( $\psi = \mathcal{X} + i\phi$ ).  $\mathcal{X}$  es la perturbación de amplitud-logarítmica y  $\phi$  como se dijo, es la perturbación de fase. El metodo de Rytov puede ser construido a partir de un modelo *Power Spectrum Density* (PSD -  $\Phi$ ), con el cual calcular analíticamente los momentos estadísticos del campo óptico.

### 3.2. Definición de $\Phi_n$ y $\Phi_\phi$

Siguiendo la teoría de Kolmogorov ?, explicada brevemente en el Capítulo 2, la descripción espectral de las fluctuaciones del índice de refracción, puede ser interpretada a través de su PSD ( $\Phi_n(\kappa)$ ), la cual es calculada

usando la función estructural de índice de refracción ( $D_n(r)$ ) ?. Un modelo practico de la PSD de índice de refracción basada en la teoría de Kolmogorov y modificada por Von Kármán ? viene dada por

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033C_n^2 \frac{\exp(-\kappa^2/\kappa_m^2)}{(\kappa^2 + \kappa_0^2)^{(11/6)}}, \quad 0 \leq \kappa < \infty, \quad (3.5)$$

con  $\kappa = 2\pi(f_x\hat{\mathbf{i}} + f_y\hat{\mathbf{j}})$  como la frecuencia espacial angular,  $\kappa_m = 5.92/l_0$  y  $\kappa_0 = 2\pi/L_0$ . El modelo de Von Kármán modificado esta diseñado para tener en cuenta escalas mas pequeñas y mas grandes de Eddies que el modelo estándar de Kolmogorov. Nótese que el parámetro estructural de índice de refracción ( $C_n^2$ ) es necesario para construir su PSD. La relación entre los parámetros que definen el índice de refracción y la fase, puede escribirse a traves de sus PSDs como

$$\Phi_\phi(\kappa) = 2\pi^2 k^2 \Delta z \Phi_n(\kappa), \quad (3.6)$$

resolviendo, se obtiene

$$\Phi_\phi(\kappa) = 0.49r_0^{(-5/3)} \frac{\exp(-\kappa^2/\kappa_m^2)}{(\kappa^2 + \kappa_0^2)^{(11/6)}}, \quad (3.7)$$

donde  $r_0$  es el radio de coherencia atmosférico o parámetro de Fried ?? y  $\Delta z$  es la distancia de propagación. El parámetro de Fried depende de la forma de la onda propagada, para un frente de onda esférico  $r_0$  esta dado por

$$r_{0,sw} = \left[ 0.423k^2 \int_0^{\Delta z} C_n^2(z) \left( \frac{z}{\Delta z} \right)^{(5/3)} dz \right]^{(-3/5)}. \quad (3.8)$$

Para el caso de un frente de onda plano, el termino de divergencia de la onda ( $(z/\Delta z)^{(5/3)}$ ) desaparece de la Eq. 3.8. El parámetro de Fried, físicamente hablando, es la medida de la calidad de transmisión óptica a través de la atmósfera.

### 3.3. Cálculo de las máscaras de fase usando PSDs

Como se ha dicho, las variaciones aleatorias en el índice de refracción producen cambios en el camino óptico de la luz, también aleatorios. Por tanto, el objetivo es crear mascarar de fase que produzcan cambios aleatorios en la propagación de la luz que sigan la estadística de la atmósfera estudiada, las cuales servirán, como fue mencionado antes, de entrada en el algoritmo de propagación de la luz. Es decir, que las turbulencias atmosféricas producen variaciones de fase que deben ser representadas por números aleatorios generados por ordenador con una estadística propia definida a través de las PSDs. La fase puede ser escrita como la sumatoria ponderada de unas funciones base. Usando la transformada de Fourier, podemos escribir la fase como

$$\phi(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(f_x, f_y) e^{i2\pi(f_x x + f_y y)} df_x df_y, \quad (3.9)$$

donde,  $\Psi(f_x, f_y)$  es la representación de la fase en el dominio espacio-frecuencial. Entendiendo la fase como una realización de un proceso aleatorio con una PSD dada por  $\Phi_\phi(\kappa)$  o  $\Phi_\phi(f)$  y usando el teorema de Parseval, mas la definición de PSD ? obtenemos la siguiente relación

