



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA**

FACULTAD DE INGENIERÍA

Departamento de Electrotecnia

**Técnicas de procesamiento de EEG para  
detección de eventos.**

Andrea Noelia Bermúdez Cicchino

Tesis presentada para la obtención del grado de  
**MAGISTER EN INGENIERÍA**

Director: Dr. Enrique Mario Spinelli

Codirector: Dr. Carlos Horacio Muravchik



# I. Índice

---

<b>Lista de Acrónimos.....</b>	<b>v</b>
<b>Lista de Figuras .....</b>	<b>vii</b>
<b>Lista de Tablas .....</b>	<b>xi</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Introducción.....	1
1.2. El procesamiento de las Señales .....	2
1.3. Detección de Eventos.....	3
1.4. Aplicaciones Propuestas .....	3
1.5. Organización de a Tesis.....	4
<b>2. La Señal de Electroencefalografía</b>	<b>7</b>
2.1. El cerebro .....	7
2.2. La Actividad Eléctrica del Cerebro.....	9
2.3. El electroencefalograma (EEG) .....	10
2.3.1. Topologías de medición de EEG .....	11
2.3.2. Posicionamientos de electrodos .....	11
2.4. Tipos de Potenciales de EEG.....	12
2.4.1. Ritmos cerebrales.....	13
2.4.1.1. Ritmo Delta.....	14
2.4.1.2. Ritmo Theta .....	14
2.4.1.3. Ritmo Alfa .....	14
2.4.1.4. Ritmo Mu .....	14
2.4.1.5. Ritmo Beta .....	15
2.4.1.6. Ritmo Gamma.....	15
2.4.2. Potenciales relacionados a eventos (ERP).....	15
2.5. Potenciales de EEG utilizados en la Tesis .....	16
2.5.1. Ritmo Alfa.....	16

---

2.5.1.1. Densidad Espectral de Potencia del ritmo alfa .....	17
2.5.1.2. Registros con ritmo alfa utilizados en la Tesis .....	18
2.5.2. Ritmos Motores (mu y beta) .....	20
2.5.2.1. Densidad Espectral de Potencia de los ritmos mu y beta .....	21
2.5.2.2. Registros con ritmos motores utilizados en la Tesis .....	23
2.5.3. Registros de EEG durante crisis epilépticas.....	24
2.5.3.1. Densidad Espectral de Potencia de registros con crisis epilépticas... .....	26
2.5.3.2. Registros con crisis epilépticas utilizados en la Tesis.....	27
2.6. Conclusiones.....	29
<b>3. Procesamiento tiempo-frecuencia</b>	<b>31</b>
3.1. La Transformada de Fourier (TF) .....	31
3.2. La Transformada de Gabor (TG) .....	32
3.3. Procesamiento de EEG mediante la Transformada de Gabor.....	34
3.3.1. Aplicación a señales de EEG con ritmo alfa .....	35
3.3.2. Aplicación a señales de EEG con ritmos motores .....	38
3.3.3. Aplicación a señales de EEG con crisis epiléptica.....	39
3.4. La Transformada Wavelet .....	41
3.5. Análisis Multirresolución .....	42
3.6. La Función Wavelet madre.....	45
3.7. Transformada Wavelet Continua (TWC) .....	48
3.8. Transformada Wavelet Discreta (TWD).....	48
3.9. Cálculo de los coeficientes wavelets y escala .....	49
3.9.1. Algoritmo Rápido de Mallat.....	51
3.10. Aplicación de la TW a señales de EEG .....	53
3.10.1. Elección de la wavelet madre .....	54
3.10.2. Aplicación de la TWD en la detección de crisis epiléptica .....	56
3.10.3. Algoritmo de detección .....	60
3.11. Aplicación de la TWD a la detección de ritmo alfa.....	65
3.11.1. Detección de ritmo alfa mediante la TWD .....	69
3.11.1.1. Algoritmo de detección: Una adaptación propuesta para el caso de ritmo alfa .....	71
3.11.1.2. Aplicación del detector modificado al ritmo alfa .....	72
3.12. Conclusiones .....	75
<b>4. Wavelet Packet (WP)</b>	<b>77</b>
4.1. Definición.....	77
4.2. Análisis mediante WP de ritmos relacionados a movimientos.....	81
4.2.1. Cómputo de la ERD/ERS, una variante propuesta .....	83
4.2.2. Aplicación de la técnica modificada a ritmos motores .....	84

---

---

4.3. Conclusiones .....	87
<b>5. Entropía</b>	<b>89</b>
5.1. Entropía.....	89
5.2. Aplicación de la Entropía a registros de EEG.....	90
5.3. Entropía Dependiente del Tiempo (TDE) .....	91
5.3.1. Algoritmo de cálculo de la TDE .....	91
5.3.2. Entropía de Tsallis.....	93
5.3.3. Aplicación de la TDE a la detección de ritmo alfa.....	94
5.3.4. Aplicación de la TDE a señales de EEG con crisis epilépticas.....	96
5.3.4.1. Detección de espigas en segmentos de corta duración.....	99
5.3.4.2. Aplicación a registros de larga duración .....	102
5.4. Entropía Aproximada (ApEn).....	104
5.4.1. Cálculo de la ApEn .....	105
5.4.2. Aplicación de la ApEn a la detección del ritmo alfa .....	107
5.4.2.1. Algoritmo de detección .....	110
5.4.3. Aplicación de la ApEn a la detección de crisis epiléptica.....	112
5.5. Conclusiones .....	114
<b>6. Entropía Espectral</b>	<b>117</b>
6.1. Motivación .....	117
6.2. Cálculo de la SE.....	119
6.3. Aplicación de la SE a la detección de ritmo alfa.....	120
6.3.1. Algoritmo de detección .....	124
6.3.2. Detección de ritmo alfa utilizando la SE de Tsallis .....	125
6.4. Aplicación de la SE a la detección de crisis epiléptica .....	128
6.4.1. Detección de crisis epiléptica .....	130
6.4.2. Detección de crisis epiléptica utilizando la SE de Tsallis.....	131
6.5. Variación de los resultados con los parámetros de cálculo .....	132
6.6. Conclusiones .....	133
<b>7. Conclusiones</b>	<b>135</b>
7.1. Conclusiones .....	135
7.2. Líneas abiertas.....	137
<b>Apéndice A .....</b>	<b>139</b>
A.1 Duración Efectiva .....	139
A.2 Principio de Incertidumbre .....	139

---

---

<b>Apéndice B .....</b>	<b>141</b>
B.1 Ecuación de Dilación.....	141
B.2 Ecuación Wavelet.....	142
B.3 Algoritmo de Mallat.....	142
<b>Apéndice C .....</b>	<b>145</b>
C.1 Variación con la longitud de la ventana .....	145
C.2 Variación con el solapamiento.....	147
C.3 Variación con la elección del intervalo de referencia.....	148
<b>Bibliografía .....</b>	<b>153</b>

---

## Lista de Acrónimos

---

ApEn	Entropía Aproximada
BCI	Interface cerebro computadora ( <i>BrainComputer Interface</i> )
BS3	Spline Cúbica Básica
BSpline	Spline Básica
db <i>i</i>	Daubechies de orden <i>i</i>
DEP	Densidad espectral de potencia
ds	Desviación estándar
ECG	Electrocardiograma
EEG	Electroencefalograma
EMG	Electromiograma
EP	Potenciales evocados
ERD	Desincronización relacionada al evento ( <i>Event Related Desynchronization</i> )
ERP	Potenciales relacionada al evento ( <i>Event Related Potentials</i> )
ERS	Sincronización relacionada al evento ( <i>Event Related Synchronization</i> )
FDP	Función densidad de probabilidades
FDP	Función densidad de probabilidad
FFT	Transformada rápida de Fourier ( <i>Fast Fourier Transform</i> )
FIR	Respuesta Impulsional Finita ( <i>Finite Impulse Response</i> )
FMP	Función masa de probabilidades
FMP	Función masa de probabilidad
FWT	Transformada Wavelet Rápida ( <i>Fast Wavelet Transform</i> )
OS3	Spline Cúbica Ortogonal

---

OSpline	Spline Ortogonal
SE	Entropía espectral
SE <sub>q</sub>	Entropía espectral de Tsallis
SFT	<i>Short Fourier Transform</i>
STFT	<i>Short time Fourier Trasnform</i>
TDE	Entropía dependiente del tiempo
TDE <sub>q</sub>	Entropía dependiente del tiempo de Tsallis (o q-entropía)
TDF	Transformada discreta de Fourier
TF	Transformada de Fourier
TFTD	Transformada de Fourier de Tiempo Discreto
TG	Transformada de Gabor
TW	Transformada Wavelet
TWC	Transformada Wavelet continua
TWD	Transformada Wavelet discreta
WP	Wavelet Packets

---

## Lista de Figuras

---

- Figura 2.1: Morfología del cerebro humano. Vista superior y hemisferio izquierdo.
- Figura 2.2: Funciones de las diferentes áreas de la corteza cerebral.
- Figura 2.3: Sistema 10-20 de posicionamiento de los electrodos.
- Figura 2.4: Registro de EEG con ritmo alfa.
- Figura 2.5: DEP de registro con ritmo alfa y sin el ritmo.
- Figura 2.6: Registro de EEG con intervalos de 10 segundos con los ojos abiertos y 10 segundos cerrados.
- Figura 2.7: DEP de registro de EEG durante el movimiento del dedo índice izquierdo por intervalos.
- Figura 2.8: DEP de registro de EEG durante el movimiento del dedo índice derecho por intervalos.
- Figura 2.9: Paradigma experimental utilizado en la adquisición de señales de EEG con ritmos motores.
- Figura 2.10: Registro de EEG con crisis epiléptica.
- Figura 2.11: Fragmento de EEG durante una crisis epiléptica.
- Figura 2.12: DEP de registro de EEG durante una crisis epiléptica y durante la pre-crisis.
- Figura 2.13: Registro de EEG de 8 minutos de duración con crisis epiléptica.
- Figura 3.1: Plano t-f de registro de EEG con ritmo alfa, calculado con la TG normalizada a su máximo valor.
- Figura 3.2: Registro de EEG con intervalos de 10 segundos con los ojos abiertos y 10 segundos cerrados.
- Figura 3.3: Energía normalizada de los coeficientes de la TG. Átomos de Gabor centrados en  $f_c$ .
- Figura 3.4: Plano t-f de registro de EEG, durante el movimiento del dedo índice izquierdo. Calculado con la TG normalizada a su máximo valor.
- Figura 3.5: Registro de EEG con crisis epiléptica.

---

Figura 3.6: Plano t-f de registro de la figura 3.5, calculado con la TG normalizada a su máximo valor.(a) Para los 20 electrodos y en el rango completo de frecuencias. (b) Frecuencias de interés y los electros Fp1 y Fp2.

Figura 3.7: (a) Átomos de Gabor para diferentes instantes y niveles de análisis. (b) Señal wavelet a distintas escalas y desplazamientos.

Figura 3.9: Descomposición del espacio  $V_0$  en cuatro niveles.

Figura 3.10: Funciones escalas y wavelet de distintos tipos de splines: BS3 y OS3.

Figura 3.11: Funciones escala y wavelet de TWs de Daubechies de distintos órdenes.

Figura 3.12: Seccionamiento del plano t-f para la TG y la TWD.

Figura 3.13: Bancos de descomposición wavelet y de reconstrucción de tres niveles.

Figura 3.14: Comparación entre las wavelets madre correspondientes a la db4 y db6, y segmentos con ritmo alfa y ritmo beta central.

Figura 3.15: Descomposición wavelet con la OS3 de la señal de la figura 3.5.

Figura 3.16: Zoom sobre la crisis de la descomposición de la figura 3.15.

Figura 3.17: Plano tiempo escala correspondiente a la descomposición wavelet de la figura 3.15.

Figura 3.18: Evolución temporal de la energía de los coeficientes wavelets de la descomposición de la figura 3.15 y 3.16.

Figura 3.19: Detección de espigas y ondas lentas, para la señal de la figura 3.13.

Figura 3.20: (a) Señal de EEG. (b) Detección de ondas lentas.

Figura 3.21: (a) Señal de EEG. (b) Detección de un tren de espigas y ondas lentas.

Figura 3.22: Árbol de descomposición Wavelet para  $f_s=256\text{Hz}$ .

Figura 3.23: Descomposición wavelet OS3 en 4 niveles del registro de la figura 3.2.

Figura 3.24: Coeficientes d4 de la descomposición de la figura 3.13.

Figura 3.25: Plano tiempo-escala de registro con ritmo alfa (OS3 de 6 niveles).

Figura 3.26: Energía de los coeficientes wavelets de la descomposición de la figura 3.23.

Figura 3.27: Detección de ritmo alfa aplicando el detector propuesto por D'Attellis y la TWOS3.

Figura 3.28: Detección de ritmo alfa aplicando el detector modificado y la TW OS3.

Figura 3.29: Energía de los coeficientes d4 suavizada con ventanas gaussianas de diferentes duraciones.

Figura 3.30: Detección utilizando el detector modificado y la energía suavizada de los coeficientes.

Figura 4.1: Árbol de descomposición Wavelet para  $f_s=256\text{Hz}$ .

- 
- Figura 4.2: Árbol de descomposición mediante WP, para  $f_s=256\text{Hz}$ .
- Figura 4.3: Señal de EEG en con ritmo alfa y energía de los coeficientes wavelets  $d_4$  y  $d_{4p1}$ .
- Figura 4.4: Energía de los coeficientes wavelets  $d_{4p1}$ ,  $d_{4p2}$ ,  $d_{3p1}$  y  $d_{3p2}$ , durante el movimiento del dedo índice derecho.
- Figura 4.5: ERS/ERD de la banda Beta Central durante el movimiento del dedo índice derecho y dedo índice izquierdo.
- Figura 4.6: ERS/ERD del ritmo durante el movimiento del dedo índice derecho y dedo índice izquierdo.
- Figura 5.1: Registro de EEG con ritmo cerebral alfa y su TDE.
- Figura 5.2: Registro de EEG con crisis epiléptica.
- Figura 5.3: TDE y  $TDE_q$  de registro con crisis epiléptica, para diferentes valores de  $q$ .
- Figura 5.4: Fragmento de EEG con tren de espigas y espigas aisladas al comienzo de una crisis y sus correspondientes valores de TDE y  $TDE_q$  modificadas, calculadas para diferentes valores de  $q$ .
- Figura 5.5: Tres fragmentos de registro con crisis epiléptica y las respectivas TDE y la  $TDE_q$  ( $q=5$ ). Fragmentos correspondientes la pre-crisis, la crisis la post-crisis.
- Figura 5.6: Dispersión de los valores de la TDE y  $TDE_q$  para registro con crisis epiléptica.
- Figura 5.7: ApEn de registro con ritmo de EEG alfa.
- Figura 5.8: Diagrama de cajas de los valores de la ApEn de la figura 5.7.
- Figura 5.9: Detección de ritmo alfa utilizando la ApEn y el clasificador Bayesiano Cuadrático.
- Figura 5.10: ApEn del registro con crisis epiléptica de la figura 5.2.
- Figura 5.11: Diagrama de cajas de los valores de la ApEn de la figura 5.9.
- Figura 6.1: Señales de prueba sinusoidal y ruido coloreado, y sus respectivas TDEs.
- Figura 6.2: SE de las señales de prueba de la figura 6.1.
- Figura 6.3: Registro de EEG con ritmo alfa, en intervalos de 10 segundos con los ojos abiertos y 10 segundos cerrados.
- Figura 6.4: Entropía espectral del registro con ritmo alfa.
- Figura 6.5: Comparación entre TDE, SE y ApEn de señal con ritmo alfa.
- Figura 6.6: Detección de ritmo alfa mediante las técnicas de SE y TDE aplicadas al registro de la figura 6.3.
- Figura 6.7: SE y  $SE_q$  del registro con ritmo alfa de la figura 6.3.
- Figura 6.8: Detección de ritmo alfa mediante las técnicas de SE y  $SE_q$  aplicadas al registro de la figura 6.3.

---

Figura 6.10: Registro de EEG con crisis epiléptica.

Figura 6.11: SE del registro de EEG con crisis epiléptica,de la figura 6.10.

Figura 6.12: Detección de crisis epilépticas mediante la técnica de SE.

Figura 6.13: Detección de crisis epiléptica mediante las técnicas de SE y  $SE_q$  para diferentes valores de  $q$ .

---

## **Lista de Tablas**

---

TABLA 3.1: Límites de frecuencias asociados a los niveles de descomposición Wavelet de 7 niveles ( $f_s=200Hz$ ).

TABLA 4.1: Límites de frecuencias asociados a los niveles de descomposición Wavelet de 4 niveles.

TABLA 4.2: Límites de frecuencias asociados a los niveles de descomposición mediante la WP utilizada, ritmo comprendido y frecuencia de muestreo efectiva en cada nivel.



# 1 Introducción

---

## 1.1 Introducción

---

La caracterización de la actividad eléctrica del cerebro reviste suma importancia en la neurología moderna. Una herramienta clave para ello es la electroencefalografía (EEG), que consiste en la medición de los biopotenciales que se generan en el cerebro. La EEG mide dichos biopotenciales utilizando electrodos que se colocan sobre el cuero cabelludo.

Las distintas propiedades de las señales de EEG (forma, amplitud, ubicación espacial, contenido frecuencial, etc.), contienen información útil acerca de diferentes estados mentales asociados a actividades motoras, sensoriales y estadíos del sueño o de diferentes enfermedades (Keirn y Aunon, 1990; Neuper et al., 2009; Botero Suárez et al., 2010; Hara et al., 1999; Cebeiro et al., 2009). Es posible entonces determinar un estado mental a partir de las señales de EEG.

Aún hoy la interpretación clínica de las mediciones de EEG se realiza, en la mayoría de los casos, mediante el reconocimiento visual de patrones establecidos y su asociación con características externas de diferentes enfermedades. Este método requiere del entrenamiento del observador y es altamente subjetivo. Por otro lado la información de interés puede aparecer en las señales de EEG en forma de “detalles sutiles” que aún un observador entrenado puede no detectar. Por este motivo existe un creciente interés en el desarrollo de técnicas digitales de procesamiento para interpretar dichas señales, estas técnicas consisten en transformar datos objetivos, en datos

numéricos y/o gráficos que faciliten su análisis y sistematización. La cantidad de técnicas de procesamiento digital que se aplican hoy en día al procesamiento de señales de EEG no solo es extensa, sino que se encuentra en permanente crecimiento, apareciendo continuamente nuevas técnicas que surgen, o bien de otras áreas de investigación o como combinación de técnicas ya aplicadas con cierto éxito en biopotenciales.

## 1.2 El procesamiento de las Señales

---

El objetivo principal de las técnicas de procesamiento de señales de EEG, es el de extraer ciertas características de la señal que faciliten luego su clasificación y/o evaluación. La actividad eléctrica del cerebro puede ser analizada en el dominio del tiempo, midiendo las variaciones de tensión en función del tiempo o en el dominio de la frecuencia, estudiando las variaciones de potencia con respecto a la frecuencia. Estas han sido las primeras técnicas utilizadas, sin embargo en las últimas décadas se han incorporado técnicas de procesamiento estadístico, a las clásicas utilizadas en el estudio del EEG.

En el dominio del tiempo, las técnicas de procesamiento consisten en medir los cambios de potencial que se producen en las características temporales de la señal de EEG, y suelen utilizarse por ejemplo para medir dichas características con relacionadas a un evento.

Uno de los métodos más usados para obtener la potencia del espectro de una señal es la FFT (*Fast Fourier Transform*). Esta técnica requiere que las señales bajo estudio sean estacionarias. Sin embargo las señales EEG, si bien pueden considerarse localmente estacionarias en pequeños intervalos de tiempo, en forma global son señales claramente no estacionarias (Pardey et al., 1996). Esta última particularidad hace que los métodos tradicionales de cálculo de la Transformada de Fourier, no resulten eficientes.

Como alternativa se presentan entre otras la Transformada Wavelet. En el procesamiento con wavelet no se asume que la señal procesada es periódica, y por lo tanto es posible representar señales con cambios abruptos y

---

discontinuidades obteniendo descripciones con buena localización tanto en frecuencias como en el tiempo (Tapan Gandhi et al., 2011; Gigola et al., 2004).

### **1.3 Detección de Eventos**

---

Una idea casi tan antigua como la medición de EEG, es aquella que pretende detectar diferentes eventos neuronales a partir de los registros de EEG. Básicamente aplicar un detector significa clasificar diferentes muestras o registros entre dos o más patrones o clases posibles. A medida que dichas clases se encuentren estadísticamente más separadas, menor será el error cometido al clasificar las muestras. Previo a la etapa de detección, se utilizan diferentes técnicas de procesamiento tendientes a extraer características del EEG que marquen una mayor diferencia entre los grupos de la clasificación.

Para la aplicación de este clasificador es necesario tener caracterizadas estadísticamente las diferentes clases. Para la detección de eventos en las señales de EEG, se necesita tener caracterizado el comportamiento del EEG cuando el evento está presente y cuando el mismo no lo está. Una dificultad que presenta la aplicación de estos conceptos sobre señales de EEG es que además se ser señales no estacionarias, presentan gran variación entre sujetos, o incluso para un mismo sujeto en distintos momentos o estados. Por este motivo además de caracterizar a las diferentes clases, debe estipularse si es necesario actualizar las características estadísticas, y cada cuánto tiempo debe hacerse dicha actualización. Incluso en algunos casos puede ser necesario caracterizar las clases para cada sujeto al que será aplicada la técnica.

### **1.4 Aplicaciones Propuestas.**

---

En la presente tesis se propone el estudio de ritmos los cerebrales alfa, mu y beta, como aplicación directa a las interfaces cerebro computadora, conocidas como BCI (Brain-Computer Interface). Estos ritmos han sido ampliamente utilizados en diferentes BCI's, como en (Dewan, 1967; Wolpan, 1994; Kirkup, 1997; Spinelli, 2000; Neuper, et al., 2009).

---

Por otro lado, en las últimas décadas también se ha hecho mucho hincapié en el estudio del EEG durante crisis epilépticas. Estos estudios se han centrado en diferentes objetivos. Uno de ellos es el estudio de precursores de crisis que permitan detectar el inminente comienzo de una crisis epiléptica. Este interés se debe a que un sistema de alerta basado en la detección temprana de la crisis, puede advertir al paciente de una inminente crisis antes de que comiencen los síntomas más violentos. Contar con algún dispositivo que le avise al paciente con algunos segundos de anterioridad que sufrirá una crisis, además de darle la posibilidad de resguardarse de posibles accidentes (por ejemplo si se encuentra manejando), le da una seguridad al paciente que lo hace superar las limitaciones que esta enfermedad le pone en su vida cotidiana (Shoeb, 2009).

En este tipo de aplicaciones el objetivo final es obtener técnicas que sean aplicables en tiempo real, ya sea para la implementación de BCI's como en la detección temprana de crisis epilépticas. En este sentido es deseable realizar procesamientos simples, que permitan su implementación algorítmica con bajo costo computacional. En la actualidad, en el afán de encontrar nuevas técnicas de procesamiento, con las que se puedan obtener menores errores de detección/clasificación, en muchos casos se ha ido incrementando la complejidad a las técnicas, de tal forma que las convierten en poco prácticas a la hora de su aplicación en procesamientos concretos en tiempo real.

---

## 1.5 Organización de la tesis

---

El objetivo principal de la presente tesis es el estudio de diferentes técnicas de procesamiento de señales de EEG, y su aplicación a la detección de ritmos cerebrales y crisis epilépticas.

El trabajo de tesis se focalizó en el análisis y la implementación de distintas técnicas de procesamiento, y la reproducción de resultados obtenidos con anterioridad en la bibliografía, como validación de las técnicas.

En este contexto, para el procesamiento de ritmos cerebrales, se debieron adquirir registros de EEG propios, que se ajustaran a los paradigmas

---

de adquisición utilizados en los trabajos previos. Mientras que los registros con crisis epilépticas se consiguieron a partir de convenios de trabajo con otros grupos de investigación<sup>1</sup>.

En todo momento el trabajo se orientó a futuras aplicaciones en tiempo real, y es por ello que aquellas técnicas de gran complejidad algorítmica y alto costo computacional no se han considerado como opciones adecuadas al objetivo planteado.

La estructura general de la tesis es la siguiente:

En el capítulo 1 se presenta una descripción general del tema de tesis.

En el capítulo 2 se describen las características generales de las señales de EEG, su localización en las diferentes zonas del cerebro e ideas básicas sobre la adquisición. Haciendo especial hincapié en los ritmos alfa, mu y beta y en las características particulares de los registros de EEG con crisis epilépticas, aplicaciones propuestas para la tesis. Finalmente se presentan los registros de EEG que se utilizan a lo largo de toda la tesis, en las diferentes aplicaciones.

En el capítulo 3 se estudian técnicas de análisis tiempo-frecuencia, haciendo especial hincapié en la Transformada Wavelet, debido a su creciente aplicación a señales de EEG.

En el capítulo 4 se aplican las wavelet packets, en particular a las señales con ritmos cerebrales, con el objetivo de obtener mayor flexibilidad en la elección de las bandas de frecuencias obtenidas.

En el capítulo 5 se estudia el procesamiento mediante entropía de señales de EEG, en particular su aplicación a la detección de ritmo cerebral alfa y crisis epilépticas.

En el capítulo 6 se presenta la entropía espectral, técnica que combina el estudio mediante entropía con el estudio frecuencial de la señal. Además se implementan detectores basados en esta técnica.

Finalmente en el capítulo 7 se elaboran las conclusiones y se esbozan las principales líneas abiertas para un trabajo futuro, surgidas de las tesis.

---

<sup>1</sup> Estos registros fueron brindados por el Hospital Ramos Mejía de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

---



## **2 La Señal de electroencefalografía**

---

En este capítulo se presenta una breve introducción a las señales de electroencefalografía (EEG). En primer lugar se introducen conceptos generales sobre el cerebro, para luego realizar una descripción de las señales de EEG. En particular se analizan los ritmos cerebrales, que son de gran importancia en la aplicación de interfaces cerebro computadora (BCI) y que se utilizarán a lo largo de la tesis para implementar las diferentes técnicas de procesamiento estudiadas.

Se presenta también una breve descripción de las señales de EEG de enfermos con epilepsia, y sus características particulares durante la crisis.

Finalmente se presentan las señales de EEG que se utilizarán a lo largo de la tesis para aplicar las técnicas de procesamiento estudiadas, haciendo una breve descripción de sus características.

### **2.1 El cerebro**

---

El encéfalo es un órgano esencial del cuerpo humano, controla funciones tales como la respiración, la vista, el tacto, el movimiento, la temperatura, y todos los procesos que regulan nuestro cuerpo. Está contenido en el cráneo y se compone de tres partes bien diferenciadas: el tronco cerebral, el cerebelo y el cerebro, cuya superficie externa es conocida como corteza cerebral (figura 2.1).

La corteza cerebral presenta un conjunto de prominencias (circunvoluciones) y cisuras. La forma y la ubicación de las mismas pueden variar de una persona a otra; sin embargo son utilizadas para delimitar las diferentes zonas o regiones del cerebro. La más importante es la denominada cisura longitudinal, que divide al cerebro en los hemisferios derecho e

izquierdo. A su vez, cada hemisferio se subdivide en cuatro lóbulos: el frontal, el parietal, el temporal y el occipital (figura 2.1).

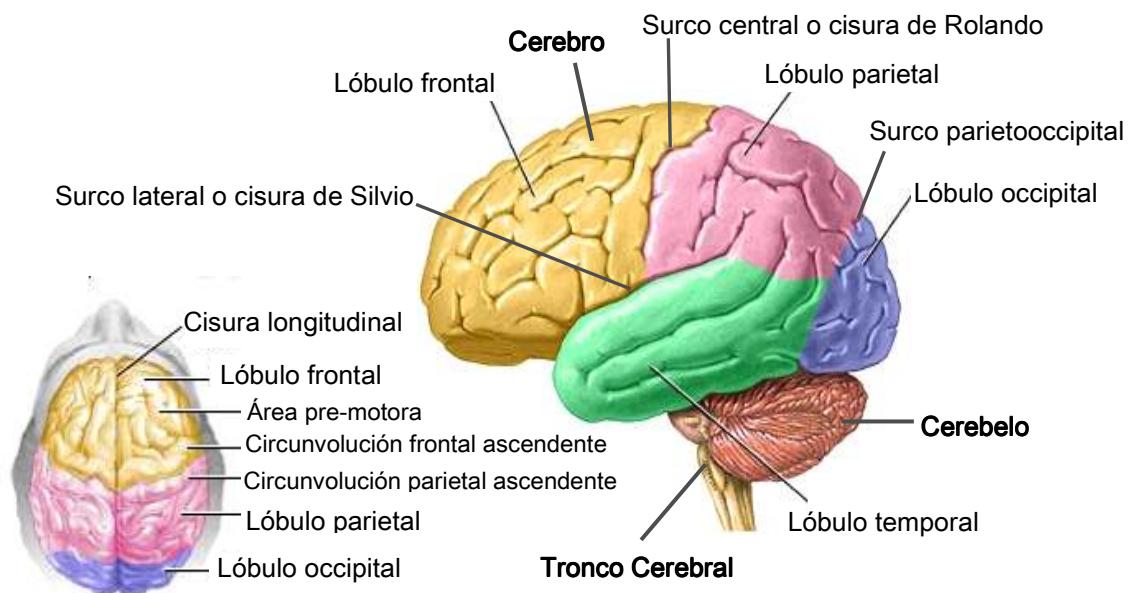


Figura 2.1: Morfología del cerebro humano. Vista superior y hemisferio izquierdo

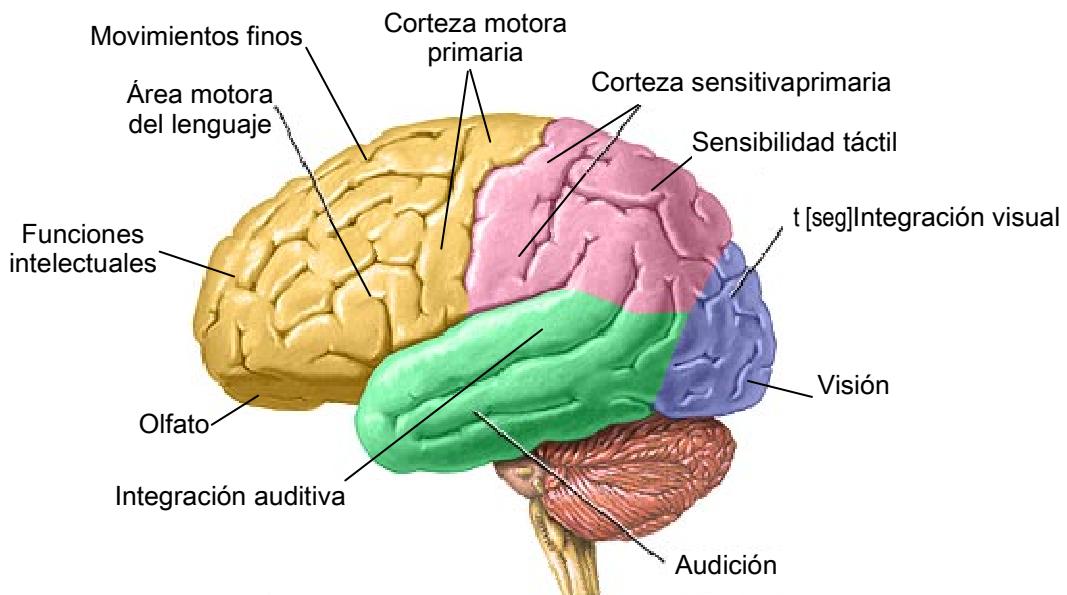


Figura 2.2: Funciones de las diferentes áreas de la corteza cerebral

Cada una de las áreas de la corteza cerebral es responsable de funciones específicas. Así por ejemplo, los lóbulos parietales contienen un

detallado mapa de la sensibilidad, los lóbulos occipitales se encargan de la visión, los temporales del oído, y los lóbulos frontales son los encargados de un gran número de funciones, como resolver problemas complejos o controlar la actividad muscular. En la figura 2.2 se muestra algunas de dichas funciones.

En particular, el área responsable de los movimientos voluntarios de los músculos del cuerpo se localiza delante de la cisura Central, y se le conoce como corteza motora primaria, mientras que por detrás de dicha cisura se encuentra la corteza sensorial primaria, responsable del análisis y percepción del sentido del tacto (figura 2.2).

## 2.2 La Actividad Eléctrica del Cerebro

---

La actividad eléctrica del cerebro está formada por biopotenciales, que se originan en la membrana externa de las células excitables, tales como las que componen el tejido nervioso o muscular. Estas señales eléctricas son de naturaleza iónica.

La frecuencia de la actividad eléctrica espontánea del cerebro, refleja tanto las propiedades intrínsecas de las membranas de una neurona, como la organización e interconectividad de la red a la que pertenecen (Lopes da Silva, 1991). Estas redes pueden ser del tipo local, y estar formadas por neuronas de una región de la corteza cerebral, o bien estar distribuida por diferentes partes del cerebro, abarcando un gran número de neuronas. La actividad sincrónica de un gran número de neuronas produce señales eléctricas de mayor amplitud y baja frecuencia, como por ejemplo el ritmo cerebral alfa. Por el contrario cuando las neuronas sincronizadas son menos y se encuentran en una región más localizada, se manifiestan a mayores frecuencias y con menores amplitudes, como los ritmos beta o gamma (Lopes da Silva y Pfurtscheller, 1999; Neuper y Pfurtscheller, 2001).

Esta actividad eléctrica se propaga a través del tejido circundante y se detecta con los electrodos que cumplen la función de transductores, convirtiendo las corrientes iónicas en corrientes electrónicas, para su posterior procesamiento.

## 2.3 El electroencefalograma (EEG)

---

Existen diferentes técnicas para medir la actividad eléctrica del cerebro, estas se diferencian por el nivel de profundidad en dónde se colocan los electrodos para adquirir la señal (Vaughan *et al*, 1996):

- *Electroencefalografía Profunda*: se utilizan microelectrodos implantados en el interior del cerebro mediante una intervención quirúrgica.
- *Electrocorticograma (ECoG)*: utiliza electrodos corticales colocados directamente sobre la corteza cerebral. En este caso también es necesaria una intervención quirúrgica para colocarlos electrodos.
- *Electroencefalograma (EEG)*: utiliza electrodos superficiales, colocados sobre la superficie del cuero cabelludo. Es una técnica no invasiva.

A medida que los registros se toman más cerca del cerebro, se obtienen señales con mejor relación señal a ruido y mejor resolución espacial, ya que refleja la actividad de menor número de neuronas. El carácter invasivo de las técnicas que requieren de intervención quirúrgica hace que estas técnicas se reserven para casos muy particulares. Por el contrario, en las señales obtenidas mediante el EEG superficial se ve reflejada la actividad eléctrica de un gran número de neuronas, ubicadas en grandes áreas de la corteza cerebral. En consecuencia, las señales obtenidas mediante esta técnica presentan menores resolución espacial y relación señal a ruido (Vaughan *et al*, 1996).

Las principales desventajas de las mediciones de EEG son la pequeña amplitud de las señales adquiridas y la presencia de artefactos que pueden enmascarar la señal. Los valores típicos de amplitud de EEG son entre 10 y 200 $\mu$ V, mientras que su frecuencia va desde algunas décimas de Hertz hasta aproximadamente 100Hz.

Entre las virtudes del EEG se pueden mencionar que es una técnica no invasiva, lo que disminuye los riesgos al paciente; los electrodos son de fácil colocación y la técnica tiene una larga trayectoria de uso en humanos. Estas características la convierten en una técnica de especial interés para su profundización y desarrollo. En la presente tesis nos centraremos en el

---

procesamiento específicamente de señales de EEG, es decir en registros obtenidos mediante electrodos superficiales.

### **2.3.1 Topologías de medición de EEG**

---

Dependiendo de la configuración del montaje de los electrodos, se puede distinguir en tres topologías diferentes: montaje monopolar o referencial, bipolar y laplaciano.

- Monopolar: Se registra la diferencia de potencial entre los electrodos ubicados en las zonas de interés y un electrodo de referencia. El electrodo de referencia se sitúa en una zona que refleje la menor actividad posible, generalmente se coloca en la oreja.
- Bipolar: Se sitúan los electrodos sobre las diferentes zonas de interés y se adquieren diferencias de potenciales entre estos puntos.
- Laplaciana: Al igual que la configuración monopolar, se adquieren las diferencias de potenciales entre los electrodos de interés, o activos, y un valor de referencia; sin embargo en este caso la referencia es el promedio de varios electrodos situados alrededor del electrodo activo. Dicho promedio se realiza en general en forma digital, pero puede realizarse también en forma analógica.

En la presente tesis se trabajará con registros de EEG adquiridos tanto en forma monopolar como bipolar, dependiendo de los eventos que se deseen procesar, del tipo de configuración utilizada en la bibliografía, o bien de la disponibilidad de registros en el caso de los registros brindados por algún otro grupo de trabajo.

### **2.3.2 Posicionamiento de los Electrodos**

---

La señal adquirida por un electrodo colocado sobre el cuero cabelludo es en realidad la sumatoria de señales provenientes de múltiples áreas del cerebro y generada por la actividad de miles de neuronas distribuidas en él. De este modo, en cada registro de EEG adquirido con varios electrodos en forma simultánea, se genera un sistema de señales de gran complejidad. Para obtener repetitividad de las mediciones, es de gran importancia la utilización

---

de un sistema estandarizado en la ubicación de los electrodos, que asegure su recolocación de las mismas posiciones de la cabeza.

El sistema de colocación de electrodos más utilizado es el “Sistema Internacional de Posicionamiento de Electrodos 10-20”, o bien “Sistema 10-20”; propuesto por Jasper (Jasper, 1958) y recomendado por la Federación Internacional de Sociedades de Electroencefalografía y Neurofisiología Clínica (Niedermeyer y Lopes da Silva, 2004). En la figura 2.3 se muestran las posiciones de los electrodos definidas por este estándar. Las letras F, C, P, O y T indican las zonas frontal, cortical, parietal, occipital y temporal respectivamente. Los números pares corresponden a las posiciones del hemisferio derecho, mientras que los impares a las del izquierdo. La letra z indica las posiciones que se encuentran sobre la cisura longitudinal.

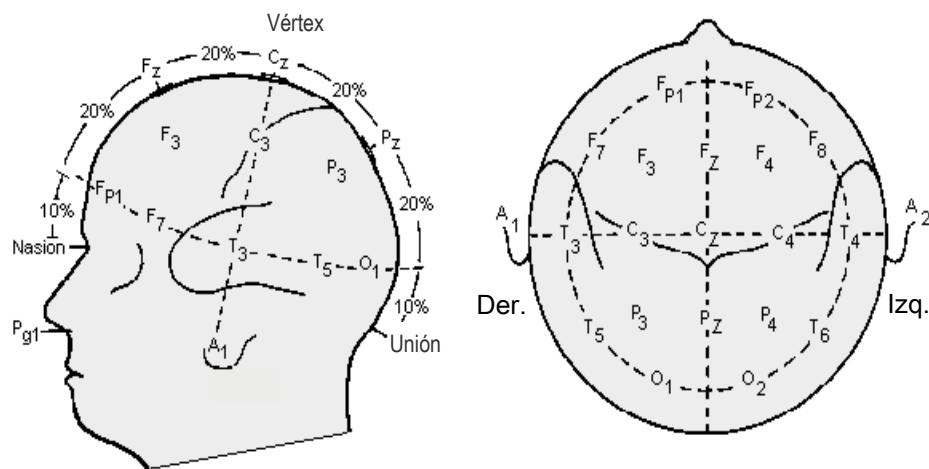


Figura 2.3: Sistema 10-20 de posicionamiento de los electrodos.

## 2.4 Tipos de Potenciales de EEG

Existen diferentes tipos de potenciales de EEG, que pueden clasificarse de acuerdo a diferentes factores. De acuerdo a su origen se dividen en Potenciales Evocados, si se producen como consecuencia de un estímulo externo, y Potenciales Espontáneos cuando se originan espontáneamente. Dentro de los potenciales espontáneos podemos diferenciar los Ritmos Cerebrales, que tienen aspecto oscilatorio y su energía se concentra en bandas de frecuencias específicas. En el marco de la presente tesis se

trabajará principalmente con ritmos cerebrales, potenciales relacionados a eventos (ERP) y crisis epilépticas.

#### **2.4.1 Ritmos cerebrales**

---

Los ritmos cerebrales se definen como ondas regulares a lo largo del tiempo. Se caracterizan por su frecuencia, localización y asociación con varios aspectos del funcionamiento y el estado del cerebro. Dicha actividad se produce o inhibe según los diferentes mecanismos o estados del cerebro (en vigilia, en el sueño, en el estado de coma o en determinadas acciones del sujeto).

Si bien cada ritmo tiene sus características específicas, existen otras que son comunes a todos ellos (Spinelli, 2000):

- Los ritmos cerebrales se producen sobre un grupo de neuronas que no están realizando su tarea específica, es decir aparecen en condición de reposo.
- Los ritmos son bloqueados o atenuados mientras se producen o preparan eventos que afectan la zona cortical involucrada. A este fenómeno se lo conoce como “desincronización relacionada al evento”, ERD (*Event Related Desynchronization*).
- Luego del evento que produjo el ERD, suele reaparecer el ritmo intensificado. A este fenómeno se lo denomina “sincronización relacionada al evento”, ERS (*Event Related Synchronization*).

Para diferenciarlos, los ritmos cerebrales se han dividido históricamente según las bandas de frecuencias que ocupan, denominándose con las letras griegas  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$ ,  $\theta$  y  $\gamma$ ; sin embargo con el paso del tiempo se han ido descubriendo nuevos ritmos que en algunos casos comparten estas bandas frecuenciales, y se diferencian en características como localización o funciones del cerebro.

En la bibliografía existe cierta discrepancia en los límites de frecuencias de estos ritmos, a continuación son descriptos según Andreassi (Andreassi, 2006) y Niedermeyer (Niedermeyer y Lopes da Silva, 2004).

---

#### 2.4.1.1 Ritmo Delta ( $\delta$ ):

---

Es un ritmo de gran amplitud y baja frecuencia. Se encuentran típicamente entre 0,5 y 3,5 Hz y presenta amplitudes de 20 a 200  $\mu$ V. Se encuentra en individuos adultos sanos, exclusivamente durante el sueño profundo. En caso de detectarse en una persona despierta, puede indicar que existe algún tipo de anormalidad en el cerebro.

#### 2.4.1.2 Ritmo Theta ( $\theta$ ):

---

Este ritmo es en general menos común que los demás. Se presenta en la banda de 4 a 7 Hz, con amplitudes que oscilan entre 20 y 100  $\mu$ V. Se encuentra presente con mayor frecuencia en niños. En adultos sanos, se pueden detectar en estado de adormecimiento y sueño. Se registra en el lóbulo temporal.

#### 2.4.1.3 Ritmo alfa ( $\alpha$ ):

---

El ritmo alfa se manifiesta principalmente en la banda de frecuencias de 8 a 13 Hz, con amplitudes que oscilan entre 20 y 60  $\mu$ V. Se encuentran en el electroencefalograma de la mayoría de los adultos sanos, con los ojos cerrados o con reposo visual, despiertos con un estado mental tranquilo y de reposo. El ritmo alfa es bloqueado o atenuado por la atención, especialmente visual y esfuerzo mental o físico. Durante el sueño profundo también desaparecen las ondas alfa. Se observa principalmente en la zona posterior de la cabeza, en el área occipital, parietal y la región temporal posterior.

#### 2.4.1.4 Ritmo mu ( $\mu$ ):

---

Se manifiesta en la banda de 8 a 13 Hz y su amplitud es menor a 50  $\mu$ V. Si bien sus características de frecuencia y amplitud son similares a los del ritmo  $\alpha$ , presenta características topográficas y fisiológicas claramente diferentes. El ritmo  $\mu$  se detecta en la corteza motora primaria, bloqueándose con la realización de movimientos (Pfurtscheller *et al.*, 1997), estímulos táctiles y visuales; e incluso con la imaginación o preparación de un movimiento (Pfurtscheller y Neuper, 1997; Pfurtscheller, 1997; Pfurtscheller *et al.*, 1998).

#### 2.4.1.5 Ritmo beta ( $\beta$ ):

---

Es un ritmo irregular, con frecuencias entre 13 y 30 Hz. Su amplitud aproximada está entre 2 y 20  $\mu$ V. Suele asociarse a un estado de concentración mental. Se detecta principalmente en la región central y frontal del cuero cabelludo, cerca o sobre la corteza motora primaria. Son comunes cuando la persona está envuelta en actividad mental o física. La banda central de este ritmo está relacionada con el movimiento de las extremidades, tomando sus valores de amplitud máximos algunas centésimas de segundo luego de la realización de un movimiento (Pfurtscheller, 1997; Pfurtscheller et al., 1998).

#### 2.4.1.6 Ritmo Gamma ( $\gamma$ ):

---

Este ritmo se manifiesta a frecuencias mayores a los 30 Hz y amplitudes entre 5 y 10  $\mu$ V. Es una actividad armónica que se presenta como respuesta a estímulos sensoriales, como sonidos contundentes o luces intermitentes. Esta actividad se puede observar en una zona extensa de la corteza cerebral, manifestándose principalmente en la zona frontal y la central.

### **2.4.2 Potenciales relacionados a eventos (ERP)**

---

Los potenciales relacionados a eventos, o ERP de sus siglas en inglés (Event Related Potentials), son señales de EEG generadas como respuesta a un evento determinado, o en preparación del mismo. Se pueden dividir en dos grupos: los ERP endógenos, que se presentan como respuesta a un evento interno del sujeto; y los ERP exógenos, cuando el evento es externo al sujeto. Dentro de este último grupo se encuentran los potenciales evocados (EP), que se originan como respuesta a un estímulo físico (visual, auditivo o somato sensorial).

Los ERP endógenos se manifiestan con variaciones de potenciales de amplitud reducida comparada con la actividad de base de la señal de EEG, en general se encuentran en el orden de algunos microvolts. En consecuencia, es necesario promediar muchas repeticiones del evento para poder detectarlos (Cacioppo et al., 2007). Este procesamiento relacionado al evento ha sido muy utilizado en el estudio de los patrones de activación y

desactivación cortical del EEG espontáneo, basado en la cuantificación de la sincronización y la desincronización relacionada al evento, ERS y ERD respectivamente (Pfurtscheller y Aranibar, 1977; Van Winsum *et al.*, 1984; Derambure *et al.*, 1993; Toro *et al.*, 1994; Pfurtscheller, 1992; Andrew y Pfurtscheller, 1996).

## 2.5 Potenciales de EEG utilizados en la Tesis

---

Para el procesamiento mediante las diferentes técnicas estudiadas en la tesis, se utilizaron tanto ritmos cerebrales como señales de EEG con crisis epilépticas.

Para el caso de ritmos cerebrales se eligieron los ritmos alfa, beta y mu. El estudio de dichos ritmos tiene un gran abanico de utilidades, pero sin lugar a dudas uno de los más difundido en la actualidad es el entrenamiento de individuos en el control de sus amplitudes para la implementación de interfaces cerebro computadora eficientes (BCI de sus siglas en inglés).

Por otro lado, en las últimas décadas también se ha hecho mucho hincapié en el estudio del EEG durante crisis epilépticas. Estos estudios se han centrado en diferentes objetivos. Uno de ellos es el estudio de precursores de crisis que permitan detectar el inminente comienzo de una crisis epiléptica. Este interés se debe a que la incertidumbre de ignorar en qué momento, y en consecuencia en qué lugar, se experimentará una crisis le produce al enfermo de epilepsia un estado de estrés que predispone al organismo a tener dicha crisis, generándose un círculo vicioso. Se ha encontrado que contar con algún dispositivo que le avise al paciente con algunos segundos de anterioridad que sufrirá una crisis, además de darle la posibilidad de resguardarse de posibles accidentes (por ejemplo si se encuentra manejando), le da una tranquilidad que en muchos casos disminuye la cantidad de crisis experimentadas.

### 2.5.1 Ritmo Alfa

---

Como se introdujo en la sección 2.4, el ritmo alfa se manifiesta cuando las neuronas situadas en la zona occipital, en la que se concentra la actividad

---

visual, no se encuentran realizando actividad ni preparándose para la misma. Cuando los ojos se encuentran cerrados, el ritmo alfa en general se puede observar a simple vista y se bloquea al comenzar la atención visual. Si bien el ritmo se manifiesta en forma continua mientras se mantiene el reposo visual, es preponderante en el momento en que se cierran los ojos y durante los primeros segundos luego del evento. Pasados los mismos el ritmo se mantiene con menor amplitud.

La Figura 2.4 muestra un fragmento de registro de EEG con ritmo alfa típico. Este fragmento se divide en tres partes, una primera en la que el sujeto mantiene los ojos abiertos, luego cierra los ojos por unos segundos, para finalmente volver a abrirlos. El registro fue adquirido con electrodos superficiales en configuración bipolar, ubicados en la zona occipital.

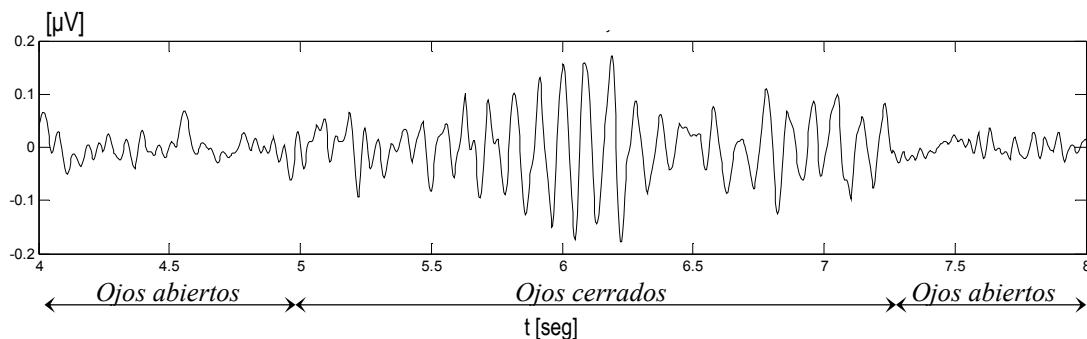


Figura 2.4: Registro de EEG con ritmo alfa.

#### 2.5.1.1 Densidad Espectral de Potencia del ritmo alfa

En la figura 2.5 se muestra la densidad espectral de potencia<sup>1</sup> (DEP) de dos intervalos de un mismo registro, uno con ritmo alfa y otro sin el ritmo. En la figura se observa un claro aumento de la potencia de la señal alrededor de los 10Hz, que concuerda con los resultados observados en la bibliografía (Van Winsum *et al.*, 1984).

<sup>1</sup> Para la estimación de la DEP se utilizó el Periodograma de Welch, para más detalle sobre esta técnica referirse a Welch, 1967 u Oppenheim y Schafer, 1989.

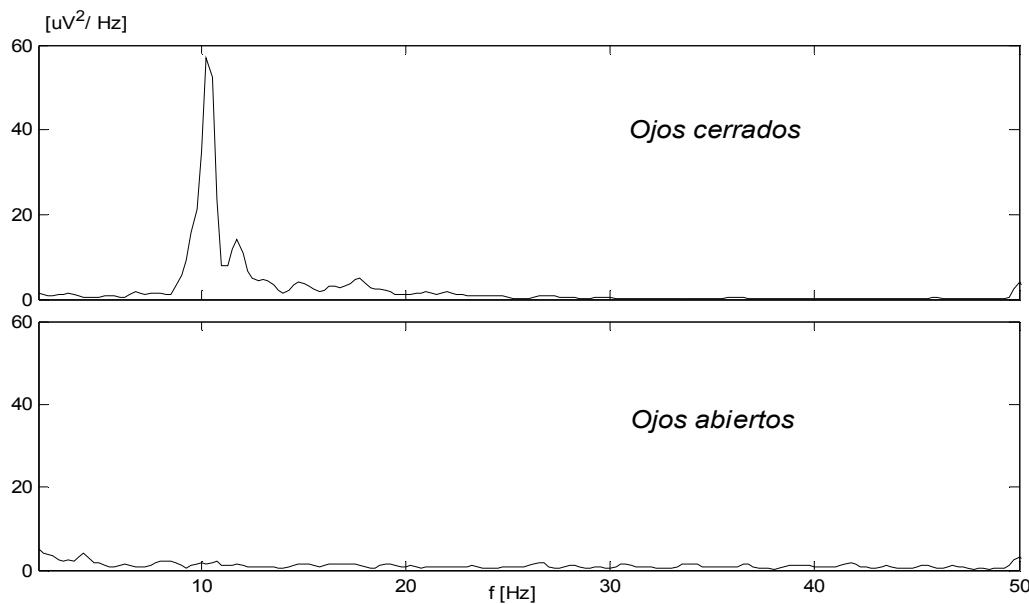


Figura 2.5: DEP de registro con ritmo alfa y sin el ritmo.

#### 2.5.1.2 Registros con ritmo alfa utilizados en la Tesis

Los registros con ritmo alfa utilizados en la tesis se adquirieron sobre dos sujetos, con un equipo diseñado en el Laboratorio LEICI<sup>2</sup>. El mismo presenta un ancho de banda de 100Hz. La adquisición se realizó en forma bipolar, con frecuencia de muestreo de 300 Hz y electrodos superficiales colocados en las posiciones O1-O2 de acuerdo con el Sistema de Posicionamiento 10-20, descripto con anterioridad. Durante la adquisición se registraron 10 segundos con los ojos abiertos y 10 segundos con los ojos cerrados en forma alternada.

---

<sup>2</sup> Laboratorio de Electrónica Industrial Control e Instrumentación, en el que se desarrolló la presente Tesis.

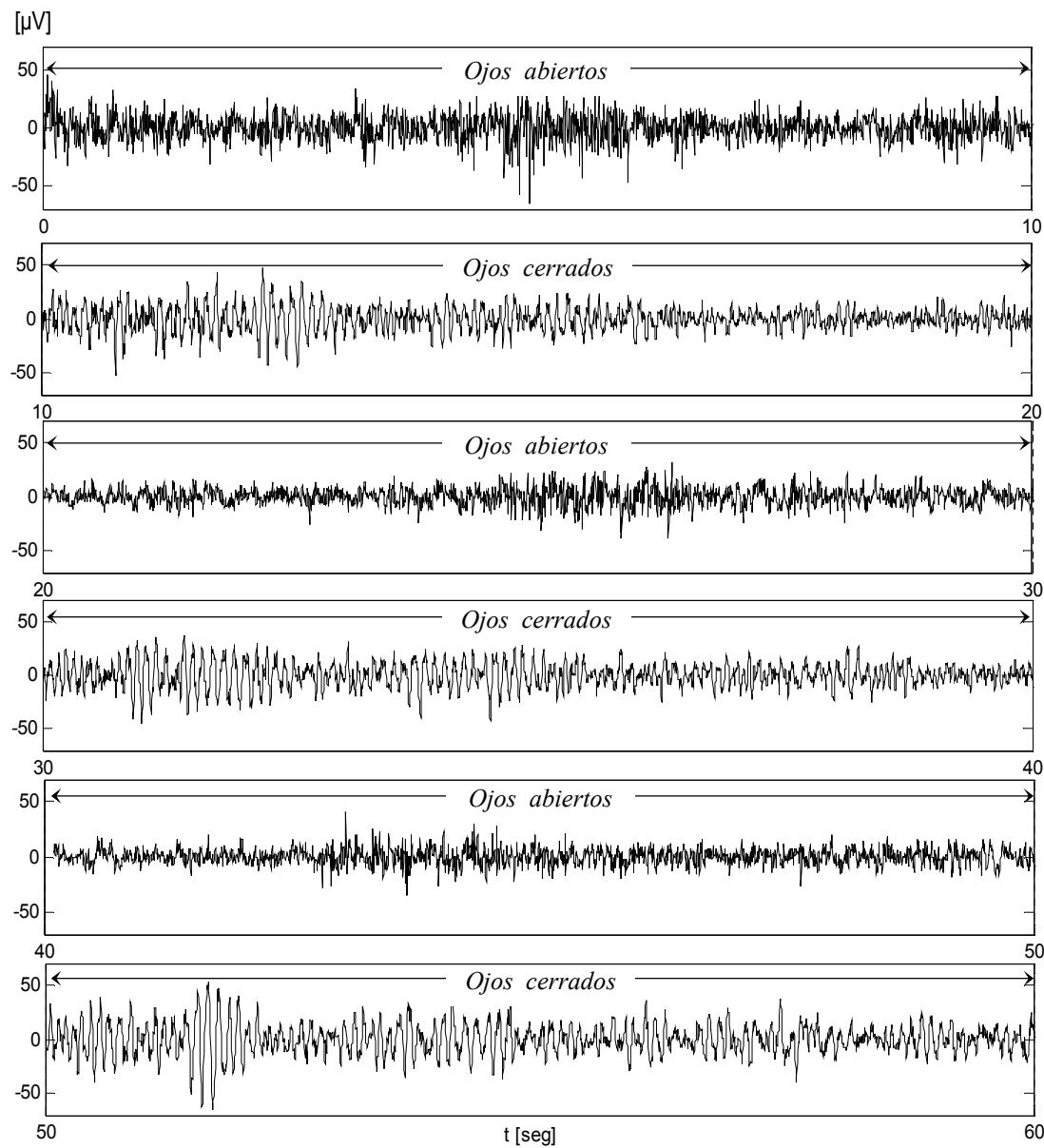


Figura 2.6: Registro de EEG con intervalos de 10 segundos con los ojos abiertos y 10 segundos cerrados.

En la figura 2.6 se presenta un ejemplo de registro con dicho paradigma de adquisición. El mismo consiste en 60 segundos de registro, comenzando con 10 segundos con los ojos abiertos, los próximos 10 segundos con los ojos cerrados y así sucesivamente. En la figura se observa que mientras el ritmo alfa está presente, es preponderante frente a la señal de background de tal forma que puede observarse a simple vista. Sin embargo la relación señal a ruido no es tan buena como en el registro de la figura 2.4. En el registro de la figura 2.6

se observa el aumento de la amplitud de la señal en diferentes intervalos de tiempo, incluso cuando no está presente el ritmo alfa.

### **2.5.2 Ritmos Motores (mu y beta)**

---

Como se detalló en la sección 2.4, los ritmos motores mu (8 a 13 Hz) y beta (13 a 30Hz), se registran en el lóbulo frontal, cerca de la corteza motora primaria (Niedermeyer, 2004; Hari y Salmelin, 1997).

El estudio de los ritmos relacionados a movimientos, en particular durante la ejecución de movimientos de las extremidades, ha resultado de gran interés general para la implementación de BCIs (Pfurtscheller, 1997; Pfurtscheller *et al.*, 1998; Pfurtscheller *et al.*, 1999; Toro *et al.*, 1994) y en la imaginación motora de las mismas (Pfurtscheller y Neuper, 1997; Neuper y Pfurtscheller, 1999). Gracias a estos y otros estudios se ha llegado a un conocimiento bastante detallado del comportamiento de los ritmos motores mu y beta durante el movimiento de las extremidades:

El ritmo mu:

- ⇒ presenta una ERD en el hemisferio contralateral<sup>3</sup> durante la preparación del movimiento.
- ⇒ la ERD comienza entre 1 y 2 segundos antes del movimiento.
- ⇒ la ERD afecta a ambos hemisferios durante la ejecución del movimiento.
- ⇒ se produce una recuperación del ritmo en ambos hemisferios una vez finalizado el movimiento
- ⇒ en algunos casos presenta una leve ERS alrededor de 1 segundo después del movimiento.

El ritmo beta:

- ⇒ presenta una leve ERD en el hemisferio contralateral durante la preparación del movimiento.
- ⇒ la ERD afecta a ambos hemisferios durante la ejecución del movimiento.
- ⇒ presenta una marcada ERS en el hemisferio contralateral una vez finalizado el movimiento.

---

<sup>3</sup> El hemisferio contralateral se refiere al hemisferio opuesto al del lado del cuerpo de cuya extremidad se está haciendo referencia. Cuando se hace referencia al hemisferio que está en el mismo lado del cuerpo de la extremidad referenciada, se habla de hemisferio ipsilateral.

⇒ la ERS es máxima aproximadamente 700 milisegundos después de dicha finalización.

El ritmo beta suele dividirse en sub-bandas más estrechas para su estudio: beta inferior de 13 a 18 Hz, beta central de 18 a 26 Hz y beta superior de 26 a 30 Hz. En particular los movimientos de las extremidades se manifiestan en forma preponderante en la banda central del ritmo (Pfurtscheller *et al.*, 1999).

Estos ritmos cerebrales se manifiestan como ERP endógenos, ya que su aumento o disminución está directamente ligado a un evento interno. A diferencia del ritmo alfa, los ritmos mu y beta no se observan a simple vista en el registro de EEG, pues quedan enmascarados con potenciales provocados por otros procesos neuronales y como se explicó en la sección 2.4 para poder visualizarlos se requiere de técnicas de promediación como las que se utilizarán en el capítulo 4.

#### 2.5.2.1 Densidad Espectral de Potencia de los ritmos mu y beta

---

En las figuras 2.7 y 2.8 se muestran las DEP<sup>4</sup> de casos típicos de EEG durante el movimiento de las extremidades, calculadas para tres intervalos de interés: el primero es el intervalo de referencia, el segundo un intervalo de 2 segundos de duración, que abarca tanto pre-movimiento como el movimiento; y por último el intervalo post-movimiento, también de 2 segundos de duración. En ambos gráficos se observa la ERS post-movimiento del hemisferio contralateral del ritmo beta. Además de una clara ERD del ritmo mu durante el movimiento y su preparación, más marcada para el hemisferio contralateral. En el capítulo 4 se estudian la ERS/ERD de ambos ritmos cerebrales utilizando wavelet Packets, lo que permite obtener un resultado con mejor resolución temporal que mediante la estimación de la DEP por ventanas.

Es interesante notar que tanto la ERS del ritmo beta, como la ERD del mu presentan variaciones dependiendo del sujeto y del experimento.

Estos resultados, si bien se realizaron sobre solo dos individuos y con una estadística reducida, concuerdan claramente con los obtenidos por Pfurtscheller, Derambure, Toro y sus respectivos grupos de trabajo (Pfurtscheller,

---

<sup>4</sup> Para la estimación de la DEP se utilizó el Periodograma de Welch, para más detalle sobre esta técnica referirse a Welch, 1967 u Oppenheim y Schafer, 1989.

1997; Pfurtscheller y Neuper, 1997; Pfurtscheller *et al.*, 1998; Neuper y Pfurtscheller, 1999; Pfurtscheller, 1992; Andrew y Pfurtscheller, 1996; Toro *et al.*, 1994; Derambure *et al.*, 1993).

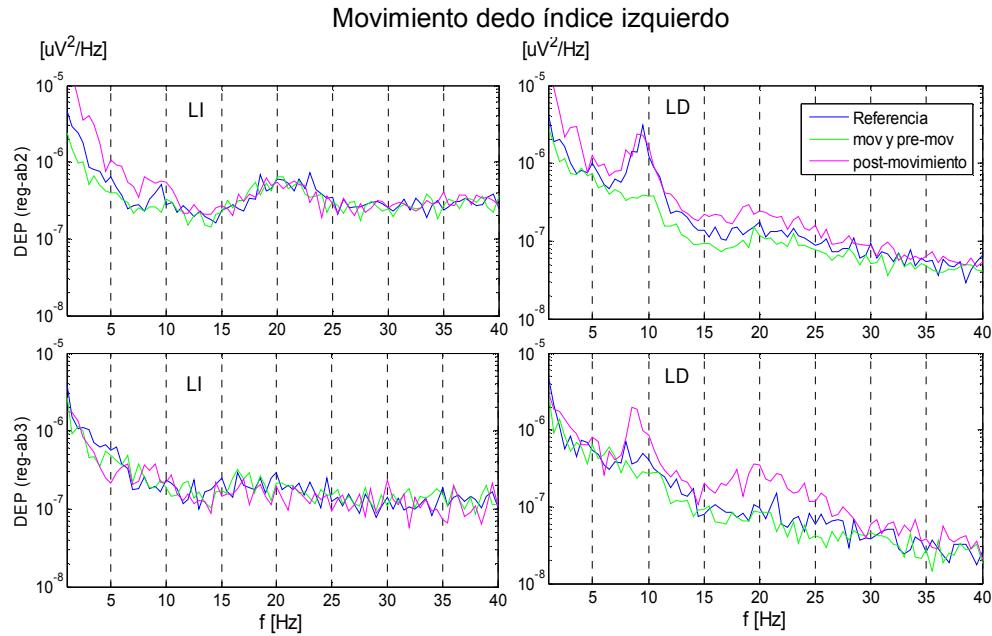


Figura 2.7: DEP de registro de EEG durante el movimiento del dedo índice izquierdo, por intervalos.

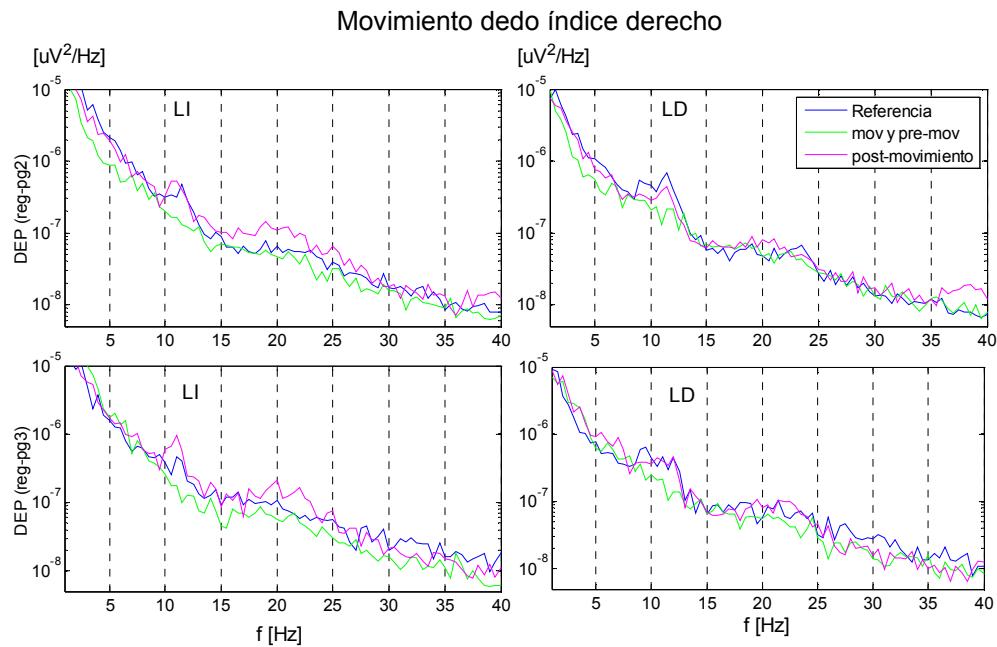


Figura 2.8: DEP de registro de EEG durante el movimiento del dedo índice derecho, por intervalos.

### 2.5.2.2 Registros con ritmos motores utilizados en la Tesis

Los registros con ritmos motores mu y beta utilizados a lo largo de la Tesis se adquirieron en el Laboratorio LEICL. Los voluntarios fueron dos sujetos diestros, un hombre y una mujer de 33 y 31 años de edad respectivamente.

Los registros se adquirieron durante el movimiento de ambos dedos índices, finalizando el movimiento con la presión de la barra espaciadora del teclado de una PC. Esta acción generó las marcas que indican a lo largo de todo los registros la finalización de cada movimiento.

Para la adquisición se utilizó un equipo para Interfaces Cerebro Computadora que presenta un ancho de banda entre 0,16 y 32 Hz (Garcia et al., 2009). Los registros fueron adquiridos en forma bipolar, con electrodos colocados en las posiciones F3-C3 y F4-C4 de acuerdo con el sistema 10-20, ubicados sobre la corteza motora primaria. La frecuencia de muestreo utilizada para la digitalización fue de 512 Hz.

Durante la adquisición de los registros los voluntarios se encontraban relajados en un ambiente tranquilo y silencioso. Se realizaron movimientos suaves y marcados de ambos dedos índices, bajo el siguiente paradigma de adquisición: los movimientos se realizaron imitando el movimiento de apretar una tecla en forma lenta y marcada, cada movimiento tuvo una duración aproximada de 1 segundo. Cada registro se adquirió realizando el movimiento del mismo dedo en forma repetida alrededor de 30 veces, espaciando los movimientos aproximadamente 10 segundos. Este paradigma se ilustra en la figura 2.9, en la misma se indica con la letra "R" el intervalo utilizado como referencia de inactividad.

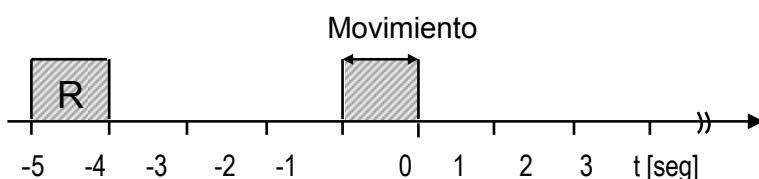


Figura 2.9: Paradigma experimental utilizado en la adquisición de señales de EEG con ritmos motores.

### 2.5.3 Registros de EEG durante crisis epilépticas

---

La epilepsia es uno de los desordenes neurológicos más comunes, que afecta a cerca de 60 millones de personas en todo el mundo. Se caracteriza por el desarrollo repentino de actividad neurológica hipersincronizada, que involucra redes de un gran número de neuronas e interrumpe el normal comportamiento del cerebro. Se manifiesta por medio de cambios en el comportamiento, y presenta una gran variedad de manifestaciones clínicas, dependiendo de la zona de la corteza cerebral en que se origina, como en sus características de propagación. Los síntomas pueden ser desde la pérdida temporal de la atención hasta alucinaciones sensoriales o convulsiones en todo el cuerpo (Niro *et al.*, 2007; Ali Hossam Shoeb, 2009).

La evolución del EEG de un paciente con epilepsia alrededor de una crisis epiléptica presenta diferentes estados o etapas: *pre-ictal*, *ictal*, *inter-ictal* y *post-ictal*. En primera instancia se manifiesta una fase transitoria de varios minutos llamada *pre-ictal*, en esta etapa se concentran los estudios para anticipar crisis en aplicaciones clínicas (Gigola *et al.*, 2004), la fase *ictal* se refiere a la crisis propiamente dicha, mientras que las fases *inter-ictal* y *post-ictal* corresponden al estado entre diferentes crisis y luego de la misma respectivamente. Las diferentes fases se muestran en la figura 2.12, en la misma se presentan aproximadamente 9 minutos de un registro de larga duración típico con crisis epiléptica.

En particular, las crisis del tipo tónico-clónica se pueden dividir en dos etapas: la *tónica* y la *clónica*. La primera es la fase *tónica*, en la que aparece una desincronización de la fase por un corto período de tiempo seguido de un ritmo alrededor de 10 Hz y luego en forma progresiva se produce un aumento de la energía a bajas frecuencias (de 0,5 a 3,5 Hz aproximadamente). La fase *clónica* se asocia con actividad recurrente y repentina en la que preponderan las ondas agudas, espigas y combinaciones de espigas y ondas lentas, conocidas como *spike-wave* o también *spike-slow wave*, esta es la etapa más violenta de la crisis. Finalmente aparece en el EEG una actividad lenta e irregular que indica la finalización de fase *ictal* (Rosso *et al.*, 2005).

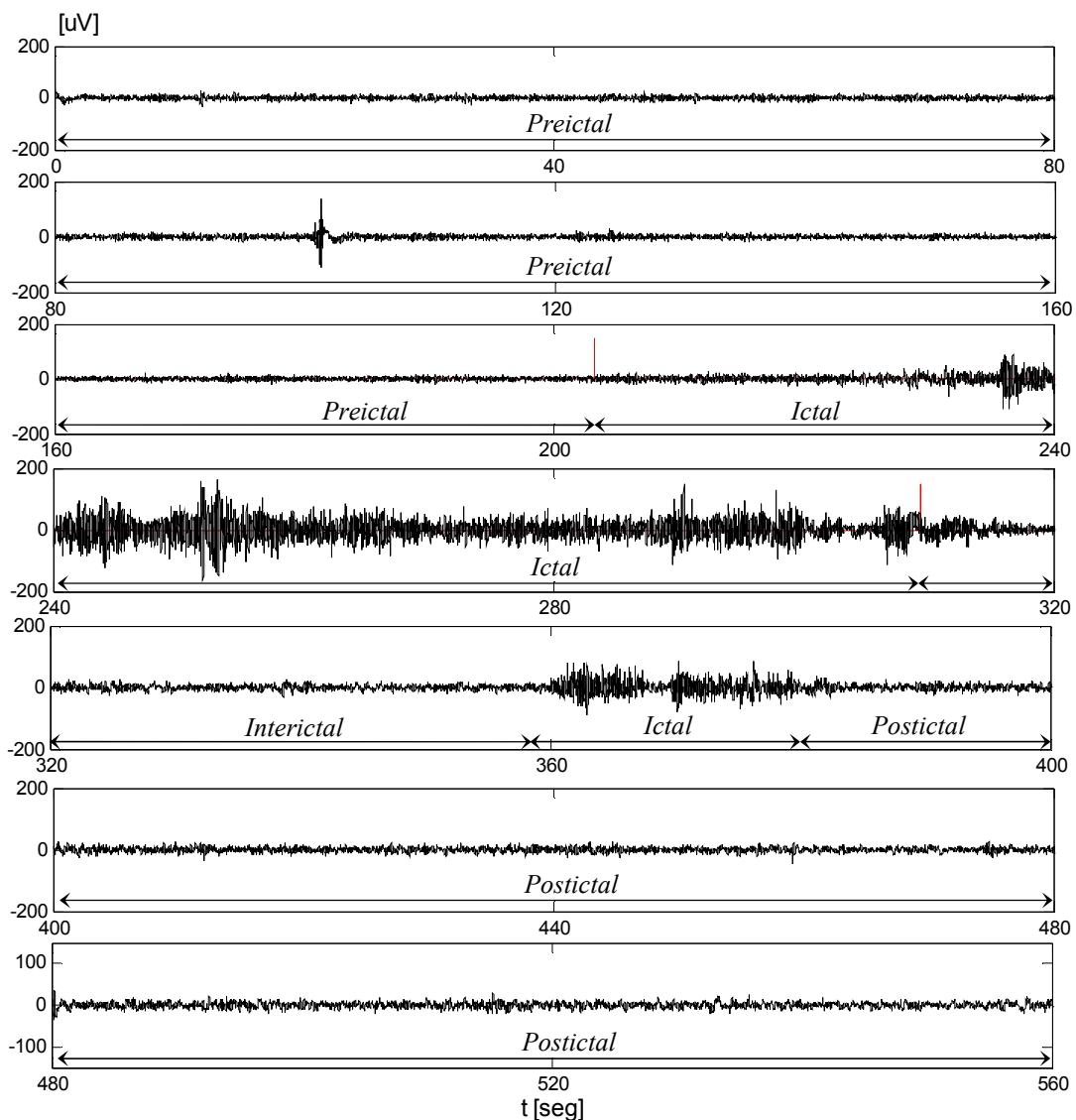


Figura 2.10: Registro de EEG con crisis epiléptica.

En la figura 2.11 se presenta un segmento corto de un registro durante un tren de espigas, que también presenta una espiga aislada al principio del segmento. Tanto este registro como el de la figura 2.10 fueron suministrados por el Centro de Epilepsia del Hospital Ramos Mejía de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

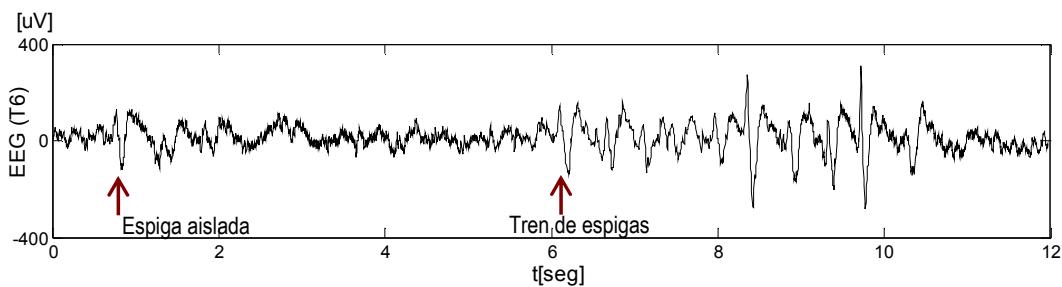


Figura 2.11: Fragmento de EEG durante una crisis epiléptica. Con flechas se indican una espiga aislada y el comienzo de un tren de espigas.

#### 2.5.3.1 Densidad Espectral de Potencia de registros con crisis epilépticas.

Durante una crisis epiléptica la energía de la señal de EEG aumenta prácticamente en toda su rango de frecuencias (de 0 a 100 Hz). Este aumento se debe no solo a la crisis en sí, sino también a la reacción del paciente frente a dicha crisis. En general la banda de frecuencias que se identifica específicamente con la actividad epiléptica es principalmente la comprendida entre algunas décimas de Hertz y alrededor de los 25Hz (Mohd Hafidz Abdullah *et al.*, 2012; Li Yong y Zhang Shengxun, 1996; Blanco *et al.*, 1996), mientras que el aumento de la energía a frecuencias mayores a estas puede atribuirse a la actividad muscular provocada por dicha crisis (Blanco *et al.*, 1998; Rosso *et al.*, 2006).

Dentro de dicha banda de frecuencias, los diferentes eventos relacionados con la crisis epiléptica se manifiestan en diferentes sub-bandas de frecuencias. Si bien existen algunas discrepancias en la bibliografía sobre los límites exactos de las mismas, en general se pueden identificar las espigas que aparecen entre 15 y 25Hz, las ondas lentas correspondientes a las espigas y onda lenta (*spike-wave* o *spike-slow wave*), que se manifiestan alrededor de 1 y 3 Hz y las ondas agudas o *sharp* correspondiente a las frecuencias entre 5 y 12 Hz aproximadamente (Tapan Gandhi *et al.*, 2011; Li Yong y Zhang Shengxun, 1996; D'Attellis *et al.*, 1997).

La figura 2.12 muestra una estimación de la DEP<sup>5</sup>, para dos intervalos del registro de la figura 2.10: uno durante la crisis y otro antes de que la misma comience. En la figura se observa que el aumento de la DEP cuando hay crisis

<sup>5</sup> Para la estimación de la DEP se utilizó un Periodograma de Welch.

respecto del fragmento sin crisis, es más marcado para bajas frecuencias. En el fragmento pre-crisis se observa además actividad cercana a los 10Hz, la misma posiblemente se deba a que, ya que el paciente se encontraba en estado de reposo con los ojos cerrados al momento de la adquisición del registro.

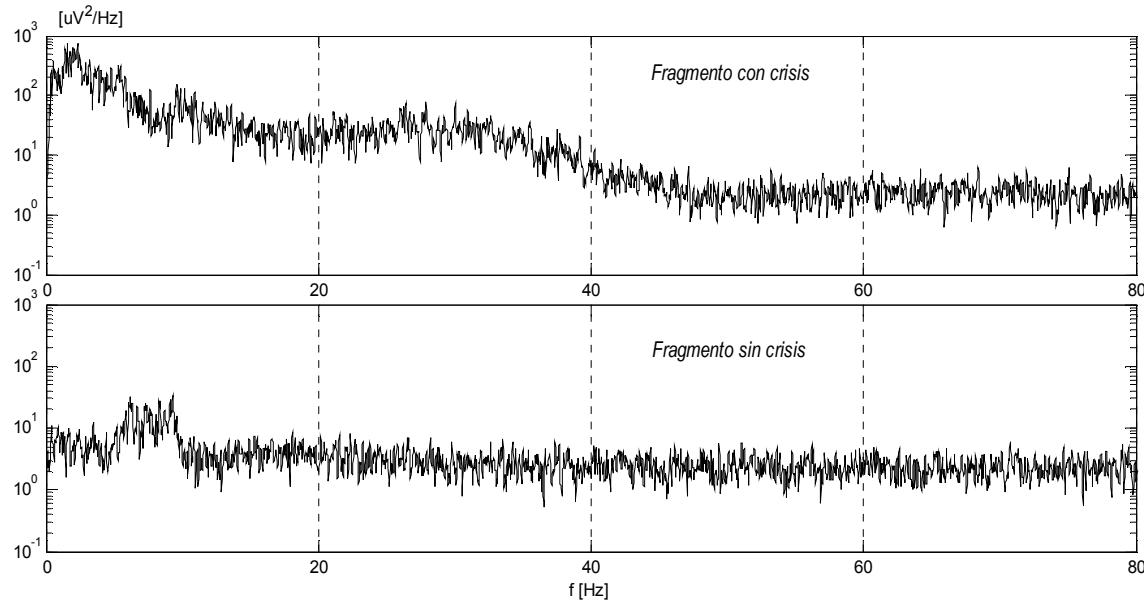


Figura 2.12: DEP de registro de EEG durante una crisis epiléptica y durante la pre-crisis.

#### 2.5.3.2 Registros con crisis epilépticas utilizados en la Tesis

Los registros con crisis epilépticas utilizados en la tesis fueron suministrados por profesionales del Hospital Ramos Mejía de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Los mismos se adquirieron durante 24 hs, sobre tres personas adultas, enfermas con epilepsia. De los registros completos se seleccionaron fragmentos que contuvieran crisis, todos los fragmentos utilizados presentan un período sin crisis, luego la crisis y finalmente un período post-crisis. Médicos especialistas marcaron el comienzo y la finalización de cada crisis.

En la adquisición se utilizó un montaje de 20 electrodos según el sistema de posicionamiento 10-20, con la referencia colocada en la oreja derecha y las señales fueron muestreadas a 200Hz.

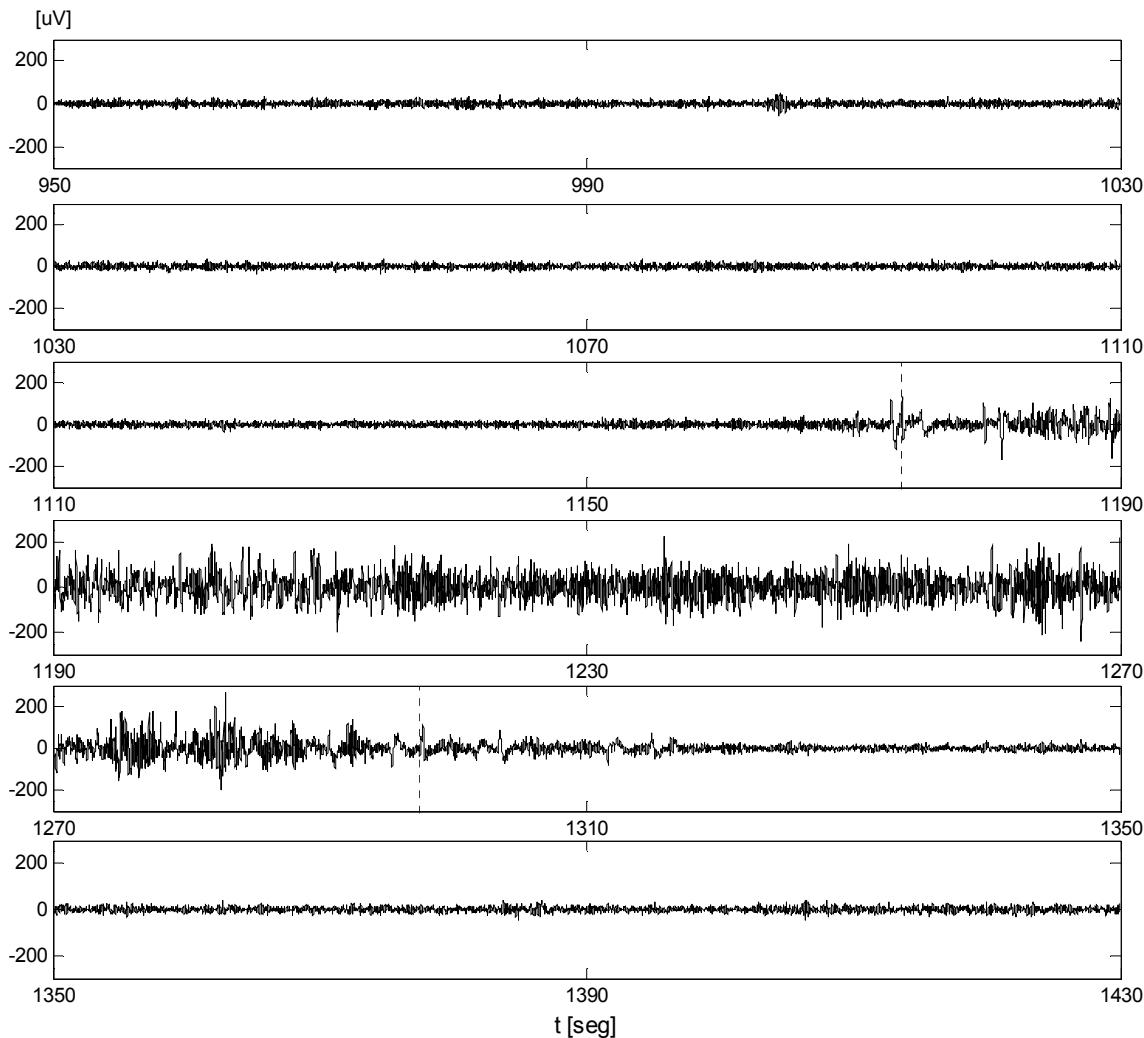


Figura 2.13: Registro de EEG de 8 minutos de duración con crisis epiléptica. Las líneas verticales a trazos indican el comienzo y finalización de una crisis epiléptica.

En la figura 2.13 se muestra un fragmento de registro de 8 minutos de duración, adquirido en la posición Fp1, correspondiente al paciente A. El registro presenta una crisis epiléptica, de la que se marcan los instantes de inicio y finalización con líneas verticales a trazos. Al momento en que comienza la crisis el paciente se encontraba descansando, despierto y con los ojos cerrados.

Durante la crisis se produce el aumento de la amplitud de la señal de EEG, que es preponderante luego de algunos segundos de la crisis. Este aumento de energía se debe no solo a la crisis, sino también a la reacción del paciente frente a la misma, ya que típicamente la crisis provoca el movimiento

del paciente, ya sea en forma involuntaria con convulsiones o movimientos voluntarios en los casos más leves.

## 2.6 Conclusiones

---

Dentro de los diferentes tipos de potenciales cerebrales, se eligieron para el procesamiento y posterior estudio de desempeño, eventos neuronales que se manifiesten en las señales de EEG con características bien diferentes.

En primer lugar se propone el ritmo cerebral alfa, este ritmo presenta gran localización frecuencial, y es un evento de simple detección, en algunos casos se puede observar a simple vista. Gracias a esta característica muchas veces se utiliza como señal de testeo, ya sea de sistemas de medición como también de técnicas de procesamiento. Sin embargo, luego de los primeros segundos de cerrados los ojos disminuye notablemente su amplitud y en esta circunstancia ya no es tan sencilla su visualización.

Además se seleccionaron señales con ritmo motores relacionados al movimiento de un dedo. Estas señales también se caracterizan por su localización frecuencial, sin embargo se manifiestan en una banda de frecuencias mayor. Por otro lado estas señales son en general de baja amplitud y se manifiestan en el EEG por unos pocos segundos como una ERD o ERS, sin mantenerse en el tiempo. Estos ritmos no se pueden visualizar a simple vista y en general es necesario realizar el promediado para visualizarlos correctamente.

Finalmente se utilizan en la tesis señales de EEG con crisis epilépticas. Estas señales son notablemente diferentes a las anteriores, en primer lugar se manifiestan en una banda de frecuencias mucho mayor, de prácticamente todo el rango del EEG. Las distintas manifestaciones de la crisis epiléptica en los potenciales de EEG (espigas, ondas lentas, ondas agudas) se localizan en diferentes rangos de frecuencias y etapas de la crisis. Además se encuentran en general enmascaradas por la actividad muscular provocada por la misma crisis.

En todos los casos las señales de EEG muestran un cierto orden cuando aparecen los ritmos o la crisis, debido a la sincronización cierto número de neuronas.

## 3 Procesamiento tiempo-frecuencia

---

El análisis tiempo-frecuencia de una señal permite identificar simultáneamente, la distribución espectral de la energía y su evolución temporal.

Gran cantidad de señales, entre ellas las de EEG, presentan características que se evidencian con claridad en el dominio de la frecuencia. Una de las herramientas más utilizadas para el estudio de dichas características es la Transformada de Fourier (TF), que permite determinar el contenido frecuencial de la señal. Esta técnica es suficiente para señales estacionarias<sup>1</sup> ya que presenta buena localización en frecuencia, sin embargo la información que provee la transformada de Fourier no está localizada en el tiempo. En consecuencia, las señales de EEG, típicamente no estacionarias, no quedan descriptas completamente mediante esta técnica (Blanco *et al.*, 1996).

En el presente capítulo se analiza la aplicación de técnicas de análisis tiempo-frecuencia a señales de EEG, y en particular se hace hincapié en la Transformada Wavelet debido a su creciente aplicación como técnica de procesamiento de señales no estacionarias.

### 3.1 La Transformada de Fourier (TF):

---

Dada una señal  $s(t)$  de energía finita, su transformada de Fourier es una función de la frecuencia ( $f$ ), definida por:

---

<sup>1</sup> Señales con parámetros estadísticos constantes con el tiempo.

---

$$TF\{s(t)\} = \hat{s}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cdot e^{-j2\pi t \cdot f} dt \quad (3.1)$$

Para el caso de tiempo discreto, se define como:

$$TFTD\{s(n)\} = \hat{s}(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(n) \cdot e^{-j2\pi n \cdot f} \quad (3.2)$$

$\hat{s}(f)$  es una nueva representación de  $s(t)$  (o  $s(n)$ ), que facilita la visualización de la distribución en frecuencia de la energía. Sin embargo, mediante la TF no se obtiene información acerca del instante en que aparecen/desaparecen las diferentes componentes de frecuencia, es decir que la TF no brinda información de eventos transitorios, como por ejemplo las crisis epilépticas.

A pesar de estas limitaciones, existen gran cantidad de casos en los que la TF es utilizada en el procesamiento de señales de EEG, especialmente en aquellos en los que se desea estudiar el comportamiento espectral de algún evento (ritmos cerebrales, crisis epilépticas, movimientos voluntarios, etc.). Un ejemplo claro es el caso de señales con ritmos cerebrales, en las que la técnica se utiliza para la caracterización espectral, la separación de los diferentes ritmos y la estimación de las frecuencias dominantes de cada uno de ellos.

## 3.2 La Transformada de Gabor

---

La transformada de Fourier utiliza exponenciales complejas como funciones de base para la representación de señales. La falta de localización temporal de la TF se debe a que dichas funciones son periódicas. Gabor propuso una alternativa a la TF que se puede aplicar en señales no estacionarias (Gabor, 1946), y se basa en el cálculo de la TF utilizando ventanas temporales deslizantes ( $w(t)$ ). Esta técnica permite extraer información de la distribución temporal de la energía, y se la conoce como STFT (Short Time Fourier Transform) (Gamero et al., 1997).

La STFT se define como:

$$\hat{s}_w(f, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cdot w(t - \tau) e^{-j2\pi f t} dt \quad (3.3)$$

La ventana  $w(t)$  es una función localizada en el tiempo, centrada en  $t=0$  y de duración efectiva<sup>2</sup>  $D_w$ . Su transformada  $\hat{w}(f)$  está localizada en frecuencia, centrada en  $f=0$  y su duración efectiva espectral es igual a  $D_f$ . Por lo tanto, ventanas desplazadas y moduladas  $w(t - \tau) e^{-j2\pi f t}$ , llamadas átomo tiempo-frecuencia, son funciones elementales que presentan localización tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia. El parámetro  $\tau$  se utiliza para desplazar la ventana y cubrir el eje temporal en forma completa.

Las resoluciones temporal y frecuencial de una ventana temporal cualquiera, dependen de su duración y su forma. El principio de incertidumbre<sup>3</sup> establece que la localización de la energía de una señal no puede hacerse arbitrariamente angosta en los dominios del tiempo y la frecuencia simultáneamente. Este principio establece que el área del átomo tiempo-frecuencia es constante para cada ventana determinada y alcanza su valor mínimo para la señal Gaussiana (Mallat, 1999). Como consecuencia existe una relación de compromiso entre la resolución temporal y espectral que se pueden obtener con esta técnica. Al mejorar una inevitablemente se deteriora la otra, manteniéndose constante el producto entre ambos valores.

Para el caso particular en que se utilizan ventanas Gaussianas se obtiene la transformada de Gabor (TG), es decir:

$$\hat{s}_G(f, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cdot w_G(t - \tau) e^{-j2\pi f t} dt \quad (3.4)$$

$$w_G = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-t^2/2\sigma^2}$$

La TG tiene la particularidad de ser óptima desde el punto de vista de la localización, tanto en el tiempo como en la frecuencia (Unser *et al.*, 1992; Blanco *et al.*, 1996).

<sup>2</sup> Ver Apéndice A.

<sup>3</sup> Este principio fija el área del átomo tiempo-frecuencia, producto entre la duración efectiva temporal y frecuencias siempre mayor o igual a  $1/4\pi$ . Ver Apéndice A.

El análisis tiempo frecuencia con la transformada de Gabor consiste en descomponer la señal en átomos de Gabor ( $w_G(t-\tau)e^{-j2\pi f\tau}$ ) evaluados en distintos tiempos y frecuencias. Cada átomo queda localizado en una ventana centrada en el punto  $(\tau, f)$ , con dimensión  $(D_t, D_f)$ . El producto de las resoluciones temporal y espectral  $D_t * D_f$  es constante, y su valor es justo el límite impuesto por el principio de incertidumbre.

La versión discreta de la transformada de Gabor se define como:

$$\hat{s}_G(f, m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(n) w_G(n-m) e^{-j2\pi f n} = TFTD\{s(n) \cdot w_G(n-m)\} \quad (3.5)$$

Considerando la frecuencia  $f$  fija, la definición de la transformada  $\hat{s}_w(f, m)$  puede escribirse como:

$$\hat{s}_G(f, m) = e^{-j2\pi mf} \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(n) w_G(n-m) e^{-j2\pi f(n-m)} = e^{-j2\pi mf} (s * g)(m) \quad (3.6)$$

$$g(n) = w_G(n) e^{j2\pi fn}$$

Se observa que la TG de la señal  $s(n)$  no es más que la convolución entre la señal  $s(n)$  y la señal llamada  $g(n)$ .

La ecuación (3.6) presenta un resultado interesante, que permite la interpretación de la Transformada de Gabor como el filtrado digital de la señal  $s(n)$  con un filtro pasa-banda centrado en la frecuencia  $f$  y con respuesta impulsional  $w_G(n) e^{j2\pi fn}$ . Dicha interpretación es de gran utilidad para la implementación de la transformada, ya que permite su obtención a partir del filtrado digital de la señal.

### 3.3 Procesamiento de EEG mediante la TG

La TG puede aplicarse a señales de EEG mediante la ecuación (3.5) y utilizando el algoritmo de la FFT (*Fast Fourier Transform*). En particular, en la presente tesis, se utilizó para procesar las señales diferentes señales de EEG propuestas en el capítulo anterior.

### 3.3.1 Aplicación a señales de EEG con ritmo alfa

Para la aplicación de la TG a señales de EEG con ritmo cerebral alfa se utilizó un algoritmo que implementa la ecuación (3.5). Los registros utilizados fueron adquiridos según el paradigma experimental descripto en el capítulo 2, y se submuestrearon a 256 Hz.

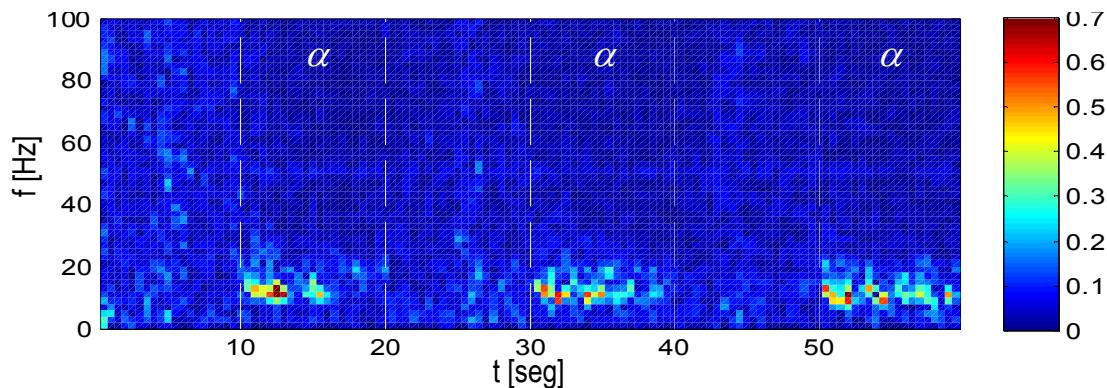


Figura 3.1: Plano t-f de registro de EEG con ritmo alfa, calculado con la TG normalizada a su máximo valor ( $w=0.5$  segundos). Las líneas verticales a trazos indican los instantes de cierre y apertura de los ojos.

En la figura 3.1 se muestra el plano tiempo-frecuencia típico, obtenido mediante la TG para el registro de la figura 3.2. El registro presenta aumentos marcados de la amplitud por unos segundos, cada vez que se hace presente el ritmo alfa, pero también se presentan aumentos de amplitud debido a otros procesos neuronales, como por ejemplo en el primer segmento de 10 segundos.

Para el cálculo de la TG se utilizaron ventanas temporales con una duración temporal efectiva de 70 milisegundos y una correspondiente a la frecuencia de 1,125 Hz. En la figura se indican con líneas verticales a trazos los instantes en que el voluntario cierra o abre los ojos, y con la letra griega alfa aquellos intervalos en los que los ojos se mantienen cerrados.

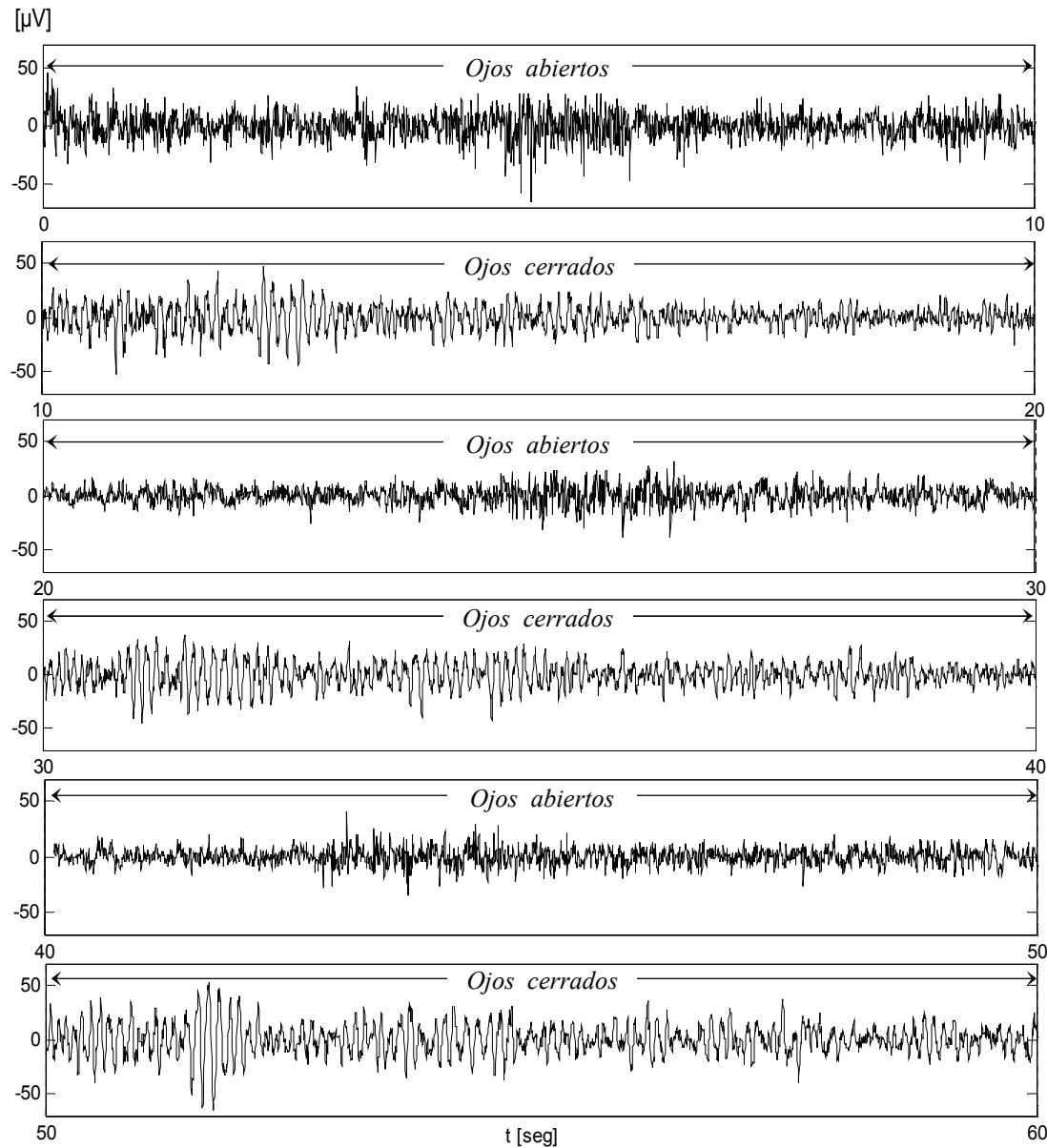


Figura 3.2: Registro de EEG con intervalos de 10 segundos con los ojos abiertos y 10 segundos cerrados.

En el plano tiempo-frecuencias se observa el aumento de la energía alrededor de los 10 Hz mientras los ojos se mantienen cerrados. En la figura se observa que las dimensiones de los átomos de Gabor se mantienen constantes para todo el rango de frecuencias.