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_\phi(f_x, f_y) df_x df_y = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\phi(x, y)|^2 dx dy, \quad (3.10)$$

Ahora, usando la Eq. 3.9 de forma discreta para poder ser computada, esta se convierte en una serie de Fourier donde el conjunto de los coeficientes son la variable de interés para construir la fase aleatoria. Para determinar los coeficientes se utilizara el teorema de limite central, con el cual obtener una distribución Gaussiana ?. La razón principal de este razonamiento, es que las variaciones de fase a través de la atmósfera tiene muchas inhomogeneidades aleatorias independientes a lo largo del camino óptico. Tal que, los coeficientes pueden ser escritos usando la Eq. 3.9 y la Eq. 3.10 en su forma discreta, como

$$\langle |c_{n,m}|^2 \rangle = \frac{1}{L_x L_y} \Phi_\phi(f_{x_n}, f_{y_m}), \quad (3.11)$$

siendo  $f_{x_n}$  y  $f_{y_m}$  las frecuencias espaciales discretizadas y  $L_x$  y  $L_y$  el espaciado de la malla en representación frecuencial.  $c_n, m$  son los coeficientes de Fourier complejos y tanto su parte real como imaginaria tiene una media de



cero, las varianzas son iguales y las covarianzas cruzadas son cero. Una vez obtenidos los coeficientes, computacionalmente hablando, la parte real de la transformada de Fourier de estos, es la fase aleatoria buscada. Sin embargo, este método no reproduce de forma precisa las frecuencias bajas del modelo modificado de Von Kármán, por tanto hay que introducir una corrección, basado en la reconstrucción de subarmónicos ?, donde se hace una suma adicional, para hacer un promedio de varias mascarar de fase aleatorias, solo alrededor de las frecuencias bajas.

La fase para bajas frecuencias esta dada por

$$\phi_{LF}(x, y) = \sum_{p=1}^{N_p} \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 c_{n,m} \exp[i2\pi(f_{x_n}x + f_{y_m}y)], \quad (3.12)$$

donde,  $N_p$  es la suma sobre diferentes mascarar de fase. La definicion de la fase para las altas frecuencias tiene la misma forma de la Eq. 3.12, pero sin la sumatoria sobre  $N_p$  y con  $n$  y  $m$  del tamaño total de la mascara, es decir, para el tamaño total de las frecuencias analizadas. Finalmente, la fase total es la suma de la fase para las altas frecuencias mas la fase para las bajas frecuencias.

### 3.4. Función de transferencia óptica (OTF) y función de punto esparcido (PSF)

Retomando la teoría Rytov ? que ha sido introducida al inicio de este Capitulo, el valor promedio de un campo óptico esta definido como

$$\langle U(\mathbf{r}) \rangle = U_0(\mathbf{r}) \langle \exp[\psi(\mathbf{r})] \rangle. \quad (3.13)$$

A partir de la Eq. 3.13, se puede definir la función de coherencia mutua, la cual nos indica, el grado de coherencia de la luz de un campo óptico y tiene un rol importante en la interpretación de la transformación de los campos ópticos parcialmente coherentes, a través de los sistemas ópticos formadores

de imagen ?. La función de coherencia mutua tiene la siguiente forma

$$\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}', z) = U_0(\mathbf{r})U_0^*(\mathbf{r}')\langle \exp[\psi(\mathbf{r})\psi^*(\mathbf{r}')] \rangle. \quad (3.14)$$

La función de coherencia mutua permite calcular propiedades útiles para la caracterización de la propagación de la luz. Estas propiedades son el factor modulo complejo de coherencia, la función estructural de onda, la PSD de la fase y la OTF del sistema ?. Para el modelo de atmósfera que se viene analizando, el factor modulo complejo de coherencia esta definido como

$$\mu(\mathbf{r}, \mathbf{r}', z) = \frac{|\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}', z)|}{[\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}, z)\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}', z)]^{(1/2)}}. \quad (3.15)$$