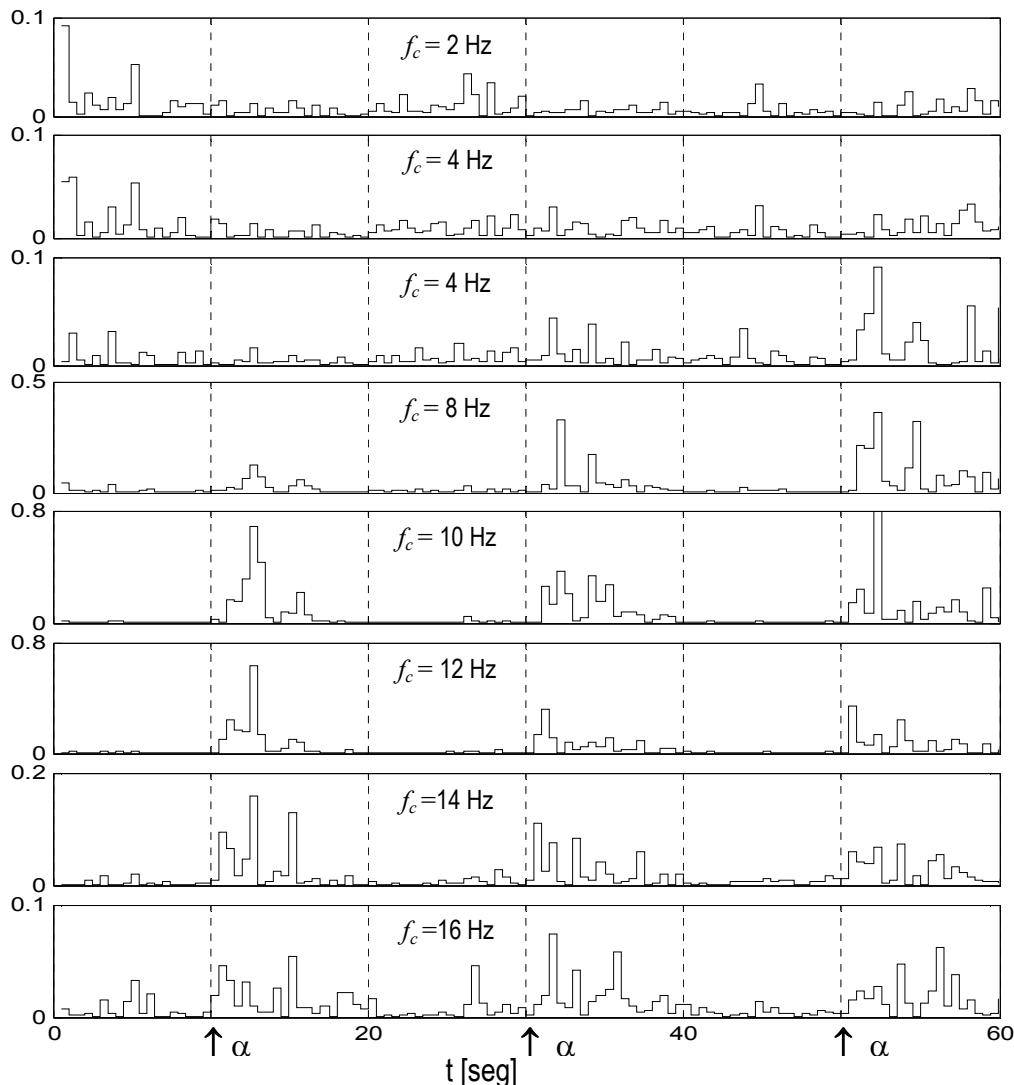


Figura 3.3: Energía normalizada de los coeficientes de la TG. Átomos de Gabor centrados en  $f_c$ . Las líneas verticales a trazos indican los instantes de cierre y apertura de los ojos.

En la figura 3.3 se presenta otra forma de visualizar los resultados obtenidos, en la misma se grafica la energía de los coeficientes de Gabor en función del tiempo para distintos rangos de frecuencias. En el gráfico se observa que el aumento de la energía mientras los ojos se encuentran cerrados, es preponderante en los niveles de descomposición correspondiente a las frecuencias centrales de 10 y 12 Hz, y en menor medida correspondiente a 8 Hz.

### 3.3.2 Aplicación a señales de EEG con ritmos motores

La técnica se aplicó también al estudio de señales durante el movimiento de los dedos índices, con este objetivo se procesaron con la TG a los registros con ritmo cerebrales motores presentados en el capítulo anterior. Para el cálculo de la TG se utilizaron ventanas temporales de 0,25 segundos, las mismas se eligieron teniendo en cuenta las frecuencias de los ritmos bajo estudio.

En la figura 3.4 presenta el plano tiempo-frecuencia obtenido para uno de los registros, correspondiente al movimiento del dedo índice izquierdo. Las líneas verticales a trazos de la figura, indican el comienzo y la finalización del movimiento.

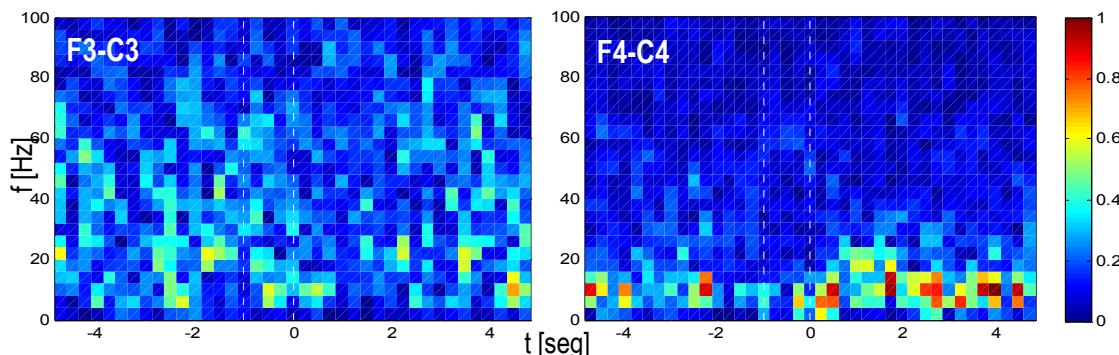


Figura 3.4: Plano t-f de registro de EEG, durante el movimiento del dedo índice izquierdo. Calculado con la TG normalizada a su máximo valor (ventanas temporales de 0,25 segundos). Las líneas verticales a indican el comienzo y la finalización del movimiento.

En el plano tiempo frecuencia se observan las ERD y ERS de los ritmos mu y beta que concuerdan con lo discutido en el capítulo 2 y reflejado en la bibliografía (Pfurtscheller, 1997; Pfurtscheller et al., 1998; Pfurtscheller et al., 1999; Toro et al., 1994).

### 3.3.3 Aplicación a señales de EEG con crisis epiléptica

La técnica se aplicó también sobre los registros de EEG de larga duración de pacientes con epilepsia, descriptos en el capítulo 2.

En la Figura 3.5 se repite uno de los fragmentos mostrados en el capítulo 2, correspondiente a la posición de electrodo Fp1. El mismo dura

aproximadamente 8 minutos. En la figura se marcan los instantes de inicio y finalización de la crisis epiléptica.

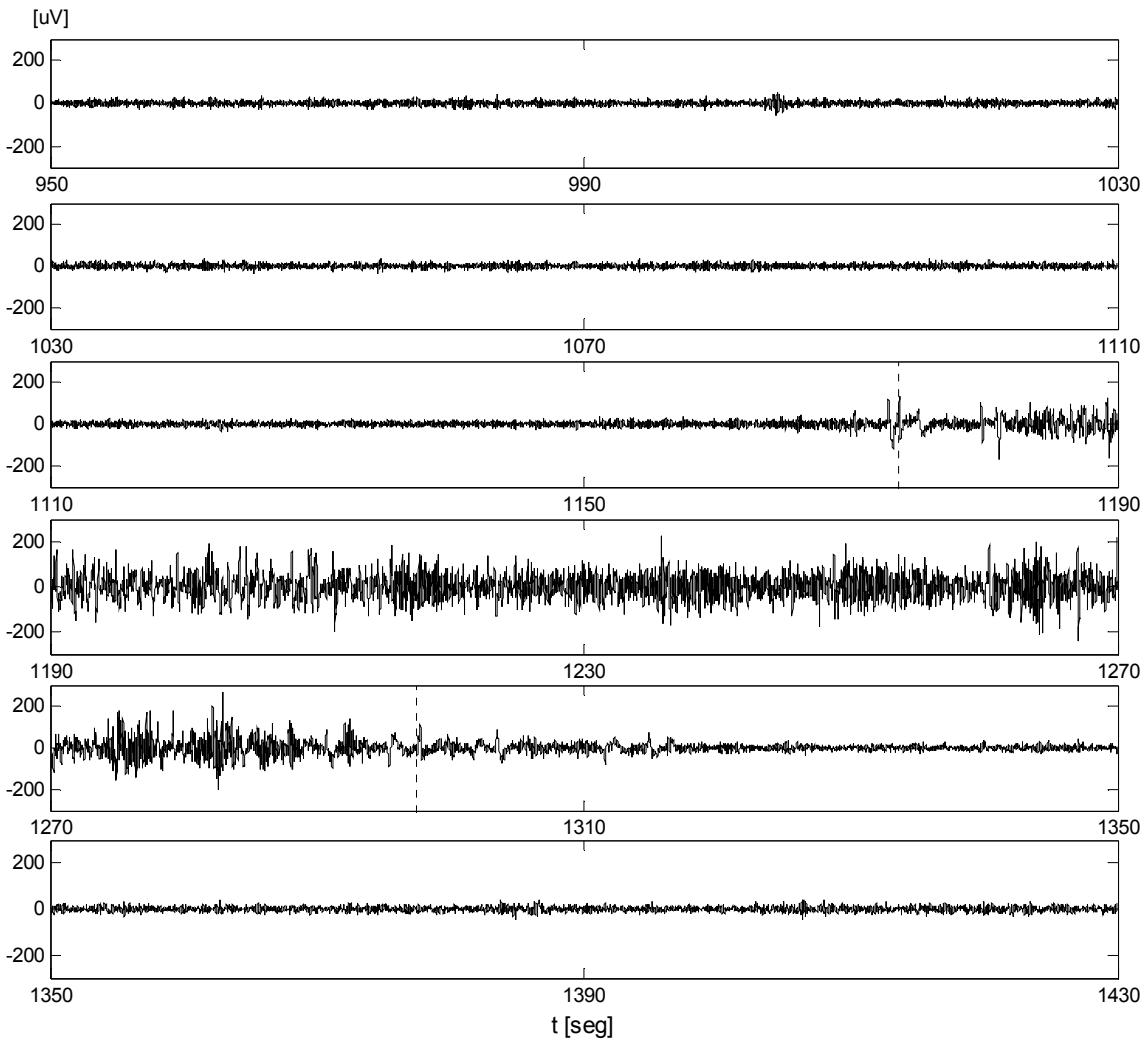


Figura 3.5: Registro de EEG con crisis epiléptica. Las líneas verticales a trazos indican el comienzo y finalización de una crisis.

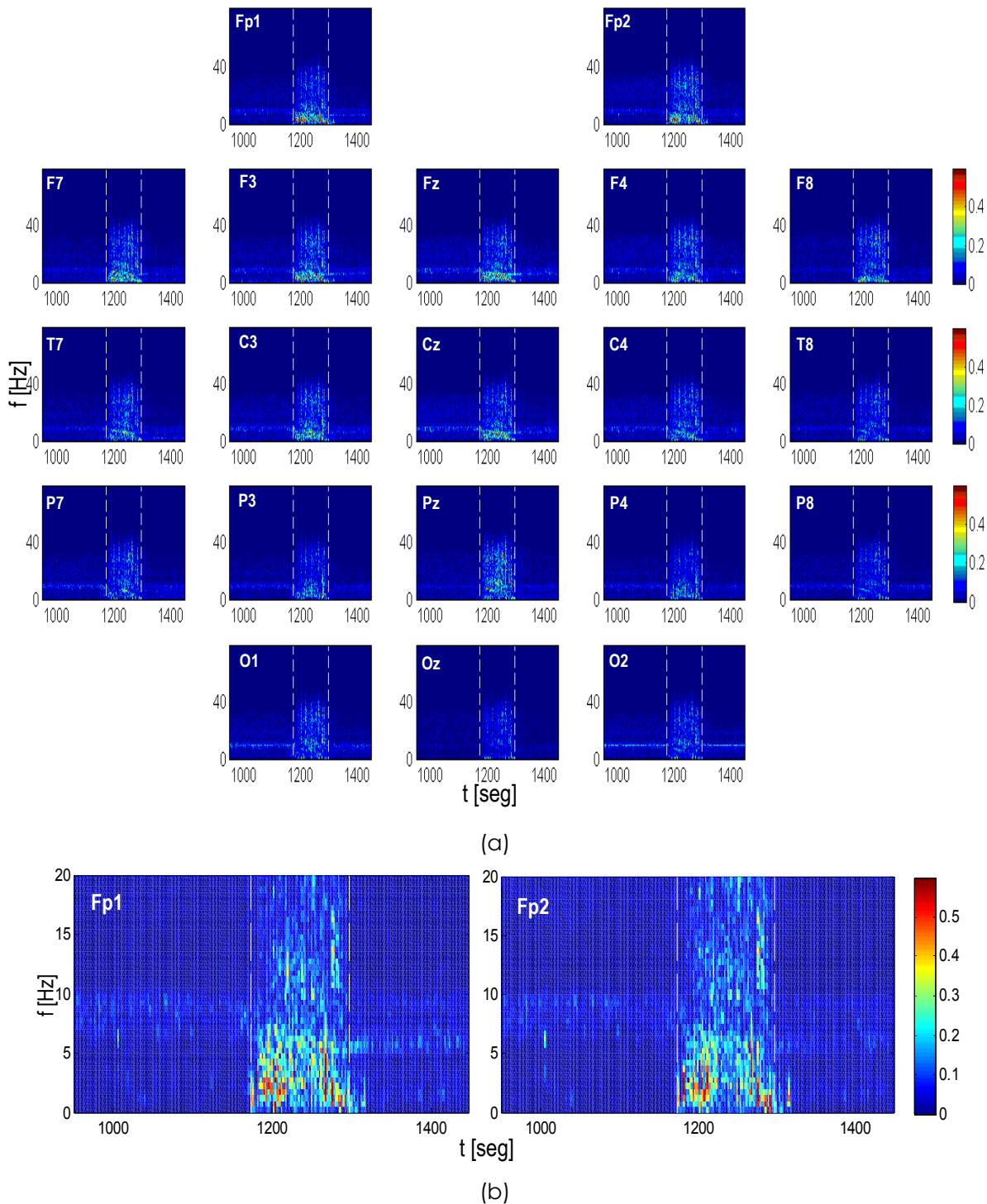


Figura 3.6: Plano t-f de registro de la figura 3.5, calculado con la TG normalizada a su máximo valor (ventanas temporales de 2 segundos). Las líneas verticales a trazos indican el comienzo y la finalización de una crisis. (a) Para los 20 electrodos y en el rango completo de frecuencias. (b) Frecuencias de interés para los electros Fp1 y Fp2.

En la figura 3.6-a se presenta el resultado obtenido para dicho ejemplo. En la misma se observa el aumento de la energía durante la crisis en una amplia banda de frecuencias, hasta aproximadamente los 40Hz, sin embargo este aumento es más marcado para frecuencias inferiores a los 10Hz. En la figura 3.6-b se muestra un zoom en frecuencias de los planos correspondientes a los electrodos Fp1 y Fp2.

La principal desventaja que presenta esta transformada es que la longitud de la ventana temporal es fija para todo el rango de frecuencias. Como consecuencia la técnica no es efectiva en el análisis de señales que contengan tanto componentes de altas como de bajas frecuencias. Para eventos o fenómenos que se manifiesten a frecuencias elevadas debe utilizarse ventanas temporales de corta duración, y en consecuencia puede perderse la información existente a bajas frecuencias. En forma inversa, es necesario utilizar ventanas de mayor duración para estudiar fenómenos de bajas frecuencias, con las que se pierde exactitud en el tiempo de ocurrencia de eventos a frecuencias mayores. Estas limitaciones han sido superadas con la utilización de la transformada Wavelet (Blanco *et al.*, 1996; Unser y Aldroubi, 1996).

Por otro lado debe notarse que la TG, al igual que la transformada de Fourier, es una representación de las señales en un espacio de funciones, caracterizado por una base de funciones específico. Esta base de funciones puede ser apropiada para representar algunas señales en forma eficiente, sin embargo es de esperar que no sea del todo apropiada para representar otras señales morfológicamente muy diferentes, por ejemplos aquellas con picos abruptos como las crisis epilépticas.

---

### 3.4 La transformada Wavelet

---

La transformada wavelet es una alternativa para representar señales no estacionarias. Mediante esta técnica se representan las señales en el plano tiempo-escala. Como se discutió en la sección anterior, una característica de la TG es que mantiene la duración de la ventana mientras se varía la

---

frecuencia, en consecuencia el número de oscilaciones que caben en un átomo de Gabor aumenta con la frecuencia (figura 3.7-a).

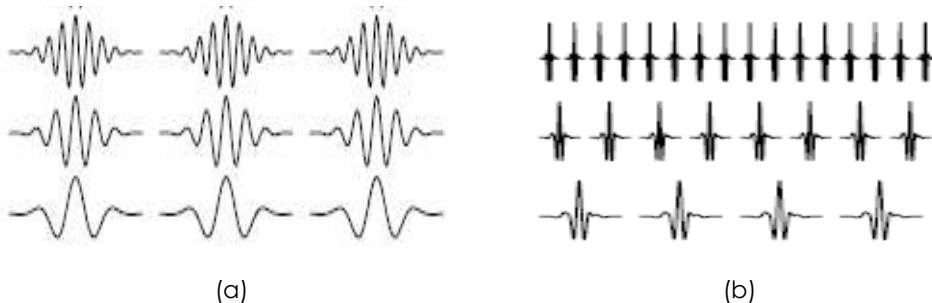


Figura 3.7: (a) Átomos de Gabor para diferentes instantes y niveles de análisis. (b) Señal wavelet a distintas escalas y desplazamientos.

En el análisis tiempo-escala que propone el procesamiento mediante Wavelets, junto con la frecuencia de análisis varía la duración de la ventana, manteniendo constante el número de oscilaciones de cada átomo (figura 3.7-b). Esta característica hace que la transformada wavelet sea apropiada para el estudio de señales que presenten un amplio rango de frecuencias, pues supera las limitaciones de la Transformada Gabor para eventos que se manifiesten a bajas o altas frecuencias (Unser y Aldroubi, 1996).

Por otro lado, al igual que la transformada de Gabor, el análisis con wavelet no asume que la señal sea periódica, y por lo tanto es posible representar señales con cambios abruptos y discontinuidades, con buena localización tanto en frecuencias como en el tiempo.

### 3.5 Análisis Multiresolución

Un análisis multiresolución es una construcción matemática que da sustento teórico a un tipo de descomposición Wavelet. El objetivo es descomponer el espacio de señales  $L_2$  en sub-espacios para representar a la función  $s(t) \in L_2$  mediante sus proyecciones sobre dichos sub-espacios. Los sub-espacios de  $L_2$  se definen de tal forma que las proyecciones de  $s(t)$  muestren los detalles cada vez más finos de la señal original, obteniéndose diferentes resoluciones de la señal.

Los sub-espacios utilizados en el análisis multiresolución se denominan espacios de aproximación  $\{V_j ; j \in \mathbb{Z}\}$ , y están definidos de tal forma que cumplan:

1.  $V_{j+1} \subseteq V_j \subset L_2 \quad \forall j \in \mathbb{Z}$
2.  $\lim_{j \rightarrow -\infty} V_j = L_2 ; \lim_{j \rightarrow \infty} V_j = \{0\}$
3.  $s(t) \in V_j \Leftrightarrow s(2t) \in V_{j-1} \quad \forall j \in \mathbb{Z}$
4.  $s(t) \in V_j \Leftrightarrow s(t-k) \in V_j ; \quad \forall j, k \in \mathbb{Z}$
5.  $\exists \phi(t) \in V_0$  tal que sus traslaciones  $\{\phi(t-k); \forall k \in \mathbb{Z}\}$  forman una base de Riesz de  $V_0$

A la función  $\phi(t)$  se la conoce como función escala, y las últimas tres condiciones se pueden resumir en la existencia del conjunto  $\{\phi_{jk}(t)\}$ , tal que:

$$\phi_{jk}(t) = 2^{-j/2} \phi(2^{-j}t - k) \quad \forall k \text{ es base de } V_j \quad (3.7)$$

Es posible componer al sub-espacio  $V_j$  mediante el sub-espacio escala de un nivel superior  $V_{j+1}$  y su complemento ortogonal  $W_{j+1}$ :

$$V_{j+1} \oplus W_{j+1} = V_j ; \quad \forall j \in \mathbb{Z} \quad (3.8)$$

Los espacios  $W_j$  son los sub-espacios wavelet y cumplen con las siguientes propiedades:

1.  $\exists \psi(t) \in W_0 \setminus \{\psi(t-k); \forall k \in \mathbb{Z}\}$  forma una base de Riesz de  $W_0$
2.  $\psi_{jk}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k) \quad \forall k$  forma base de Riesz de  $W_j$
3. La base formada por  $\{\psi_{jk}(t); \forall j, k\}$  expande al espacio  $L_2$ .

La función  $\psi(t)$  se conoce como función wavelet y los sub-espacios  $W_j$  tienen característica espectral pasa-banda (Strang y Nguyen, 1996).

El subespacio  $V_0$  se puede descomponer en  $N$  niveles aplicando (3.8) en forma iterativa. En la ecuación (3.9) se presenta una descomposición de  $V_0$  en  $N$  niveles y su interpretación se muestra en la figura 3.8 para el caso de  $N$  igual a 4.

$$V_0 = V_N \oplus \bigcup_{j=1}^N W_j \quad (3.9)$$

Dada la señal  $s(t)$  perteneciente a  $V_0$ , la misma puede expresarse a partir de su descomposición en los  $N$  niveles utilizados en (3.9), y desarrollarse como:

$$s(t) = \sum_k c_N(k) \cdot \phi_{Nk}(t) + \sum_k d_N(k) \cdot \psi_{Nk}(t) + \dots + \sum_k d_2(k) \cdot \psi_{2k}(t) + \sum_k d_1(k) \cdot \psi_{1k}(t) \quad (3.10)$$

Los coeficientes  $c_N(k)$  se llaman coeficientes de escala o aproximación, mientras que los  $d_i(k)$  son los coeficientes detalles o wavelets.

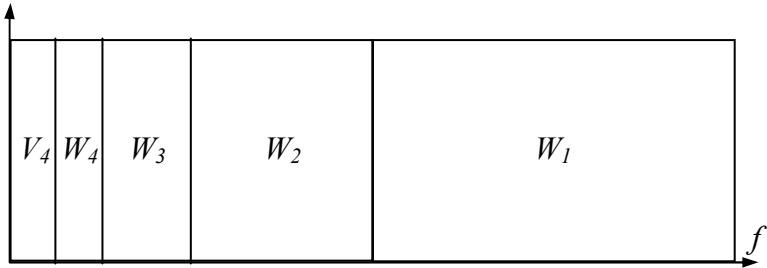


Figura 3.9: Descomposición del espacio  $V_0$  en cuatro niveles.

El análisis multiresolución puede construirse tanto a partir de los espacios  $V_j$ , como también a partir de la función escala. Una vez elegida la función escala quedan determinados tanto los espacios  $V_j$ , como sus complementos ortogonales  $W_j$  y en consecuencia la función wavelet correspondiente. Las características generales de una descomposición wavelet quedan determinadas por las funciones escala y wavelet seleccionadas para el análisis mediante la TW.

### 3.6 La función Wavelet madre

---

La transformada Wavelet representa a la señal mediante nuevas familias de funciones básicas, obtenidas mediante cambios de escala y traslaciones de una sola función  $\psi(t)$ , a la que se conoce como función wavelet madre.

Una función Wavelet es cualquier función  $\psi(t)$  de energía finita que cumpla con la condición<sup>4</sup>:

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(f)|^2}{|f|} df \leq \infty \quad (3.11)$$

$$\hat{\psi}(f) = TF\{\psi(t)\}$$

La wavelet madre así definida es una función oscilatoria de rápido decrecimiento y valor medio nulo, con energía localizada tanto en la frecuencia como en el tiempo (Gigola et al., 2004; Li Yong y Zhang Shengxun, 1996). Además verifica que si la función  $\psi(t)$  es una wavelet, entonces también lo es su versión escalada y trasladada:

$$\psi_{ab}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right); \quad a, b \in \mathbb{R}; \quad a \neq 0 \quad (3.12)$$

Siendo  $a$  el parámetro de escala y  $b$  el desplazamiento temporal.

El desarrollo mediante la transformada wavelet utilizando una wavelet madre que cumpla (3.11) puede resultar redundante. Para obtener un desarrollo más eficiente es necesario que además el conjunto  $\{\psi_{ab}(t)\}$  forme un conjunto ortogonal<sup>5</sup> o al menos biortogonal<sup>6</sup>.

En la figura 3.10 se presentan las funciones wavelets (derecha) y funciones escalas (izquierda) para dos tipos de Spline Wavelets: la spline

---

<sup>4</sup> La condición se cumple si  $\hat{\psi}(0) = 0$  (valor medio nulo), y  $\psi(t)$  decae más rápido que  $1/t^2$  cuando  $t$  tiende a infinito.

<sup>5</sup>  $\psi_{jk}$  forma base ortogonal si y solo si  $\langle \psi_{jk}(t), \psi_{il}(t) \rangle = 0 \quad \forall j \neq i, k \neq l$ .

<sup>6</sup>  $\psi_{jk}$  forma base biortogonal si y solo si la función dual  $\tilde{\psi}_{jk}$  verifica  $\langle \psi_{jk}(t), \tilde{\psi}_{il}(t) \rangle = 0 \quad \forall j \neq i, k \neq l$ .

cúbica básica (BS3) que ha sido ampliamente utilizada para el procesamiento de señales de EEG, como en (Blanco et al., 1996; D'Attellis et al., 1997; Capurro et al., 1999) y la spline cúbica ortogonal (OS3), que a diferencia de la BSpline, forma base ortogonal.

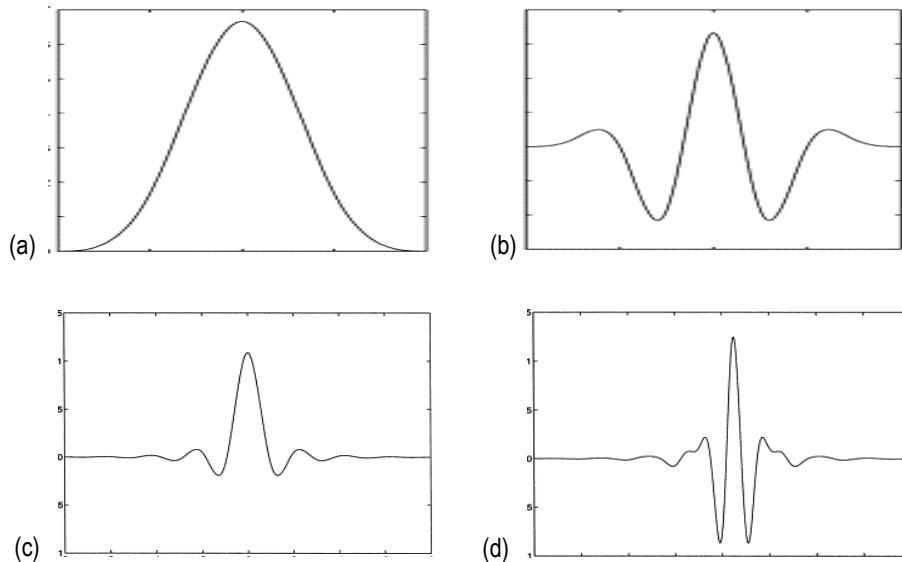


Figura 3.10: Funciones escalas (izquierda) y wavelet (derecha) de distintos tipos de splines: (a) y (b) BS3; (c) y (d) OS3.

Mientras que en la figura 3.11 se muestran las funciones escalas y wavelet de la familia de Daubechies de distintos órdenes. Las mismas forman base ortonormal de soporte compacto y constituyen uno de los pilares de las aplicaciones de la TW, sobre todo en el procesamiento de imágenes (Graps, 1995).

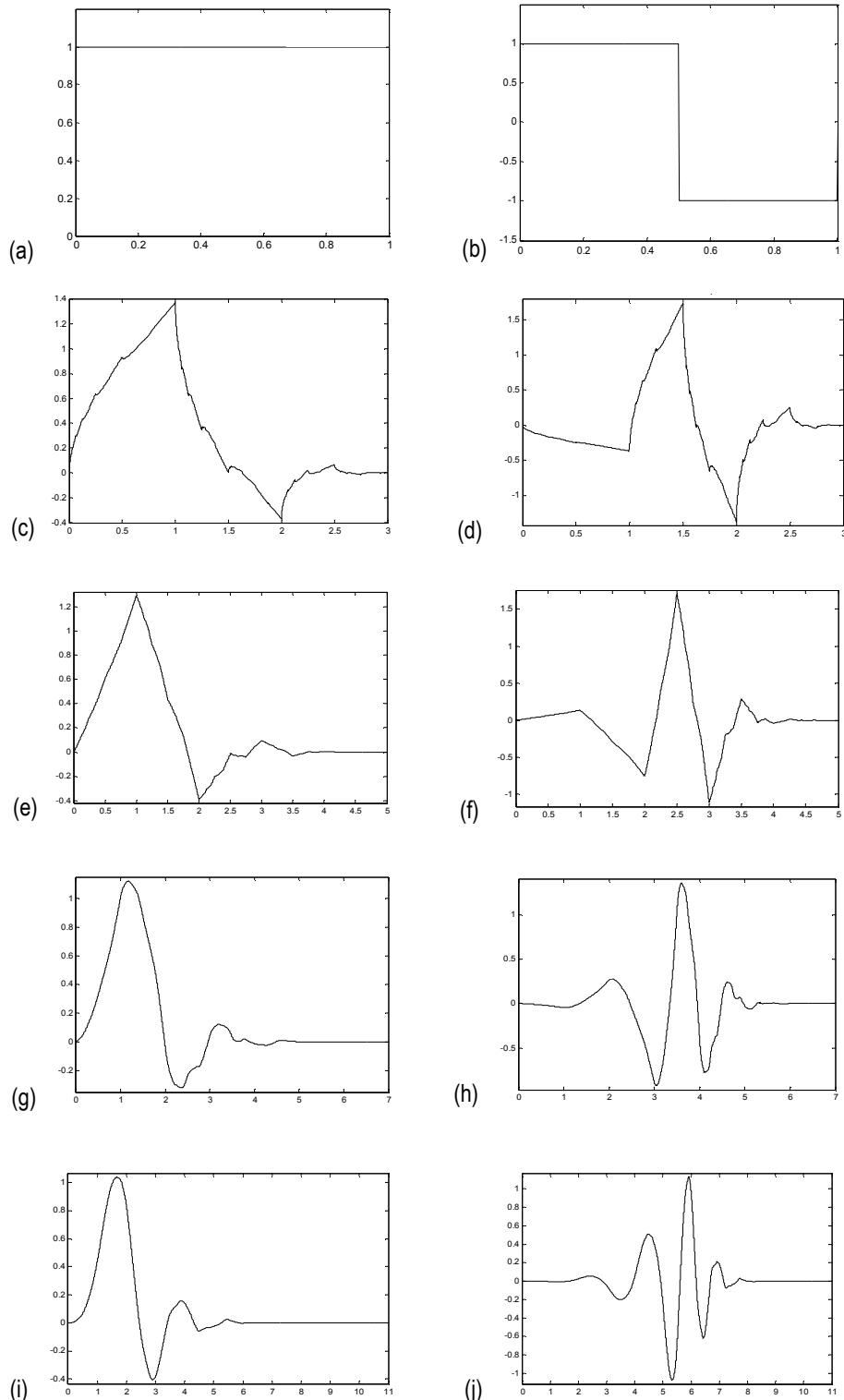


Figura 3.11: Funciones escala (izquierda) y wavelet (derecha) de TWs de Daubechies (db) de distintos órdenes: (a) y (b) db1 ó Haar; (c) y (d) db2; (e) y (f) db3; (g) y (h) db4; (i) y (j) db6.

### 3.7 Transformada Wavelet Continua (TWC)

---

El análisis mediante la transformada Wavelet continua consiste en la descomposición de la señal bajo estudio en el conjunto de funciones wavelets  $\{\psi_{ab}(t)\}$ , que presentan distintas duraciones y están centradas en diferentes instantes de tiempo. El cálculo de la transformada Wavelet Continua se realiza mediante el producto interno de la señal con dichas funciones wavelets:

$$W_s(a,b) = \langle s(t), \psi_{ab}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi^* \left( \frac{t-b}{a} \right) dt \quad (3.13)$$

Siendo  $\psi^*(t)$  el complejo conjugado de la wavelet madre  $\psi(t)$ . La ecuación (3.13) puede invertirse para obtener la reconstrucción perfecta de la señal original  $s(t)$ .

La TWC así definida es una función continua de  $a$  y  $b \in \mathbb{R}$ , que resulta en un número infinito de coeficientes. La información que se obtiene a partir de coeficientes correspondientes a tiempos o escalas cercanos está muy correlacionada y en consecuencia la TWC brinda una representación redundante de la señal bajo estudio (Rosso et al., 2006).

### 3.8 Transformada Wavelet Discreta (TWD)

---

Para realizar un análisis más eficiente, sin la redundancia de información presente en el caso de TWC, se puede utilizar la transformada wavelet discreta (DWT), que se obtiene haciendo la descomposición diádica:  $a = 2^j$  y  $b = 2^j k$  con  $j, k \in \mathbb{Z}$  (Rosso et al., 2006). De esta forma la TWD queda definida mediante:

$$W_s(j,k) = \langle s(t), \psi_{jk}(t) \rangle \quad (14)$$

$$\psi_{jk}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k)$$

El análisis discreto busca esencialmente representar con coeficientes las distintas regiones del tiempo-escala, utilizando una partición del plano que

sigue un esquema diádico, como se muestra en la figura 3.12-b. El área de cada casillero se mantiene constante para todo el plano, pero sus dimensiones en ambos ejes varían con la escala. Esta es la principal ventaja que presenta la TWD frente a la Transformada discreta de Gabor, en la que el plano tiempo-frecuencia se divide en casilleros de iguales dimensiones (figura 3.12-a).

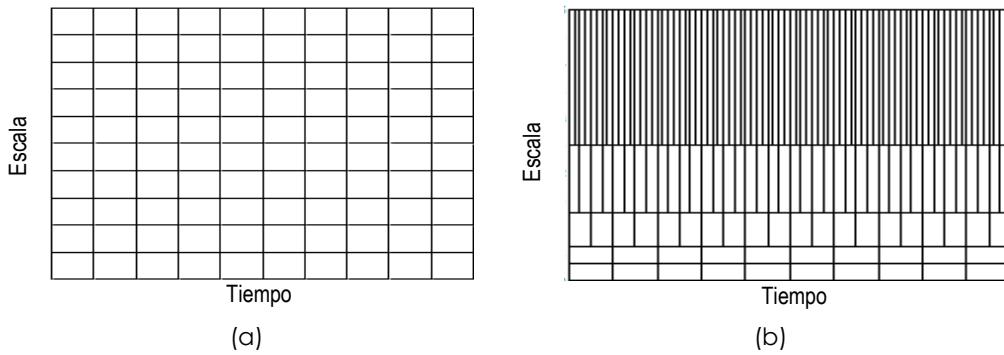


Figura 3.12: Seccionamiento del plano t-f para: (a) la TG y (b) la TWD.

### 3.9 Cálculo de los coeficientes wavelets y escala

En la práctica, el procesamiento mediante TW se reduce al cálculo de los coeficientes de escalas y coeficientes wavelets asociados al desarrollo de (3.10) y el análisis de la energía. Un coeficiente  $d_j(k)$  con energía elevada significa que la energía de la señal lo es para el tiempo y el rango de frecuencias en donde se localiza la función wavelet  $\psi_{jk}(t)$ .

Si la familia wavelet forma una base ortonormal, los coeficientes escala y wavelets son las proyecciones de la señal sobre los espacios definidos por  $\{\phi_{Nk}(t)\}$  y  $\{\psi_{jk}(t)\}$  respectivamente, es decir:

$$c_j(k) = \langle s(t); \phi_{jk}(t) \rangle \quad (3.15)$$

$$d_j(k) = \langle s(t); \psi_{jk}(t) \rangle \quad (3.16)$$

En este caso la energía de la señal se calcula utilizando los conceptos clásicos derivados de la teoría de Fourier, es decir mediante la suma al cuadrado del módulo de los coeficientes:

$$E_T = \|s\|^2 = \sum_{j,k} |d_j(k)|^2 + \sum_{j,k} |c_j(k)|^2 \quad (3.17)$$

La energía asociada a un nivel de descomposición  $j$ , se puede obtener sumando sólo los módulos al cuadrado de los coeficientes wavelets correspondientes a dicho nivel:

$$E_j = \sum_k e_j(k) \quad (3.18)$$

$$e_j(k) = |d_j(k)|^2 \quad (3.19)$$

$e_j(k)$  es la evolución de la energía correspondiente al nivel  $j$ , en función del índice temporal  $k$ .

Si en cambio, la familia wavelet elegida es del tipo biortogonal, entonces existen las funciones duales  $\tilde{\phi}_{jk}(t)$  y  $\tilde{\psi}_{jk}(t)$  que forman bases llamadas duales y verifican:

$$\langle \phi_{jk}(t), \tilde{\phi}_{il}(t) \rangle = \begin{cases} 2^j & \text{si } j = i, k = l \\ 0 & \forall j \neq i, k \neq l \end{cases} \quad (3.20)$$

$$\langle \psi_{jk}(t), \tilde{\psi}_{il}(t) \rangle = \begin{cases} 2^j & \text{si } j = i, k = l \\ 0 & \forall j \neq i, k \neq l \end{cases} \quad (3.21)$$

La señal  $s(t)$  puede desarrollarse utilizando las funciones  $\phi_{jk}(t)$  y  $\psi_{jk}(t)$  como en (14), o mediante las funciones y los coeficientes duales. Los correspondientes coeficientes escala y wavelet se calculan mediante:

$$c_j(k) = \langle s(t); \tilde{\phi}_{jk}(t) \rangle \quad (3.22)$$

$$d_j(k) = \langle s(t); \tilde{\psi}_{jk}(t) \rangle \quad (3.23)$$

y los duales:

$$\tilde{c}_j(k) = \langle s(t); \phi_{jk}(t) \rangle \quad (3.24)$$

$$\tilde{d}_j(k) = \langle s(t); \psi_{jk}(t) \rangle \quad (3.25)$$

Para la obtención de la energía en este caso, es necesario calcular tanto los coeficientes wavelets como sus duales. Dicha energía está dada por:

$$E_T = \|s\|^2 = \sum_{j,k} 2^j d_j(k) \cdot \tilde{d}_j(k) + \sum_{j,k} 2^j c_j(k) \cdot \tilde{c}_j(k) \quad (3.26)$$

Y la energía asociada al nivel  $j$ :

$$E_j = \sum_k e_j(k) \quad (3.27)$$

$$e_j(k) = 2^j d_j(k) \cdot \tilde{d}_j(k) \quad (3.28)$$

La implementación algorítmica de las ecuaciones (3.15) y (3.16) o bien (3.22) a (3.25) no resulta computacionalmente eficiente. Para la aplicación del análisis multiresolución existen algoritmos rápidos que utilizan la implementación de bancos de filtros, uno ampliamente utilizado es el algoritmo rápido de Mallat (Cohen, 1996; Strang y Nguyen, 1996).

### 3.9.1 Algoritmo Rápido de Mallat

El algoritmo rápido de Mallat permite calcular la descomposición Wavelet de una señal de manera rápida. Su implementación se realiza utilizando un banco de filtros por octavas. Consiste en calcular los coeficientes escala y wavelet de un primer nivel de descomposición, para luego a partir de los coeficientes escala calcular nuevamente escala y wavelet del próximo nivel de descomposición. Es decir, se calculan en forma iterativa los coeficientes de cada nivel de descomposición mediante la aplicación sucesiva de un filtro pasa bajos y uno pasa altos. En cada nivel se diezman las secuencias en dos para mantener el número total de datos.

Esta técnica de cálculo de la TW es llamada a menudo como Transformada Wavelet Rápida (FWT), y se resume en las ecuaciones (3.29) y (3.30):

$$c_j(k) = \sum_l h_0(l-2k) c_{j-1}(k) \quad (3.29)$$

$$d_j(k) = \sum_l h_1(l-2k) c_{j-1}(k) \quad (3.30)$$

Siendo  $h_0$  un filtro pasa-bajos y  $h_1$  un filtro pasa-altos apropiados para generar la descomposición wavelet deseada (Apéndice B). Las propiedades de la función escala y la función wavelet quedan determinadas por los filtros utilizados para la generación de la descomposición. En forma recíproca, dadas las funciones escala y wavelet, sus características fijarán las propiedades de los filtros necesarios para la aplicación de la FWT (Cohen, 1996; Strang y Nguyen, 1996).

En la figura 3.13-a se ilustra la aplicación de la técnica para el caso de una descomposición de tres niveles,  $H_0$  y  $H_1$  son los filtros digitales pasa-bajos y pasa-altos respectivamente. Este procedimiento se repite tantas veces como niveles de descomposición sean necesarios. En la figura 3.13-b se presenta el correspondiente banco de filtros de reconstrucción.

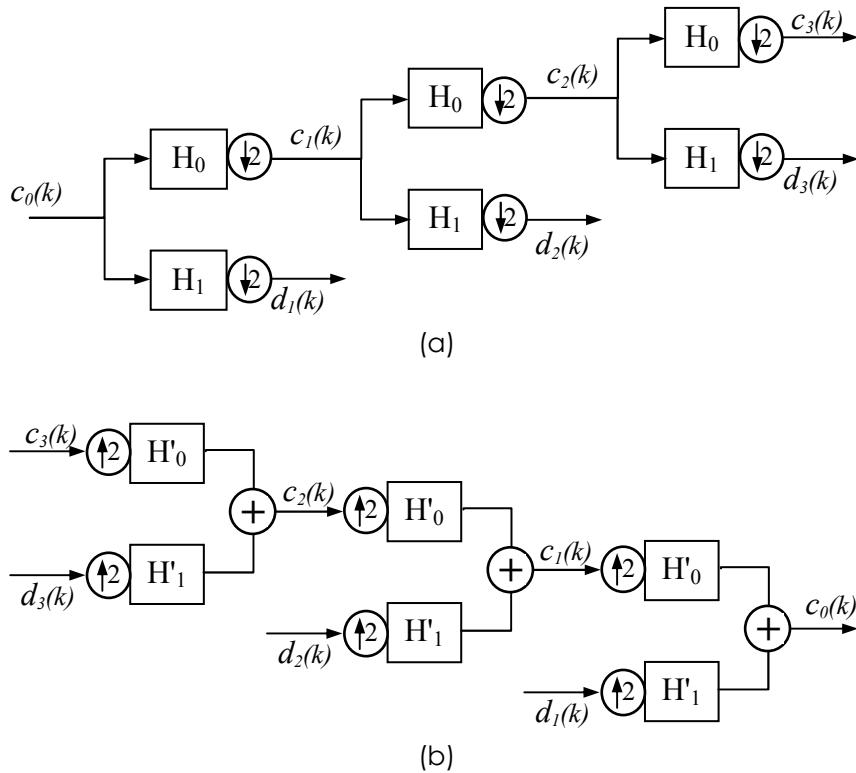


Figura 3.13: (a) Banco de descomposición wavelet de tres niveles y (b) banco de reconstrucción.

### 3.10 Aplicación de la TW a señales de EEG

Existen gran variedad de familias wavelets disponibles para el procesamiento de señales. La elección de una wavelet madre apropiada para cada señal es crucial para obtener buenos resultados. Dependiendo de la señal de EEG, o más bien del evento o proceso neuronal que se desea estudiar, se debe elegir una wavelet madre adecuada. Una función  $\psi(t)$  de aspecto similar a la señal bajo estudio resultará en una descomposición eficiente, mientras que en caso contrario se necesitarán gran cantidad de coeficientes para representar adecuadamente a la señal (Xin LI *et al.*, 2012; Tapan Gandhi *et al.*, 2011). Por otro lado, a la hora de la elección de la wavelet también debe tenerse en cuenta la longitud de los filtros para su implementación. Filtros de mayor orden redundarán en un procesamiento de mayor costo computacional.

### 3.10.1 Elección de la wavelet madre

---

Teniendo en cuenta los aspectos planteados y considerando las wavelets utilizadas en forma satisfactoria para el análisis de señales de EEG en los últimos años (Cohen y Kovacevic, 1996; Blanco et al., 1998; Rosso et al., 2005 y 2006; Tapan Gandhi et al., 2011; Deng Wang et al., 2011; Ahmad Mirzaei et al., 2010; Übeyli et al., 2008; Shen Minfen et al., 2000; Martin et al., 2002; Siew Cheok et al., 2009; Xin LI et al., 2012), se utilizaron para los procesamientos de las señales de EEG bajo estudio tres tipos de wavelets: la Spline Cúbica Básica (BS3), la Spline cúbica Ortogonal (OS3) y wavelets de la familia de Daubechies. En cada caso fue seleccionada aquella familia que dio mejores resultados para la aplicación específica.

Las wavelet splines son funciones polinomiales, que en general presentan muy buena localización tiempo-escala. En particular, la BSpline tiende a una Gaussiana cuando el orden tiende a infinito (Unser et al., 1992). En la práctica es suficiente la elección de la BSpline Cúbica, que presenta una resolución tiempo-escala a menos del 2% de la cota definida en el principio de incertidumbre (Unser et al., 1993). Además de su muy buena localización, las BSplines presentan soporte compacto y por lo tanto los filtros necesarios para la descomposición son del tipo FIR (Finite Impulse Response) que proporcionan una rápida expansión (Cohen y Kovacevic, 1996). Por otro lado estas wavelets han sido utilizadas en forma satisfactoria en el procesamiento se EEG (D'Attellis et al., 1997; Blanco et al., 1996; Torres et al., 1996). El punto débil de las BSplines es que no forman base ortogonal, sino biortogonal, esta característica dificulta la obtención de la energía de los coeficientes, ya que requiere del cálculo de los coeficientes y los coeficientes duales, como se discutió en la sección anterior. Asimismo si bien los filtros de análisis de las BSplines son del tipo FIR, no sucede lo mismo con los de síntesis, es decir que las funciones wavelets y escala duales no son de soporte compacto (Unser et al., 1993).

En este contexto se utilizaron también las wavelet OS3, ya que a diferencia de las BSplines forman base ortogonal y mantienen las buenas características de localización del resto de las splines. Por otro lado este tipo de splines cúbicas ya han sido utilizadas con resultados satisfactorios, en

---

particular en la caracterización de EEG durante crisis epilépticas (Blanco *et al.*, 1998; Rosso *et al.*, 2005 y 2006).

Finalmente, las wavelets de Daubechies conforman una familia de wavelets ortogonales de soporte compacto. Los filtros asociados son del tipo FIR de mínima fase, que se destacan por su característica próxima a la de un filtro ideal<sup>7</sup>, incluso para filtros con bajo número de coeficientes (Sartoretto y Ermani, 1999; Daubechies, 1992). Estas wavelets además han sido ampliamente utilizadas, en sus diferentes versiones u órdenes, para el procesamiento y pre-procesamiento de señales de EEG en aplicaciones similares a las bajo estudio en la presente tesis, por ejemplo en la detección de crisis epilépticas (Tapan Gandhi *et al.*, 2011; Deng Wang *et al.*, 2011; Ahmad Mirzaei *et al.*, 2010; Übeyli *et al.*, 2008), en detección de ritmos cerebrales (Shen Minfen *et al.*, 2000) y en particular en detección de ritmos motores (Martín *et al.*, 2002; Siew Cheok *et al.*, 2009; Xin Li *et al.*, 2012).

Dentro de la familia Daubechies se prefirieron las wavelets de orden 4 (o db4) y orden 6 (o db6), debido a la similitud de la wavelet madre con las señales bajo estudio, sobre todo para las aplicaciones en ritmos cerebrales. Dicho parecido se puede verificar en la figura 3.14, donde se muestran ambas wavelets madres y dos fragmentos de registro de 1 segundo de duración cada uno, uno con ritmo alfa y el otro con ritmo beta central.

---

<sup>7</sup> Se entiende aquí por filtro ideal a aquel que dejar pasar sin atenuar a las componentes frecuenciales de la señal que se encuentran en la banda de paso y elimina por completo el resto de las frecuencias, es decir que su espectro es exactamente la función cajón.

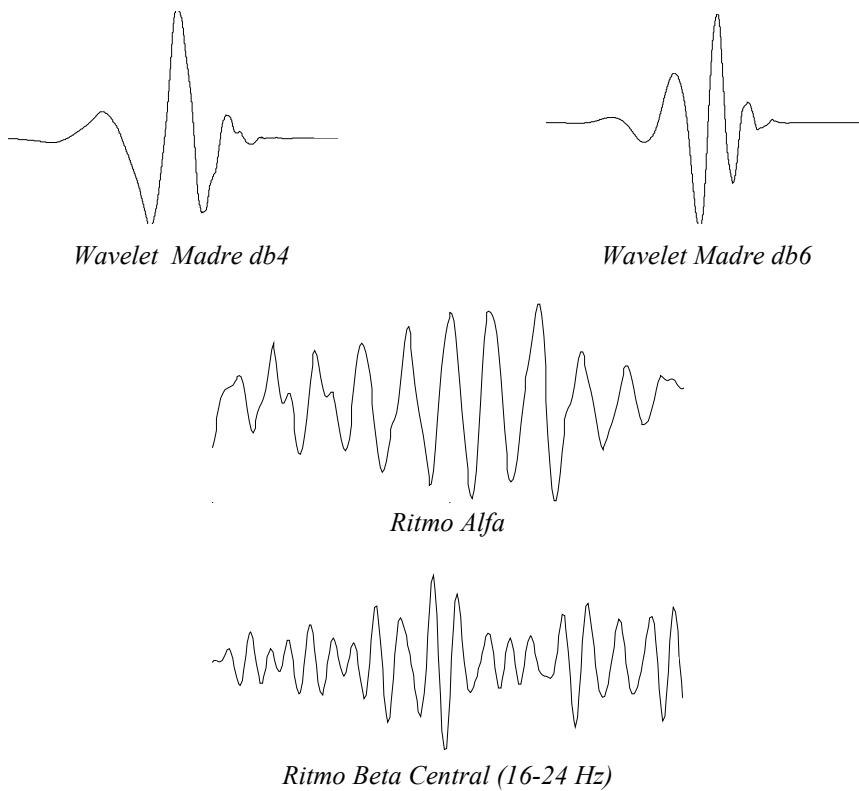


Figura 3.14: Comparación entre las wavelets madre correspondientes a la db4 y db6, y segmentos con ritmo alfa y ritmo beta central (de 1 segundo de duración).

### 3.10.2 Aplicación de la TWD en la detección de crisis epiléptica

Como se describió en el capítulo anterior, los diferentes eventos relacionados con una crisis epiléptica se manifiestan en distintas sub-bandas de frecuencias. Gracias a esta característica de la señal de EEG durante una crisis, el procesamiento mediante la TWD permite la separación de estos eventos en los distintos niveles de descomposición y, eventualmente, se podría aplicar una técnica de detección a cada nivel en forma separada, dependiendo de cuál de evento se deseé detectar.

En la descomposición de los registros de EEG con crisis epilépticas se utilizaron las wavelets BS3, OS3, db4 y db6 en el procesamiento de los mismos registros que para la TG. Para esta aplicación en particular las descomposiciones que dieron mejores resultados fueron ambos tipos de splines cúbicas, sin embargo debido a la ventaja que presenta la versión ortogonal en

el cálculo de la energía de los coeficientes, se considera que esta es la mejor opción.

El árbol de descomposición utilizado se detalla en la tabla 3.1.

**TABLA 3.1:** Límites de frecuencias asociados a los niveles de descomposición Wavelet de 7 niveles ( $f_s=200\text{Hz}$ ).

Coeficientes	$f_{min}$ [Hz]	$f_{max}$ [Hz]	Nivel de Resolución
$\mathbf{d}_1$	50	100	1
$\mathbf{d}_2$	25	50	2
$\mathbf{d}_3$	15,5	25	3
$\mathbf{d}_4$	6,25	15,5	4
$\mathbf{d}_5$	3,12	6,25	5
$\mathbf{d}_6$	1,56	3,12	6
$\mathbf{d}_7$	0,78	1,56	7

En las figuras 3.15 y 3.16 se presenta el desarrollo wavelet obtenido con la wavelet OS3, para el registros de la figura 3.5. En la primera se graficaron los coeficientes wavelets para el registro completo, mientras que en la figura 3.16 se muestra en mayor detalle el intervalo temporal en dónde comienza la crisis y algunos segundos previos a la misma.

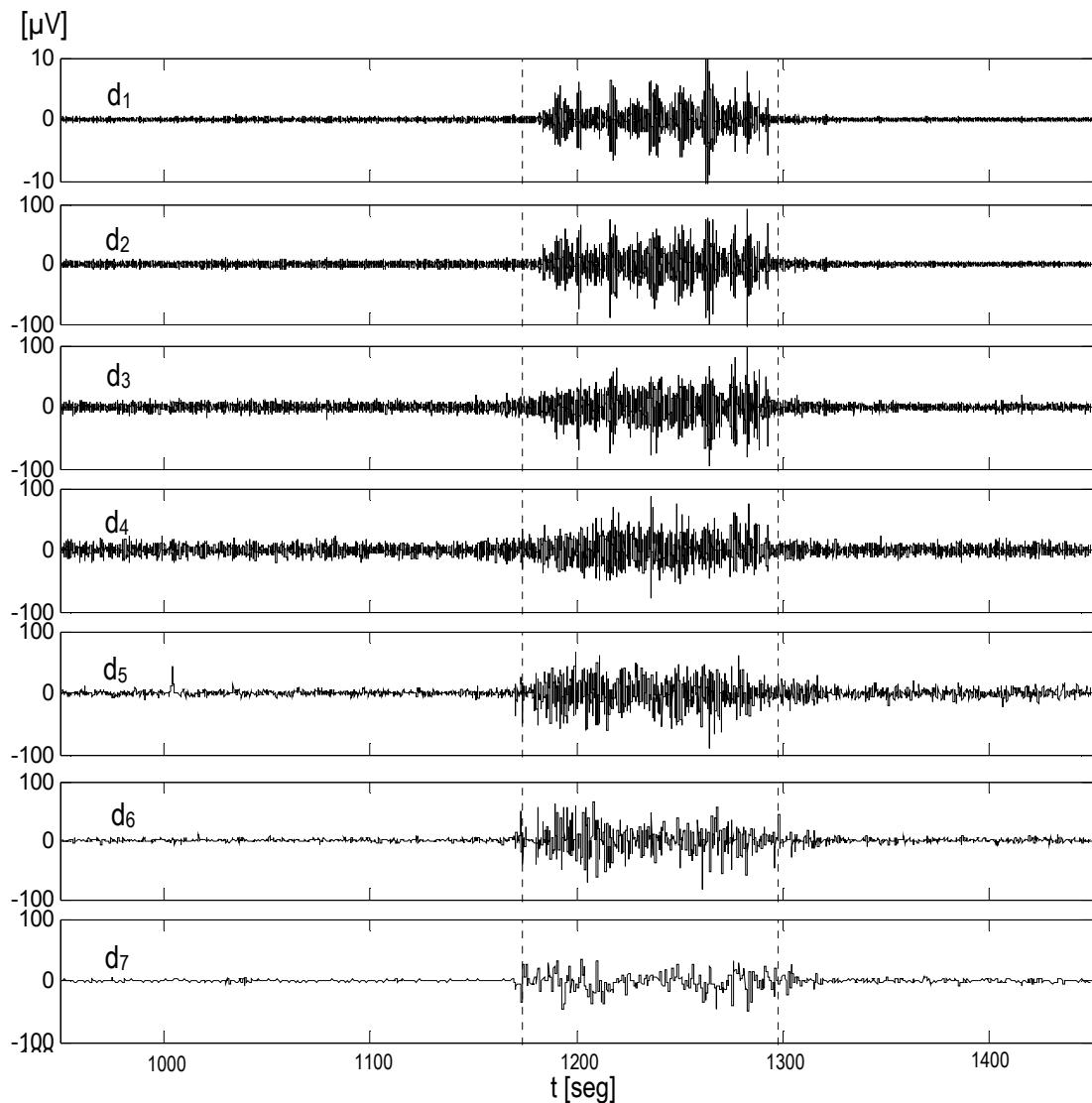


Figura 3.15: Descomposición wavelet con la OS3 de la señal de la figura 3.5. Las líneas verticales a trazos indican el comienzo y la finalización de una crisis.

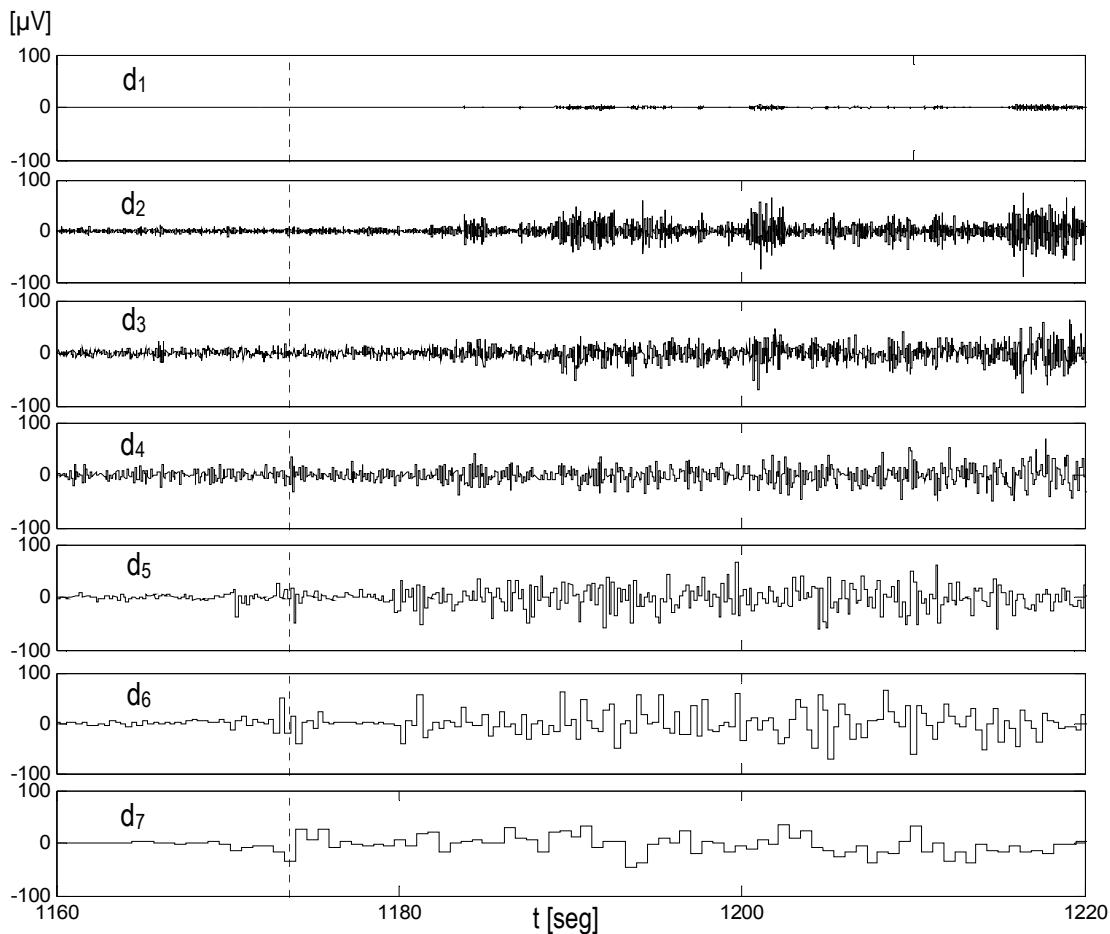


Figura 3.16: Zoom sobre la crisis de la descomposición de la figura 3.15.

Usualmente se utiliza como visualización de una descomposición wavelet el plano tiempo-escala, equivalente al plano tiempo-frecuencia obtenido mediante la transformada de Gabor. La figura 3.16 muestra dicho plano para el caso bajo estudio. El mismo se obtuvo mediante el cálculo de la energía de los coeficientes correspondientes a la descomposición diádica de las figuras 3.14 y 3.15. En esta visualización se observa claramente la característica de localización tanto en el tiempo como en frecuencia de la TW.

En el plano tiempo escala (figura 3.17) se observa que desde el comienzo del registro hay presente actividad en el nivel 4 de descomposición, correspondiente a la banda de frecuencias de 6,25 a 12,5Hz. Esta actividad quedó de manifiesto también en el estudio realizado mediante la

transformada de Gabor (figura 3.6) y se presenta en todas las posiciones de los electrodos.

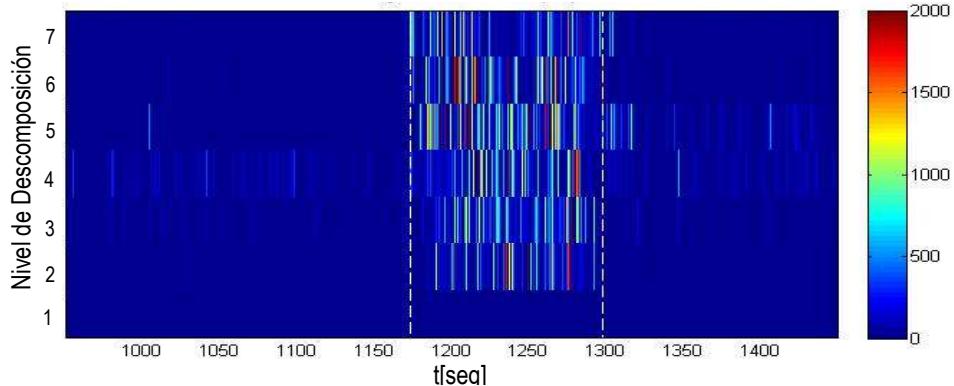


Figura 3.17: Plano tiempo escala correspondiente a la descomposición wavelet de la figura 3.15.

### 3.10.3 Algoritmo de detección

Básicamente aplicar un detector significa decidir a qué grupo pertenece una dada muestra de una señal, basados en un criterio de decisión seleccionado con anterioridad. A medida que los grupos o clases de clasificación se encuentren estadísticamente más separados, menor será el error cometido al clasificar las muestras.

Para aplicar la transformada wavelet a la detección del crisis epilépticas se utilizó el algoritmo de detección basado en la energía de los coeficientes propuesto por D'Attellis (D'Attellis *et al.*, 1997). El algoritmo consiste en la comparación de la energía de cada nivel de descomposición de la señal con un umbral de detección diferente para cada nivel.

A partir de las ecuaciones (3.19), para wavelets ortogonales, o (3.28), para las biortogonales, se obtiene la evolución temporal de la energía asociada al nivel de descomposición deseado, dichas ecuaciones se repiten a continuación para mayor comodidad:

$$e_j(k) = |d_j(k)|^2 \quad (3.31)$$

$$e_j(k) = 2^j d_j(k) \cdot \tilde{d}_j(k) \quad (3.32)$$

Como la descomposición realizada es diádica, para cada nivel de descomposición disminuye a la mitad la cantidad de coeficientes. Es decir que si la señal es de duración  $M$ , se obtienen  $M/2^j$  coeficientes para nivel  $j$ . De igual forma la evolución temporal de la energía obtenida mediante (3.31) o (3.32) tendrá  $M/2^j$  elementos en dicho nivel.

En su técnica de detección, (D'Attellis *et al.*, 1997) propone distribuir uniformemente los átomos<sup>8</sup> de energía en  $2^j$  puntos. Con este objetivo se define el vector de energía utilizando (3.33) o (3.34) según corresponda.

$$\hat{e}_j(r) = |d_j(k)|^2 \quad (3.33)$$

$$\hat{e}_j(r) = d_j(k) \cdot \tilde{d}_j(k) \quad (3.34)$$

$$r \in \{(k-1)2^j < r \leq k2^j\}$$

Para realizar la detección, el algoritmo compara los valores de la energía  $\hat{e}_j(r)$  con un umbral de detección  $D_j$ , definido para cada nivel. El umbral de detección se elige para cada caso realizando un análisis estadístico de la señal bajo estudio (D'Attellis *et al.*, 1997; Blanco *et al.*, 1996). En particular en (D'Attellis *et al.*, 1997) propone la utilización del umbral obtenido mediante:

$$D_j = \bar{x}_j + \sigma_j \quad (3.35)$$

Siendo  $\bar{x}_j$  el valor medio de la energía  $\hat{e}_j$  y  $\sigma_j$  la correspondiente desviación estándar, ambos calculados para segmentos del registros que contengan tanto un intervalo de reposo, como de actividad<sup>9</sup>, (D'Attellis *et al.*, 1997).

---

<sup>8</sup> Con "átomos" se refiere a la energía correspondiente a cada índice temporal  $k$ , es decir cada término  $2^j d_j(k) \cdot \tilde{d}_j(k)$

En la figura 3.18 se presenta la evolución temporal de la energía de los coeficientes de la figura 3.15 para cada nivel de descomposición durante la crisis y 30 segundos antes de su comienzo. En el gráfico se observa que la mayor contribución de energía durante la crisis epiléptica la aportan a los niveles  $d_2$  a  $d_6$ , resultado que coincide con lo documentado en la bibliografía (Tapan Gandhi *et al.*, 2011; Blanco *et al.*, 1996, Rosso *et al.*, 2006).

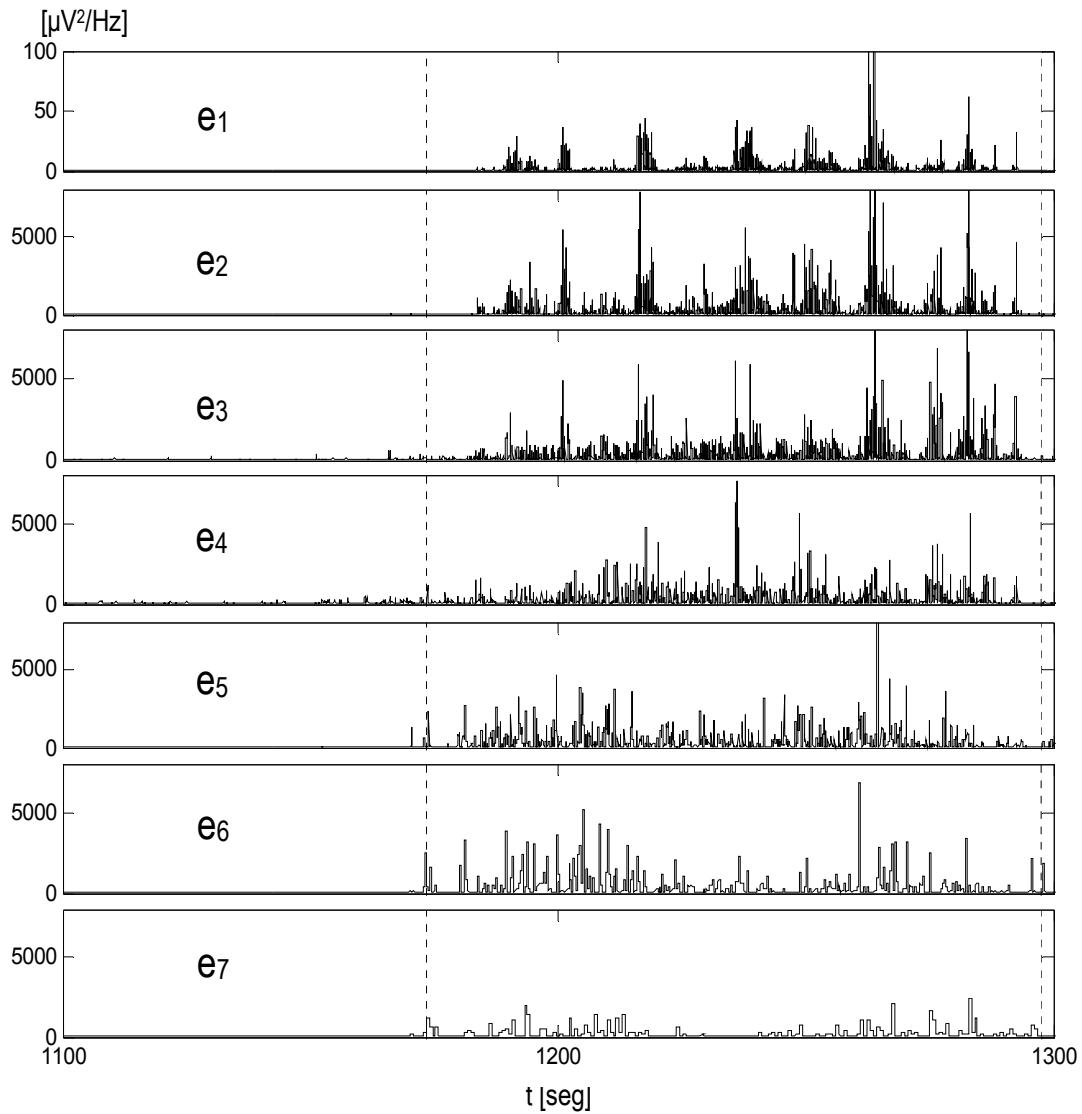


Figura 3.18: Evolución temporal de la energía de los coeficientes wavelets de la descomposición de la figura 3.15 y 3.16.

---

<sup>9</sup> Se entiende aquí como reposo a la ausencia del evento que se desea detectar y actividad a la presencia de dicho evento.

Para la detección de espigas aisladas D'Attellis propone la aplicación del algoritmo de detección para el nivel  $j=3$ , mientras que para el caso de un tren de spikes y ondas lentas, utiliza los niveles  $j=3$  y  $j=5$  (D'Attellis *et al.*, 1997). Li Yong y Zhang Shengxun, en cambio encontraron que las ondas lentas se manifiestan con mayor amplitud en niveles correspondientes a frecuencias menores, del orden de 1 Hz (Li Yong y Zhang Shengxun, 1996). Si bien en estos trabajos se realizan detecciones de cada nivel en forma separada, comparando cada nivel  $j$  con su umbral correspondiente, los resultados de los diferentes niveles relacionados con un mismo evento<sup>10</sup>, podrían combinarse para producir un único detector.

Para los registros procesados en el marco de la presente tesis, se obtuvieron aumentos significativos de la energía tanto en el nivel  $j=3$ , correspondientes a las espigas, como en los niveles  $j=5$  y  $j=6$ , correspondiente a las ondas lentas. Se observó también un aumento de la energía en el nivel  $j=4$ . Sin embargo este nivel coincide con el correspondiente al ritmo cerebral alfa, que se manifiesta principalmente en la zona occipital, pero puede encontrarse con menor amplitud en otras posiciones de electrodos. Si bien este nivel de descomposición fue utilizado con buenos resultados en la clasificación de registros con crisis y sin crisis, en particular para el caso de registros adquiridos mientras los voluntarios mantenían los ojos abiertos, por Ahmad Mirzaei (Ahmad Mirzaei *et al.*, 2010). Considerando que durante la adquisición de los registros utilizados, en la mayoría de los casos los pacientes se encontraban descansando con los ojos cerrados, se prefirió no utilizar este nivel de resolución.

En las figuras 3.19, 3.20 y 3.21 se muestra la detección de espigas y espigas y ondas lentas, obtenidas utilizando los niveles  $j=3$ ,  $j=5$  y  $j=6$ . En la primera se presenta la detección obtenida durante todo el segmento, correspondiente al registro de la figura 3.4, mientras que en la segunda se ilustra un detalle de la detección de ondas lentas de entre 1 y 6 Hz al comienzo de una crisis. Finalmente en la figura 3.21 se muestra la detección de un tren de espigas.

---

<sup>10</sup> Por ejemplo  $j=3$  y  $j=5$  para la detección de un tren de espigas y ondas lentas

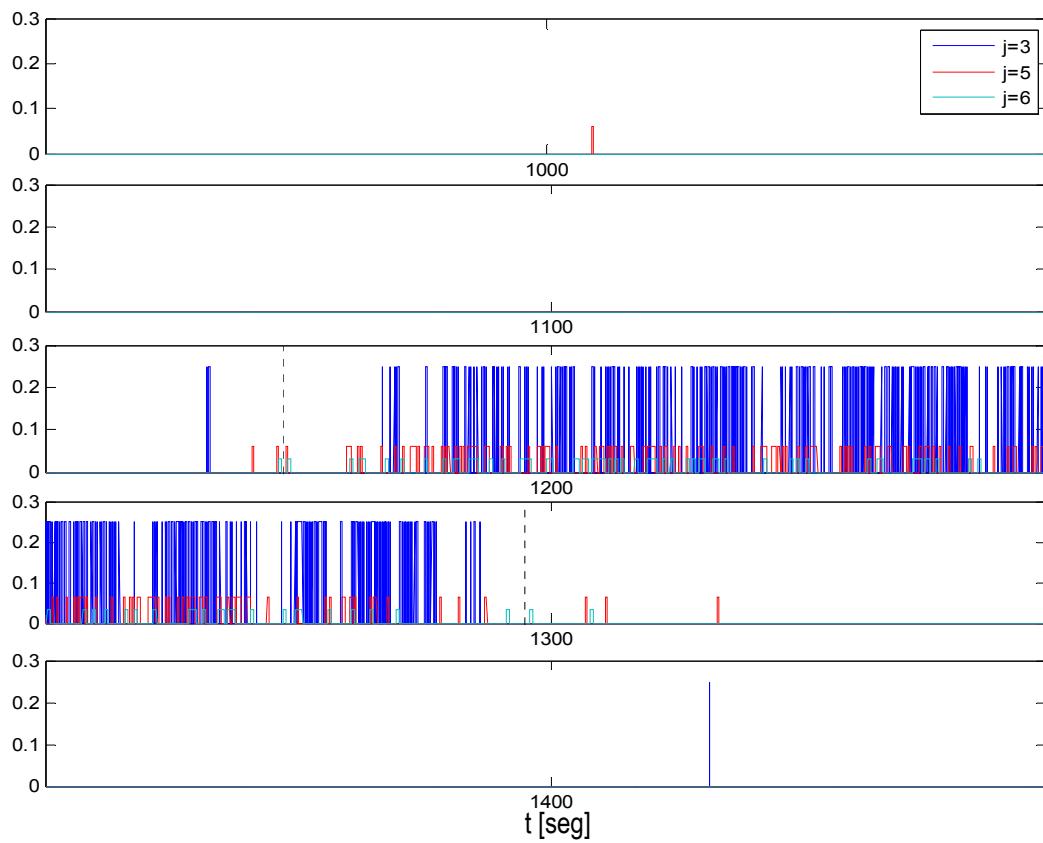


Figura 3.19: Detección de espigas y ondas lentas, para la señal de la figura 3.13. Niveles utilizados  $j=3$ ,  $j=5$  y  $j=6$ .

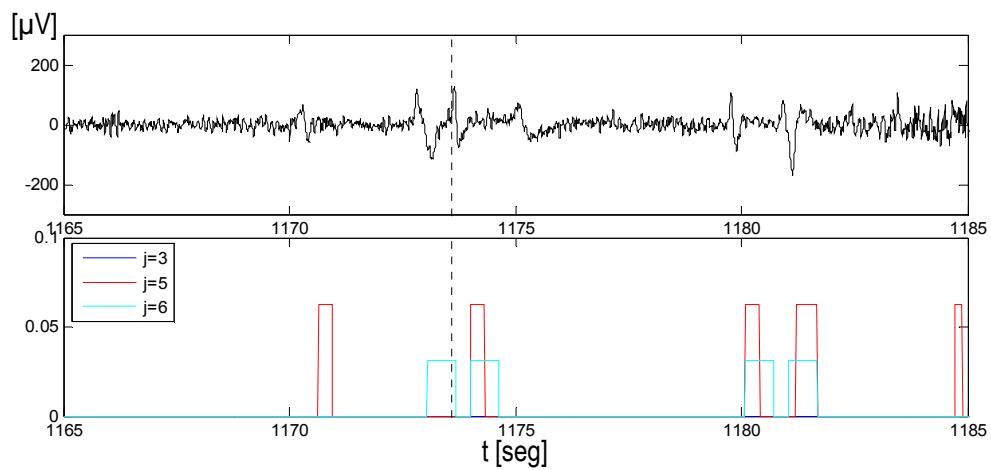


Figura 3.20: (a) Señal de EEG. (b) Detección de ondas lentas,  $j=5$  y  $j=6$ .

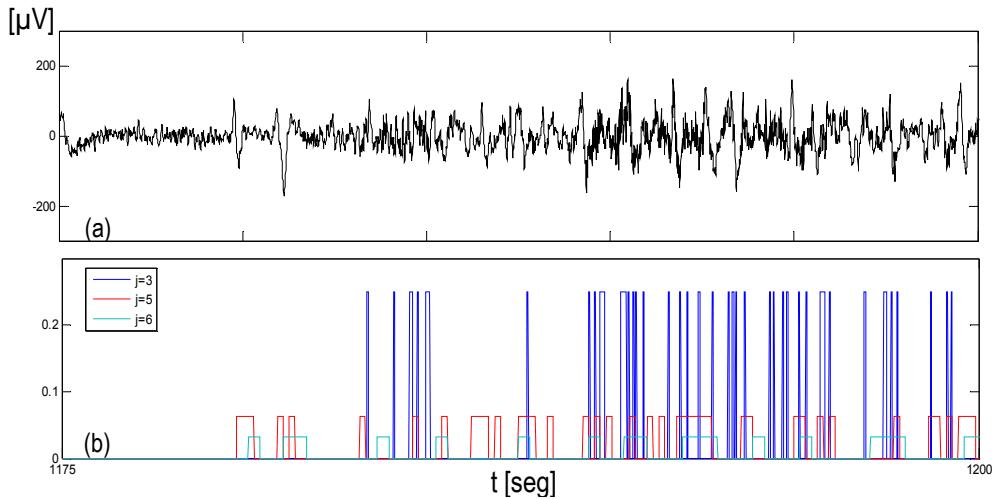


Figura 3.21: (a) Señal de EEG. (b) Detección de un tren de espigas y ondas lentas,  $j=3$ ,  $j=5$  y  $j=6$ .

En los resultados presentados se observa que en primer lugar aparecen las ondas lentas ( $j=5$  y  $j=6$ ), aproximadamente unos 10 segundos después de que comenzó la crisis se manifiesta la etapa clónica, en la que aparece un tren de espigas ( $j=3$ ) y finalmente las últimas manifestaciones de la crisis son nuevamente las ondas lentas. Si bien estos resultados fueron obtenidos sobre un número reducido de registros y con una estadística reducida, concuerdan aceptablemente con los publicados en la bibliografía (Rosso et al., 2005).

Finalmente se observa en la figura 3.19 que aparece una espiga aislada algunos segundos antes del instante marcado como comienzo de la crisis por el especialista.

### 3.11 Aplicación de la TWD a la detección de ritmo alfa

Para el análisis mediante la TWD de señales con ritmo cerebral alfa se utilizó el árbol de descomposición diádico de 4 niveles, que se muestra en la figura 3.22. Para obtener una concordancia aceptable de los niveles de descomposición con las bandas de frecuencias de interés, se re-muestrearon las señales originales a 256 Hz, con la que se obtienen los niveles que se muestran en la figura.

Las frecuencias correspondientes al ritmo alfa quedan contenidas en el detalle 4, sin embargo este nivel de descomposición abarca un rango de frecuencias mayor al de interés. En el gráfico las flechas llenas indican el filtrado digital con el filtro pasa-bajos  $H_0$  y el diezmado, mientras que las flechas con líneas a trazos indican el filtrado digital con el filtro pasa-altos  $H_1$ .

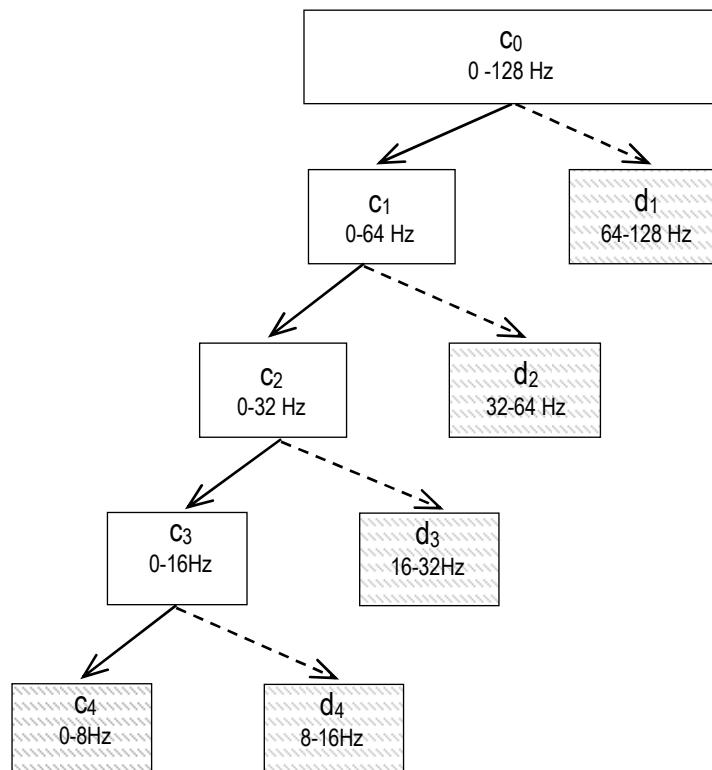


Figura 3.22: Árbol de descomposición Wavelet para  $f_s=256\text{Hz}$ . En fondo rayado se marcan los coeficientes correspondientes a la descomposición diádica en octavas de 4 niveles. Las flechas llenas y a trazos indican el filtrado con los filtros  $H_0$  y  $H_1$  respectivamente, y el diezmado de los coeficientes.

Al igual que para el procesamiento de señales con crisis epilépticas , se aplicaron las wavelets BS3, OS3, db4 y db6 en la aplicación de la TWD a los registros con ritmo alfa descriptos en el capítulo 2. Para esta aplicación dieron mejores resultados las descomposiciones con ambos tipos de splines, sin embargo la diferencia respecto de las wavelets de la familia de Daubechies fue poco significativa.

La figura 3.23 se presenta la descomposición en 4 niveles con las wavelets OS3, para un ejemplo de registro con ritmo alfa adquirido a 256 Hz y

utilizando el paradigma de adquisición descripto en el capítulo anterior (ejemplo de la figura 3.2). En la figura se marcan los instantes en que se cierran los ojos con triángulos blancos y aquellos instantes en que se abren con triángulos negros.

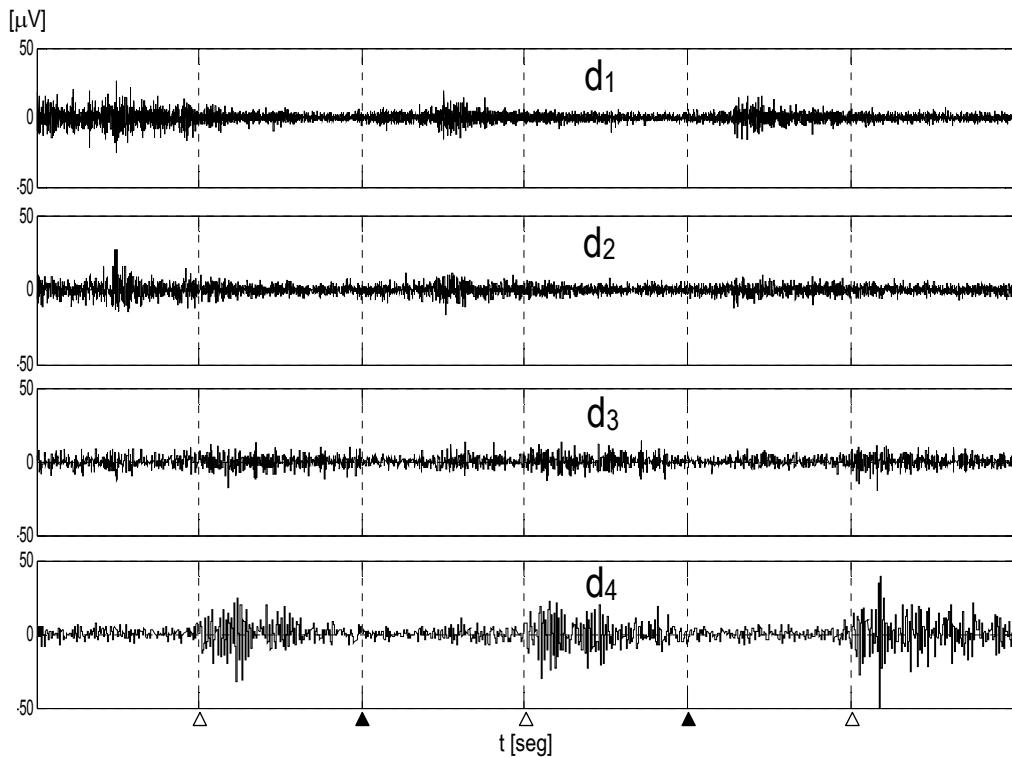


Figura 3.23: Descomposición wavelet OS3 en 4 niveles del registro de la figura 3.2. Los triángulos blancos y negros indican los instantes de cierre y apertura de los ojos respectivamente, marcados además con líneas verticales a trazos.

El registro presenta intervalos de tiempo en que se manifiestan aumentos significativos de la amplitud, provocados por otros procesos neuronales diferentes del ritmo alfa (ver figura 3.2). En la descomposición wavelet de la figura 3.23 se observa cómo dichos procesos se manifiestan en los niveles 1 y 2 de descomposición, correspondientes a frecuencias mayores que las del ritmo alfa. La figura 3.24 presenta en mayor detalle el nivel 4 de descomposición, separado en tres segmentos que se centran en los instantes en que se cierran los ojos.

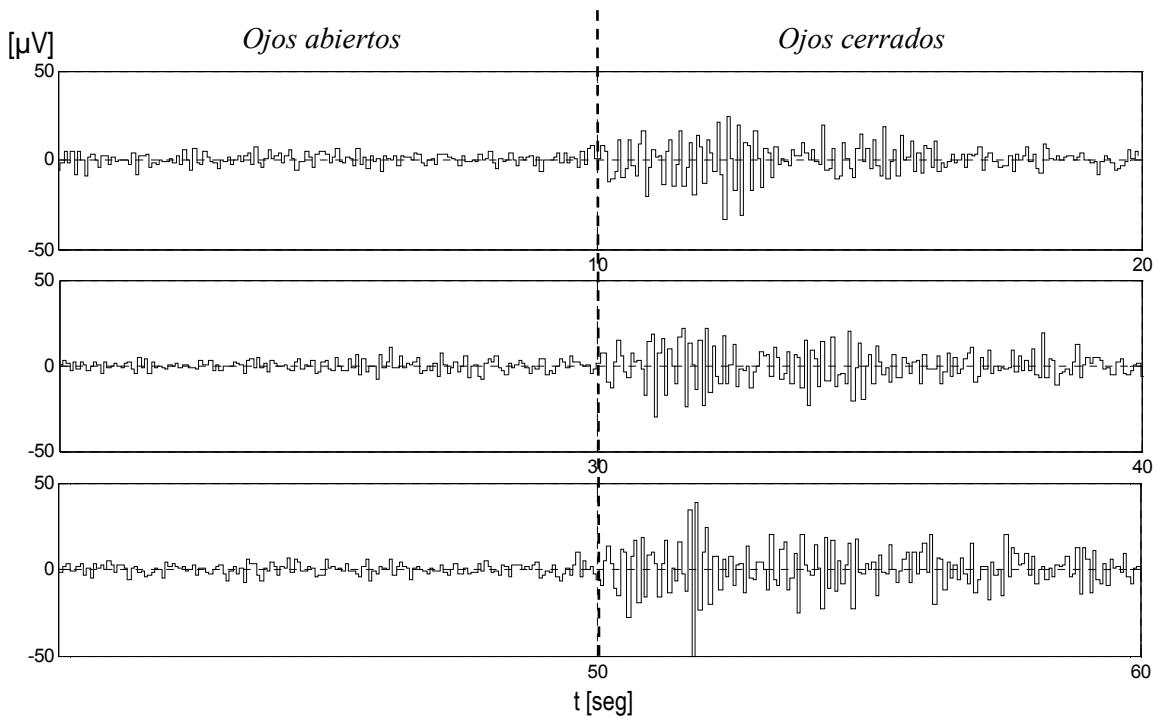


Figura 3.24: Coeficientes d4 de la descomposición de la figura 3.13.

Tanto en la figura 3.23 como en la 3.24 se observa el aumento marcado de la amplitud de los coeficientes cuando el voluntario cierra los ojos. En todos los casos la mayor amplitud del ritmo se encuentra durante los primeros segundos luego de cerrados los ojos, como se describió en el capítulo 2.

El plano tiempo-escala para este caso se muestra en la figura 3.25-a. En esta visualización se aprecia la localización del ritmo con buena resolución, tanto en el tiempo como en frecuencia. En la figura 3.25-b se muestra un acercamiento en el eje temporal en el que se aprecia claramente cómo aumenta la longitud de las ventanas a medida que disminuye la frecuencia.

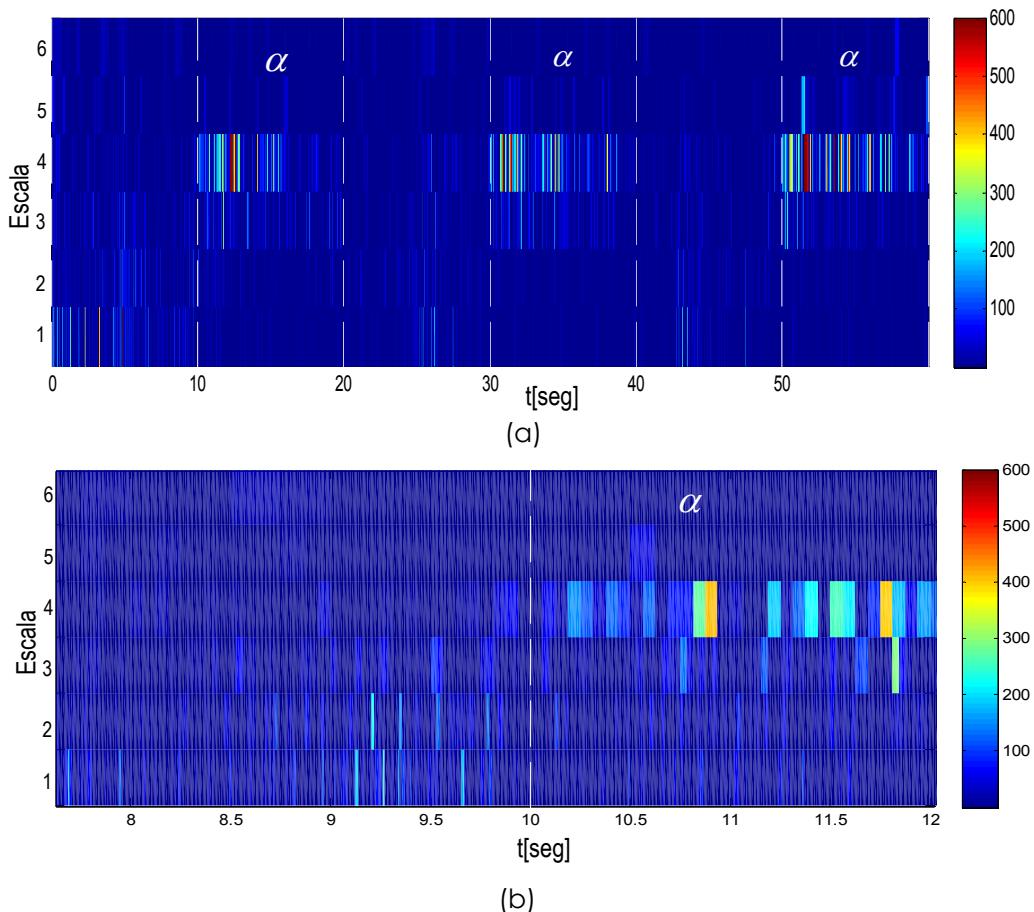


Figura 3.25: (a) Plano tiempo-escala del registro de EEG de la figura 3.2, (descomposición wavelet OS3 de 6 niveles). Unidades:  $\mu\text{V}^2/\text{Hz}$ . (b) Zoom del eje temporal.

### 3.11.1 Detección de ritmo alfa mediante la TWD

El detector propuesto por D'Attellis, y utilizado para la detección de crisis epilépticas, se puede implementar para la detección de ritmo alfa. En la figura 3.26 se muestra la energía de los coeficientes wavelets correspondientes a los diferentes niveles de descomposición de la figura 3.23. Para la implementación de la técnica a la detección del ritmo alfa, sólo es necesario el análisis de la evolución de  $e_4$ , ya que la energía asociada al ritmo se encuentra concentrada en una banda de frecuencias contenida en dicho nivel de descomposición.

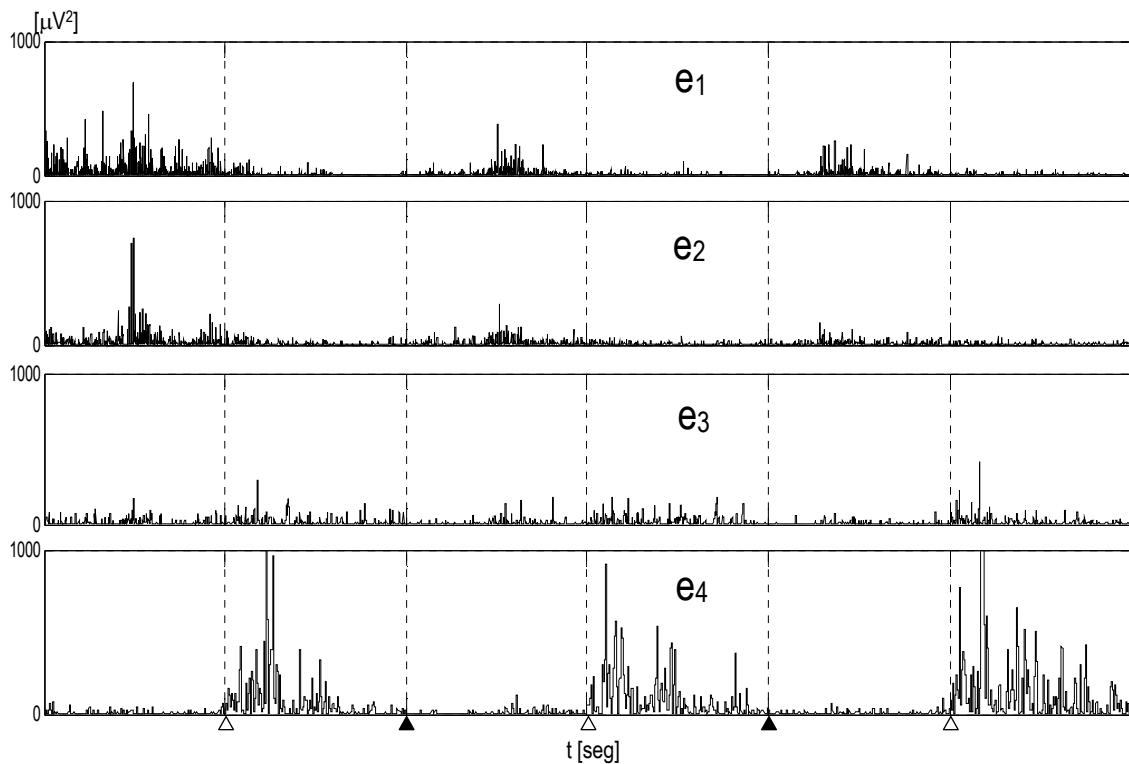


Figura 3.26: Energía de los coeficientes wavelets de la descomposición de la figura 3.23.

En la figura 3.27 se presenta el resultado de aplicar la técnica de detección propuesta por D'Attellis (D'Attellis *et al.*, 1997), a la señal bajo estudio. Las líneas verticales a trazos indican el instante en que se cierran los ojos.

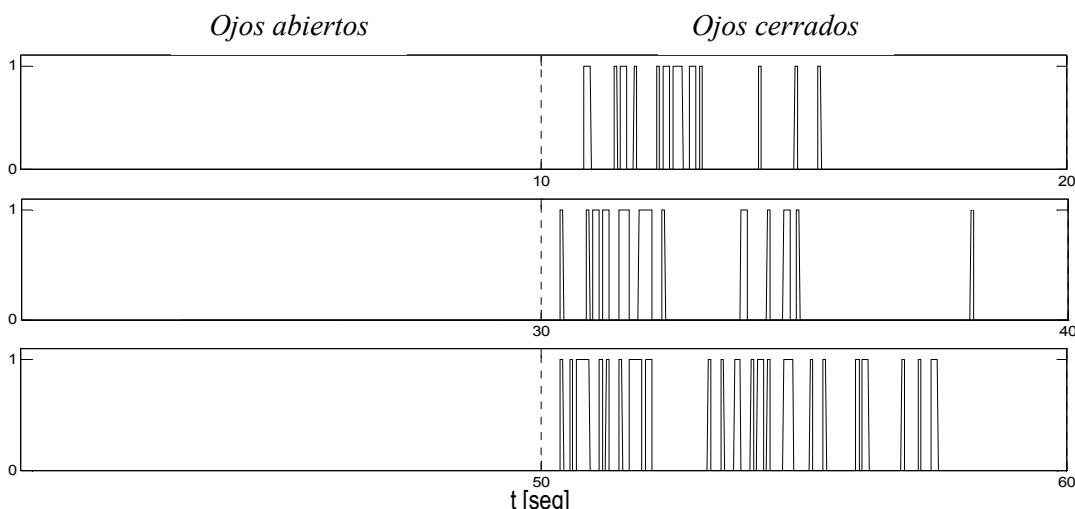


Figura 3.27: Detección de ritmo alfa aplicando el detector propuesto por D'Attellis y la TW OS3. Las líneas verticales a trazos indican el instante en que el voluntario cierra los ojos.

En la figura 3.27 se observa que el detector detecta la presencia del ritmo cuando el mismo es de mayor amplitud, pero sin embargo no necesariamente mantiene la detección dicha amplitud disminuye. Por otro lado se observa una gran resolución de la técnica.

### **3.11.2 Algoritmo de detección: Una adaptación propuesta para el caso de ritmo alfa**

En la técnica propuesta por D'Attellis no es aplicable a sistemas de tiempo real, ya que para el cálculo del umbral de detección se utiliza todo el segmento de registro del que se conoce a priori que existe un sub-intervalo de inactividad y uno de actividad (D'Attellis *et al.*, 1997; Blanco *et al.*, 1996). La técnica es no causal.

Si bien esta técnica ha sido satisfactoriamente aplicada a registros que presentan crisis epilépticas para el caso de detección de espigas y ondas lentas (D'Attellis *et al.*, 1997), así definida no es adecuada para el procesamiento de registros *on line*, o bien en aquellos casos en que se desconoce a priori la existencia o no del evento en un cierto intervalo del registro.

Para poder aplicar la técnica de detección en aplicaciones tipo BCI's basadas en ritmos cerebrales, en los que se necesita realizar la detección *on line*, se propuso una modificación a la técnica antes descripta. La misma se basa en el cálculo del umbral de detección utilizando un intervalo de referencia en el que el sujeto se encuentra en reposo<sup>11</sup>. Definiendo como umbral de detección al valor:

$$D_j = \bar{x}_{R_j} + k \cdot \sigma_{R_j} \quad (36)$$

Siendo  $\bar{x}_{R_j}$  el valor medio de la energía  $\hat{e}_j$  del nivel  $j$  durante el intervalo de referencia y  $\sigma_{R_j}$  la desviación estándar de dicha energía, durante el mismo intervalo. La elección de la constante  $k$  es una relación de compromiso entre los dos tipos de errores que se pueden presentar en la detección: falsos

---

<sup>11</sup> Ver nota al pie 9.

negativos<sup>12</sup> y falsos positivos<sup>13</sup>. El detector óptimo es aquel que minimiza la probabilidad de error total. Sin embargo dependiendo de la aplicación puede ser deseable minimizar uno de los dos tipos de error a expensas del otro.

En las aplicaciones que se proponen en la presente tesis, se utilizó un valor de  $k$  igual a 3 que asegura una tasa de falsos positivos menor al 0,1% si se supone distribución normal de los datos<sup>14</sup>.

Para la elección del intervalo de referencia debe tenerse en cuenta que mientras mayor sea su duración, se obtendrá una mejor estimación de las características estadísticas de la señal en estado de reposo. Es importante destacar que dependiendo de la aplicación, dicha referencia podrá actualizarse durante el procesamiento tantas veces como se considere necesario, esta actualización será de gran utilidad para registros de larga duración, en los que la señal de EEG puede variar en forma significativa, y menos necesaria en aquellos casos en que se sepa a priori que la señal no cambiará en forma significativa a lo largo de la adquisición.

### 3.11.3 Aplicación del detector modificado al ritmo alfa

---

En la figura 3.28 se muestra el resultado de aplicar el detector antes descripto a la señal de EEG de la figura 3.2, para la descomposición wavelet de la figura 3.26 y utilizando como intervalo de referencia los primeros 4 segundos del registro. El resultado muestra una mejora en la sensibilidad<sup>15</sup> de la técnica, de tal forma que el detector mantiene la detección aun cuando la amplitud del rítmico alfa disminuye. Sin embargo también se observa un aumento en la tasa de falsos positivos, en forma coherente con la relación de compromiso existente entre la sensibilidad y la especificidad<sup>16</sup> de cualquier técnica.

---

<sup>12</sup> Este tipo de error se conoce como de tipo I.

<sup>13</sup> Este tipo de error se conoce como de tipo II.

<sup>14</sup> Para más detalle ver **REFERENCIA**

<sup>15</sup> Se entiende por sensibilidad a la tasa de positivos bien detectados con respecto a la totalidad de positivos.

<sup>16</sup> Se entiende por especificidad a la tasa de negativos bien detectados con respecto a la totalidad de negativos.

---

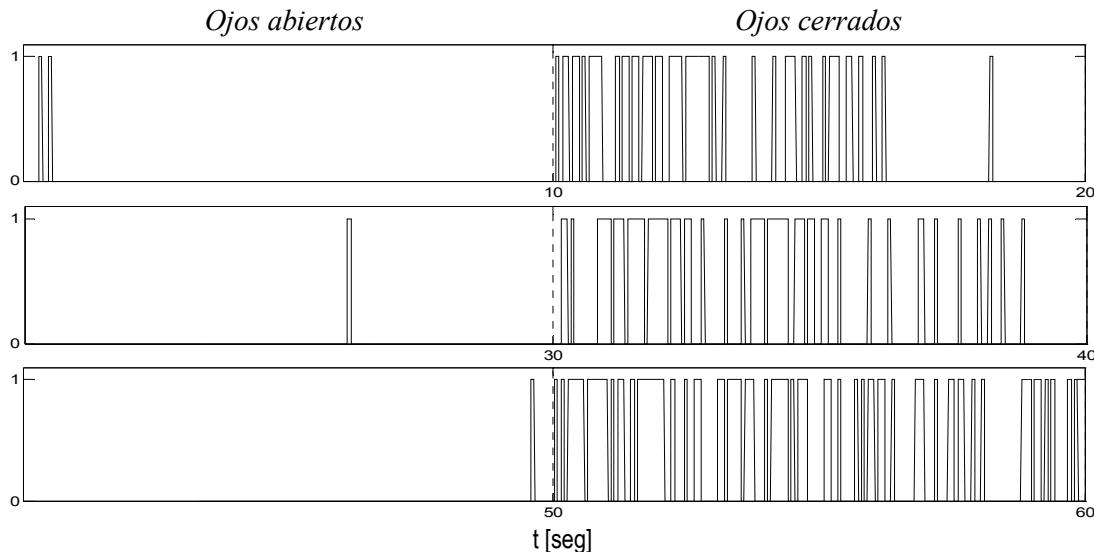


Figura 3.28: Detección de ritmo alfa aplicando el detector modificado y la TW OS3. Intervalo de referencia: 0 a 4 segundos. Las líneas verticales a trazos indican el instante en el voluntario cierra los ojos.

En la figura se observa además que el detector tiene gran resolución temporal, el mínimo intervalo de tiempo que puede resolver es de 62,5 milisegundos, que resulta un tanto excesivo para el proceso que se desea detectar. En general la resolución temporal de esta técnica es mucho mayor que la velocidad de las variaciones que se encuentran bajo estudio, por ello se suele agregar una etapa de suavizado mediante la aplicación de un filtro. Este proceso elimina las variaciones rápidas de energía y otorga robustez a la técnica de detección a expensas de una pérdida de resolución temporal.