Por otro lado, la OTF esta definida después de un cambio de coordenadas, de la misma forma que el factor modulo complejo de coherencia

$$\mathcal{H}(f) = \frac{\Gamma(\lambda f_l f)}{\Gamma(0)}, \quad (3.16)$$

donde,  $f_l$  es la focal del sistema,  $\lambda$  la longitud de onda y  $f$  las coordenadas frecuenciales. Finalmente, como es bien sabido, la PSF del sistema óptico incluidas las turbulencias atmosféricas es la transformada de Fourier de la OTF ?.

### 3.5. Resultados



## Capítulo 4

# Espectro-polarimetría Solar

### 4.1. Sección 1

#### 4.1.1. Subsección 1

#### 4.1.2. Subsección 2



## Capítulo 5

# Conclusiones y trabajo futuro

### 5.1. Sección 1

#### 5.1.1. Subsección 1

#### 5.1.2. Subsección 2



# Bibliografía

Collins, C.: 2013, *Astronomy 101: From the Sun and Moon to Whormholes and Warpdrive, Key Theories, Discoveries, and Facts about the Universe*, USA: Adams Media.

EAST-EST, *European Solar Telescope*: <http://www.est-east.eu/>

ESA-GAIA, *Global Astrometric Interferometer for Astrophysics*: <https://sci.esa.int/web/gaia>

ESO-ALMA, *Atacama Large Millimeter Array*: <https://www.almaobservatory.org/>

ESO-VLT, *Very Large Telescope*: <https://www.eso.org/public/teles-instr/paranal-observatory/vlt/>

Granados-Hernández, N.: 2019, *Análisis de Centroides de Polaridad Magnética en Regiones Solares Activas*, Observatorio Astronómico Nacional. Universidad Nacional de Colombia.

HSPF-SAMNet, *Solar Activity Monitor NETwork*: <http://hspf.eu/samnet.html>

Korsós, M. B., Ludmány, A., Erdélyi, R., y Baranyi, T.: 2015, *Astrophysical Journal Letters* **802**(2), L21

Korsós, M. B., Yang, S., y Erdélyi, R.: 2019, *Journal of Space Weather and Space Climate* **9**, A6

Lang, K. R.: 2006, *Sun, Earth and Sky*, 2nd. Springer.

Lang, K. R.: 2008, *The Sun from Space*, 2nd. Springer.



Maronga, B., Gryschka, M., Heinze, R., Hoffmann, F., Kanani-Sühling, F., Keck, M., Ketelsen, K., Letzel, M. O., Sühling, M., y Raasch, S.: 2015, *Geoscientific Model Development Discussions* **8**, 1539

NASA-HST, *Hubble Space Telescope*: <https://hubblesite.org/>

NASA-SDO, *Solar Dynamics Observatory*: <https://sdo.gsfc.nasa.gov/>

PALM, <https://palm.muk.uni-hannover.de/trac> bajo licencia GNU General Public License V3

Schmidt, J. D.: 2010, *Numerical Simulations of Optical Wave Propagation*, SPIE Press.

STScI-JWST, *Jamnes Webb Space Telescope*: <http://www.stsci.edu/jwst/>

Toro-Iniesta, J. C.: 2003, *Introduction to Spectropolarimetry*, Cambridge University Press.

Vita-Finzi, C.: 2008, *The Sun. A User's Manual*, Springer.