La figura 3.29 muestra un fragmento de la evolución temporal de la energía de los coeficientes  $d_4$ , superpuesta con el resultado de aplicarle el proceso de suavizado con ventanas gaussianas de diferentes duraciones. A medida que se elijan ventanas de suavizado mayores, más robusto será el detector y la resolución se deteriorará en mayor medida. Dado que el evento que se desea detectar, apertura y cierre de los ojos, es mucho más lento que la resolución temporal propia de la TW, pueden utilizarse una ventana de suavizado suficientemente grande.

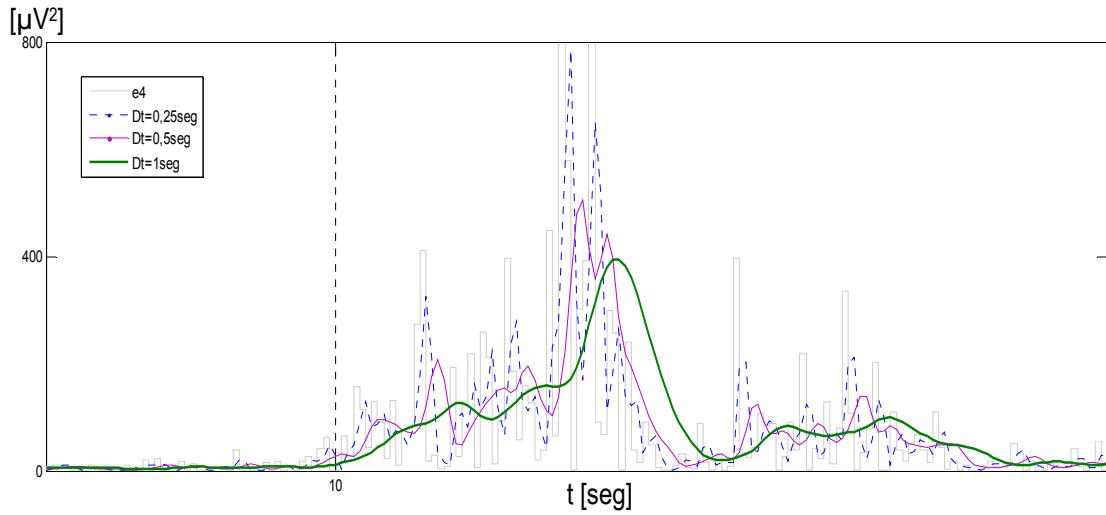


Figura 3.29: Energía de los coeficientes  $d_4$  suavizada con ventanas gaussianas de diferentes duraciones efectivas ( $D_t$ ). La línea vertical a trazos indica el instante en que se cierran los ojos.

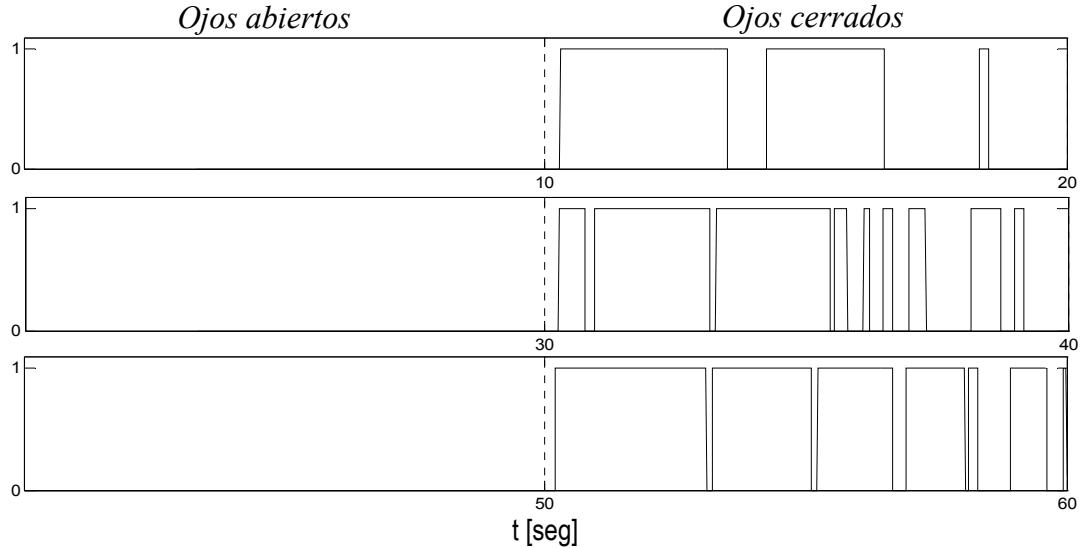


Figura 3.30: Detección utilizando el detector modificado y la energía suavizada de los coeficientes (ventana de suavizado: gaussiana de 0,5 segundos). Las líneas verticales a trazos indican el instante en que se cierran los ojos.

En la figura 3.30 se muestra el resultado de aplicar la energía suavizada al detector descripto en la sección anterior, utilizando una ventana Gaussiana de  $D_t=0,5$  segundos. En la figura se observa la mejora en la detección respecto a la sensibilidad y robustez de la técnica, como también la disminución de la resolución temporal de la misma. El atraso en la detección con respecto al

caso anterior, en que se aplica la energía instantánea al detector, es de aproximadamente 200 milisegundos.

### **3.12 Conclusiones**

---

Se estudió la aplicación de técnicas de análisis tiempo-frecuencia a las señales de EEG propuestas para su estudio en la Tesis, haciendo especial hincapié en la Transformada Wavelet.

Para la aplicación de la TW sobre registros de EEG se utilizaron las wavelets BS3, OS3, db4 y db6. Tanto para los registros con crisis epilépticas como en aquellos con ritmo cerebral alfa, se obtuvieron resultados comparables con los de la bibliografía, para las diferentes elecciones de familias wavelets.

En el procesamiento de registros con crisis epilépticas, los distintos eventos característicos de las crisis se manifiestan en diferentes niveles de descomposición, esta característica permite la aplicación de una técnica de detección para cada evento en forma independiente. Al aplicar la técnica de detección propuesta por D'Attellis sobre estos registros, se detectaron adecuadamente las espigas en el nivel  $j=3$  y las ondas lentas en los niveles  $j=5$  y  $j=6$ . Por otro lado, se detectó el comienzo de la crisis con la primera espiga, que se hace presente algunos segundos antes de la marca del especialista como comienzo de crisis. Estos resultados, si bien fueron obtenidos sobre un número reducido de registros y con una estadística reducida, concuerdan aceptablemente con los obtenidos por D'Attellis (D'Attellis *et al.*, 1997).

Para las señales de EEG con ritmo alfa la descomposición wavelet permitió la separación del ritmo de otros procesos neuronales que se manifiestan en rangos de frecuencias diferentes.

Se propuso además una modificación a la técnica de detección propuesta por D'Attellis (D'Attellis *et al.*, 1997), que permite su aplicación en procesamientos *on line*. La virtud de la propuesta es que utiliza solo información previa de la señal para estimar el umbral de detección (es un procesamiento causal), permitiendo su aplicación *on line*. La técnica modificada fue aplicada a los registros con ritmo alfa combinada con una

---

etapa de suavizado, con estas modificaciones se obtuvo mayor sensibilidad y robustez, a expensas de una disminución de la resolución temporal.

Mediante el procesamiento con TW de ambos tipos de registros se obtuvieron buena localización en el tiempo y en la frecuencia.

## **4 Wavelet Packets (WP)**

---

Utilizando la descomposición diádica en octavas definida para la TWD se obtiene un árbol de descomposición fijo, que sólo varía si lo hace la frecuencia de muestreo de la señal. Si bien a medida que aumentan los niveles de descomposición disminuye el ancho de banda de los coeficientes, las bandas de frecuencias obtenidas pueden no coincidir exactamente con aquella en las que se manifiestan los eventos que se desean analizar.

Es posible obtener una localización frecuencial de los distintos niveles de descomposición adaptada a cada estudio en particular, mediante la utilización de las Wavelet Packets (WP).

En este capítulo se estudia la aplicación de las WP a señales de EEG. En particular se aplica la técnica para obtener una mejor localización frecuencial de diferentes ritmos cerebrales.

### **4.1 Definición**

---

Las WP son una generalización de la TWD que permite mayor flexibilidad en la elección de las bandas de frecuencias obtenidas con la descomposición (Wickerhauser, 1994), a partir de la definición de un árbol de descomposición arbitrario, en lugar del árbol diádico utilizado en las TWD.

Dicha generalización puede ser de gran utilidad en una variedad de aplicaciones. Un caso típico es la separación de ritmos cerebrales. Si se utiliza la TWD para su procesamiento se obtiene el árbol de descomposición diádico de la figura 4.1, que separa la señal en detalles correspondiente a las bandas de frecuencias que se detalla en la tabla 4.1. Los coeficientes wavelets  $d_4$  comprenden una banda demasiado extensa para el análisis del ritmo visual

---

alfa o el ritmo motor mu y a los coeficientes  $d_3$  les falta parte de la información del ritmo beta.

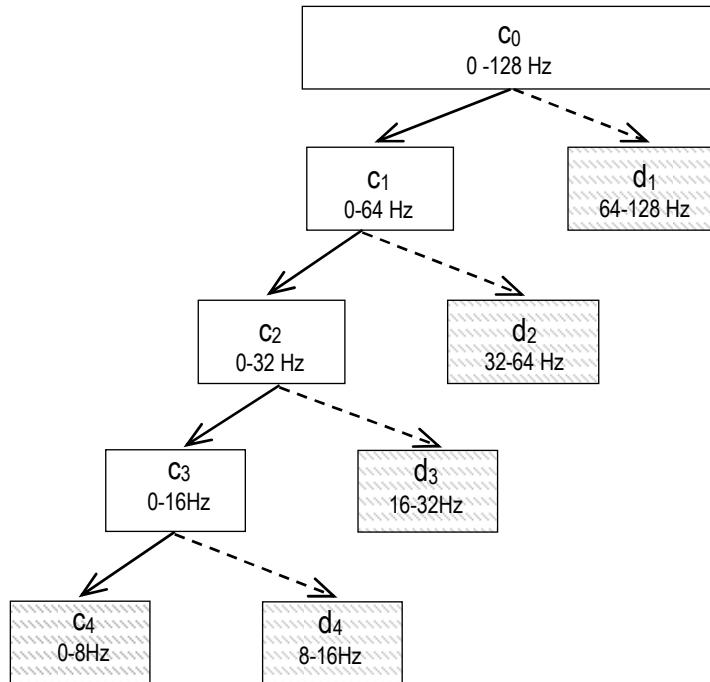


Figura 4.1: Árbol de descomposición Wavelet para  $fs=256\text{Hz}$ . En fondo rayado se marcan los coeficientes correspondientes a la descomposición diádica en octavas de 4 niveles. Las flechas llenas y a trazos indican el filtrado con los filtros  $H_0$  y  $H_1$  respectivamente, y el diezmado de los coeficientes.

Para obtener un árbol de descomposición arbitrario, se debe cambiar el orden de aplicación de los filtros  $H_0$  y  $H_1$  según se deseé, de este modo las bandas de frecuencia correspondientes a cada nivel de descomposición pueden elegirse en forma apropiada para cada caso.

En la figura 4.2 se muestra un árbol de descomposición posible en Wavelet Packet, el mismo utiliza una secuencia de filtros con la que se obtienen niveles de descomposición con frecuencias coincidentes con los ritmos alfa, mu y beta, este último subdividido en beta inferior, central y superior. Para el caso particular del procesamiento de ritmos motores, mediante la aplicación del árbol de la figura 4.2 se consigue separar el ritmo mu del beta ( $d_{4p1}$  y  $d_{4p2}$  respectivamente), además de distinguir entre beta central y beta superior ( $d_{3p1}$  y  $d_{3p2}$  respectivamente).

**TABLA 4.1:** Límites de frecuencias asociados a los diferentes niveles de descomposición Wavelet de 4 niveles ( $f_s=256\text{Hz}$ ).

Coeficientes	$f_{min}$ [Hz]	$f_{max}$ [Hz]	Nivel de Resolución
$d_1$	64	128	1
$d_2$	32	64	2
$d_3$	16	32	3
$d_4$	8	16	4
$C_4$	0	8	5

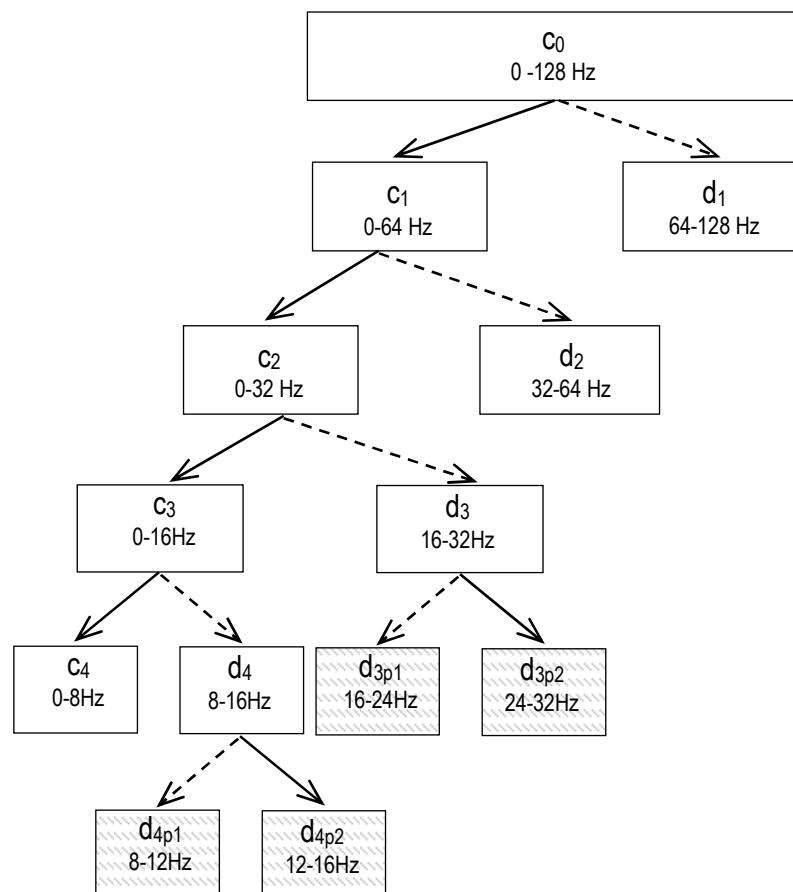


Figura 4.2: Árbol de descomposición mediante WP, para  $f_s=256\text{Hz}$ . En fondo rayado se marcan los coeficientes correspondientes a los ritmos alfa y mu, beta inferior, beta central y superior. Las flechas llenas y a trazos indican el filtrado con los filtros  $H_0$  y  $H_1$  respectivamente, y el diezmado de los coeficientes.

Para que exista una correspondencia directa entre la descomposición en WP y la frecuencia, deben invertirse las salidas de los filtros  $H_0$  y  $H_1$ , aplicados a los coeficientes wavelets<sup>1</sup> (figura 4.2). A este tipo de árbol de descomposición se lo llama de orden secuencial (Percival y Walden, 2000; Wickerhauser, 1994).

Por otro lado, al igual que para la TWD, la frecuencia de muestreo disminuye a medida que aumenta el nivel de descomposición, debido al diezmado de los coeficientes. En general se tiene que para el nivel  $j$  de descomposición, la frecuencia de muestreo es  $f_s/2^j$ .

A modo de ejemplo se presenta en la figura 4.3 un fragmento de EEG con ritmo alfa y los coeficientes  $d_4$  y  $d_{4p1}$ , este último abarca exactamente la banda de frecuencias correspondientes al ritmo.

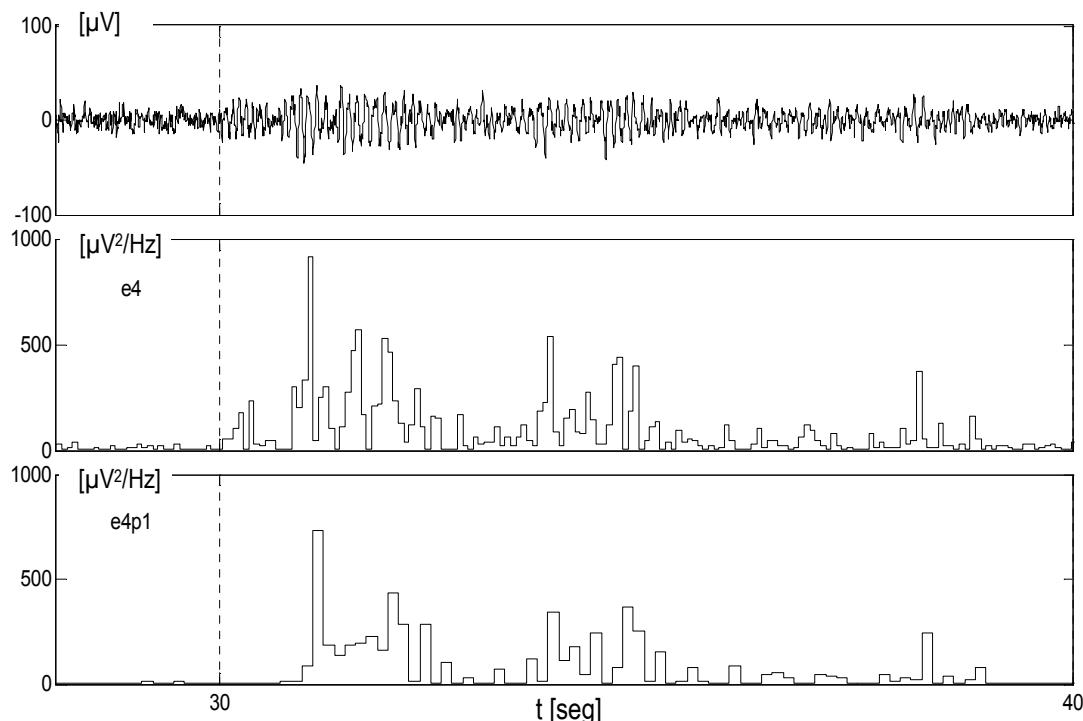


Figura 4.3: Señal de EEG con ritmo alfa y energía de los coeficientes wavelets  $d_4$  y  $d_{4p1}$ .

<sup>1</sup> Para una demostración de esta propiedad referirse a (Percival y Walden, 2000).

## 4.2 Análisis mediante WP de ritmos relacionados a movimientos

Para el estudio de la técnica se utilizaron los registros que presentan ritmos motores descriptos en el capítulo 2, adquiridos durante el movimiento de los dedos índices de ambas manos. En todos los casos los registros fueron diezmados para obtener una frecuencia de muestreo de 256Hz.

En la descomposición mediante WP se utilizó la wavelet madre Daubechies de orden 6. Esta familia wavelet es adecuada porque presenta una forma de onda suave, de características similares a los ritmos que se desean representar, como se mostró en el capítulo anterior. Además, esta familia de wavelets forma una base ortogonal, lo que reduce el esfuerzo de cómputo para el cálculo de la energía de los coeficientes.

El árbol de descomposición utilizado se muestra en la figura 4.2. Con el mismo se obtiene la descomposición en las bandas de frecuencias que se detalla en la tabla 4.2. En la tabla se muestran además las frecuencias de muestreo efectivas de cada nivel de descomposición y los ritmos correspondientes a cada nivel. Esta división del ritmo beta permite separar la sub-banda de 16 a 24Hz, en la que se manifiesta en forma preponderante la ERD pre-movimiento y la ERS post-movimiento (Neuper et al., 2009; Pfurtscheller, 1997; Pfurtscheller et al., 1998; van Buriket al., 1998), tal como se describió en el capítulo 2.

**TABLA 4.2:** Límites de frecuencias asociados a los niveles de descomposición mediante la WP utilizada, ritmo comprendido y frecuencia de muestreo efectiva en cada nivel ( $f_s=256\text{Hz}$ ).

Coeficientes	$\Delta f [\text{Hz}]$	Nivel de Resolución	Ritmo	$f_s$ efectiva
$d_{3p2}$	24-32	4	$\beta_{\text{superior}}$	16 Hz
$d_{3p1}$	16-24	4	$\beta_{\text{central}}$	16 Hz
$d_{4p2}$	12-16	5	$\beta_{\text{inferior}}$	8 Hz
$d_{4p1}$	8-12	5	$\mu$	8 Hz

En los diferentes registros de EEG procesados, se observó una ERS post-movimiento en el hemisferio contralateral tanto en la banda beta central como en la inferior, aunque fue más marcada para la beta central, resultado que coincide con el documentado en la bibliografía (Neuper et al., 2009; Pfurtscheller, 1997; Pfurtscheller et al., 1998; van Burik et al., 1998).

La figura 4.4 muestra la energía de los coeficientes wavelets de los niveles de descomposición de interés. La energía de los coeficientes de la figura corresponde a las primeras 6 realizaciones de uno de los experimentos realizados, para el movimiento del dedo índice derecho. Las líneas punteadas indican la finalización de cada movimiento de 1 segundo duración. En dicha figura se observa la ERD del ritmo mu en la preparación del movimiento y durante el mismo en ambos hemisferios; al igual que una marcada ERS del ritmo beta en el hemisferio contralateral, de mayor amplitud en el caso del beta central.

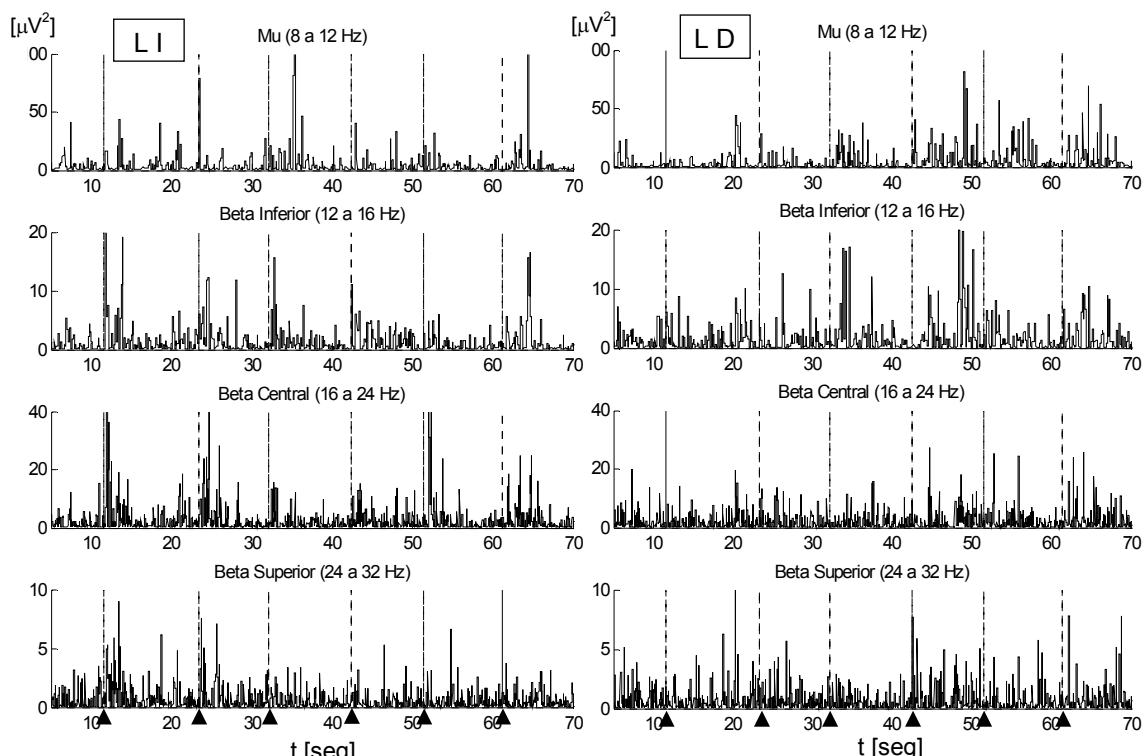


Figura 4.4: Energía de los coeficientes wavelets d4p1, d4p2, d3p1 y d3p2, durante el movimiento del dedo índice derecho. LI: lóbulo izquierdo, LD: lóbulo derecho. Las líneas punteadas y las marcas ( $\blacktriangle$ ) indican la finalización de cada movimiento.

#### 4.2.1 Cómputo de la ERD/ERS, una variante propuesta.

Como se discutió en el capítulo 2, la ERD y la ERS representan variaciones de la actividad permanente de EEG para una banda de frecuencias específica y se manifiestan como una disminución o aumento de la energía en dicha banda de frecuencias (Pfurtscheller y Lopes da Silva, 1999).

Una de las formas características de visualización de las ERD/ERS, es mediante el cálculo de la variación de la energía de la señal de EEG, respecto de la energía en un intervalo de inactividad o referencia (Pfurtscheller y Lopes da Silva; 1999).

En la presente tesis se utiliza una variante del método clásico para el cálculo de la ERD/ERS (Pfurtscheller y Lopes da Silva, 1999). La misma consiste en utilizar las WP para seleccionar la banda de frecuencias de interés, en lugar de filtros pasa-banda específicos para cada sub-banda y en calcular la ERD/ERS para cada repetición utilizando, en consecuencia, un valor de referencia diferente en cada realización del movimiento.

Los pasos seguidos para el cálculo son:

1. cálculo de los coeficientes wavelets del nivel  $j$  ( $d_{(j,k)}^{(m)}$ ) mediante las WP, para las  $M$  repeticiones del movimiento ( $m=1 \dots M$ ),
2. cálculo de la energía instantánea de los coeficientes ( $e_{(j,k)}^{(m)}$ ) para las  $M$  realizaciones ( $m=1 \dots M$ ),
3. obtención de los valores de ERD/ERS de cada realización  $m$  ( $ERD / ERS_{(k,j)}^{(m)}$ ), mediante:

$$ERD / ERS_{(k,j)}^{(m)} = \frac{\tilde{e}_{(k,j)}^{(m)} - R_{(j)}^{(m)}}{R_{(j)}^{(m)}} \times 100\% \quad (4.1)$$

Siendo  $\tilde{e}_{(j,k)}^{(m)}$  la energía suavizada de los coeficientes del nivel  $j$ , para la realización  $m$ , en el instante  $k$ ; y  $R_{(j)}^{(m)}$  el valor de referencia correspondiente al nivel de descomposición  $j$  y la realización  $m$ .

5. cálculo de la ERD/ERS, que dependerá del nivel de descomposición y el índice temporal  $k$ :

$$ERD / ERS_{(k,j)} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M ERD / ERS_{(k,j)}^{(m)} \quad (4.2)$$

En la técnica clásica (Pfurtscheller y Lopes da Silva, 1999), la referencia es una constante obtenida a partir del promediado de la energía para todas las realizaciones ( $\bar{E}_{(j,k)}$ ):

$$R_{(j)} = \frac{1}{N} \sum_{k=n_0}^{n_0+N} \bar{E}_{(j,k)} \quad (4.3)$$

Este procedimiento supone que la potencia en el intervalo de inactividad es comparable para todas las realizaciones, suposición no válida para procesos no estacionarios. En la variante propuesta se utiliza un valor de referencia diferente para cada realización, calculado mediante:

$$R_{(j)}^{(m)} = \frac{1}{N} \sum_{k=n_0}^{n_0+N} \tilde{e}_{(k,j)}^{(m)} \quad (4)$$

De esta forma se realiza el cálculo de la ERD/ERS, teniendo en cuenta la no estacionariedad de las señales bajo estudio.

#### 4.2.2 Aplicación de la técnica modificada a ritmos motores

La técnica propuesta para el cómputo de la ERD/ERS se aplicó sobre los registros con ritmos motores descriptos en el capítulo 2. Se calcularon las ERD/ERS de acuerdo al método propuesto para los coeficientes correspondientes a los distintos niveles de análisis. En el cálculo se utilizaron todas las realizaciones de cada experimento, sin descartar aquellas realizaciones que presentaban algún tipo de artefacto.

En la figura 4.5 se muestran la ERS/ERD del ritmo beta central, para un sujeto y el movimiento de ambos dedos. En líneas grises se observan las ERS/ERD para cada realización y en línea negra el promedio de todas. Los valores se presentan en forma porcentual referidos a la energía media de los coeficientes para el intervalo de referencia (-5 a -4 segundos); el instante cero indica la finalización del movimiento, en este caso no se realizó el suavizado

correspondiente al paso 3 de la técnica antes descripta, ya que la frecuencia de muestreo efectiva para este nivel es de 16 Hz.

En los movimientos de ambos dedos índices se observa la ERS en el hemisferio contralateral una vez finalizado el movimiento. Sin embargo la ERD pre-movimiento no es tan significativa en este caso. Los resultados concuerdan con los documentados en la bibliografía con anterioridad (van Burik *et al.*, 1998; Pfurtscheller *et al.*, 1998; Bianchi *et al.*, 2001), sin embargo en dichos trabajos se utilizan técnicas de pre-procesamiento visual para la eliminación de las realizaciones que presentaban artefacto ya sea por movimiento de los ojos o pestañeo, entre otros.

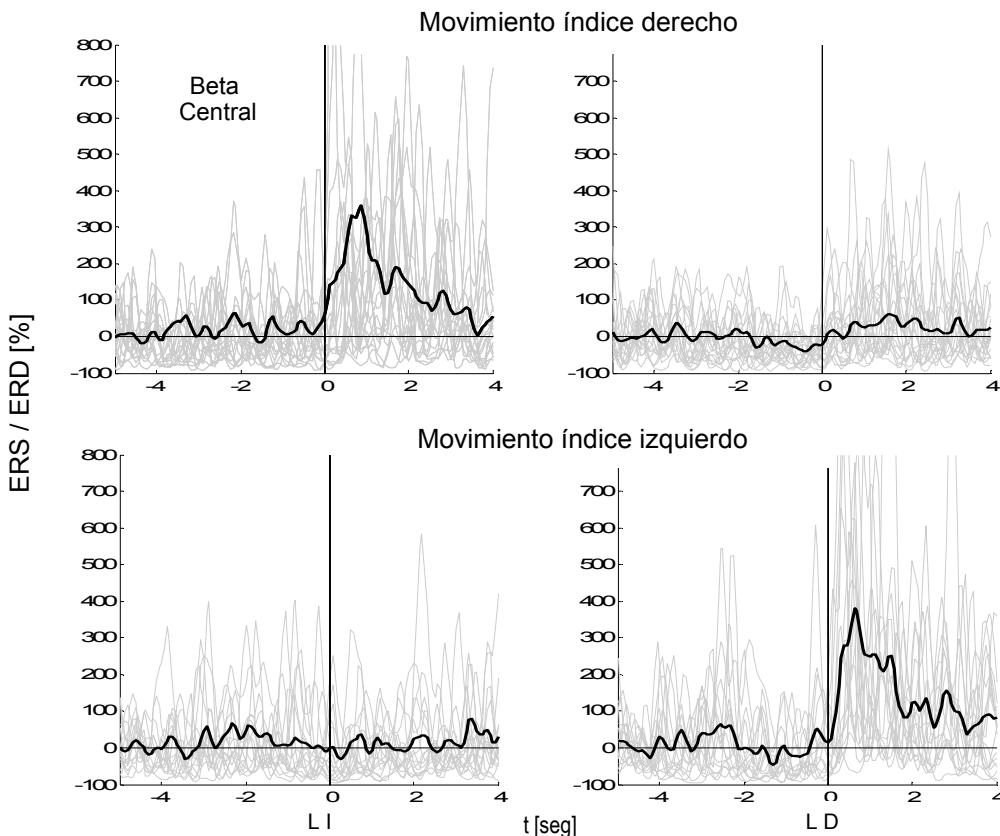


Figura 4.5: ERS/ERD del ritmo beta central durante el movimiento del dedo índice derecho. LI: lóbulo izquierdo, LD: lóbulo derecho. En línea gris las diferentes realizaciones del movimiento, en línea negra el promedio de todas las repeticiones. El instante 0 indica la finalización del movimiento.

En la figura 4.6 se presenta un ejemplo de ERD del ritmo mu durante la preparación del movimiento y durante el movimiento, obtenido mediante la utilización de los coeficientes  $d_{4p1}$ , correspondientes a la banda de frecuencias

de 8 a 12 Hz y frecuencia de muestreo efectiva de 8 Hz. En el gráfico superior de la figura se muestra la ERD para el movimiento del dedo índice derecho, mientras que en el inferior la correspondiente al movimiento del dedo izquierdo. Para ambos movimientos se observa una ERD del ritmo mu en el hemisferio contralateral aproximadamente 1,5 segundos antes del comienzo del movimiento. En el caso del movimiento del índice derecho, se observa además la ERD de ambos hemisferios durante la ejecución del movimiento y una rápida recuperación del ritmo en ambos hemisferios una vez finalizado el mismo. Para el movimiento del dedo izquierdo en cambio no se observa desincronización del hemisferio ipsilateral durante el movimiento, sin embargo sí queda de manifiesto la recuperación del ritmo, e incluso una ERS, luego del movimiento. Es importante notar que estos ensayos fueron realizados sobre solo dos sujetos con el objetivo de verificar el correcto funcionamiento de las técnicas de procesamiento implementadas. Conclusiones más generales sobre estos ritmos requerirían un estudio sobre un número considerable de personas, excediendo esto el alcance de esta tesis.

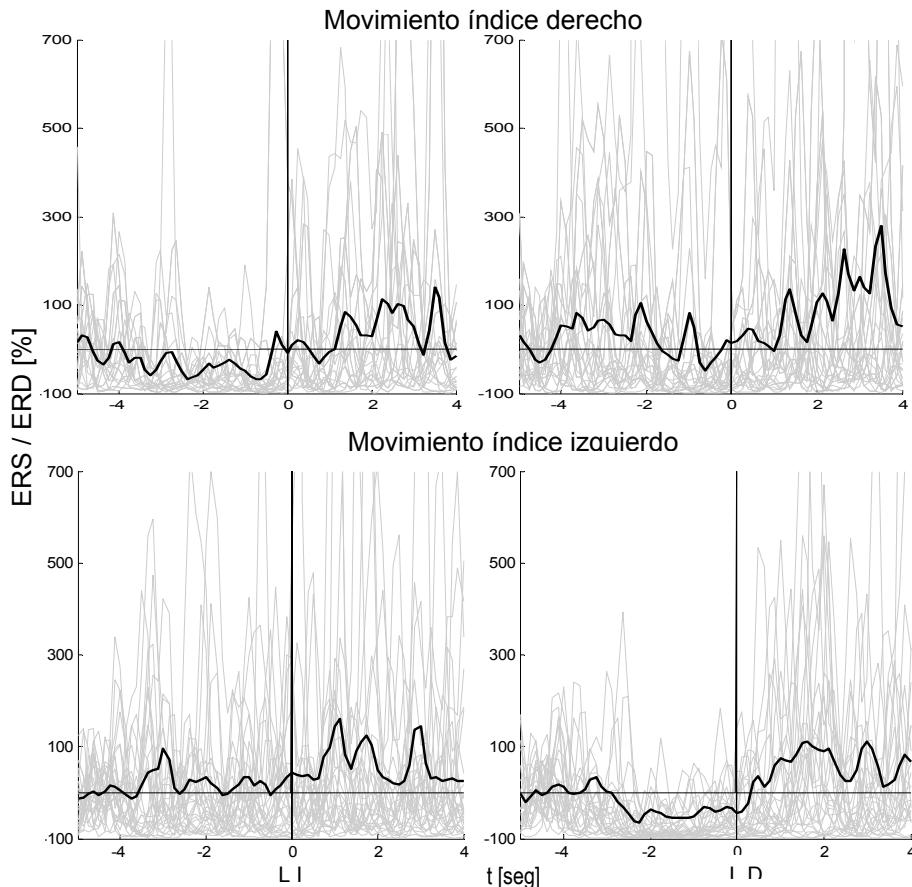


Figura 4.6: ERS/ERD del ritmo mu, para iguales parámetros e cálculo que en la figura 4.5.

### 4.3 Conclusiones

En el presente capítulo se estudió la generalización de la TW conocida como Wavelet Packets y su aplicación a señales con ritmos cerebrales. En particular se propone su aplicación al estudio de la ERS/ERD de los ritmos beta y mu, relacionadas al movimiento de las extremidades.

Para el cálculo de la ERD/ERS se propuso un algoritmo adaptado, que contempla en el cálculo la no estacionariedad de las señales. Con esta adaptación se obtuvieron resultados concordantes con los de la bibliografía sin necesidad de realizar un pre-procesamiento de la señal y utilizando los registros completos, aún aquellas realizaciones que presentaban artefacto.

Las WP permiten una localización frecuencial más adaptada a cada aplicación particular que la TW, manteniendo la buena localización tiempo-frecuencia de las wavelets.

# **5 Entropía**

---

Como se discutió en el capítulo 2, la señal de EEG es un proceso aleatorio que tiende a “ordenarse” cuando cierto grupo de neuronas se sincronizan, en cambio mientras un grupo de neuronas no están realizando su tarea específica producen una señal desordenada, llamada ruido de fondo o *background*. Así, por ejemplo mientras un sujeto no realiza ningún procesamiento visual, manteniendo la vista fuera de foco o los ojos cerrados, las neuronas involucradas en el procesamiento visual se sincronizan y se manifiesta en la zona occipital el ritmo alfa.

Estimando el orden de la señal, se podría obtener información de si un determinado proceso se encuentra presente o no. La forma más clásica de medir el orden/desorden de una señal es la entropía.

En este capítulo se estudia el procesamiento mediante entropía de señales de EEG y en particular su aplicación a la detección de ritmo cerebral alfa y crisis epilépticas.

## **5.1 Entropía**

---

Dentro de la teoría de la información, la Entropía es una medida de la incertidumbre de un proceso aleatorio. Este concepto es análogo a interpretar la entropía como la cantidad de información promedio, necesaria para describir dicho proceso. En lo que sigue se consideran procesos con amplitudes discretas, para facilitar la exposición. La extensión al caso continuo no siempre es trivial (Cover y Thomas, 1991), aunque desde un punto de vista práctico, las señales que se consideran siempre están cuantizadas y por lo

tanto son naturalmente de amplitudes discretas. De hecho, eso se hace en el entorno de (5.8)

Dada el proceso  $X$ , con alfabeto  $H=\{x_i\}$  y función masa de probabilidad (FMP)  $p(x)$ , se define la entropía como:

$$H_x = - \sum_{x \in H} p(x) \cdot \log(p(x)) \quad (5.1)$$

Que verifica:

$$H_x \geq 0; \forall p(x) \quad (5.2)$$

La distribución uniforme sobre un campo  $H$ , es la distribución de máxima entropía. Si  $N_H$  es el número de elementos del campo  $H$ , entonces la entropía de la distribución uniforme en  $H$  es:

$$H_U = \log(N_H) \quad (5.3)$$

El valor de entropía de toda distribución  $p(x)$  del campo  $H$ , se encontrará acotada entre cero y su valor máximos, correspondiente a (5.3):

$$0 \leq H_x \leq \log(N_H) \quad (5.4)$$

## 5.2 Aplicación de la Entropía a registros de EEG

La Entropía es una magnitud estadística que depende sólo de la función densidad/masa de probabilidad del proceso aleatoria bajo estudio.

Para el caso de señales de EEG en las que, en general, no se cuenta con la distribución estadística de las mismas, es necesario realizar una estimación de la distribución para poder aplicar el concepto de entropía. Sin embargo, en general se cuenta con solo una realización de la señal, lo cual no

alcanza para sacar conclusiones de las características estadísticas de la misma, salvo que el proceso sea ergódico<sup>1</sup>.

Existen en la actualidad, diferentes técnicas que se utilizan para estimar la Entropía de una señal de EEG. Algunas de ellas son la Entropía Dependiente del Tiempo (TDE), la Entropía Aproximada (ApEn) y la Distancia de Kullback-Leibler.

La entropía de una señal brinda una descripción de la incertidumbre promedio durante todo el registro, para señales no estacionarias<sup>2</sup>, este tipo de descripción no es suficiente. En consecuencia, es necesario introducir una adaptación del concepto de entropía que tenga en cuenta en el análisis la variable tiempo, estimando la entropía para épocas o ventanas del registro completo (Thakor *et al.*, 2001; Capurro *et al.*, 1998). Con este objetivo se introduce, entre otras, la entropía dependiente del tiempo o TDE de sus siglas en inglés (*Time Dependent Entropy*).

## 5.3 Entropía Dependiente del Tiempo (TDE)

---

La TDE se define a partir de la aplicación de la entropía en ventanas temporales deslizantes de la señal. Para cada ventana se estima la función masa de probabilidad (FMP) a partir del histograma de amplitudes. La TDE se puede calcular tanto para la Entropía de Shannon, descripta en (5.1), a la que se nombra como TDE en general; o también para la entropía de Tsallis, descripta en la sección 5.3.2, denominada como TDE de Tsallis o generalizada ( $TDE_q$ ).

### 5.3.1 Algoritmo de cálculo de la TDE

---

Las muestras de la señal de EEG  $x(n)$ , conforman un proceso estocástico no estacionario, que toma el valor de la variable aleatoria  $X_n = x(n)$  para

---

<sup>1</sup> Un proceso estacionario es ergódico cuando las funciones que involucran valores esperados a lo largo de las realizaciones pueden obtenerse también a partir de una sola realización con promedios temporales. Es decir que una sola realización es representativa de toda la familia.

<sup>2</sup> Un proceso es estacionario si sus parámetros estadísticos no se modifican a lo largo del tiempo. En particular para un proceso estacionario la FMP/FDP no depende del tiempo.

---

cada instante  $n$ , con soporte continuo  $S_n$  y función densidad de probabilidades (FDP)  $f_{\mathbf{X}}(n)$ .

Para duraciones de ventanas suficientemente cortas se puede suponer que la señal es estacionaria durante la ventana  $W_m$  (Thakor et al., 2001), y por lo tanto la FDP no depende del instante  $n$ , en cambio depende solamente de la ventana temporal en que se encuentra:

$$f_{(\mathbf{X}, W_m)}(n, m) = f_{(\mathbf{X}, W_m)}(m); \forall n, m \quad (5.5)$$

Siendo  $f_{(\mathbf{X}_i, W_m)}$  es la FDP de la señal de EEG en el instante  $n$ , para  $n \in W_m$ .

Como la FDP no depende del instante de tiempo dentro de la ventana bajo estudio, tampoco lo hará la TDE, dependiendo de la época o ventana en la que se encuentre la muestra  $x(n)$ :

$$TDE_{\mathbf{X}, W_m} = TDE_{\mathbf{X}}(m); \forall \mathbf{X}_n : n \in W_m \quad (5.6)$$

Para definir las ventanas temporales  $W_m$  se utilizan dos parámetros: la duración de la ventana ( $w$ ) y el desplazamiento entre ventanas ( $d$ ). Dado el registro  $x(n)$  de duración  $N$ , cada ventana de duración  $w \leq N$  queda definida como:

$$\begin{aligned} W_m(w, d) &= \{x(n) : n = 1 + md, 2 + md, \dots, w + md\}, \\ m &= 0, 1, 2, \dots, M; \quad M = \left\lfloor \frac{N-w}{d} \right\rfloor \end{aligned} \quad (5.7)$$

Siendo  $m$  el índice de la ventana,  $N$  a la cantidad de muestras del registro y  $M$  a la cantidad total de ventanas.

Para cada ventana se estima la FDP del proceso a partir de una FMP, ( $f_{(\mathbf{X}, W_m)} \rightarrow p_{(\mathbf{X}, W_m)}$ ) discretizando el soporte  $S$  en el campo discreto  $H$  y definiendo una partición de dicho campo en  $L$  niveles (Bezerianos et al., 2003):

$$H = \bigcup_{j=1}^L I_j \quad (5.8)$$

La probabilidad de que la muestra  $x(n)$ , con  $n$  perteneciente a la ventana  $W_m$ , pertenezca al intervalo  $I_j$ , se puede estimar a partir del histograma, calculando la razón:

$$p_x(I_j / W_m) \equiv \frac{\text{cantidad de muestras de } x(n) : (n \in W_m \wedge x(n) \in I_j)}{\text{cantidad de muestras de } x(n) \in W_m} = p_{x,j}^m \quad (5.9)$$

Para obtener una mayor simplicidad en la notación, se llamará  $p_{x,j}^m$  a la probabilidad  $p_x(I_j / W_m)$ , o simplemente  $p_j^m$  cuando el contexto lo permita.

Desplazando las ventanas temporales a lo largo de todo el registro, se puede explorar la evolución de la entropía con el tiempo, utilizando la ecuación (5.1):

$$TDE(m) = -\sum_{j=1}^L p_j^m \cdot \log p_j^m \quad (5.10)$$

### 5.3.2 Entropía de Tsallis

En los últimos años se ha encontrado que la TDE de Shannon presenta resultados poco estables en algunos casos particulares, como por ejemplo para señales de EEG con correlaciones de larga duración o con cambios abruptos (Bezerianos et al., 2003). En la búsqueda de alternativas aplicables a estos casos, diferentes autores han propuesto la utilización de la entropía de Tsallis para el procesamiento de señales de EEG, en particular para aplicaciones con ritmos de larga duración, detección de espigas en enfermados de epilepsia, o el análisis de la severidad de lesiones por isquemia cerebral (Bezerianos et al. 2003; Thakor et al., 2001; Martin et al., 2000; Torres et al., 2000).

La Entropía de Tsallis fue introducida en las últimas décadas como una generalización del formalismo de la Entropía de Shannon (Tsallis, 1988). Es una entropía no logarítmica, parametrizada en un parámetro  $q$  real, llamado índice entrópico.

Para el caso más general de un proceso estocástico  $X(n)$ , con soporte  $S(n)$  y función masa de probabilidad  $p_n(x)$ , se define la entropía de Tsallis como:

$$H_{X_n,q} = -(q-1)^{-1} \sum_{x \in S(n)} \left[ (p_n(x))^q - p_n(x) \right] \quad (5.11)$$

Cuando  $q \rightarrow 1$ , la Entropía de Tsallis tiende a la entropía de Shannon dada por la ecuación (5.1).

La entropía de Tsallis puede aplicarse a señales no estacionarias mediante la utilización de ventanas temporales deslizantes tal como se hizo para el caso de la entropía de Shannon, definiéndose de esta forma la entropía dependiente del tiempo de Tsallis (TDE<sub>q</sub>):

$$TDE_q(m) = -(q-1)^{-1} \sum_{j=1}^L \left[ (p_j^m)^q - p_j^m \right] \quad (5.12)$$

La TDE en sus dos versiones (Shannon o Tsallis) puede utilizarse para analizar el orden de la señal de EEG, de hecho ya ha sido utilizada en diferentes tipos de procesamiento de EEG, como remover la redundancia de la señal, monitorear el funcionamiento del cerebro en condiciones críticas como en la recuperación de una asfixia o de un paro cardíaco (Bezerianos et al., 2003; Takhor et al., 2001).

### 5.3.3 Aplicación de la TDE a la detección de ritmo alfa

Cuando el ritmo alfa aparece, en general aumenta la amplitud de la señal, sin embargo como se vio con anterioridad dicho aumento puede ser comparable, o incluso menor, que aquellos provocados por otros procesos neuronales. Pero además, en estas circunstancias, aumenta el orden de la señal y es de esperar que la medida de su entropía disminuya.

Para el análisis de señales con ritmo cerebral alfa mediante la TDE se utilizó el algoritmo descripto en la sección 5.3.1, aplicado a los registros de EEG utilizados a lo largo de la tesis y descriptos en el capítulo 2.

La elección de los parámetros de cálculo de la TDE es un punto importante del diseño. Para cada parámetro se deben considerar tanto las

características de la señal, como también efectos que tiene el parámetro en el cálculo de la TDE. Así por ejemplo para ventanas temporales cortas (en muestras) se obtendrá una estimación poco confiable de la entropía, ya que se tienen pocas muestras del proceso, por el contrario ventas demasiado largas degradará la resolución temporal del procesamiento. Con la variación del solapamiento se modifica tanto la tasa de muestreo del estimador de entropía, como la carga computacional del procesamiento, obteniéndose otra relación de compromiso al momento de la elección. Finalmente la cantidad de niveles de la partición del rango  $H$  debe disminuir conforme lo hace la cantidad de muestras incluidas en cada ventana, para asegurar una estadística aceptable.

Teniendo en cuenta estas consideraciones, las frecuencias predominantes en el ritmo alfa, y basados en valores frecuentemente utilizados en la bibliografía, se eligieron ventanas de 0,5 segundos de duración (150 muestras). Por otro lado, como el evento que se desea observar (cierre y apertura de los ojos) es lento en comparación con dicha longitud de ventana, se utilizaron ventanas sin solapar para no agregar carga computacional innecesaria al procesamiento. Para la duración de las ventanas seleccionada es suficiente utilizar 20 niveles en la partición del rango  $H$ . Estos valores concuerdan con los utilizados en la bibliografía (Gamero et al., 1997; Capurro et al., 1998; Bezerianos et al., 2003).

En la figura 5.1 se muestra uno de los resultados obtenidos y el registro de EEG correspondiente. La TDE así definida cuantifica sobre todo la dispersión de amplitud de la señal de EEG. Como consecuencia se obtiene una estimación de entropía que aumenta cada vez que lo hace la amplitud de la señal, más allá del orden o complejidad de la señal. Estas limitaciones se presentan debido a la técnica de estimación de la función masa de probabilidad utilizada para el cálculo de la entropía. Por lo tanto con la utilización de la entropía generalizada de Tsallis no se ven superadas.

---

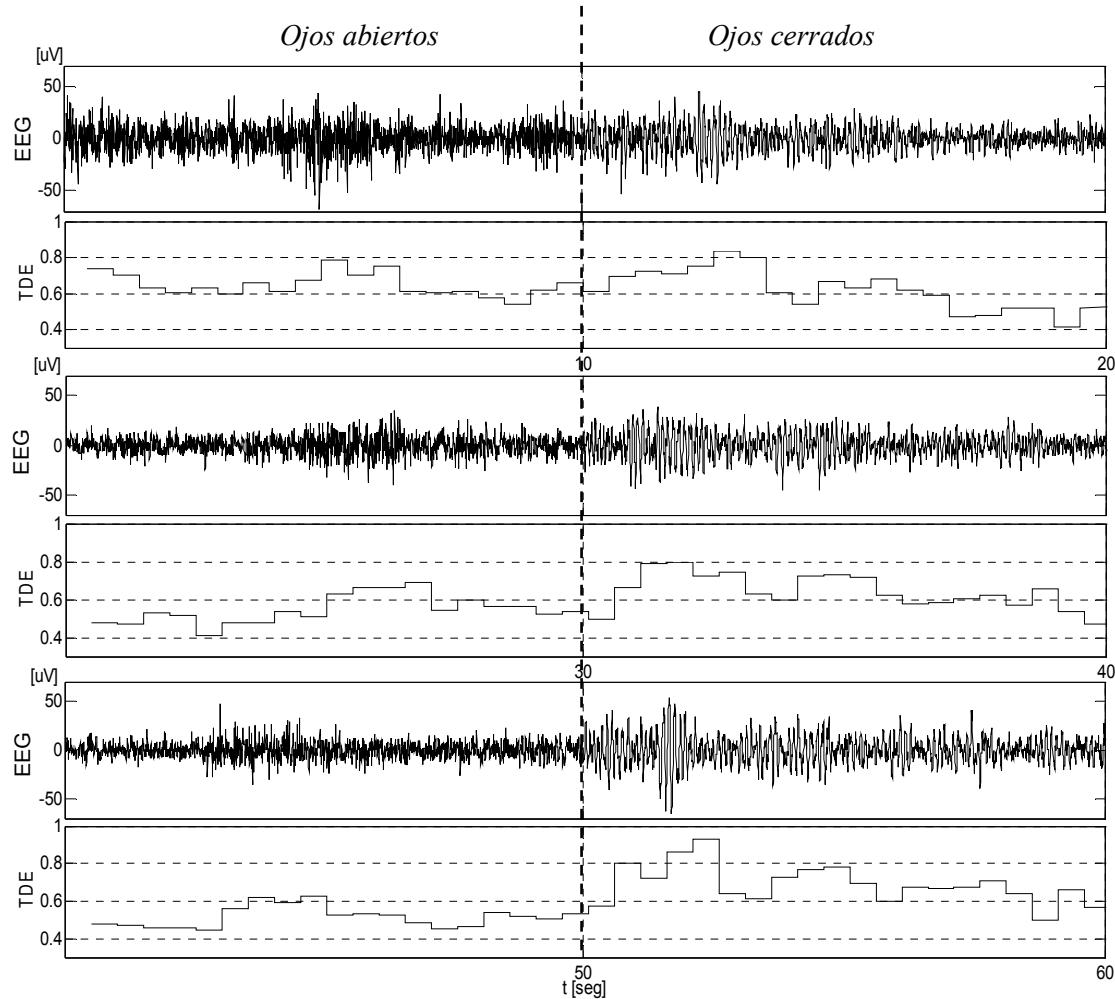


Figura 5.1: Registro de EEG con ritmo cerebral alfa y su TDE. Parámetros:  $w=0,5$  segundos, sin solapamiento y  $L=20$ . La línea vertical a trazos indica los instantes de cierre de los ojos.

### 5.3.4 Aplicación de la TDE a señales de EEG con crisis epilépticas

A diferencia de lo que sucede con el ritmo cerebral alfa, una crisis epiléptica se caracteriza por provocar un aumento generalizado de la actividad neuronal, en prácticamente todo su rango de frecuencias. Como se discutió en el capítulo 2, dicho aumento de la energía es muy significativo, y se debe no sólo a la actividad neuronal de la crisis, sino también a la actividad muscular provocada por la misma.

Al aplicar la TDE definida en (5.13) a señales con crisis epilépticas, la entropía nuevamente refleja principalmente los cambios de la distribución que

se manifiestan en la amplitud. Como consecuencia la actividad neuronal generalizada y la actividad muscular provocada por la crisis, enmascara las espigas una vez que la crisis se encuentra en su fase ictal.

En la figura 5.2 se muestra uno de los registros de EEG con crisis epiléptica presentado en el capítulo 2, el registro mostrado es el mismo que se presentó en el procesamiento mediante TW y se repite aquí por comodidad.

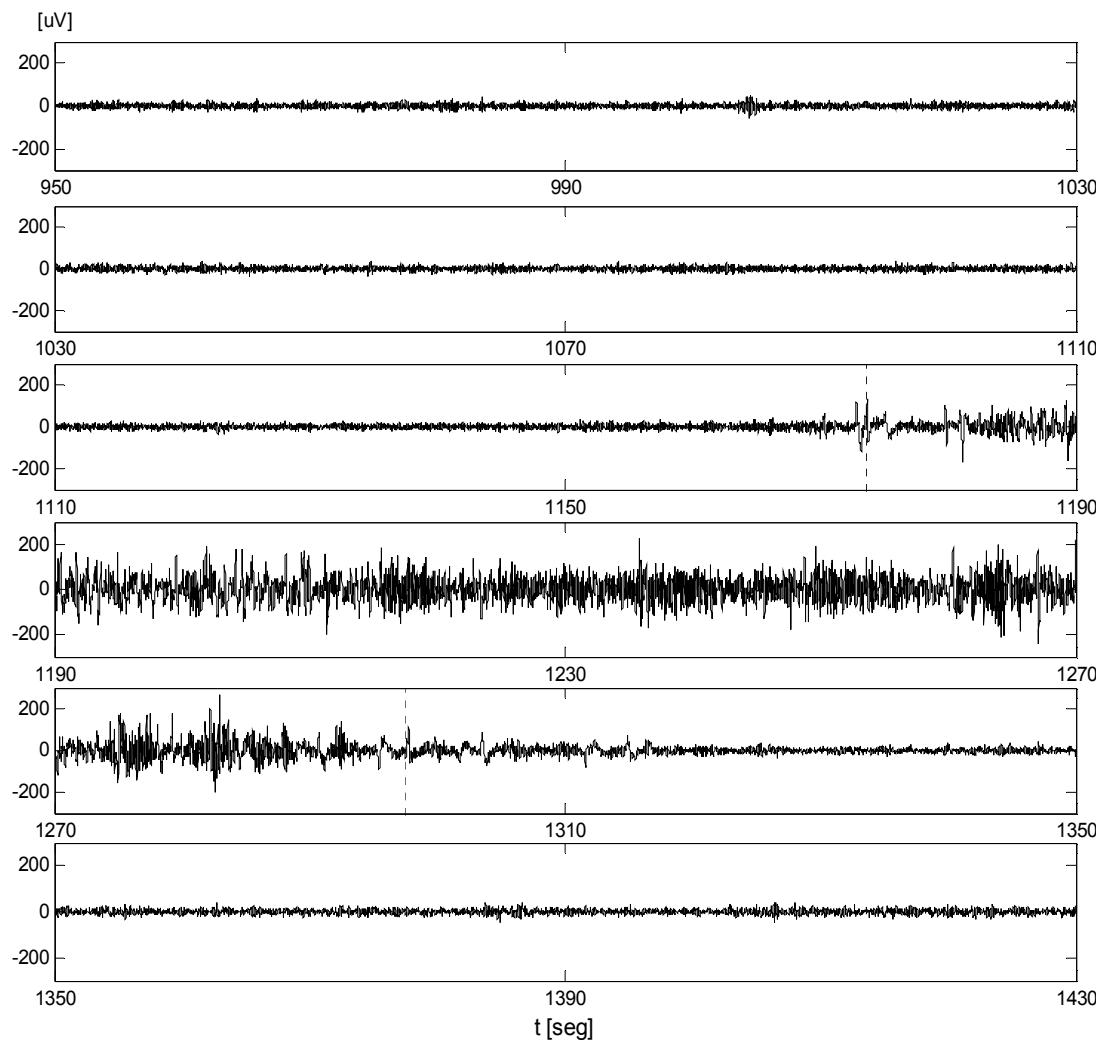


Figura 5.2: Registro de EEG con crisis epiléptica. Las líneas verticales a trazos indican el comienzo y la finalización de la crisis.

La figura 5.3 presenta los resultados obtenidos al aplicarle la TDE y la  $TDE_q$  a la señal de la figura 5.2, para diferentes valores del índice entrópico  $q$ . Para la aplicación de ambas entropías se utilizaron ventanas de 0,5 segundos correspondiente a 100 muestras para la frecuencia de muestreo de la señal.

Las ventanas temporales se utilizaron sin solapar y se discretizó el soporte en 10 niveles.

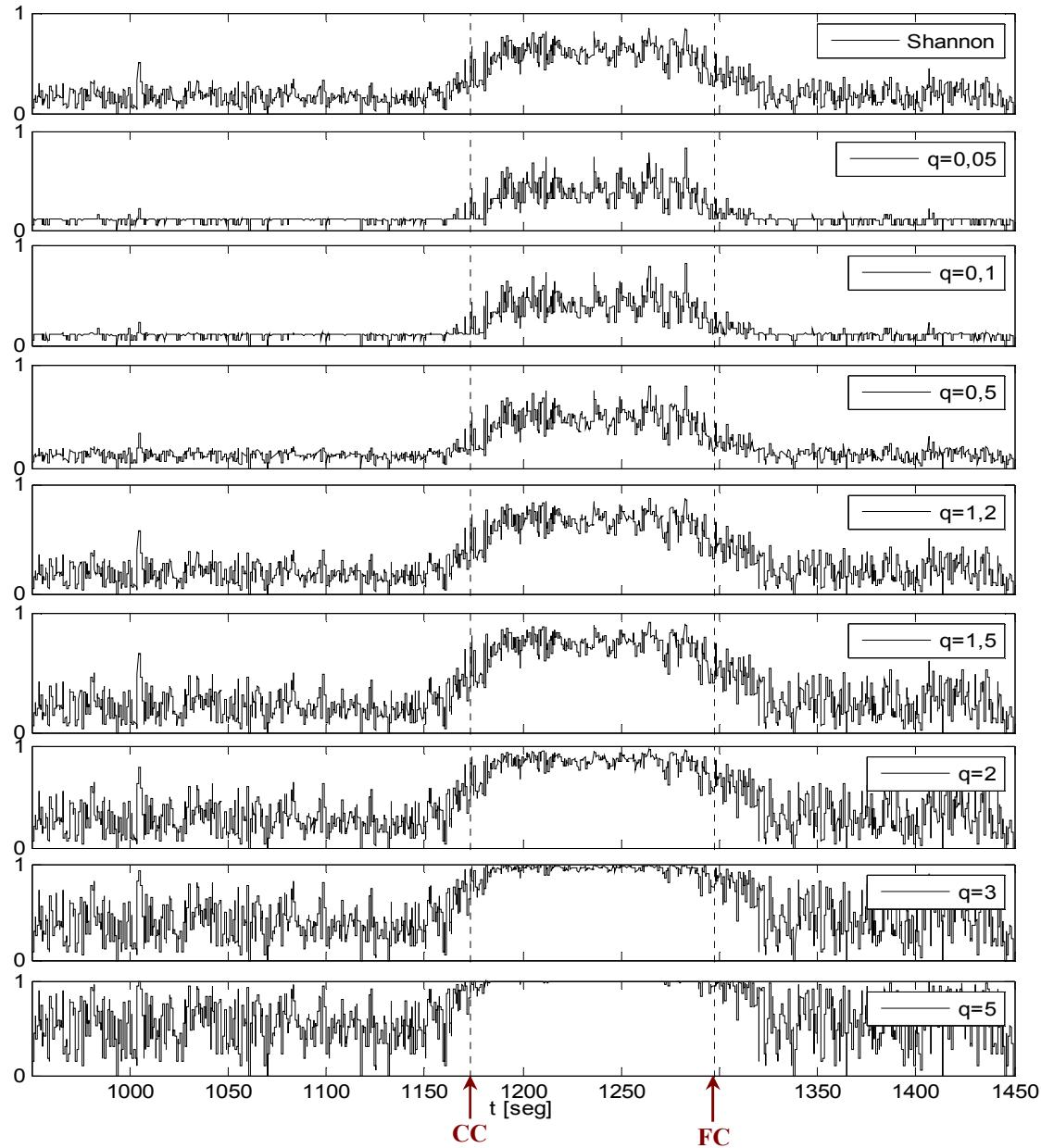


Figura 5.3: TDE y  $TDE_q$  de registro con crisis epiléptica (señal de la figura 5.2), para diferentes valores de  $q$ . Parámetros:  $w=100$ ,  $L=10$  y ventanas sin solapar.

Mediante la aplicación de la generalización de Tsallis se enfatizan los eventos “raros” o los “frecuentes”, dependiendo del índice entrópico utilizado. Para valores de  $q$  menores que 1 la  $TDE_q$  tendrá mayor aporte de los eventos de probabilidad baja que la TDE, mientras que para valores de  $q$  mayores a 1,

los eventos de mayores probabilidad se enfatizará en la  $TDE_q$  en comparación con la TDE. Sin embargo, como para el procesamiento de ritmo alfa, la TDE y la  $TDE_q$  aumentan conforme lo hace la amplitud de la señal.

#### 5.3.4.1 Detección de espigas en segmentos de corta duración

En diferentes trabajos se han propuestos algunas modificaciones al cálculo de la TDE y la  $TDE_q$ , para aplicarlas en la detección de espigas aisladas o trenes de espigas. En ellos se aplica una variante respecto a la forma de estimar la FMP, que se basa en utilizar diferentes particiones para cada ventana temporal del registro, discretizando el soporte  $S^{(m)}$  de cada ventana en un campo discreto  $H^{(m)}$  mediante una partición en  $L$  niveles dada por (Torres *et al.*, 1995; 1995b):

$$H^{(m)} = \bigcup_{j=1}^L I_j^{(m)} \quad (5.13)$$

Los resultados presentados con esta modificación muestran ser alejadores en principio, para la detección de espigas aisladas, o algunos trenes de espigas de corta duración (Torres *et al.*, 1995; 1996; Gamero *et al.*, 1997; Capurro *et al.*, 1998; 1999; Bezerianos *et al.*, 2003). En estos estudios se utilizaron fragmentos cortos de registros<sup>3</sup>. En todos ellos además se utilizan ventanas solapadas más del 95%, lo que redunda en una gran carga computacional.

En la figura 5.4 se muestra un fragmento de registro y los correspondientes valores de TDE y  $TDE_q$  para diferentes valores de  $q$ , calculados mediante la partición propuesta en (5.13). Para los cálculos se utilizaron ventanas temporales de 0,5 segundos y  $L=10$ , tal como se propuso en la sección anterior. El solapamiento en cambio, se aumentó al 80%, para obtener resultados que se ajusten mejor a los referidos en la bibliografía (Gamero *et al.*, 1997; Capurro *et al.*, 1998; 1999; Martin *et al.*, 2000; Bezerianos *et al.*, 2003)

---

<sup>3</sup> Los resultados presentados muestran fragmentos de entre 8 segundos y 1 minuto.

El fragmento mostrado es un segmento de 30 segundos de duración seleccionados al comienzo de la crisis del registro de la figura 5.2. En la figura se indica con una línea vertical a trazos el comienzo de la crisis. En el registro se distingue una primer espiga un segundo antes de dicha marca y un tren de espigas que comienza aproximadamente 6 segundos después.

En la figura 5.4 se observa que para este fragmento, todas las entropías graficadas disminuyen en forma marcada cuando comienza el tren de espigas, esta reducción no es en todos los casos significativa frente a la producida por otros eventos. Para la entropía de Shannon, por ejemplo la entropía disminuye su amplitud tanto con la primer espiga, como también cuando comienza en tren de espigas ( $t=1180$  segundos), sin embargo esta disminución no se mantiene mientras sí lo hace el tren de espigas. Por otro lado se observa una varianza significativa de la TDE mientras no se manifiesta el evento (espigas)

Las TDE y  $TDE_q$  obtenidas para todos los registros procesados mostraron resultados similares. En primer lugar se observa que para la entropía de Tsallis la sensibilidad y especificidad de la técnica varía con el índice entrópico: para valores de  $q$  menores a 1, la  $TDE_q$  presenta grandes saltos de amplitud en diferentes instantes en los que no aparecen espigas. Mientras que para valores de  $q$  mayores a 1, a medida que  $q$  aumenta la entropía se va haciendo menos sensible a los cambios de la señal, disminuyendo su valor en forma significativa cuando se presentan espigas, y aumentando la especificidad con  $q$ . Sin embargo una vez que se establece el tren de espigas, esta entropía también vuelve a aumentar su valor más allá de que permanezca el orden del EEG. Es decir que para valores de  $q$  mayores a 1, a medida que aumenta el valor del índice entrópico, la  $TDE_q$  aumenta su especificidad y disminuye la sensibilidad. Estos resultados concuerdan notablemente con los presentados por Bezerianos, Capurro y otros (Bezerianos *et al.*, 2003; Capurro *et al.*, 1999; Gamero *et al.*, 1997; Torres *et al.*, 1997).

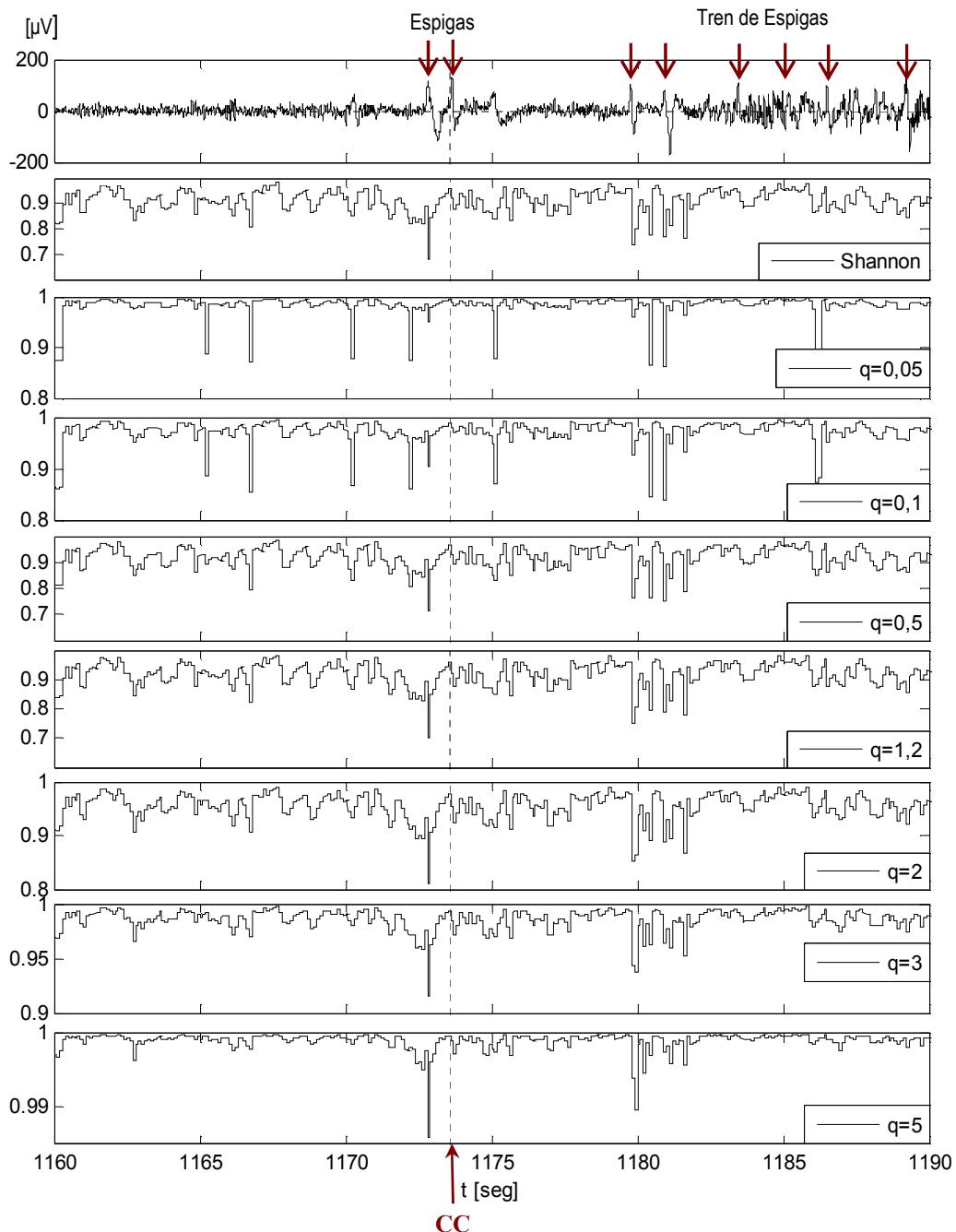


Figura 5.4: Fragmento de EEG con tren de espigas y espigas aisladas al comienzo de una crisis y sus correspondientes valores de TDE y  $\text{TDE}_q$  modificadas, calculadas para diferentes valores de  $q$ . Parámetros:  $w=100$ ,  $L=10$  y un 80% de solapamiento entre ventanas. Con línea vertical a trazos se indica el comienzo de la crisis.

### 5.3.4.2 Aplicación a registros de larga duración

---

Los resultados obtenidos mediante la  $TDE_q$  calculada con la partición definida en (5.16), han sido considerados como alentadores, para la aplicación específica de detección de espigas en crisis epilépticas. Sin embargo es importante notar que la aplicación se realizó en todos los casos sobre fragmentos de registros de muy corta duración<sup>4</sup>, en los que se conoce a priori que aparecen espigas (Bezerianos *et al.*, 2003; Capurro *et al.*, 1999; Gamero *et al.*, 1997; Torres *et al.*, 1997). En la presente tesis se reprodujeron estos procesamientos bajo condiciones similares a los planteados en dichos trabajos y se obtuvieron resultados igualmente alentadores.

Con el objetivo de estudiar la capacidad de la técnica para determinar la existencia de espigas en registros de larga duración, y comparar su desempeño con el obtenido mediante la TW, se aplicó sobre los registros completos, adquiridos en el Hospital Ramos Mejía.

Al aplicar la  $TDE_q$  a los registros completos, incluso para el valor de  $q=5$ , la entropía disminuye en forma marcada en diferentes instantes de tiempo antes, durante y luego de la crisis.

En la figura 5.5 se muestra a modo de ejemplo, algunos segmentos significativos del registro de la figura 5.2 y sus correspondientes TDE y  $TDE_q$ , ambas calculadas para iguales parámetros que los correspondientes a la figura 5.4, y para  $q$  igual a 5. Los tres segmentos mostrados tienen una duración de 30 segundos, el primero corresponde a un intervalo antes de la crisis, el segundo a un intervalo durante la misma y el último a la etapa post-crisis.

---

<sup>4</sup> Solo en (Bezerianos *et al.*, 2003) se utilizan segmentos de cerca 1 minuto, el resto de los experimentos se realizaron con segmentos de entre 8 segundos y 30 segundos.

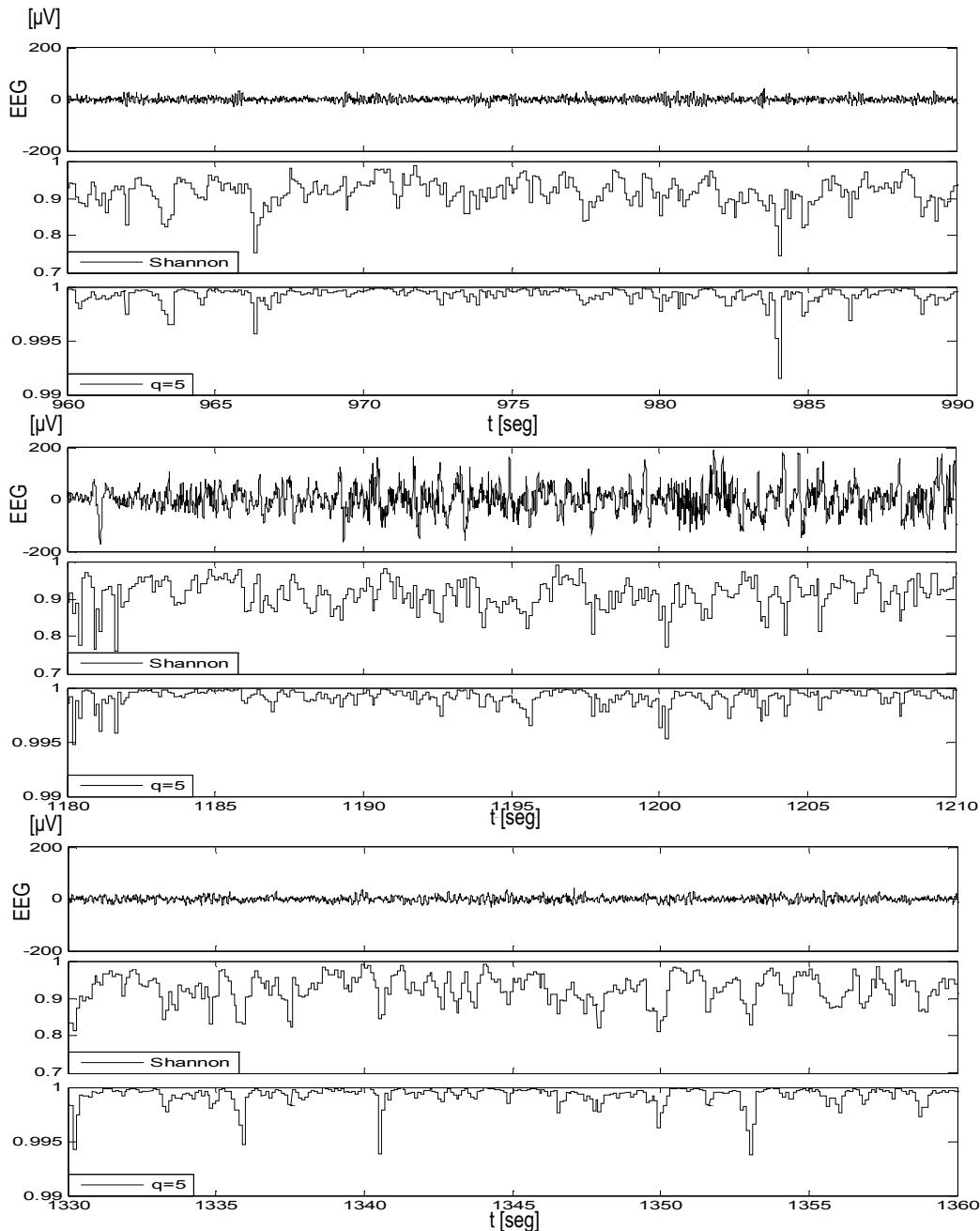


Figura 5.5: Tres fragmentos de registro con crisis epiléptica y las respectivas TDE y la TDE<sub>q</sub> ( $q=5$ ). Fragmentos correspondientes la pre-crisis, la crisis la post-crisis. Parámetros de cálculo igual a los de la figura 5.4.

El resultado de la figura 5.5 no muestra diferencias significativas en los valores de entropía para los diferentes segmentos seleccionados, aunque pertenezcan a etapas bien diferenciadas de la crisis epiléptica. Si bien la figura muestra solo un ejemplo concreto, el mismo es significativo pues marca la

incapacidad de la técnica para analizar registros de larga duración en búsqueda de posibles intervalos de crisis, de espigas aisladas o trenes de espigas.

La figura 5.6 muestra los rangos de valores que toman ambas entropías durante cada etapa de la crisis, teniendo en cuenta los 9 minutos de la señal de EEG. En la misma 'pre' indica la etapa previa a la crisis, 'cri' indica la crisis completa y 'pos' indica la post-crisis. Los límites inferiores y superiores de cada cajón corresponden a los percentiles 25 y 75 respectivamente.

El resultado mostrado en la figura 5.6 confirma lo observado para los tres segmentos exhibidos: no hay diferencia significativa entre las entropías dependientes del tiempo de los distintos grupos.

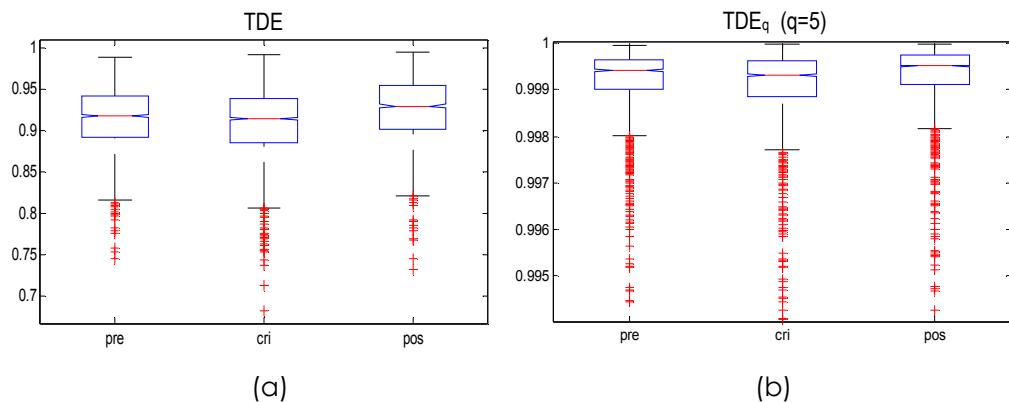


Figura 5.6: Dispersión de los valores de la TDE (a) y  $TDE_q$  (b) del registro de la figura 5.2, para iguales parámetros de cálculo que en la figura 5.4.

## 5.4 Entropía Aproximada (ApEn)

Otra de las posibles técnicas para aplicar el concepto de entropía sobre señales de EEG es la entropía aproximada o ApEn.

La Entropía Aproximada (ApEn) es un estadístico no lineal, que mide en forma cuantitativa la irregularidad de una señal, ya sea determinística o estocástica. A diferencia de la entropía de Shannon, la ApEn toma en cuenta la secuencia temporal de los datos (Ocak, 2009).

Con esta entropía se mide la probabilidad (logarítmica) de que secuencias de datos de longitud  $m$ , que se encuentran cercanas, permanezcan cercanas con cierta tolerancia, al incrementar su dimensión

(Ocak, 2009; Pincus, 1991; Abásalo *et al.*, 2005). En cuanto mayor es la probabilidad menor será la ApEn indicando menor incertidumbre en los datos; mientras que para mayor incertidumbre en la señal mayor será la ApEn.

Un punto importante de la ApEn es su capacidad para cuantificar la complejidad e irregularidad de señales utilizando una cantidad relativamente pequeña de datos (Zhang y Rong, 2004). Y si bien esta técnica fue inicialmente propuesta para ser aplicada a señales de corta duración (Pincus, 1991; Pincus, 1995), también es apta para usarse con señales de larga duración (Chon *et al.*, 2009; Abásalo *et al.*, 2005; Zhang & Rong, 2004).

La ApEn ha sido utilizada para caracterizar en forma general la complejidad de señales de EEG en diferentes aplicaciones, como el análisis de la regularidad de la actividad de *background* en pacientes con Alzheimer (Kannathal *et al.*, 2005; Abásalo *et al.*, 2005; Abásalo *et al.*, 2007), en detección automática de crisis epilépticas (Ocack, 2009), estudios de los estados del sueño (Rajendra Acharya *et al.*, 2005; Wei-Xing He *et al.*, 2005).

#### 5.4.1 Cálculo de la ApEn

Para el cálculo de entropía aproximada es necesario fijar a priori dos parámetros:  $m$  y  $r$ . El primero es la dimensión de *inmersión* (o *embedding dimension*), y determina la longitud de los segmentos de datos que se desean comparar. El segundo es el umbral de tolerancia para aceptar patrones similares entre dos segmentos ( $r$ ).

En primer lugar se definen los vectores de datos de duración  $m$ , a partir de la serie temporal. Dada la señal muestrada  $x(n)$ , de duración  $N$ , se establece una secuencia de dichos vectores:

$$\{\mathbf{X}(i)\}_{i=1 \dots (N-m+1)} \quad (5.14)$$

Definidos como:

$$\mathbf{X}(i) = [x(i), x(i+1), \dots, x(i+m-1)]; \text{ con } i = 1, \dots, (N-m+1) \quad (5.15)$$

de tal forma que cada vector contiene  $m$  muestras consecutivas de la señal  $x(n)$ , comenzando en la muestra  $i$ -ésima.

Dados los vectores  $\mathbf{X}(i)$  y  $\mathbf{X}(j)$ , definidos para dos instantes  $i, j$ ; se define la distancia entre ellos como la máxima diferencia absoluta entre las respectivas componentes escalares de ambos vectores, es decir:

$$d[\mathbf{X}(i), \mathbf{X}(j)] = \max_{k=1,2,\dots,m} \{|x^k(i) - x^k(j)|\} \quad (5.16)$$

en donde se llamó  $x^k(l)$  a la  $k$ -ésima componente escalar del vector  $\mathbf{X}(l)$ ,  $l=i,j$ . Para cada vector  $\mathbf{X}(i)$  se calcula un número  $N_r^m(i)$ , definido como el número de vectores  $\mathbf{X}(j)$ ; con  $j=1,\dots,N-m+1; j \neq i$ , tal que la distancia entre  $\mathbf{X}(i)$  y  $\mathbf{X}(j)$  sea menor que la tolerancia  $r$  predefinida.

Se define al valor  $C_r^m(i)$ , que mide para cada  $i$  la proporción de patrones que son similares al del vector  $\mathbf{X}(i)$ , considerando la tolerancia  $r$  y la longitud  $m$  elegida:

$$C_r^m(i) = \frac{N_r^m(i)}{(N-m+1)} \quad (5.17)$$

Finalmente se estima la ApEn a partir de la ecuación (Pincus, 2001):

$$ApEn(m, r, N) = \phi^m(r) - \phi^{m+1}(r) \quad (5.18)$$

La función  $\phi^m(r)$  representa la frecuencia promedio con que todos los patrones de  $m$ -muestras de la secuencia  $x(n)$ , permanecen cercanos con tolerancia  $r$ , y se calcula mediante:

$$\phi^m(r) = \frac{1}{N-m+1} \sum_{i=1}^{N-m+1} (\ln C_r^m(i)) \quad (5.19)$$

La ApEn definida en (5.18) mide la probabilidad logarítmica de que patrones de longitud  $m$  que son similares, mantengan dicha similitud en

subsiguentes comparaciones en las que se incrementa su longitud (Abásolo et al., 2005).

La elección de los parámetros de cálculo  $r$  y  $m$  es crítica para el resultado de la ApEn. Para la elección de la dimensión de inmersión ( $m$ ) puede realizarse el método de falsos vecinos más cercanos (o *false nearest neighbor*) propuesto por Kennel (Kennel et al., 1992; Kennel y Abarbanel, 2002). Mientras que el umbral de tolerancia ( $r$ ) Chen et al. (Chen et al., 2010) sugieren que el valor más apropiado es aquel que maximiza la ApEn, y propusieron un método de selección automático de obtenerlo (Chon et al., 2010). Sin embargo varios estudios han demostrado que para el procesamiento de señales de EEG, utilizando valores de  $m=1$  o  $2$ , con  $N \geq 100$  y  $r=0,1$  a  $0,25$  veces la desviación estándar de la secuencia  $x(n)$ , como sugiere Pincus, se obtiene una validez estadística razonable de la ApEn (Pincus, 1991; Pincus y Keefe, 1992; Pincus, 1995; Abásolo et al., 2005).

En general se utilizan estos valores para dichos parámetros, obteniéndose buenos resultados (Ocak, 2009; Kannathal et al., 2005; Rajendra Acharya et al., 2005; Wei-Xing He et al., 2005). Por otro lado Chon et al. (Chon et al., 2010) llegaron a la conclusión, mediante la aplicación de su método automático de obtención del  $r$  óptimo, que para el caso de señales de EEG en humanos, utilizando  $m=2$ , dicho óptimo está muy cerca de  $0,15$  veces la desviación estándar de la señal, lo que concuerda con los valores propuestos por Pincus.

#### **5.4.2 Aplicación de la ApEn a la detección del ritmo alfa**

---

En general la ApEn ha sido aplicada a señales de EEG para la clasificación de fragmentos de registros entre diferentes clases: con ritmo o sin él, diferentes estados del sueño, segmentos de registros con crisis epiléptica o sin crisis, etc. Sin embargo, dada su capacidad para cuantificar la irregularidad utilizando una cantidad pequeña de datos (Zhang y Rong, 2004), podría aplicarse en épocas, o ventanas temporales, suficientemente cortas como para obtener la evolución temporal de la entropía de la señal.

Con este objetivo, es necesario definir una duración  $N$  adecuada de las épocas que se utilizarán en el cálculo de la  $\text{ApEn}(r,m,N)$ . Para que el resultado

---

sea significativo la longitud de las épocas deben ser suficientemente grandes para que el evento bajo estudio quede abarcado en su totalidad. Sin embargo cuanto mayor sea el valor de  $N$ , se obtendrá una peor resolución temporal y serán necesarias mayor número de estimaciones para el cálculo de la ApEn, provocando un aumento del costo computacional.

Sabiendo que el ritmo alfa se manifiesta entre los 8 y 12 Hz y basado en las consideraciones anteriores, se eligieron para el cálculo de la ApEn épocas de 0,5 segundos de duración (150 muestras). Con estas épocas se obtiene una tasa de procesamiento de la entropía suficiente para el evento que se desea detectar (abertura y cierre de los ojos). Por otro lado los parámetros  $m$  y  $r$  se ajustaron iguales a 2 y 0,25 veces la desviación estándar de los datos respectivamente.

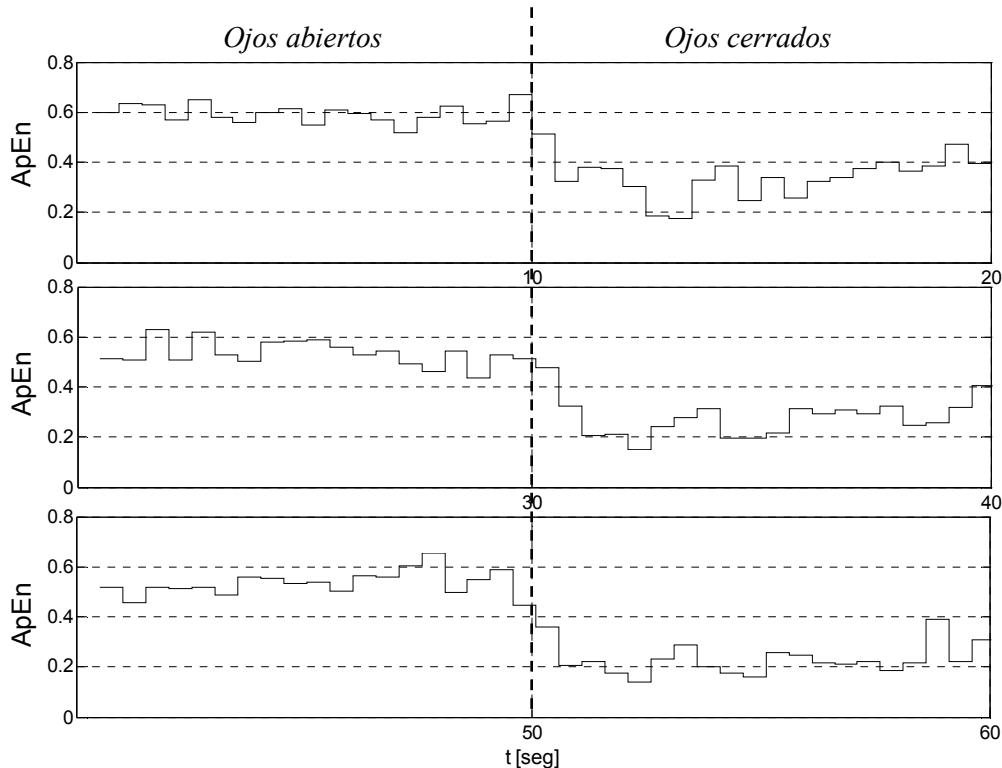


Figura 5.7: ApEn de registro con ritmo alfa. La línea vertical a trazos indica los instantes en que el voluntario cierra los ojos. ApEn calculada con  $N=150$  (0,5 segundos),  $m=2$  y  $r=0,25$  veces la desviación estándar de la señal durante cada época.

En la figura 5.7 se muestra el resultado obtenido para uno de los registros con ritmo alfa procesados. Con fines comparativos se muestra el resultado

para el registro de la figura 5.1. El resultado se encuentra dividido en tres segmentos de 20 segundos de duración centrados en los instantes en que se cierran los ojos.

En los resultados obtenidos se observó una buena concordancia entre el ordenamiento de la señal provocado por la aparición del ritmo, y la disminución de la entropía. La figura 5.8 muestra los valores de entropía y la dispersión de los mismos correspondientes a la figura 5.7. El límite inferior y el superior de cada “caja” corresponden a los percentiles 25 y 75 respectivamente. Los grupos a1, a2 y a3 corresponden a los valores de la ApEn durante los tres períodos en los que los ojos del voluntario están cerrados, y en consecuencia hay presente ritmo alfa: a1 corresponde al intervalo de 10 a 20 segundos, a2 al de 30 a 40 segundos y a3 al intervalo entre 50 y 60 segundos. Mientras que los grupos n1, n2 y n3 son los valores de la ApEn en el primer, segundo y tercer intervalo sin ritmo: de 0 a 10 segundos, de 20 a 30 segundos y de 40 a 50 segundos respectivamente. Los valores medios de ApEn obtenidos fueron de 0,2815 en presencia del ritmo alfa, y 0,5486 en ausencia del mismo. Estos resultados confirman que la señal de EEG se encuentra más ordenada durante la presencia del ritmo alfa, tal como se discutió en el capítulo 2.

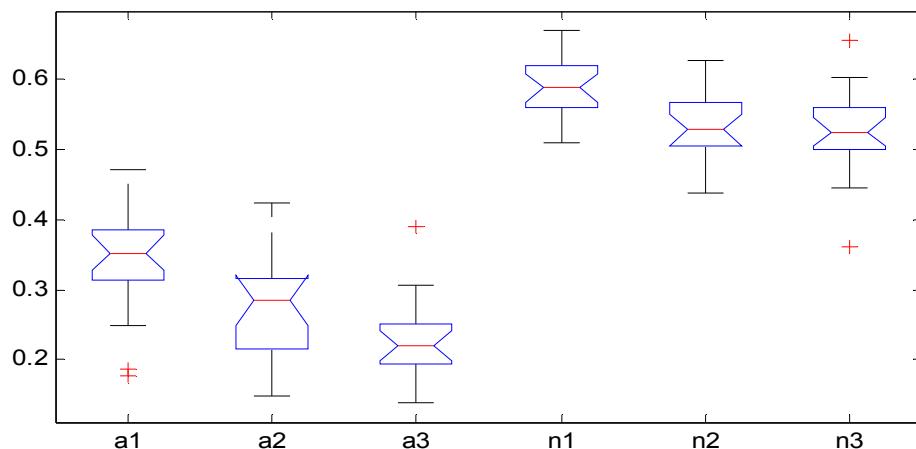


Figura 5.8: Diagrama de cajas de los valores de la ApEn de la figura 5.7. Los grupos a1, a2 y a3 corresponden al primer, segundo y tercer intervalos con ritmo alfa respectivamente, mientras que los grupos n1, n2 y n3 son los grupos formados por los respectivos intervalos sin alfa.

#### 5.4.2.1 Algoritmo de detección

Los resultados obtenidos al aplicar la ApEn a registros con ritmo cerebral alfa indican que existe una diferencia significativa entre la entropía de la señal de EEG en presencia del ritmo y en ausencia del mismo. En este contexto es de esperarse que se pueda detectar el ritmo con una baja tasa de error.

Básicamente aplicar un detector significa decidir a qué grupo pertenece una dada muestra del registro. A medida que los grupos se encuentren estadísticamente más separados, menor será el error cometido al clasificar las muestras.

El clasificador óptimo es aquel que minimiza la probabilidad de error total. Su aplicación se basa en la suposición de que las distribuciones de ambos grupos son gaussianas, y la decisión de si la muestra  $x$  pertenece a uno u otro grupo se hace a partir de la evaluación de la expresión  $h(x)$ , definida como:

$$h(x) = \frac{(x - \mu_B)^2}{2\sigma_B^2} - \frac{(x - \mu_A)^2}{2\sigma_A^2} + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\sigma_B^2}{\sigma_A^2} \right) \quad (20)$$

Siendo  $\mu_A$  y  $\mu_B$  las medias y  $\sigma_A^2$  y  $\sigma_B^2$  las varianzas de las clases o grupos A y B respectivamente.

Llamando  $P(A)$  y  $P(B)$  a las probabilidades de ocurrencia de las clases A y B respectivamente, se clasifica cada muestra  $x$  obedeciendo la siguiente ley:

$$\begin{aligned} \text{si } h(x) > \ln \left( \frac{P(A)}{P(B)} \right) &\Rightarrow x \in A \\ \text{si } h(x) < \ln \left( \frac{P(A)}{P(B)} \right) &\Rightarrow x \in B \end{aligned} \quad (21)$$

A este clasificador se lo denomina Clasificador Bayesiano Cuadrático y para su aplicación es necesario tener caracterizados las diferentes clases o grupos, es decir conocer  $\mu_A$ ,  $\mu_B$ ,  $\sigma_A^2$  y  $\sigma_B^2$ .

Para la aplicación del clasificador Bayesiano Cuadrático al resultado obtenido mediante la ApEn de la señal, es necesario “entrenar” al estimador,

es decir realizar cierto número de experimentos con fragmentos de registros en los que se conozca a priori la presencia o ausencia del ritmo para así estimar los valores de  $\mu_A, \mu_B, \sigma_A^2$  y  $\sigma_B^2$  y recién entonces se podrá comenzar a detectar.

La figura 5.9 muestra un ejemplo de la aplicación de este clasificador a la detección de ritmo alfa, utilizando la ApEn. Para su aplicación utilizó un registro de larga duración adquirido según el paradigma experimental detallado en el capítulo 2. Los valores medios y varianzas de ambas clases se calcularon utilizando los primeros 2 intervalos con el ritmo y sin él, y no se recalcularon durante el procesamiento. La ApEn se calculó utilizando iguales parámetros que para los de la figura 5.7.

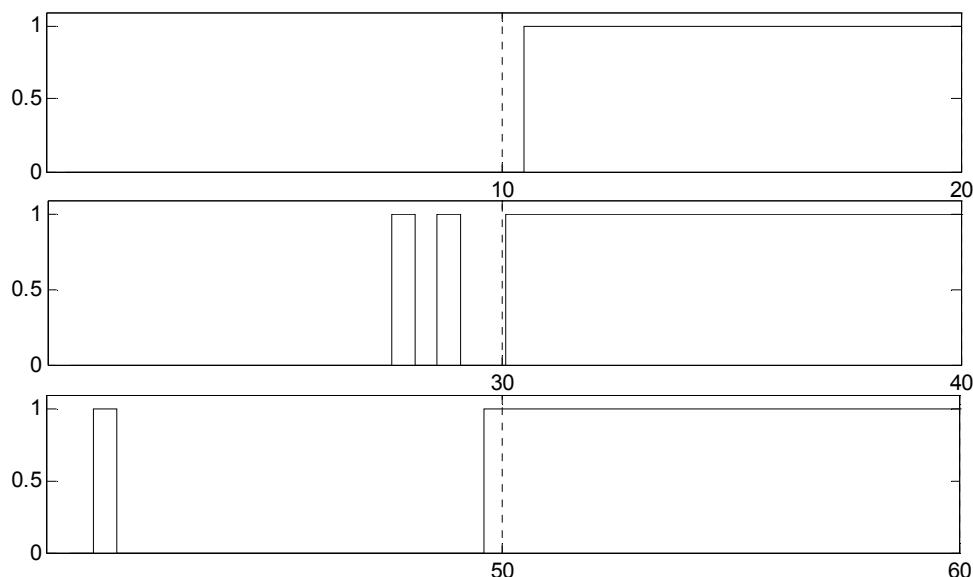


Figura 5.9: Detección de ritmo alfa utilizando la ApEn y el clasificador Bayesiano Cuadrático. Parámetros para el cálculo de la ApEn iguales que para la figura 5.7.

La aplicación de este detector (o clasificador) sobre señales de EEG presenta una dificultad debido a la naturaleza de las señales. Como se discutió en el capítulo 2, las señales de EEG no sólo son no estacionarias, sino que también pueden presentar gran variación entre sujetos, o incluso para un mismo sujeto en distintos momentos o situaciones de medición. Por lo tanto además de caracterizar a las diferentes clases, eventualmente puede ser necesario actualizar dichos valores característicos de las clases cada cierto

intervalo de tiempo, además de tener cierta precaución al generalizar los datos obtenidos para otro contexto.

#### **5.4.3 Aplicación de la ApEn a la detección de crisis epiléptica**

---

Tal como se propuso para la detección de ritmo alfa, la entropía aproximada puede utilizarse para evaluar la evolución temporal de la entropía durante registros de larga duración con crisis epilépticas.

La ApEn ya ha sido utilizada para clasificar segmentos de EEG en los grupos con y sin crisis (Ocak, 2009; Kannathal *et al.*, 2005). Los resultados muestran que los segmentos con crisis epilépticas presentan menor ApEn que aquellos que no tienen crisis, tanto para personas sanas como personas con epilepsia durante las etapas inter-ictales, mostrando que efectivamente la señal se ordena durante la crisis. En sus trabajos Ocak y Kannathal *et al.* obtuvieron como resultado que las ApEn de ambas clases (crisis y sin crisis) son diferentes en la media con un p-valor del orden del 5%, resultado obtenido para segmentos del orden de los 25 segundos de duración.

Teniendo en cuenta estos resultados y la capacidad de la técnica para estimar el orden de la señal utilizando segmentos cortos de datos (Zhang y Rong, 2004), se aplicó la técnica para analizar la evolución temporal del orden de los registros con crisis epilépticas presentados en el capítulo 2 y utilizados a lo largo de la tesis.

Para el cálculo de la ApEn de los registros de EEG con crisis epiléptica se utilizó un valor de  $m$  igual a 2 y  $r$  0,25 veces la desviación estándar de la época, de acuerdo a lo sugerido por Pincus (Pincus, 1991; Pincus y Keefe, 1992; Pincus, 1995). Para la elección de la duración de las épocas temporales se debe tener en cuenta que las menores frecuencias involucradas en la crisis (del orden de las décimas Hertz) son las primeras manifestaciones de la crisis, como se describió en el capítulo 2. Debido a esta característica, es necesario utilizar ventanas mayores que para el caso de la detección del ritmo alfa, se pueden esperar resultados razonables para ventanas del orden de los 10 segundos. Sin embargo con esta longitud de ventana se puede ver degradada la resolución temporal de la técnica.

---

Con el fin de estudiar el compromiso entre la longitud de las ventanas y la resolución, utilizando épocas de duración suficiente para obtener una validez estadística aceptable (Pincus, 1991; Pincus y Keefe, 1992; Pincus, 1995; Abásolo *et al.*, 2005), se utilizaron diferentes longitudes de ventanas en el procesamiento de los registros. Para todos los casos a medida que la duración de las épocas aumenta la ApEn disminuye su varianza, tendiendo a saturarse dicha mejora para épocas de 10 segundos. Como era de esperar para ventanas mayores a estos valores ya no se observa variación.

En la figura 5.10 se muestra el resultado obtenido para épocas de 2 segundos, con este valor se obtiene una solución intermedia aceptable, ya que para ventanas mayores la mejora no es significativa y sí en cambio la pérdida de resolución. En la figura se puede ver una clara disminución de la entropía en comparación con el obtenido para la señal de EEG con ritmo alfa, adquirido en voluntarios sanos. Este resultado concuerda con lo observado por Ocak (Ocak, 2009). Se observa además que existe concordancia con el comienzo de la crisis y el ordenamiento de la señal, medida mediante la ApEn.

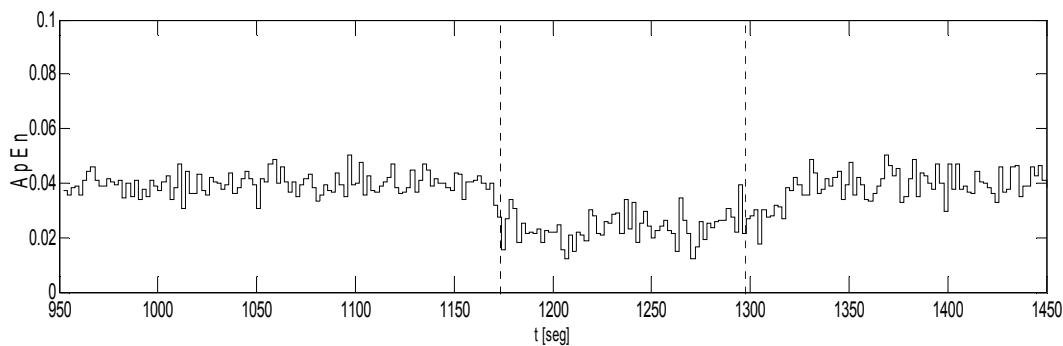


Figura 5.10: ApEn del registro con crisis epiléptica de la figura 5.2. Las líneas verticales a trazos indican el comienzo y finalización de la crisis. Parámetros de cálculo:  $N=400$  (2 segundos),  $m=2$  y  $r=0,25$  veces la desviación estándar de la señal durante cada época.

En la figura 5.11 se muestra la dispersión de los valores de entropía, obtenidos durante todo el registro para cada clase: 'pre', 'cri' y 'pos' correspondientes a antes, durante y luego de la crisis respectivamente. Los límites inferiores y superiores de cada cajón indican los percentiles 25 y 75 respectivamente.