## Apéndice A

# Configuración PALM

```
&initialization_parameters
!
!-- grid parameters
!-----
    nx                = 39,
    ny                = 39,
    nz                = 50,

    dx                = 50.0,
    dy                = 50.0,
    dz                = 25.0,

    dz_stretch_level  = 2215.0, ! Altura villa de leyva
    dz_max            = 50
!
!-- initialization
!-----
    initializing_actions = 'set_constant_profiles',

    ug_surface          = 2.5,
    vg_surface          = 0.0,

    pt_surface          = 306.0,
    pt_vertical_gradient = 0.0, 3.0, 0,
    pt_vertical_gradient_level = 0.0, 800, 1600,

    q_surface           = 0.019, ! mixing ratio --> rel. hum. = ?

    surface_pressure    = 1016.0,

    day_of_year_init    = 172, ! June 21
    time_utc_init       = 43200.0, ! 12:00 UTC
!
!-- physics
!-----
    latitude            = 5.66,
    longitude            = 286.46, ! -73.54 villa de leyva
!
!-- boundary conditions
!-----
    constant_flux_layer = .TRUE.,
```

```
bc_pt_b          = 'dirichlet', ! required when using LSM
bc_q_b           = 'dirichlet', ! required when using LSM

rayleigh_damping_height = 138.0,
rayleigh_damping_factor = 0.01,
!
!-- mode
!-----
humidity          = .TRUE.,
!precipitation    = .FALSE.,

reference_state   = 'horizontal_average',
!
!-- numerics
!-----
fft_method        = 'temperton-algorithm', !'fftw', !
/

&runtime_parameters
!
!-- run steering
!-----
end_time          = 216000.0, ! 2.5 days

create_disturbances = .T.,
dt_disturb        = 120.0,
disturbance_energy_limit = 0.0001,
!
!-- general output setting
!-----
netcdf_data_format = 2, ! NetCDF3
dt_run_control     = 900.0,
dt_data_output     = 21600.0, ! 6 hours
dt_data_output_av  = 3600.0,
averaging_interval = 1800.0,
!
!-- profile output setting
!-----
data_output_pr    = '#u', '#v', '#theta', '#q', '#thetav',
                  '#km', '#kh', '#l',
                  'w', 'e', 'e*', 'p',
                  'w"u"', 'w*u*', 'w"v"', 'w*v*',
                  'w"theta"', 'w*theta*', 'w"thetav"', 'w*thetav*',
                  'w"q"', 'w*q*', 'w*e*',
                  'theta*2', 'q*2', 'u*2', 'v*2', 'w*2',
                  '#t_soil', '#m_soil',
!
!-- 2D and 3D output setting
!-----
section_xy        = 0, ! surface variables only

data_output       = 'theta', 'thetav', 'q', 'u', 'v',
                  'theta_av', 'thetav_av', 'q_av', 'u_av', 'v_av',

                  't_soil', 't_soil_av',
                  'm_soil', 'm_soil_av',

                  'us*_xy', 'us*_xy_av',
                  't*_xy', 't*_xy_av',
                  'r_a*_xy', 'r_a*_xy_av',
                  'r_s*_xy', 'r_s*_xy_av',
                  'tsurf*_xy', 'tsurf*_xy_av'

                  'ghf*_xy', 'ghf*_xy_av',
                  'shf*_xy', 'shf*_xy_av',

                  'qsws_liq*_xy', 'qsws_liq*_xy_av',
                  'qsws_soil*_xy', 'qsws_soil*_xy_av',
                  'qsws_veg*_xy', 'qsws_veg*_xy_av',
```

---

```

                                'c_liq*_xy',   'c_liq*_xy_av',
                                'c_soil*_xy',   'c_soil*_xy_av',
                                'c_veg*_xy',    'c_veg*_xy_av',
/

&land_surface_parameters
!
!-- soil setup
!-----
    soil_type                = 3,
    soil_temperature          = 293.0, 293.0, 293.0, 293.0,
                              293.0, 293.0, 293.0, 293.0,
    deep_soil_temperature     = 293.0,
    soil_moisture              = 0.35, 0.35, 0.35, 0.35,
                              0.35, 0.35, 0.35, 0.35,
!
!-- boundary conditions
!-----
    surface_type              = 'vegetation',
    vegetation_type            = ???,
    vegetation_coverage        = ???,
    c_surface                  = 0.0,
    conserve_water_content     = .T.,
/

&radiation_parameters
!
!-- general setup
!-----
    radiation_scheme           = 'clear-sky',
    dt_radiation               = 60.0,
/

```

**Código A.1:** *Fichero de configuración de PALM para la atmósfera de Villa de Leyva*