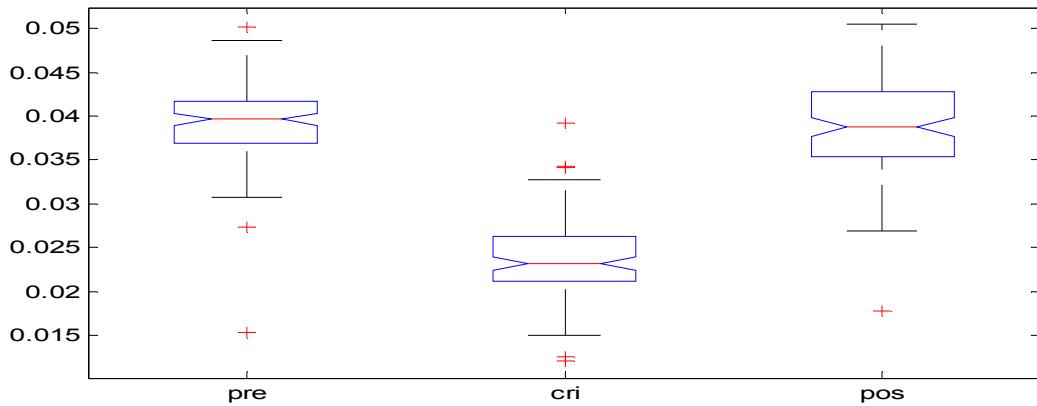


Figura 5.11: Diagrama de cajas de los valores de la ApEn de la figura 5.9, para las clases: 'pre' intervalo previo a la crisis, 'cri' intervalo con crisis y 'pos' intervalo posterior a la crisis.

En la figura 5.11 se observa que la entropía de los grupos, correspondientes al valor de la ApEn de épocas que ocurrán antes y después de la crisis se encuentran significativamente separadas de aquellas correspondientes a la crisis.

## 5.5 Conclusiones

Las medidas de entropía permiten determinar el orden de un proceso aleatorio. Para aplicarlas a señales no estacionarias como las de EEG es necesario realizar una estimación de la distribución, además de introducir una adaptación al concepto de Entropía que tenga en cuenta las variaciones de dicha distribución a lo largo del tiempo.

Se aplicaron dos técnicas de estimación de entropía que han sido ampliamente utilizadas para el estudio de señales de EEG: la entropía dependiente del tiempo (TDE) y la entropía aproximada (ApEn).

Mediante la aplicación TDE se obtuvo una medida del orden muy dependiente de la amplitud de la señal, debido a que se realiza un estudio basado exclusivamente en la distribución de amplitudes de la señal de EEG. Este tipo de análisis muestra no ser suficiente para describir fenómenos como los ritmos cerebrales, donde la señal adopta una forma oscilatoria con una complejidad inferior a la actividad de *background*, y es posible obtener

distintos indicadores de la amplitud que presenten la misma especificidad, con menor costo computacional, en la detección de los eventos analizados.

La ApEn mostró ser un estimador de la entropía más adecuado para las aplicaciones propuestas en la tesis. En todos los casos se observó la disminución de la ApEn con el orden de la señal, tanto durante el ritmo alfa, como durante una crisis epiléptica. Sin embargo esta técnica demanda una gran cantidad de operaciones para el cálculo de cada valor de entropía.

Considerando las características espectrales de los tipos de eventos bajo estudio en la Tesis, se propone recurrir a descriptores que tengan en cuenta, además del orden, las características espectrales de la señal. Esto se analiza en el siguiente capítulo donde se aplicarán los conceptos de "Entropía Espectral".



# 6 Entropía Espectral

---

La entropía espectral (SE) es una técnica que combina el análisis frecuencial y el estadístico. Fue introducida por Inouye et al. (Inouye et al., 1991) y se ha utilizado en gran variedad de aplicaciones con señales biológicas. Tal es el caso del reconocimiento automático de voz (Bing-Fei Wu y Kun-Ching Wang, 2005; Liang-Sheng y Chung-ho, 2000; Misra et al., 2004), análisis de la profundidad de la anestesia (Rezek y Roberts, 1998; Sleigh et al., 2004; Cebeiro et al., 2009; Xiaoli Li et al., 2008) y en el análisis de los estados del sueño (Wei-Xing He et al., 2005), entre otros.

Esta técnica se basa en el cálculo de la entropía utilizando la densidad espectral de potencia normalizada como aproximación a la función masa de probabilidades (FMP). Por la forma en que está definida, es una técnica dependiente de la distribución frecuencial de potencia, y por lo tanto es apropiada para la detección de eventos que presenten gran “localización” espectral.

En este capítulo se presenta a la entropía espectral como técnica para el procesamiento de señales de EEG y se muestran los resultados obtenidos de su aplicación sobre las señales de EEG bajo estudio.

## 6.1 Motivación

---

Como se discutió en el capítulo anterior, la entropía sirve para caracterizar la forma de la FMP de un proceso. Sin embargo, cuando la entropía es aplicada mediante técnicas como la TDE o  $TDE_q$ , resulta apropiada para detectar cambios en la distribución de la señal que se reflejen

principalmente en la amplitud de la misma y este tipo de análisis resulta insuficiente en algunos casos.

Un ejemplo claro en el que el desempeño de la TDE no es satisfactorio es cuando se desea distinguir entre una señal puramente aleatoria (por ejemplo ruido blanco) y una sinusoidal a partir de medidas de entropía. La señal sinusoidal, totalmente determinística, presenta entropía nula, mientras que la entropía del ruido debe resultar claramente mayor. Sin embargo, si se le aplica la TDE a una señal con dichas características, se observa una clara dependencia de la TDE con la amplitud de la señal, que lo invalidan como indicador del orden o desorden de la misma en presencia de cambios de amplitud.

En las figuras 6.1 y 6.2 se comparan las TDEs de señales artificiales definidas por partes como ruido blanco gaussiano con desviación estándar ( $\sigma_n$ ) y una sinusoidal de 8Hz con diferentes amplitudes. En el primer caso, la amplitud de la sinusoidal es 1,5 veces  $\sigma_n$ , mientras que en el segundo es 10 veces  $\sigma_n$ .

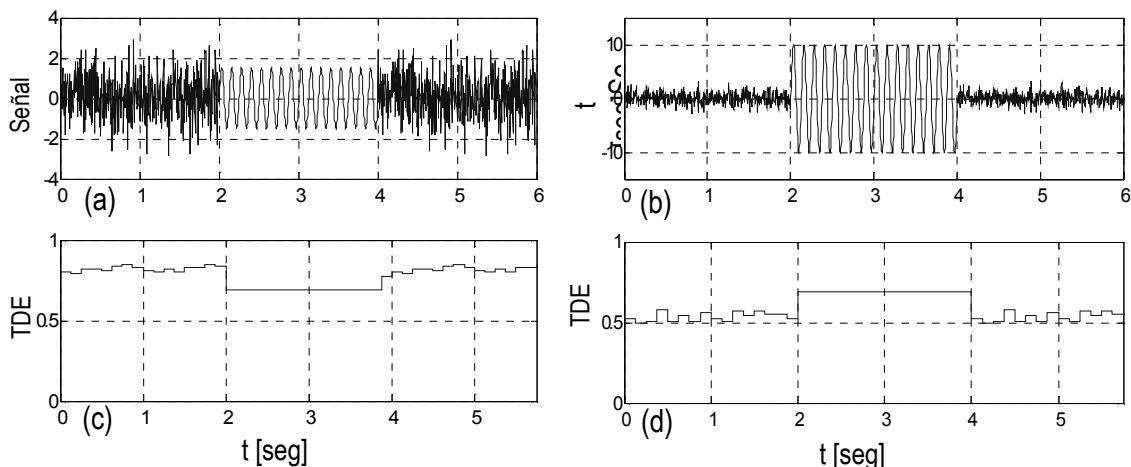


Figura 6.1: (a) y (b) Señales de prueba sinusoidales de 8Hz y amplitud igual a 1,5 veces la desviación estándar del ruido (a) y 10 veces la desviación estándar del ruido (b). (c) TDE de (a) calculada con ventanas de 0,25 segundos y sin solapamiento entre ventanas, (d) TDE de (b) calculada con iguales parámetros.

Si se aplica la entropía clásica (TDE) a ambas señales se observa que incluso cuando el desorden de la señal disminuye, la TDE puede ser menor o mayor para la sinusoidal, dependiendo de la amplitud (figuras 1c y d).

## 6.2 Cálculo de la SE

---

Para el cálculo de la SE se utiliza como función masa de probabilidades a la densidad espectral de potencia (DEP) normalizada a área unitaria. Al igual que para la TDE, se aplican ventanas temporales deslizantes  $W_m$  definidas a partir de la longitud de la ventana ( $w$ ) y el desplazamiento entre ventanas ( $d$ ):

$$W_m(w, d) = \{x(n) : n = 1 + md, 2 + md, \dots, w + md\}, \quad m = 0, 1, 2, \dots, M; \quad M = \left\lfloor \frac{N - w}{d} \right\rfloor \quad (6.1)$$

Siendo  $x(n)$  las muestras de la señal,  $m$  el índice de la ventana,  $N$  la cantidad de muestras del registro y  $M$  la cantidad total de ventanas.

Para cada ventana  $m$ , se define la función masa de probabilidad a partir de la densidad espectral de potencia de la señal ( $S^m(\omega_k)$ ), estimada mediante la aplicación del valor absoluto de la transformada discreta de Fourier (TDF) al cuadrado (Quian Quiroga et al., 2000; Bing-Fei Wu et al., 2005; Misra et al., 2005):

$$S^m(\omega_k) = |X^m(\omega_k)|^2 \quad (6.2)$$

$$p_k^m = \frac{S^m(\omega_k)}{\sum_{j=1}^w S^m(\omega_j)} \quad (6.3)$$

Utilizando (5.3) como estimación de la función masa de probabilidad, se puede calcular la Entropía Espectral utilizando la fórmula clásica de Shannon o su versión de Tsallis:

$$SE(m) = - \sum_{k=1}^w p_k^m \log(p_k^m) \quad (6.4)$$

$$SE_q(m) = -(q-1)^{-1} \sum_{k=1}^w \left[ (p_k^m)^q - p_k^m \right] \quad (6.5)$$

Siendo  $k$  el índice de frecuencias,  $m$  índice el temporal y  $q$  el índice entrópico de la entropía de Tsallis.

La entropía espectral de las señales de la figura 1 decae abruptamente con el orden de la señal, sin importar amplitud de las mismas (figuras 2a y b). Este ejemplo sencillo muestra la robustez de la SE frente a cambios en la amplitud y motiva la idea de aplicar esta técnica en detección de eventos cerebrales que estén caracterizados por su localización en frecuencia, como pueden ser los diferentes ritmos o incluso crisis epilépticas.

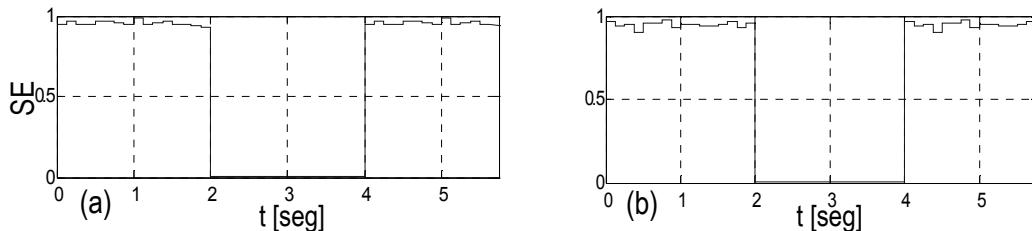


Figura 6.2: (a) SE de la señal de la figura 1(a). (b) SE de la señal de la figura 1(b). Ambas calculadas con ventanas temporales de 0,25 segundos sin solapamiento.

Gracias a la normalización realizada en (3), la técnica proporciona una medida de entropía que es independiente de la potencia total de la señal, y en consecuencia de la amplitud.

La capacidad de la técnica para detectar eventos depende de la localización frecuencial de los mismos, y de qué tan preponderante sean frente a otros posibles eventos cerebrales que se manifiesten simultáneamente (Bermúdez *et al.*, 2011).

### 6.3 Aplicación de la SE a la detección de ritmo alfa

Para la aplicación de la SE a señales de EEG con ritmo cerebral alfa solo es necesario definir a priori la longitud de las ventanas temporales que se utilizarán para la estimación de la DEP, realizada mediante el algoritmo rápido de la FFT.

La SE se aplicó a los registros con ritmo cerebral alfa ya presentados y utilizados con las demás técnicas de procesamiento. Para el cálculo de SE se utilizaron ventanas temporales de 0,5 segundos sin solapamiento, elegidas con

los mismos criterios utilizados para las otras técnicas de estimación de entropía. Se procesaron todos los registros y para todos ellos se obtuvieron resultados comparables.

En la figura 6.4 se presentan el resultado obtenido para el registro presentado también para las técnicas de estimación de entropía utilizadas en el capítulo anterior. El registro se repite en la figura 6.3 para mayor facilidad de lectura.

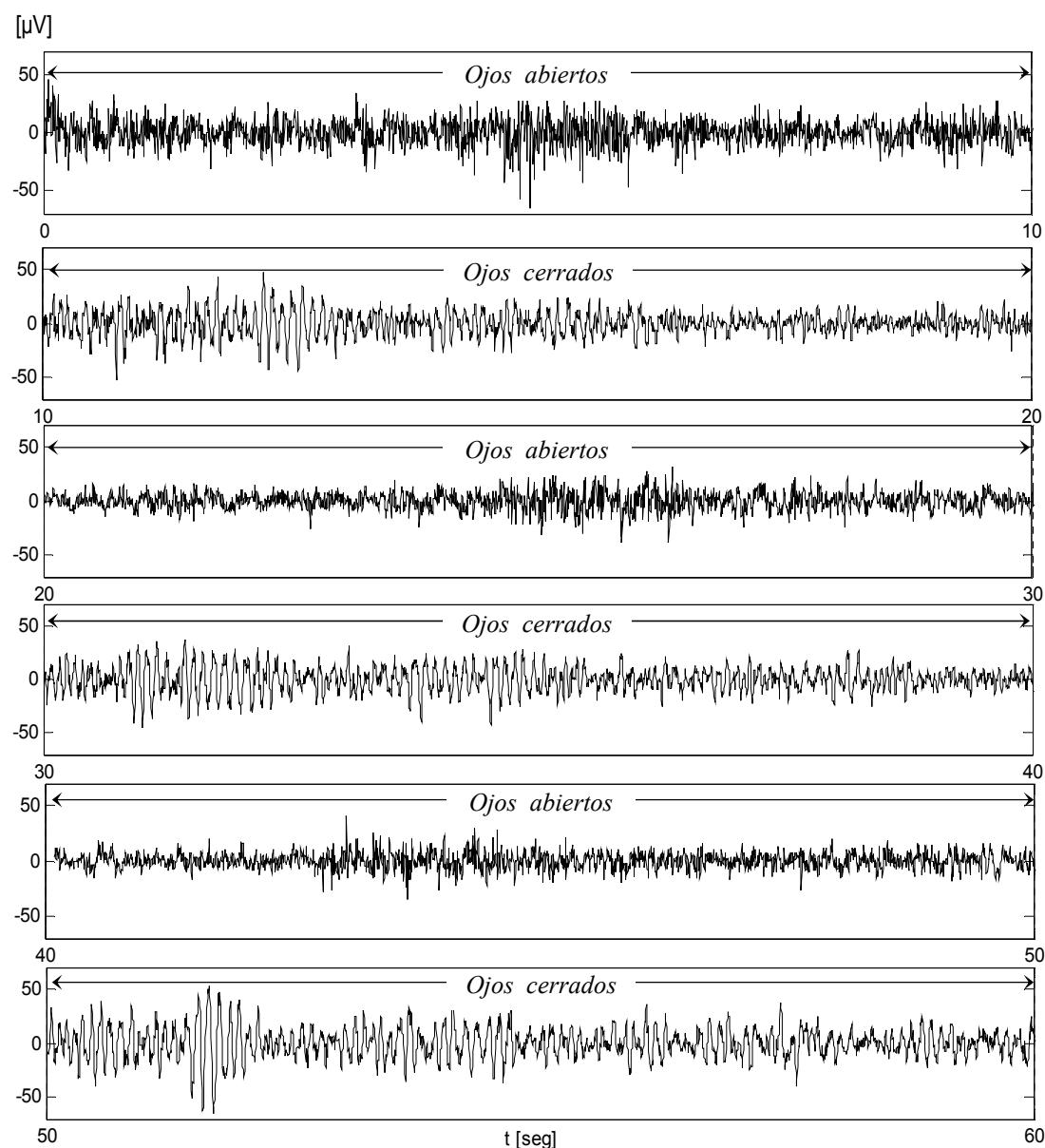


Figura 6.3: Registro de EEG con ritmo alfa, en intervalos de 10 segundos con los ojos abiertos y 10 segundos cerrados.

Los resultados obtenidos muestran que la SE de la figura 6.4 tiene un valor cercano a uno mientras no hay ritmo alfa, manteniéndose invariante con los cambios de amplitud que presenta la señal durante distintos intervalos, causados por otros procesos neuronales, como se discutió en capítulos anteriores. En cambio disminuye con la presencia de ritmo alfa. Dicha disminución es más marcada en el momento en que se cierran los ojos y durante algunos segundos posteriores al evento, durante los cuales el ritmo se manifiesta en forma preponderante. La SE permanece con un valor reducido mientras se mantiene el ritmo, incluso cuando la amplitud del ritmo es comparable con la actividad de fondo.

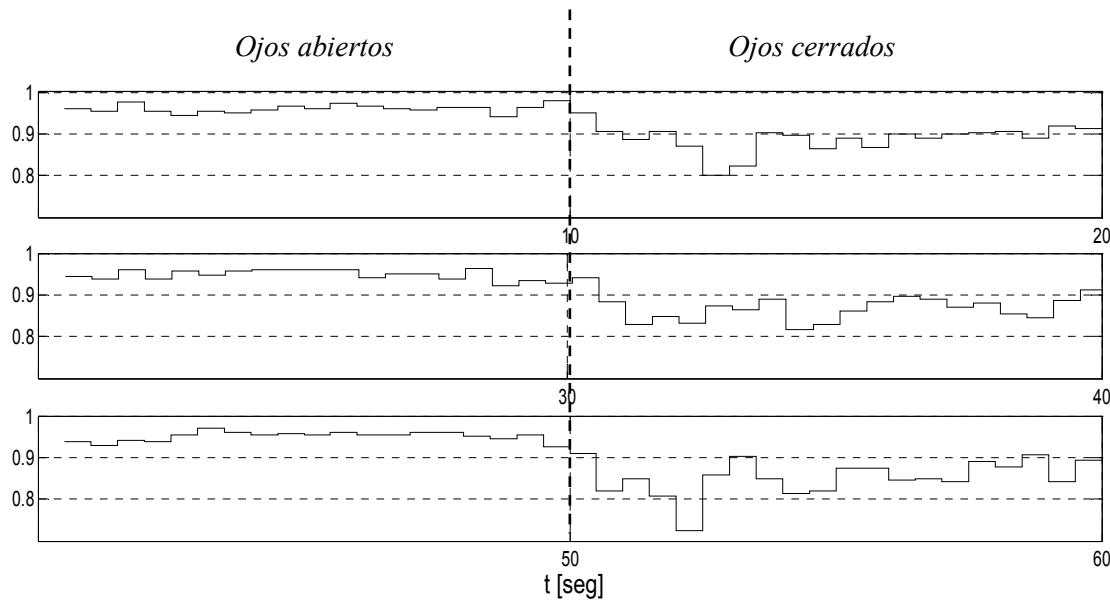


Figura 6.4: Entropía espectral del registro de la figura 6.3. Se presenta en tres segmentos de 20 segundos cada uno. En líneas punteadas verticales se indican los instantes cuando se cierran los ojos.

Con fines comparativos se repiten en la figura 6.5 los resultados obtenidos al aplicar los tres tipos de estimación de la entropía al registro de la figura 6.3. Tanto el registro como las entropías se presentan en tres fragmentos de 20 segundos cada uno. En la figura se incluyen además ampliaciones de la señal en dos intervalos en los que se registra un aumento de la amplitud del EEG a forma de ejemplo, en el intervalo el aumento de amplitud se debe a algún otro proceso neuronal, mientras que en II corresponde a ritmo alfa.

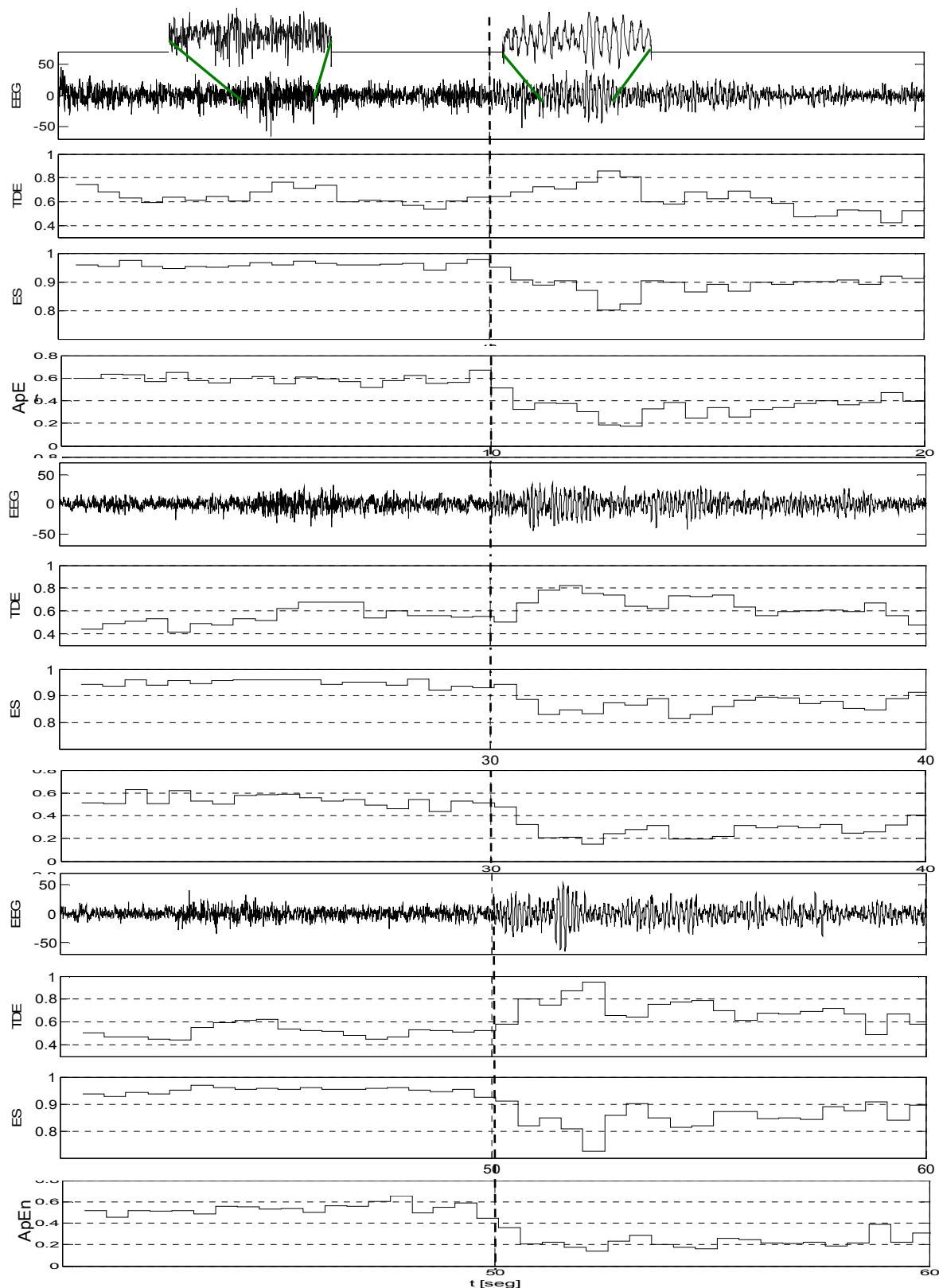


Figura 6.5: Comparación entre TDE, SE y ApEn de señal con ritmo alfa. I zooms sobre intervalo sin alfa, II intervalo con alfa. Parámetros de cálculo:  $w=150$ , sin solapamiento y  $L=20$ . Las líneas verticales a trazos indican instantes de cierre de los ojos.

TDE aumenta cada vez que lo hace la amplitud de la señal, independientemente del orden de la misa. La SE y la ApEn en cambio disminuyen en forma coherente con el orden de la señal. La ApEn presenta menos variaciones mientras la señal está ordenada, esta característica coincide con lo obtenido por Wei-Xing y por Rezek (Wei-Xing He *et al.*, 2005; Rezek y Roberts, 1998), que obtuvieron mayor sensibilidad y menor error con la ApEn que con la SE en la clasificación de registros de EEG. Sin embargo la SE es computacionalmente más eficiente y en consecuencia es más adecuada para aplicaciones en tiempo real (Wei-Xing He *et al.*, 2005).

### 6.3.1 Algoritmo de detección

Puede aplicarse a la SE de señales con ritmo alfa el algoritmo de detección propuesto en el capítulo 3.

Para su aplicación se utiliza directamente la SE calculada mediante la ecuación (6.4), o su versión de Tsallis dada por (6.5) y se la compara con el umbral de detección definido como:

$$D = \bar{x}_R + k \cdot \sigma_R \quad (6.6)$$

Siendo  $\bar{x}_R$  el valor medio de la TDE<sup>1</sup>SE durante el intervalo de referencia elegido y  $\sigma_R$  su desviación estándar durante el mismo intervalo. Como se discutió en el capítulo 3, la elección de la constante  $k$  es una relación de compromiso entre la sensibilidad y la especificidad esperada para la técnica. Para los registros procesados, se encontró que para el valor de  $k$  igual a 31, elegido en la detección con TWD, se obtienen resultados aceptables.

En la figura 6.6 se muestra el resultado de detección obtenido mediante la aplicación del detector basado en la SE, superpuesto con el obtenido mediante la TDE aplicada a idéntico detector, ambas calculadas con las estimaciones de entropía de la figura 6.5. En ambos casos se utilizó como intervalo de referencia los 4 primeros segundos de registro en que el voluntario se encuentra en reposo, actualizado en cada intervalo de inactividad.

---

<sup>1</sup> Con este valor se asegura una tasa de falsos positivos menor al 0,1% si la distribución de los datos es gaussiana.

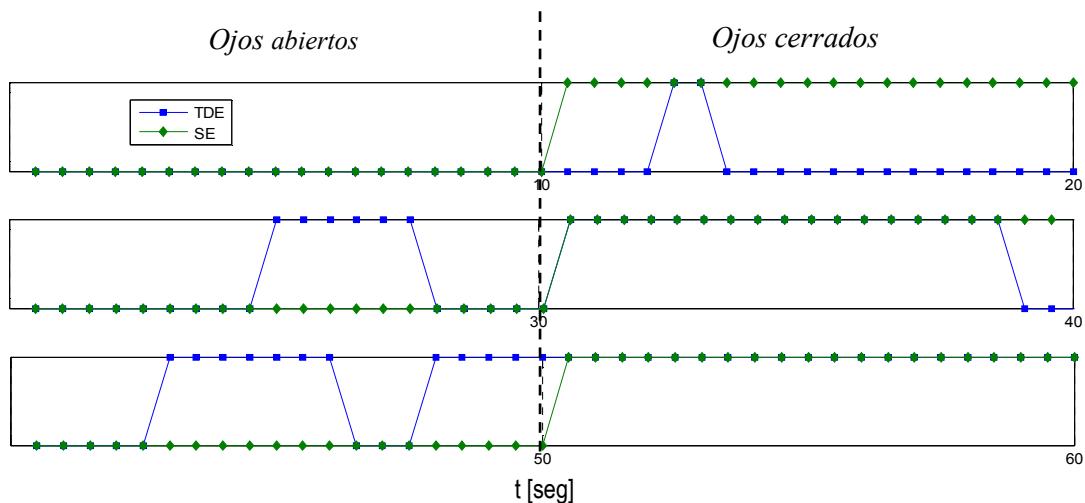


Figura 6.6: Detección de ritmo alfa mediante las técnicas de SE y TDE aplicadas al registro de la figura 6.3. En la detección se utilizó respectivamente como umbral de detección una dispersión del valor medio igual a  $3\sigma_s$  y  $2\sigma_s$ , e intervalos de referencia de 4 segundos de duración, actualizados en cada intervalo de inactividad.

En la figura se observa que con la SE se detecta el ordenamiento de la señal durante todo el intervalo en que los ojos se mantienen cerrados, incluso para el ritmo de baja amplitud. Con la TDE se obtiene mayor error de detección tanto del tipo I como del tipo II, esto se debe a la dependencia de la técnica con la amplitud. Finalmente es interesante destacar que los resultados de detección obtenidos con la TDE son muy variables dependiendo del intervalo de referencia utilizado<sup>2</sup>.

### 6.3.2 Detección de ritmo alfa utilizando la SE de Tsallis

Para el cálculo de la SE puede utilizarse también en este caso la entropía generalizada de Tsallis eligiendo el parámetro  $q$  y aplicando la ecuación (6.5).

En la figura 6.7 se muestran las SE y  $SE_q$  para varios valores de  $q$ . Para la correcta visualización de la variación de la entropía se utilizaron diferentes escalas en los diferentes gráficos. Como es de esperar para  $q$  cercanos a uno ambas entropías se aproximan bastante.

---

<sup>2</sup> Para más detalle ver Apéndice E.

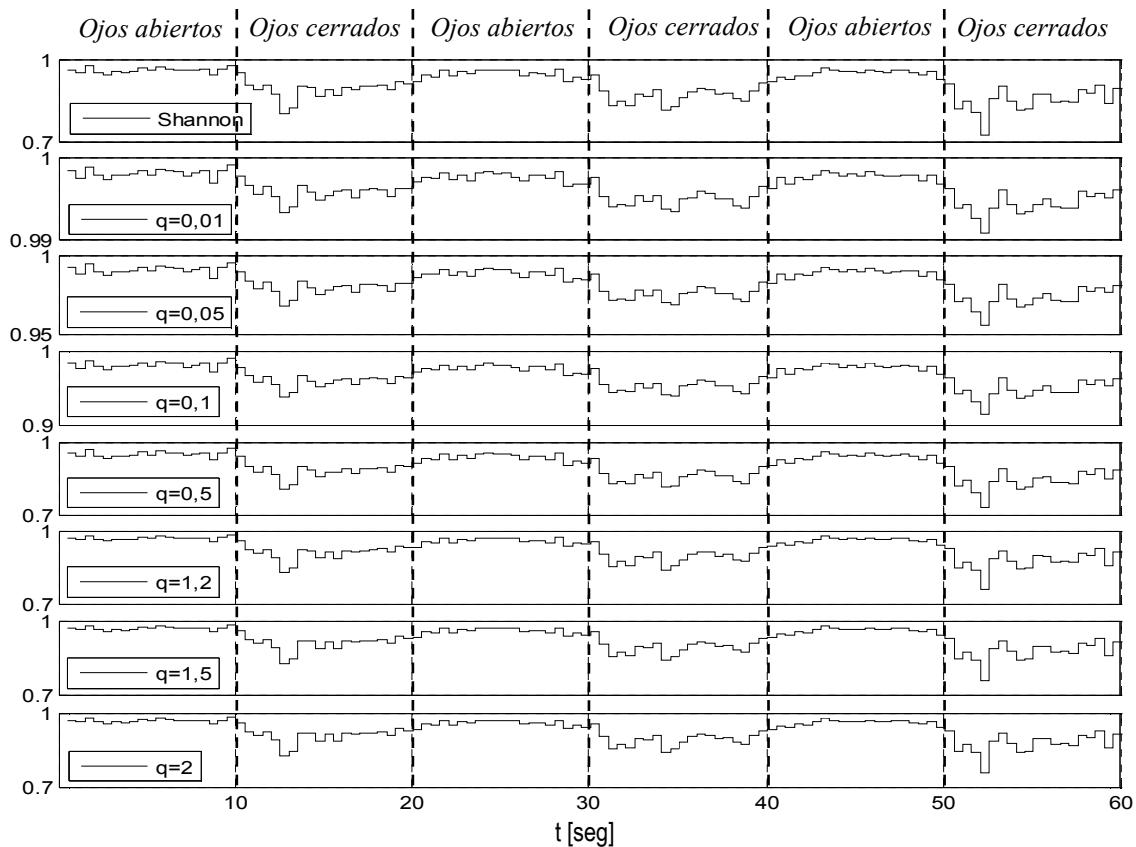


Figura 6.7: SE y  $SE_q$  del registro con ritmo alfa de la figura 6.3, calculada con iguales parámetros  $w$  y  $d$  que en la figura 6.5 y para diferentes valores del parámetro  $q$ . Las líneas verticales a trazos corresponden a los instantes en que se cierran o abren los ojos.

Al igual que para los casos anteriores, las entropías espectrales de Tsallis se pueden aplicar al detector para obtener una nueva técnica de detección basada en la entropía espectral de Tsallis. Los resultados obtenidos mediante dicho procesamiento se muestran en la figura 6.8. En la detección mostrada en la figura se utilizó como referencia un el intervalo de 0 a 4 segundos, sin actualización en cada intervalo de inactividad. Para el cálculo de la entropía de Tsallis se utilizaron iguales parámetros que para el caso anterior.

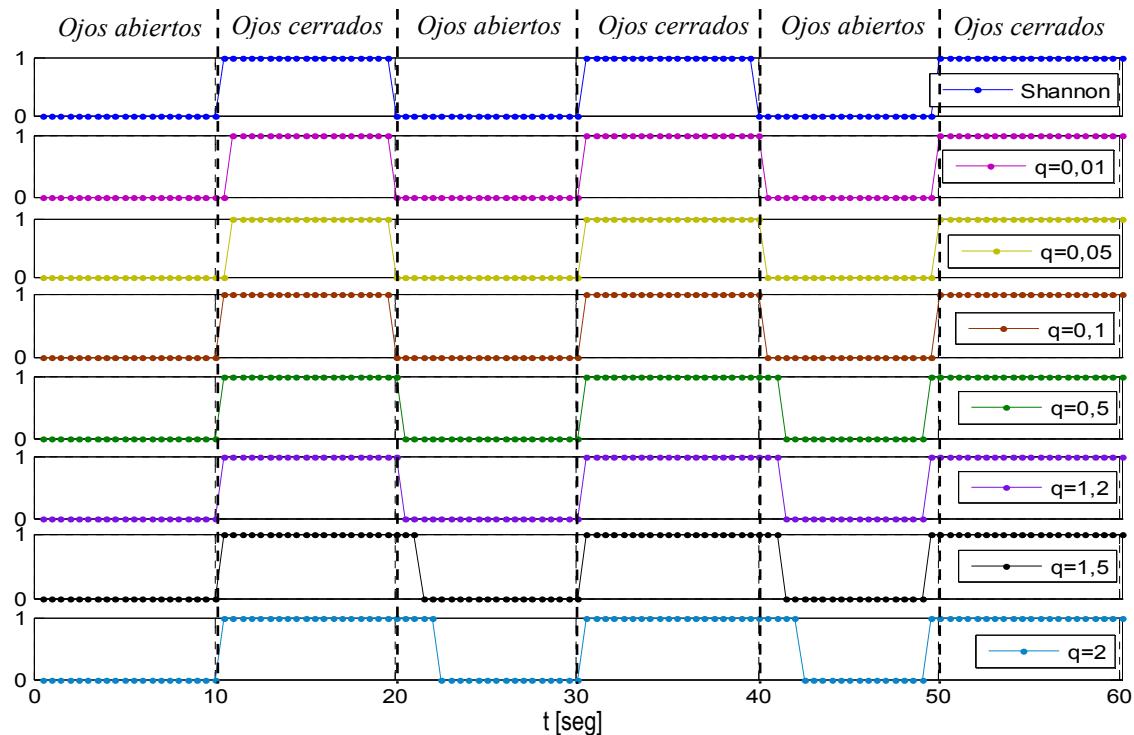


Figura 6.8: Detección de ritmo alfa mediante las técnicas de SE y  $SE_q$ , para diferentes valores de  $q$ , aplicadas al registro de la figura 6.3. Parámetros de cálculo iguales a la figura 6.5. Umbral de detección: igual al valor medio más  $3\sigma$  e intervalo de referencia 4 segundos de duración al comienzo del registro. Las líneas verticales a trazos indican los instantes en que se cierran o abren los ojos.

En la figura 6.8 se observa cómo para valores pequeños de  $q$  el detector detecta la presencia del ritmo alfa en forma retrasada con respecto al instante en que se cierran los ojos, obteniéndose falsos negativos. Para valores de  $q$  mayores en cambio, existe un retardo en la detección de ausencia del ritmo, es decir se obtienen falsos positivos. La sensibilidad de la técnica aumenta con el valor de  $q$ , mientras disminuye la especificidad de la misma<sup>3</sup>.

<sup>3</sup> Se entiende por sensibilidad a la tasa de positivos bien detectados con respecto a la totalidad de positivos, mientras que especificidad es la tasa de negativos bien detectados con respecto a la totalidad de negativos.

## 6.4 Aplicación de la SE a la detección de crisis epiléptica

---

El ritmo cerebral alfa se caracteriza por la gran localización frecuencial de la energía, esta característica del ritmo hace que el detector basado en la SE sea apropiado para su detección como se discutió en el capítulo 2. Las crisis epilépticas, en cambio, se caracterizan por presentar un aumento importante de la energía durante la crisis, pero dicho aumento no se encuentra localizado en una banda de frecuencias angosta. Por esta característica la estimación de la función masa de probabilidades utilizada en el cálculo de la SE también se presenta más distribuida, y la disminución de la entropía debido a la presencia de una crisis puede ser menos marcada, dificultando la detección de una crisis con esta técnica.

La técnica se aplicó a los registros de EEG con crisis epiléptica utilizados con los demás tipos de procesamiento. Para el cálculo de la SE se utilizaron ventanas temporales de 0,5 segundos sin solapamiento.

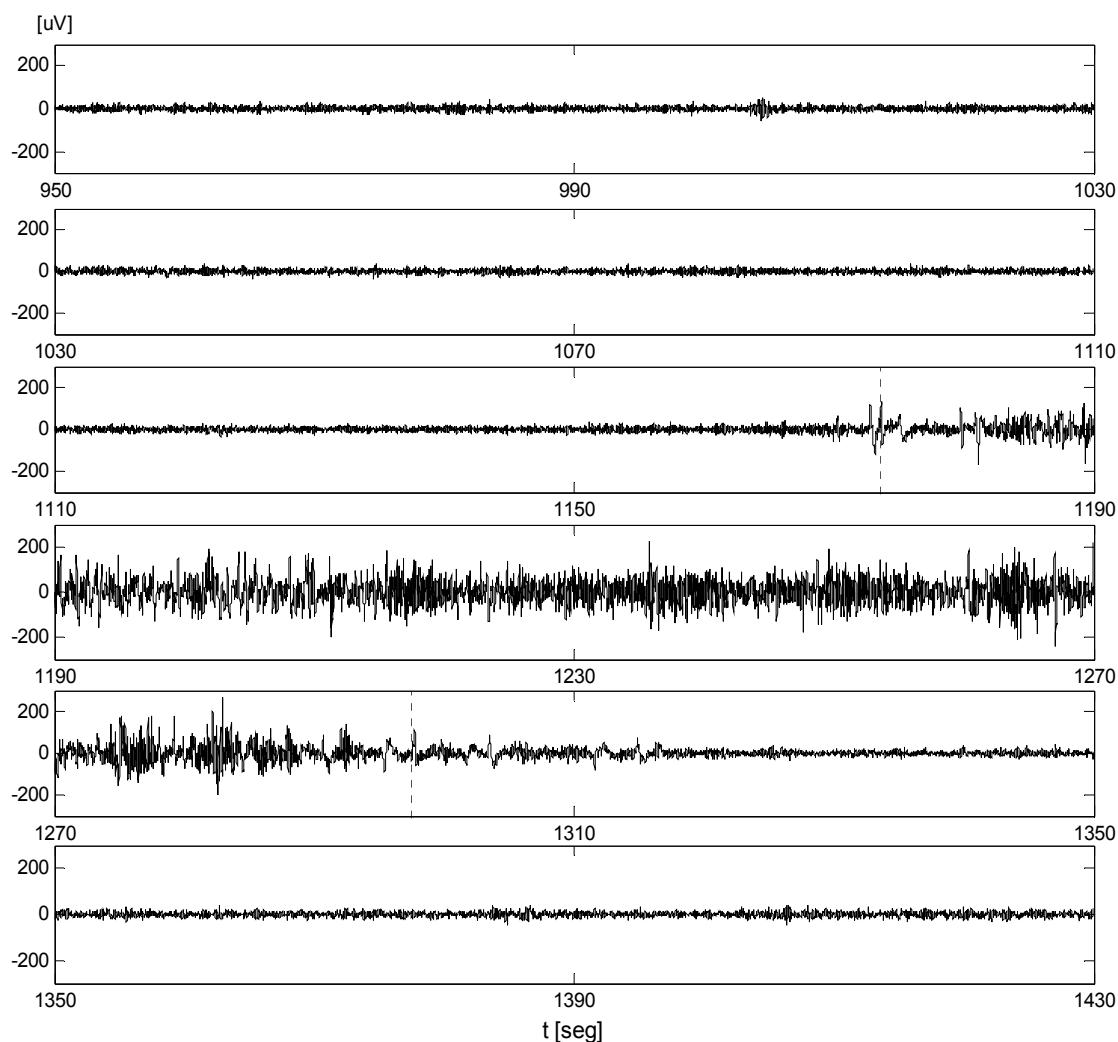


Figura 6.10: Registro de EEG con crisis epiléptica. Posición Fp1 del Sistema 10-20. Las líneas verticales a trazos indican el comienzo y finalización de la crisis epiléptica. CC indica el comienzo y FC el final de la crisis.

En la figura 6.11 se presenta el resultado obtenido en particular para el registro de la figura 6.10, en la que se repite el ejemplo de registro mostrado con las demás técnicas.

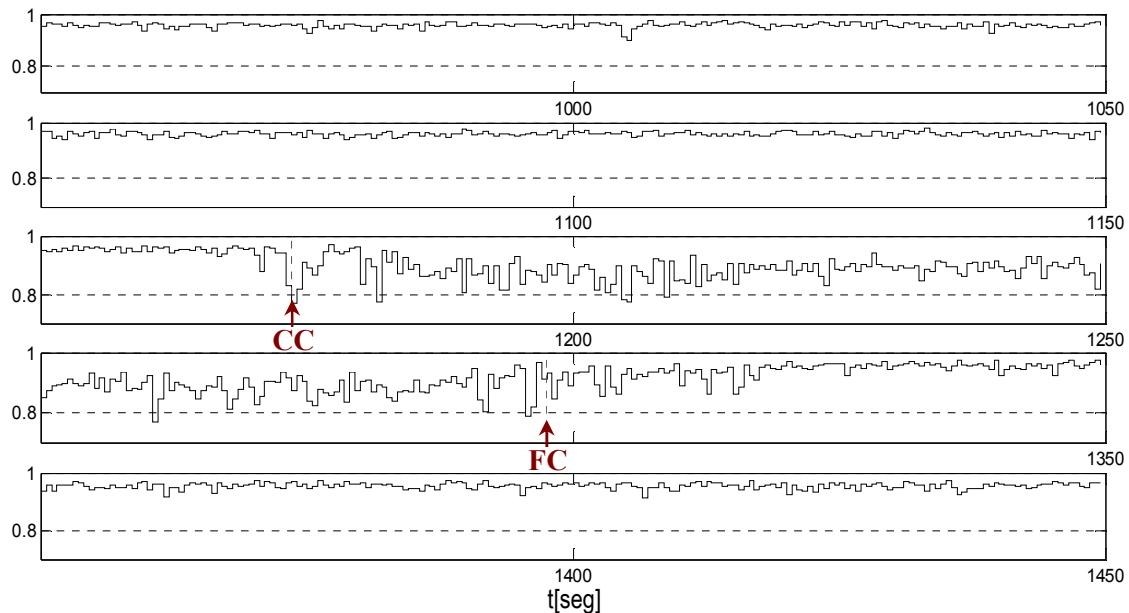


Figura 6.11: SE del registro de la figura 6.10. Parámetros de cálculo:  $w=0,5\text{seg}$  sin solapamiento. Las líneas verticales a trazos indican el comienzo y finalización de la crisis.

Los resultados obtenidos muestran que la SE tiene un valor cercano a 1 y con poca variación mientras que el paciente se encuentra en estado de reposo, mientras que durante la crisis dicho valor disminuye y se hace más variante.

#### 6.4.1 Detección de crisis epiléptica

SE-Se utilizó para detectar las crisis epilépticas el detector descripto para el ritmo alfa. Los parámetros de cálculo utilizados para las estimaciones de entropía fueron los de la figura 6.11, mientras que para el detector se utilizó un intervalo de referencia de 6 segundos de duración, al comienzo de los registros.

El resultado obtenido para el ejemplo de la figura 6.11 se muestra en la figura 6.12. En la misma se muestra que con esta técnica se detecta la crisis en cuanto la señal comienza a ordenarse, incluso algunas décimas de segundos antes que la marca del especialista, en el instante en que aparece la primera espiga al igual que con la TW. Una vez finalizada la crisis la señal de EEG mantiene cierto orden hasta que vuelve a su estado de reposo.

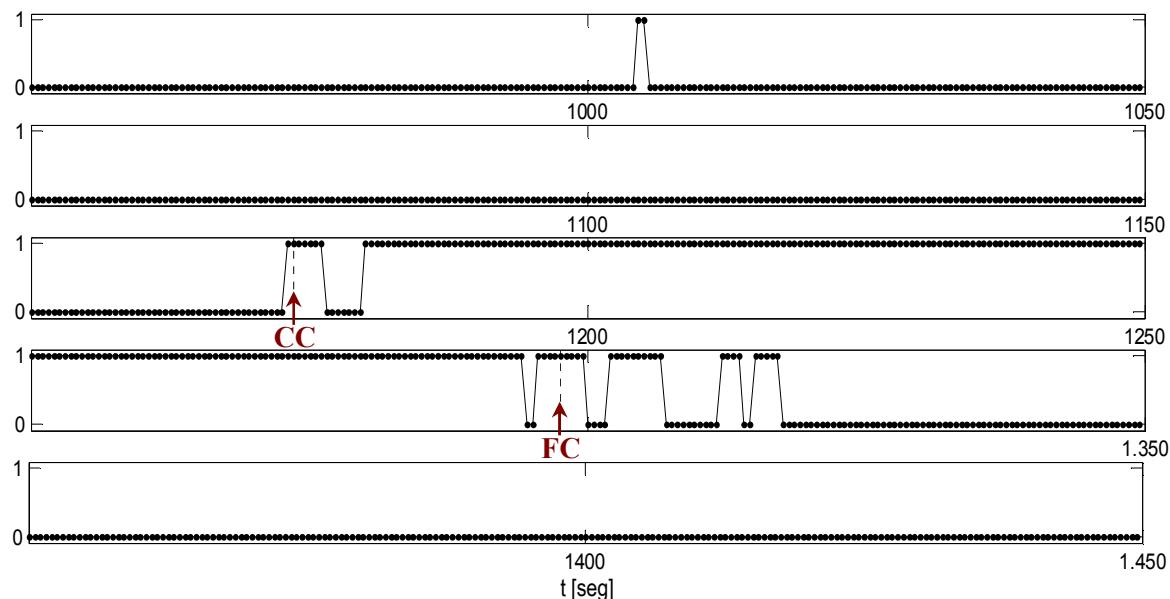


Figura 6.12: Detección de crisis epilépticas mediante la técnica de SE aplicada al registro de la figura 6.10. Parámetros de cálculo iguales a los de la figura 6.11. Umbral de detección igual al valor medio más  $3\sigma$  e intervalo de referencia igual a los primeros 6 segundos del registro. Las líneas verticales a trazos indican el comienzo y finalización de la crisis.

#### 6.4.2 Detección de crisis epiléptica utilizando la SE de Tsallis

Al igual que para el caso de detección de ritmo alfa, se puede aplicar el detector basado en la entropía espectral de Tsallis al registro con crisis epiléptica.

En la figura 13 se presentan los resultados de detección utilizando la  $SE_q$  para distintos valores del índice entrópico, aplicada al registro de la figura 6.10. Utilizando igual intervalo de referencia para el cálculo del umbral de detección que para la SE. Se incluye además el resultado obtenido mediante la SE. En el procesamiento se utilizaron ventanas temporales de un segundo sin solapamiento y como referencia los primeros 10 segundos del registro.

Nuevamente se observa en los resultados que el detector basado en la  $SE_q$  varía su sensibilidad al variar el valor del parámetro  $q$ , observándose un aumento de la sensibilidad con el valor de  $q$  y una disminución de la especificidad. Por otro lado, como es de esperar la entropía de Tsallis se aproxima a la de Shannon para valores cercanos a uno del índice entrópico  $q$ .

Finalmente, se observa que nuevamente para este caso, los falsos positivos que se obtienen con la técnica se presentan luego de la crisis, y en consecuencia son de importancia relativa.

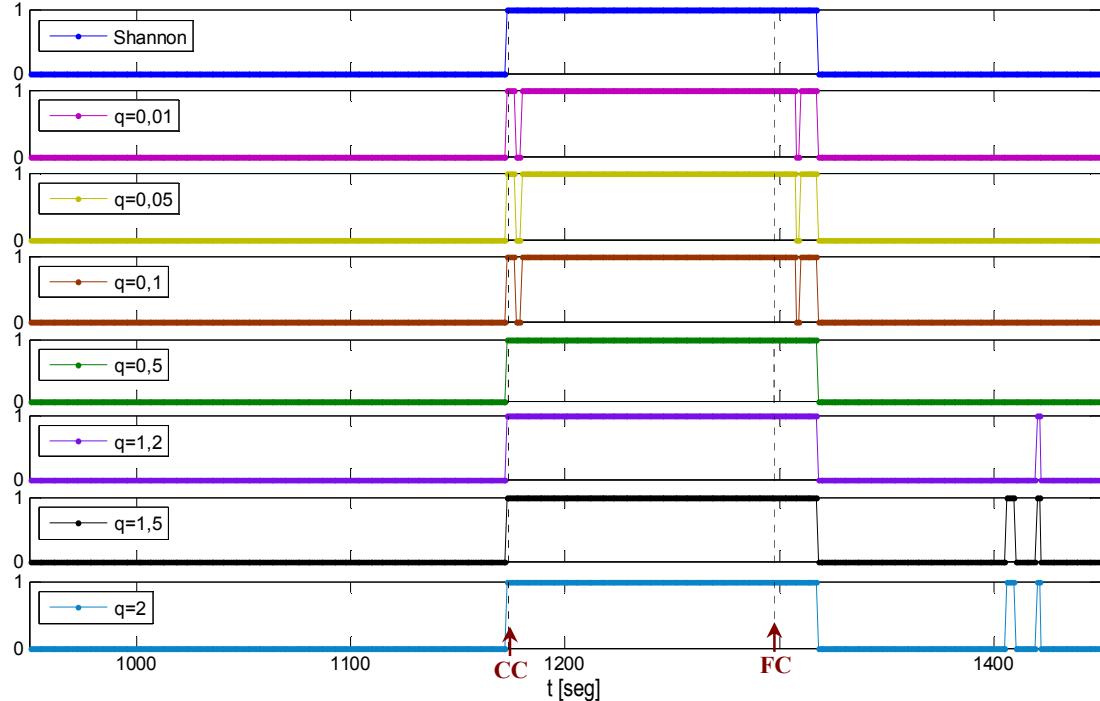


Figura 6.13: Detección de crisis epiléptica mediante las técnicas de SE y  $SE_q$  para diferentes valores de  $q$ , aplicadas al registro de la figura 6.10. Parámetros de cálculos iguales a los anteriores. Las líneas verticales a trazos indican los instantes de comienzo y finalización de crisis.

## 6.5 Variación de los resultados con los parámetros de cálculo

Para el cálculo de la SE es necesario definir a priori dos parámetros: la duración de las ventanas y el solapamiento entre ventanas. Para utilizar el detector basado en la SE, además de dichos parámetros es necesario elegir un intervalo de inactividad para utilizar como referencia.

Es posible realizar una elección adecuada de los parámetros que entran en juego en el cálculo de la SE utilizando la información previa que se posee del evento a detectar. Además se debe tener en cuenta la relación de compromiso existente entre las resoluciones temporal y frecuencial: a mayor longitud de ventana mejor resolución frecuencial y peor resolución temporal.

Por otra parte, a medida que aumenta la longitud de la ventana se obtiene una mejor estimación de la SE, gracias a que se cuenta con un mayor número de muestras, pero la tasa de muestreo del estimador de entropía disminuye con la duración de la ventana, además de aumentar con el solapamiento.

Como se analizó en el capítulo anterior, para abarcar el ritmo alfa se necesitan ventanas temporales de al menos 0,125, que en principio es una resolución un tanto excesiva para el evento bajo estudio. Mientras que durante una crisis epiléptica el aumento de energía se manifiesta en una banda más ancha de frecuencias y la ventana mínima debe ser del orden del segundo si se desea detectar las ondas más lentas de la crisis; sin embargo en este caso la resolución de la técnica es crucial por lo que se prefieren ventanas temporales un poco menores, ya que aumentar la resolución temporal a partir del solapamiento aumenta también la carga computacional de la técnica.

Si bien se ha utilizado toda la información anterior para elegir en forma adecuada los parámetros, obteniéndose una buena tasa de detección, es de interés conocer la robustez del detector ante variaciones de los parámetros en juego. Por este motivo se repitió el procesamiento de los EEG utilizando diferentes valores de  $w$ ,  $d$  y de la referencia, para analizar cómo responde el detector ante cambios de los parámetros. De este análisis se obtuvo como resultado que el detector basado en la SE se mantiene robusto con la variación de los diferentes parámetros de cálculo. Incluso para diferentes elecciones de intervalo de referencia. La TDE en cambio, es altamente dependiente del intervalo de referencia elegido (ver Apéndice E).

---

## 6.6 Conclusiones

---

En el presente capítulo se estudió el procesamiento de las señales de EEG mediante la técnica de Entropía Espectral y la aplicación de detectores basados en dicha técnica aplicados a la detección de los diferentes eventos neuronales propuestos en la tesis.

Los resultados obtenidos reflejaron una mejora mediante el procesamiento con SE frente a la utilización de la TDE, en la detección de ritmo alfa y crisis epilépticas. Se verificó que la SE se mantiene robusta frente a variaciones en la amplitud de la señal de *background*, característico en

---

señales de EEG, y que en cambio disminuye en forma marcada cuando la señal se ordena por la aparición de un ritmo cerebral preponderante o una crisis epiléptica.

Es interesante remarcar que la técnica detecta el mayor orden de la señal, e incluso sirve para detectar la presencia de alguna frecuencia preponderante frente a las demás, pero mediante su aplicación no se obtiene ninguna información respecto de cuál es dicha frecuencia. Por lo tanto la SE no permite distinguir entre diferentes ritmos, o bien entre el ritmo y algún otro fenómeno que se manifieste a una cierta frecuencia (por ejemplo un potencial evocado).

Por otro lado se debe tener en cuenta que el filtrado de la señal la ordena espectralmente, por lo que la técnica se vuelve menos robusta. Incluso si se utilizan filtros demasiado angostos, la técnica detectará el orden a lo largo de todo el registro.

Finalmente se aplicó la técnica de entropía espectral utilizando la entropía generalizada de Tsallis, a esta técnica se la denominó  $SE_q$ . Mediante la utilización de la entropía generalizada se elimina la función logaritmo de la definición de entropía, lo que puede ser de utilidad a la hora de realizar el procesamiento en tiempo real. Más allá de esta característica, no se obtuvo ninguna mejora en las aplicaciones propuestas, respecto de la de Shannon. Sin embargo se encontró que el parámetro entrópico puede utilizarse como ajuste de la sensibilidad y especificidad de la técnica.

# **7 Conclusiones**

---

## **7.1 Conclusiones**

---

En el trabajo de tesis se realizó un estudio de las características y comportamiento de señales de EEG frente a diferentes estados y tareas mentales y se evaluaron distintas técnicas de procesamiento para su detección. Estas técnicas se implementaron y probaron sobre registros de EEG que contienen eventos como movimientos de dedos de la mano, estados de relajación visual y crisis epilépticas.

Para la implementación de las técnicas con ritmo cerebrales, reproduciendo técnicas descriptas en la bibliografía, se debieron adquirir registros propios. En estos ensayos se realizaron diferentes experimentos, probando distintos paradigmas y equipos de medición.

Se aplicaron distintos métodos de procesamiento a señales de EEG, y los resultados fueron similares los obtenidos en diferentes grupos de trabajo. En algunos casos se propusieron e implementaron mejoras tendientes a adaptar las técnicas a las aplicaciones específicas propuestas en la tesis, como las interfaces cerebro-computadora.

Sobre los registros de EEG se aplicaron técnicas de análisis tiempo-frecuencia, haciendo especial hincapié en la Transformada Wavelet, que fue aplicada utilizando diferentes familias wavelets. Mediante la aplicación de la TW, fue posible detectar en forma separada las diferentes fases o etapas de una crisis epiléptica, como así también el ritmo cerebral alfa, separándolo de

---

otros procesos neuronales que se manifiestan en rangos de frecuencias diferentes.

Se propuso e implementó una modificación a la técnica de detección propuesta en (D'Attellis *et al.*, 1997), que se adapta a aplicaciones *on line*. Mediante la técnica modificada combinada con una etapa de suavizado, se obtuvo mayor sensibilidad y robustez a expensas de una disminución de la resolución temporal.

Por otro lado, se propuso una técnica de cómputo del ERD y ERS basada en las WP, que contempla la no estacionariedad de las señales mediante una modificación en la forma de cálculo de la potencia de referencia. Con esta adaptación se obtuvieron resultados concordantes con los de Pfurtscheller (Pfurtscheller *et al.*, 1998; Pfurtscheller y Lopes da Silva, 1999) sin necesidad de realizar un pre-procesamiento de la señal y utilizando los registros completos, aún aquellas realizaciones que presentaban artefactos.

Se aplicaron diferentes técnicas de estimación de entropía para el procesamiento de las señales bajo estudio, concluyendo que mediante la TDE se obtiene una medida del orden de la señal dependiente de la amplitud y por lo tanto no es apta para las aplicaciones propuestas en la tesis. Tanto la ApEn como la SE mostraron ser estimadores de la entropía más adecuados para las aplicaciones propuestas en la tesis. Mediante ambas estimaciones se obtuvo un valor de entropía que disminuye con el orden de la señal, manteniéndose robusta frente a los cambios en su amplitud. La SE además se obtiene mediante un algoritmo matemáticamente simple y computacionalmente eficiente y es en consecuencia más adecuada que la ApEn para aplicaciones en tiempo real.

Una de las principales dificultades para la detección es la correcta caracterización del estimador utilizado. Esta dificultad se presenta a causa de la gran variabilidad de las señales de EEG, ya sea entre sujetos o incluso para un mismo sujeto en distintos momentos, estados o condiciones de adquisición. Como consecuencia, para obtener un detector robusto, puede ser necesario "entrenar" al clasificador o incluso actualizar dicha caracterización a lo largo de la detección.

---

El desarrollo del trabajo de Tesis fue muy enriquecedor en el aspecto formativo, tanto en la temática específica del procesamiento digital de señales y su aplicación a las señales de EEG, como también en distintas áreas del conocimiento directamente relacionadas. En particular lo fue el estudio de las señales de EEG, sus características y variaciones debido a diferentes eventos y patologías, como así también los conocimientos adquiridos respecto a la adquisición de las señales de EEG.

## 7.2 Líneas abiertas

---

A partir del desarrollo de la presente tesis, surgieron diferentes temas en los que se planea trabajar en el futuro.

En primer lugar queda pendiente la realización del estudio estadístico de los resultados. Para ello se prevé obtener una mayor cantidad de registros, y de mayor número de voluntarios, para procesarlos con las diferentes técnicas propuestas en la tesis y así obtener una generalización de los resultados.

Por otro lado, se abren dos líneas principales a partir de la tesis, una orientada al procesamiento de señales para su aplicación en BCI's y la otra en referencia a la detección de crisis epilépticas. En ambos casos la principal línea abierta es la implementación en tiempo real de las diferentes técnicas

En el caso del procesamiento orientado a BCI's, se planea continuar con la línea de trabajo comenzada para ritmos motores, en búsqueda de la aplicación de técnicas de clasificación que no pierdan robustez con la presencia de interferencia o artefacto, lo que garantiza la implementación de BCI's que funcionen adecuadamente en un ambiente real.

Con respecto a las señales de EEG con crisis epilépticas el gran desafío es la detección temprana de la crisis. Para ello será necesario procesar gran número de registros en búsqueda de precursores de crisis adecuados, y la aplicación de las diferentes técnicas de procesamiento en búsqueda de aquellas que permitan discriminarlos adecuadamente.

Finalmente existen en la actualidad un amplio abanico de técnicas que quedan por examinar en búsqueda de aquellas que se ajusten mejor al compromiso existente entre capacidad de detección/clasificación y

---

simplicidad algorítmica, que redundará en el bajo costo computacional buscado.

# Apéndice A: Principio de Incertidumbre

---

## A.1. Duraciones efectivas de una señal.

---

La duración efectiva de una señal temporal  $s(t)$  de norma unitaria, se define como (Papoulis, 1977):

$$D_t^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (t - t_0)^2 |s(t)|^2 dt \quad (\text{A.1})$$

En dónde  $t_0$  es el punto de potencia mitad. A  $D_t$  también se lo conoce como incertidumbre o resolución temporal y representa el grado de localización temporal de la energía de  $s(t)$ .

De igual manera se puede definir la duración espectral efectiva como:

$$D_f^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (f - f_0)^2 |\hat{s}(f)|^2 df \quad (\text{A.2})$$

En este caso,  $f_0$  es la frecuencia de potencia mitad y  $D_f$  mide la localización en frecuencia de la energía de la misma señal. La resolución en tiempo y en frecuencia de la SFT queda definida por la duración efectiva temporal y espectral de los átomos tiempo-frecuencia utilizados.

## A.2. Principio de Incertidumbre

---

Variando los parámetros de la función, se puede hacer que la duración efectiva temporal o la frecuencial sean tan pequeñas como se deseé. Sin embargo ambas resoluciones no son independientes y al mejorar una se

pierde degrada inevitablemente la otra inevitablemente la otra. El principio de incertidumbre fija el valor mínimo que se puede obtener del producto de ambas resoluciones:

$$D_f D_t \geq 1/4\pi \quad (\text{A.3})$$

El caso límite en que (A.3) se cumple con la igualdad se da para la función Gaussiana, es decir que presenta máxima resolución.

## Apéndice B: Algoritmo Rápido de Mallat

---

Es un algoritmo que permite calcular la descomposición Wavelet de manera rápida utilizando un banco de filtro por octavas. Consiste en calcular en forma iterativa los coeficientes escala y wavelet del primer nivel de descomposición, para luego a partir de los coeficientes escala, calcular nuevamente coeficientes escala y wavelet del próximo nivel. En cada nivel se deciman las secuencias en dos para mantener el número total de datos.

### B.1. Ecuación de Dilación

---

La función de escala  $\phi(t) \in V_0 \subseteq V_{-1}$ , se puede desarrollar como combinación lineal de las funciones  $\{\phi_{-1k}(t)\}$  base del espacio  $V_{-1}$ :

$$\phi(t) = \sum_n h_0(n) \cdot 2^{-\frac{1}{2}} \phi(2t - n) \quad (\text{B.1})$$

La ecuación (B.1) se conoce como Ecuación de Dilación y es una expresión recursiva para la obtención de  $\phi(t)$ . Los coeficientes  $h_0(k)$  corresponden a un filtro pasabajos, ya que las señales pertenecientes al espacio de funciones  $V_0$  presentan frecuencias menores que aquellas del espacio  $V_{-1}$ .

La clave en el análisis multiresolución es la ecuación (B.1). Si existe solución que la satisface entonces se garantiza que existe la sucesión de espacios con bases  $\{\phi_{jk}(t); \forall j, k \in \mathbb{Z}\}$  que cumplen las cinco condiciones para la existencia de análisis multiresolución.

## B.2. Ecuación Wavelet

---

De la misma forma que para la ecuación de dilación, se puede obtener una expresión de la función wavelet  $\psi(t)$  teniendo en cuenta que  $\psi(t) \in W_0 \subseteq V_{-1}$ , y que entonces se puede expresar en función de las funciones base  $\{\phi_{-1k}(t)\}$ .

$$\psi(t) = \sum_n h_1(n) \cdot 2^{-\frac{1}{2}} \phi(2t - n) \quad (\text{B.2})$$

En este caso el filtro  $h_1$  es un filtro pasa-altos, que selecciona las altas frecuencias del espacio  $V_{-1}$ .

Es interesante el hecho de que el análisis multirresolución se puede construir tanto a partir de los espacios  $V_j$ , de la función escala como también a partir de los filtros  $h_0$  y  $h_1$ . Las diferentes características (soporte, ortogonalidad, suavidad, etc.) de las funciones  $\phi(t)$  y  $\psi(t)$ , y en consecuencia de los subespacios escala y wavelet, quedan determinados a partir de las características de los filtros  $h_0$  y  $h_1$ .

## B.3. Algoritmo de Mallat

---

Dada una señal  $f(t) \in V_0$  y teniendo en cuenta que  $V_0 = V_1 \oplus W_1$ , la función se puede escribir tanto a partir de las funciones base  $\{\phi_{0k}(t)\}$  como también de  $\{\phi_{1k}(t)\}$  y  $\{\psi_{1k}(t)\}$ :

$$f(t) = \sum_k c_0(k) \cdot \phi_{0k}(t) = \sum_k c_1(k) \cdot \phi_{1k}(t) + \sum_k d_1(k) \cdot \psi_{1k}(t) \quad (\text{B.3})$$

Existe una relación entre los coeficientes escala y aproximación del nivel 1 de descomposición, con los coeficientes escala del nivel cero. El algoritmo de Mallat utiliza dicha relación para realizar el cálculo de los coeficientes de cualquier nivel de descomposición en forma recursiva.

A partir de las ecuaciones (B.1) y (B.2), haciendo el cambio de variable  $t = t' - k$  y  $n = l - 2k$  se obtiene:

$$\begin{aligned}
 \phi(t' - k) &= \sum_n h_0(n) \cdot 2\phi(2(t' - k) - n) \\
 &= \sum_l h_0(l - 2k) \cdot 2\phi(2t' - l) \\
 &= \sum_l h_0(l - 2k) \cdot \phi_{-l}(t')
 \end{aligned} \tag{B.4}$$

De igual forma:

$$\begin{aligned}
 \psi(t' - k) &= \sum_n h_1(n) \cdot 2\phi(2(t' - k) - n) \\
 &= \sum_l h_1(l - 2k) \cdot \phi_{-l}(t')
 \end{aligned} \tag{B.5}$$

Multiplicando ambos lados de las igualdades por  $f(t)$  e integrando:

$$\begin{aligned}
 \int \phi(t - k) f(t) dt &= \int \left[ \sum_l h_0(l - 2k) \cdot \phi_{-l}(t) \right] f(t) dt \\
 c_0(k) &= \sum_l h_0(l - 2k) \cdot \left[ \int \phi_{-l}(t) f(t) dt \right] \\
 c_0(k) &= \sum_l h_0(l - 2k) c_{-l}(k)
 \end{aligned} \tag{B.6}$$

$$\begin{aligned}
 \int \psi(t - k) f(t) dt &= \int \left[ \sum_l h_1(l - 2k) \cdot \phi_{-l}(t) \right] f(t) dt \\
 d_0(k) &= \sum_l h_1(l - 2k) c_{-l}(k)
 \end{aligned} \tag{B.7}$$

Las expresiones (B.6) y (B.7) brindan ecuaciones para obtener los coeficientes del nivel cero de descomposición a partir de los coeficientes escala del nivel anterior. Mediante esta técnica se evita resolver las integrales necesarias para obtener las proyecciones de la función  $f(t)$  sobre los espacios  $\phi_0(t)$  y  $\psi_0(t)$ , en cambio se obtienen dichos coeficientes como salida de los filtros digitales  $h_0$  y  $h_1$ , cuando a la entrada se colocan los coeficientes escala del nivel anterior de descomposición. Los filtros PB y PA ( $h_0$  y  $h_1$ ) son aquellos que se utilizaron en las ecuaciones escala (B.1) y wavelet (B.2) para determinar las funciones escala y wavelet madre respectivamente.

Generalizando estas fórmulas se obtienen las ecuaciones recursivas (B.8) y (B.9), que permiten el cálculo de los coeficientes escala y wavelet de cualquier nivel de descomposición a partir de los coeficientes escala del nivel anterior (StrangyNguyen, 1996), y de los filtros digitales  $h_0$  y  $h_1$ .

$$c_j(k) = \sum_l h_0(l-2k) c_{j-1}(k) \quad (\text{B.8})$$

$$d_j(k) = \sum_l h_1(l-2k) c_{j-1}(k) \quad (\text{B.9})$$

Las ecuaciones (B.8) y (B.9) determinan una técnica rápida de cálculo de los coeficientes wavelet de cualquier señal que pertenezca al espacio de funciones  $V_0$ . Esta técnica es conocida como Algoritmo Rápido de Mallat, o Transformada Wavelet Rápida (FWT), y se aplica mediante un banco de filtros por octavas.

La figura B.1 muestra el banco de filtros necesario para realizar una descomposición wavelet de tres niveles y la posterior reconstrucción e la señal. En la misma *Pre* es un pre-filtro que se utiliza para asegurar que la entrada al banco pertenezca al espacio de funciones  $V_0$ . Mientras que *Post* es un post-filtro incluido para recuperar la señal original.  $H'_0$  y  $H'_1$  son los filtros pasa-bajos y pasa-altos duales de  $H_0$  y  $H_1$ , que para el caso de wavelets ortogonales coinciden con éstos.

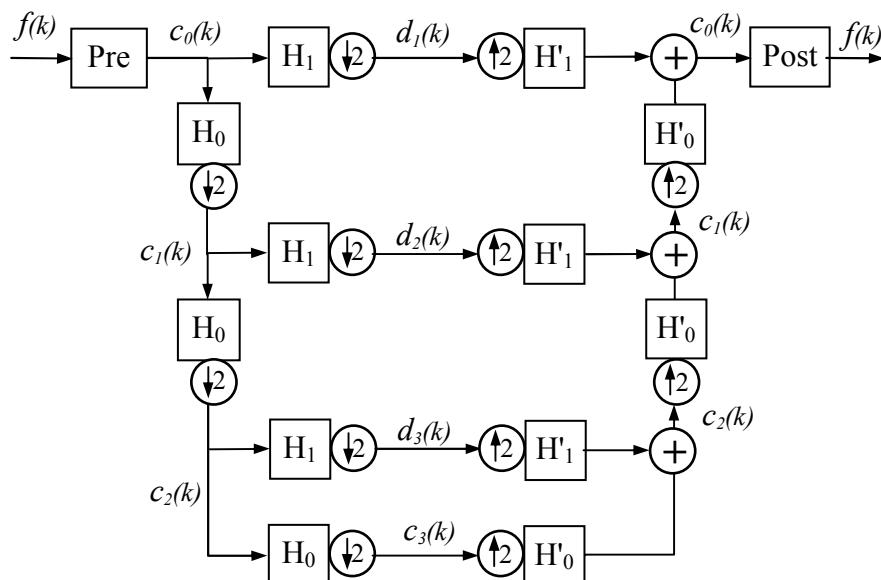


Figura B.1: Banco de filtros por octavas utilizado para realizar una descomposición wavelet de tres niveles.

## **Anexo C: Variación en la detección con los parámetros de cálculo - Entropía Espectral**

---

Para la elección de los parámetros de cálculo de la entropía espectral se utilizó el conocimiento previo que se posee de los eventos a detectar, obteniéndose resultados alentadores tanto en la detección de ritmo alfa como en detección de crisis epiléptica. Sin embargo es de interés analizar cómo varían los resultados si se modifican dichos parámetros.

Partiendo del cálculo de entropía espectral con ventanas temporales de 0,5 segundos para el caso del ritmo alfa y 1 segundo en la detección de crisis epilépticas y ventanas no solapadas, se fueron variando ambos parámetros para analizar cómo se modifica la tasa de detección.

### **C.1. Variación con la longitud de la ventana**

---

En detección de ritmo alfa la longitud de ventana temporal mínima teórica es de 0,125 segundos. Sin embargo en la práctica es aconsejable utilizar ventanas algo mayores para asegurar que abarque un ciclo completo del ritmo, cada vez que éste esté presente. Se realizó el procesamiento del mismo registro de EEG, variando la longitud de la ventana entre 250 y 1250 milisegundos, utilizando ventanas no solapadas y como referencia los primeros 4 segundos de inactividad en cada período de actividad alfa.

En la figura A1 se muestra cómo varía la detección del ritmo alfa con la duración de la ventana. El registro de EEG utilizado es el mismo que se muestra en el capítulo 6.

En la figura se observa que para las ventanas temporales mayores la resolución temporal empeora. En consecuencia la detección se encuentra retardada a aquellas correspondientes a ventanas temporales menores, más allá de este retardo inherente a la resolución temporal de la técnica, se detecta el ritmo alfa en forma adecuada. Para el caso de ventana temporal menor se obtienen algunos falsos negativos.

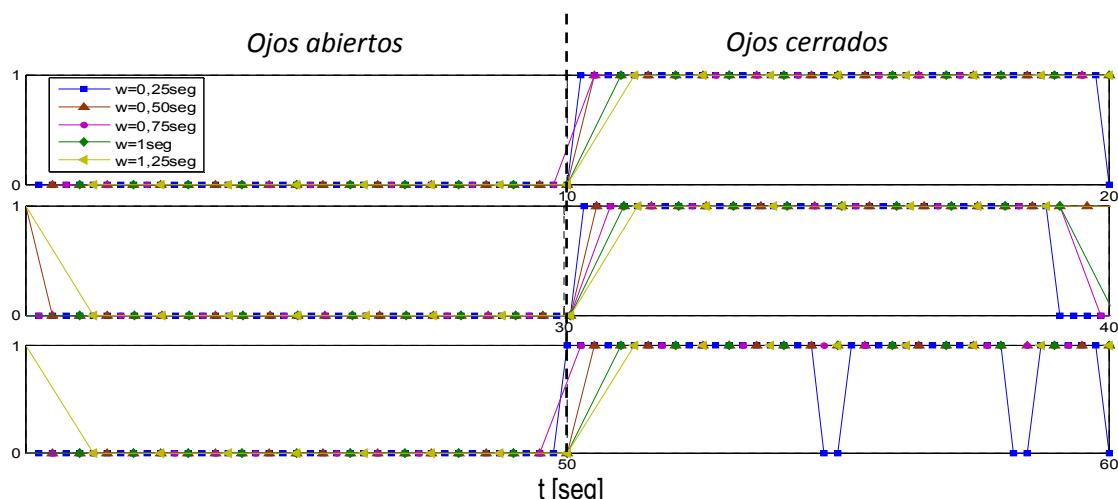


Figura C1: Variación de la detección de ritmo alfa mediante SE, con la la longitud de ventana. Intervalo de referencia: los 4 segundos iniciales de cada intervalo de inactividad. Las líneas punteadas indican los instantes en que se cierran los ojos.

Para la detección de crisis epilépticas deben utilizarse ventanas de mayor duración que en detección de ritmo alfa. Si se desea detectar las ondas más lentas de la crisis, correspondientes a las ondas conocidas como espiga y onda lenta (*spikes and slow wave* o simplemente *spikes and wave*) la longitud de la ventana mínima es del orden del segundo, sin embargo las primeras manifestaciones de las crisis son las espigas, de mayor frecuencia que las ondas lentas que conforman las “*spikes-waves*”, en consecuencia ventanas temporales algo menores también pueden ser utilizadas. En este caso se utilizaron ventanas temporales de duración entre 500 y 1500 milisegundos, sin solaparse y como referencia los primeros 10 segundos del registro, durante los que el paciente se encuentra en estado de reposo.

Los resultados se muestran en la figura A2. En este caso nuevamente la duración de la ventana no afecta la performance de detección. Para las diferentes longitudes de las ventanas se detecta correctamente el comienzo de la crisis. Para las ventanas menores, como es de esperar, aparecen algunos

falsos negativos, producidos porque para estas duraciones de ventana no es posible abarcar completamente las ondas lentas de la crisis.

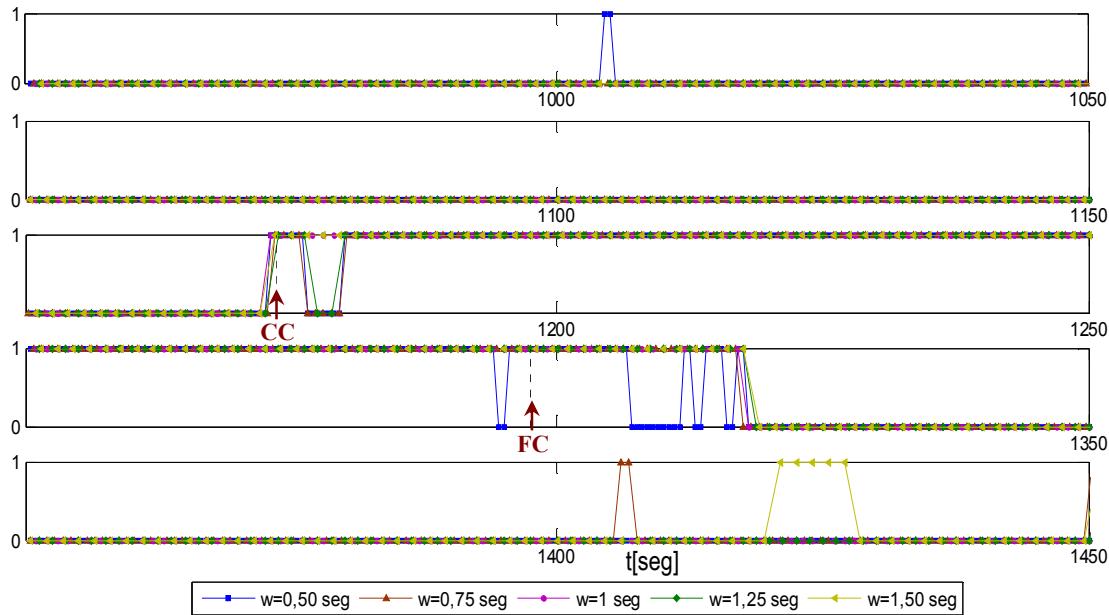


Figura C2: Variación de la detección de crisis epiléptica mediante SE con la longitud de ventana. Intervalo de referencia: los primeros 10 segundos del registro. Las líneas verticales a trazos marcan el comienzo y finalización de una crisis epiléptica.

## C.2. Variación con el solapamiento

El solapamiento entre ventanas y la longitud de la misma determinan la tasa de muestreo del estimador de entropía, tanto para el caso de la entropía espectral como para la clásica. Sin embargo no modifica la resolución del estimador. A mayor solapamiento entre ventanas más estimaciones de entropía por segundo se obtendrán, mejorando la visualización, la tasa de muestreo aumentará, pero las muestras estarán muy correlacionadas entre si y su capacidad de detección de eventos no se modificará significativamente. Para mayores solapamientos se obtienen más muestras del estimador y el procesamiento se vuelve más pesado.

En la figura A3 se muestra el resultado de procesar el registro de EEG con ritmo alfa, para diferentes solapamientos entre ventanas. En todos ellos se utilizó 0,5 segundos de duración de ventana e iguales intervalos de referencia

que para el caso anterior. En la figura se puede ver cómo efectivamente el solapamiento elegido no afecta al el resultado de la detección.

Para el caso del registro con crisis epiléptica se detecta el comienzo de la crisis para todos los valores de solapamiento utilizados. Para los solapamientos mayores se alcanza a detectar algún precursor de la crisis, esto tiene que ver con que para esos valores de solapamiento alguna de las ventanas alcanzó a abarcar un precursor completo.

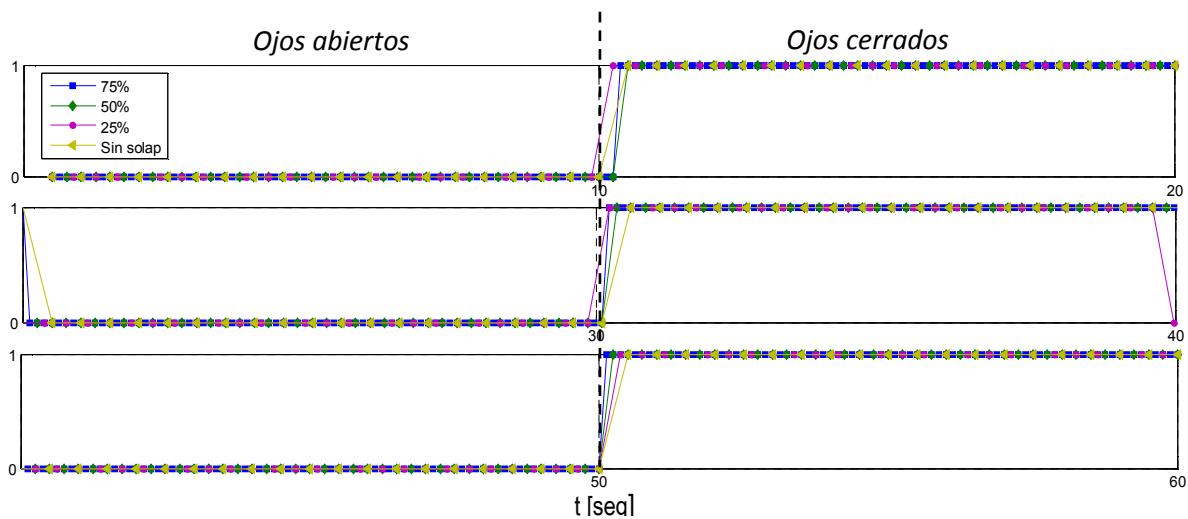


Figura C3: Variación en la detección de ritmo alfa mediante SE con el solapamientos, con ventanas temporales de 0,5 segundos. Resto de los parámetros igual la figura C1.

### C.3. Variación con la elección del intervalo de referencia

Al igual que para el caso de los parámetros de cálculo de la entropía, es de interés conocer si la detección del evento bajo estudio se verá afectada por la elección del intervalo de referencia utilizado.

La detección basada en entropía clásica es altamente dependiente del intervalo de referencia elegido, al menos en aquellos registros con ruido de fondo elevado o en los que la amplitud aumenta debido a otros procesos neuronales distintos de lo que se desean detectar. Un ejemplo en el que se presenta este inconveniente al utilizar la TDE es el registro de EEG con ritmo alfa utilizado en los procesamientos anteriores y en el capítulo 6.

La entropía espectral en cambio, utiliza la información espectral de la señal. En consecuencia mientras que no haya presente procesos neuronales que tengan su energía bien localizada en frecuencia, la elección del intervalo de referencia no afectará la detección.

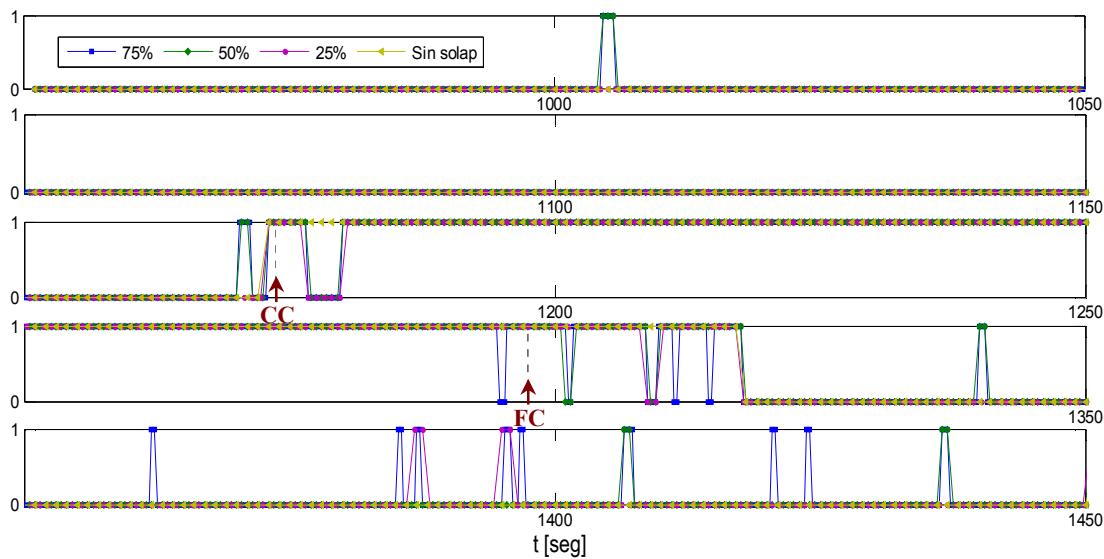


Figura C4: Detección de crisis epiléptica mediante SE variando el solapamiento, ventanas temporales de 1 segundo. Resto de los parámetros iguala la figura C2.

Para corroborar dicha afirmación se realizaron el procesamiento de los registros de EEG para diferentes intervalos de referencia. En la figura A5 se muestra cómo se modifica la detección cuando varía la longitud de los intervalos de referencia, dejando fijo el inicio de los mismos y cuando lo que varía es el instante inicial de dicho intervalo, permaneciendo fija su duración en 4 segundos.

La detección del ritmo alfa no se ve afectada por variaciones de la longitud del intervalo de referencia utilizado y solo manifiesta alguna variación con respecto a los resultados anteriores, para el tercer intervalo apertura y cierre de los ojos, al variar el instante inicial del intervalo de referencia. Este efecto es menos notorio cuando los intervalos de apertura y cierre de los ojos son más prolongados, debido al efecto que produce en las señales electroencefalográficas la preparación de un evento.

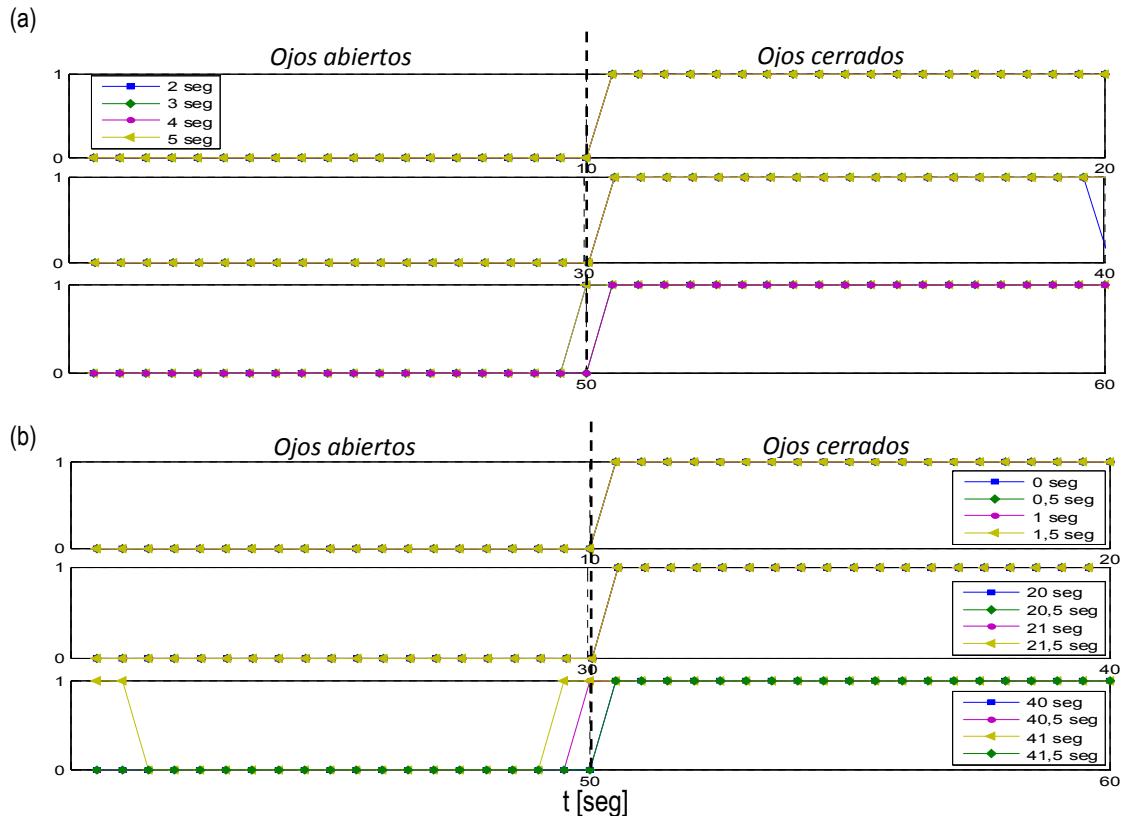


Figura C5: Detección de ritmo alfa mediante SE para diferentes intervalos de referencia. (a) Variando la longitud del intervalo, a partir del instante inicial de cada intervalo de inactividad. (b) Variando el inicio del intervalo y manteniendo la duración de 4 segundos.

El registro con crisis epiléptica presenta, previo a la crisis, un período de inactividad de mayor duración, durante el cual el paciente se encuentra en estado de reposo y relajación. En este caso, y dada la condición favorable de mayor tiempo sin inactividad, la elección del intervalo de referencia no modifica la performance en la detección. Este resultado se muestra en la figura A6, en la que se observa que para grandes variaciones de la referencia, tanto en la duración como en el comienzo de la misma, la detección de la crisis no se ve afectada.

Los resultados presentados muestran que la detección mediante SE es robusta frente a cambios en los diferentes parámetros de cálculo. Quedó de manifiesto que la utilización de solapamiento no brinda ventajas significativas en el tiempo de detección y sin embargo aumentan la cantidad de operaciones necesarias en el procesamiento, volviéndolo más lento y pesado. Finalmente se observó que el intervalo de referencia tampoco modifica el

resultado de la detección, siempre y cuando se utilice un intervalo en el que no haya actividad del tipo que se desea detectar, y preferentemente se encuentre algunos segundos separado de dicha actividad.

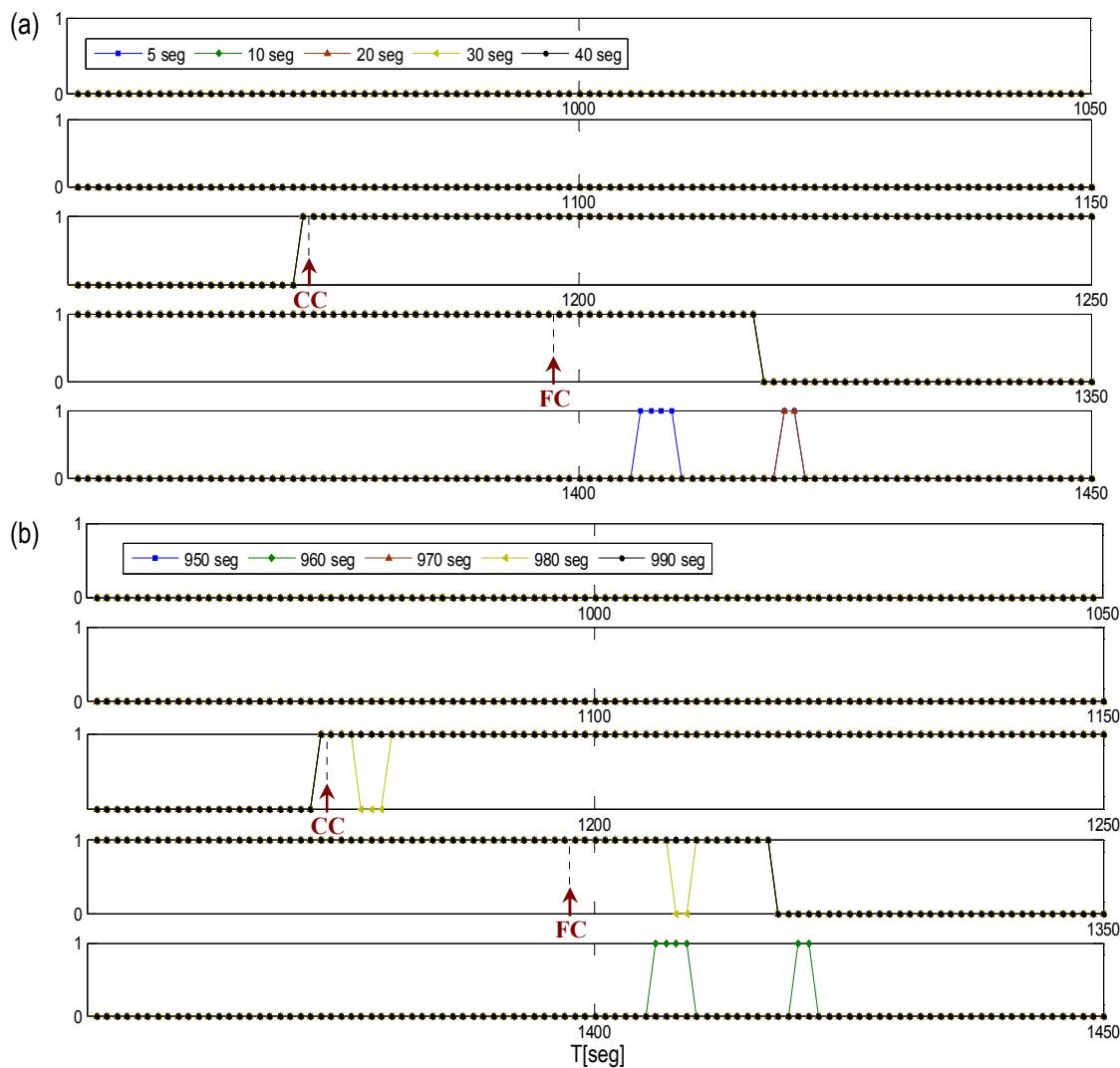


Figura C6: Detección de crisis epiléptica para diferentes intervalos de referencia. (a) Variando la longitud de los intervalos, siempre al inicio del registro. (b) Variando el comienzo de los intervalos de referencia, de 10 segundos de duración. Resto de los parámetros igual a la figura A2 y A4.



## Bibliografía

---

- Abásolo D., Hornero R., Espino P., Poza J., Sánchez C., de la Rosa R., (2005). Analysis of regularity in the EEG background activity of Alzheimer's disease patients with Appoximate Entropy. *Clin. Neurophysiol.*, vol. 116, 1826-1834.
- Abásolo D., Hornero R., Espino P., Escudero J. (2007). Electroencephalogram Background Activity Characterization with Approximate Entropy and Auto Mutual Information in Alzheimer's Disease Patients. *Proc. of the 29th Ann. Inter. Conf. of the IEEE EMBS*, Lyon, France, pp. 6191-6194.
- Ahmad Mirzaei, Ahmad Ayatollahi, Parisa Gifani, Leili Salehi. (2010). EEG Analysis Based on Wavelet-Spectral Entropy for Epileptic Seizures Detection. *3<sup>rd</sup> Int. Conf. on Biomed. Eng. and Informat. BMEI 2010*, pp. 878-882.
- Ali Hossam Shoeb (2009). Application of machine learning to epileptic seizure onset detection and treatment. *Thesis for the degree of Ph.D. in Electrical and Medical Engineering*, Massachusetts Institute of Technology, September 2009.
- American Clinical Neurophysiology Society. (2006). Guideline 5: Guidelines for Standard Electrode Position Nomenclature. *Journ. of Neurosci. Meth.*, vol. 153, pp. 163-182.
- Andreassi J.L., Psychophysiology: Human Behavior & Physiological Response, capítulo 3. Routledge, 5<sup>ta</sup> edición, 2006.
- Andrew C., Pfurtscheller G.(1996). Event-related coherence as a tool for studying dynamic interaction of brain regions. *Electroenceph. and Clin. Neurophysiol.*, vol.98, Nº 2, pp. 144-148.
- Bermúdez Andrea, Spinelli Enrique, Muravchik Carlos. (2011). Detección de eventos en señales de EEG mediante Entropía Espectral. *Ann of XVIII Congr. Arg. de Bioing. y VII Jor. de Ing. Clin.*, 28 al 30 de Sept de 2011, Mar del Plata - Argentina.
- Bezerianos A., Tong S., Thakor N. (2003). Time-dependent entropy estimation of EEG Rhythm changes following brain ischemia. *Ann. of Biomed. Eng.*, vol. 31, pp. 221-232.

- Bianchi A.M., Foffani G., Cerutti S., Babiloni C., Rossini P.M., Carducci F., Babiloni F., Cincotti F. (2001). Time frequency analysis and spatial filtering in the evaluation of beta ERS after finger movement. Procc. of the 23rd Ann. Int. Conf. of the IEEE EMBS, October 25-28, Istanbul, Turkey.
- Bing-Fei Wu, Kun-Ching Wang. (2005). Robust Endpoint Detection Algorithm Based on the Adaptive Band-Partitioning Spectral Entropy in Adverse Environments. *IEEE Trans. on Speech And Audio Process.*, vol. 13, Nº 5, pp. 762-75.
- Blanco S., D'Attellis C., Isaacson S., Rosso O., Sirne R. (1996). Time-frecuency analysis of electroencephalogram series. II. Gabor and wavelet transforms. *Physical ReviewE.*, vol 54, Nº 6, pp. 6661-6672.
- Blanco S., Figliola A., Quian Quiroga R., Rosso O., Serrano E. (1998). Time-frecuency analysis of electroencephalogram series. III. Wavelet packets and information cost function. *Physical Review E.*, vol. 57, Nº1, pp. 932-940.
- Botero Suárez Claudia; Erich Talamoni Fonoff; Mario Alonso Munoz G; Antonio Carlos Godoi; Gerson Ballester; Francisco Javier Ramírez-Fernández. (2010). Wavelet Transform and Cross-Correlation as Tools for Seizure Prediction. Procc Of 32nd Ann. Intern. Conf. of the IEEE EMBS. 4020-23.
- Cacioppo J.T., Tassinary L.G., Bernston G.G., Handbook of Psychophysiology, capítulo 4. Cambridge University Press, 3<sup>ra</sup> edición, Cambridge, 2007.
- Capurro A., Diambra L., Lorenzo D., Macadar O., Martin M.T., Mostaccio C., Plastino A., Rofman E., Torres M.E., Velluti J. (1998). Tsallis entropy and cortical dynamics: the analysis of EEG signals. *Phys A*, vol. 257, pp. 149-155.
- Capurro A., Diambra L., Lorenzo D., Macadar O., Martin M.T., Mostaccio C., Planstino A., Pérez J., Rofman E., Torres M.E., Velluti J. (1999). Human brain dynamics: the analysis of EEG signals with Tsallis information measure. *Phys. A*, 265, pp. 235-254.
- Cebeiro J., Urcola MJ Y Craiem D. (2009). Estimación de la Profundidad Anestésica Basada en Índices Espectrales. Ann of XVII Congr. Arg. de Bioing., 14 al 16 de Oct. de 2009.
- Chon Ki, Scully, C., Sheng Lu. 2009. Approximate Entropy for all Signals. *IEEE EMB Mag*, vol. 28, Nº 6, pp 18-23.
- Cohen A., Kovacevic J. (1996). Wavelets: the Mathematical Background. *Proc. of the IEEE*, vol. 84, Nº 4, pp. 514-522.
- Cover T.M., Thomas J.A. (1991). Elements of Information Theory. (capítulos 2 y 9). New York: John Wiley & Sons, Inc, 1991. ISBN 0-471-06259-6.
- D'Attellis C., Isaacson S., Sirne R. (1997). Detection of epileptic events in electroencephalograms using wavelet analysis. *Ann. of Biomed. Eng.*, vol. 25, pp. 286-293.

- Daubechies I. (1992). Ten lectures on wavelets. CBMS-NSF Regional Conf. Series in Ap. Math., SIAM, 61, 194-202.
- Deng Wang, Duoqian Miao, Chen Xie. (2011). Best basis-based wavelet packet entropy feature extraction and hierarchical EEG classification for epileptic detection. *Exp. Syst. with Appl.*, vol. 38, pp. 14314–14320.
- Derambure P., Defebvre L., Dujardin K., Bourriez, J., Jacquesson J., Destee A. y Guieu J. (1993). Effect of aging on the spatio-temporal pattern of event-related desynchronization during a voluntary movement. *Electroenceph. and Clin. Neurophysiol.*, vol. 89, Nº 3, pp. 197-203.
- Dewan E. (1967). Occipital alpha rhythm eye position and lens accommodation. *Nature*, Nº 214, pp. 975-977.
- Gabor D. (1946). Theory of Communication. Part 1: The analysis of information. *Journ. of the Inst. of Elect. Eng.*, vol. 93, Nº 26, pp. 429-457.
- Gamero L.G., Plastino A., Torres M.E. (1997). Wavelet analysis and nonlinear dynamics in a nonextensive settings. *Phys. A*, vol. 246, pp. 487-509.
- Garcés, A., Laciár, E., Orosco, L., Gómez, M. E., Otoya, R., Jané, R. (2009). An Energy-Based Detection Algorithm of Epileptic Seizures in EEG Records. *Proc. of the 31st Ann. Inter. Conf. of the IEEE EMBS*, Minneapolis, Minnesota, USA, September 2-6, 2009, pp. 1384-1387.
- García P., M. Haberman y E. Spinelli (2009). Plataformas de Hardware para Interfaces Cerebro Computadora. En: II Jornadas Argentinas sobre Interfaces Cerebro-Computadora JAICC 2009, Paraná, Argentina.
- Gigola S., Ortiz F., D'Attellis C.E., Silva W., Kochen S. (2004). Prediction of epileptic seizures using accumulated energy in a multiresolution framework. *Journ. of Neurosc. Meth.*, vol. 138, pp. 107–111.
- Graps Amara. (1995). An Introduction to Wavelets, *Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc.*
- Hara, Junko; Shankle, William R.; Musha, Toshimitsu (1999). "Cortical Atrophy In Alzheimer's Disease Unmasks Electrically Silent Sulci And Lowers EEG Dipolarity". *IEEE Trans. On Biomed. Eng.*, vol. 46, Nº 8, pp. 905-910.
- Hari R. y Salmelin R. (1997). Human cortical oscillations: a neuromagnetic view through the skull. *Trends Neuroc.*, vol. 20, Nº 1, pp. 44-49.
- Hemant Misra, Shajithlkbal, Hervé Bourlard y Hynek Hermansky. (2004). Spectral Entropy Based Feature for Robust ASR. *Proc. of IEEE Acoust. Speech and Sign. Proc., ICASSP'04*, vol. 1, 193-6.
- Hemant Misra, Shajith lkbal, Sunil Sivadas, Hervé Bourlard (2005). Multiresolution Spectral Entropy Feature for Robust ASR. *Proc. of IEEE Int. Conf. on Acoust. Speech and Sign. Proc., ICASSP'05*, vol. , pp. 253-255.

- Inouye T, Shinosaki K, Sakamoto H, Toi S, Ukai S, Iyama A, Katsuda, Hirano M. (1991). Quantification of EEG irregularity by use of the entropy of the power spectrum. *Electroenceph. and Clin. Neurophysiol.*, vol. 79, Nº3, pp. 204-10.
- Jasper, H.H. (1958). The ten-twenty electrodes system of the International Federation, *Electroenceph. and Clin. Neurophysiol.*, vol. 10, pp. 371-375.
- Kannathal N, Rajendra Acharya, Min Lim Choo, Sadasivan PK. (2005). Characterization of EEG - A comparative study. *Comp. Meth. and Progr. in Biomed.*, vol. 80, pp. 17-23.
- Keirn Z. y AunonJ. (1990). EEG based system for rapid on-off switching without prior learning. *IEEE Trans. on Biomed. Eng.*, vol. 37, Nº 12, pp. 1209-1214.
- Kennel Matthew B.; Reggie Brown; Henry D. I. Abarbanel (1992). Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction. *Phys. Rev. A*, vol. 45, Nº 6, pp. 3403-3411.
- Kennel Matthew B.; Henry Abarbanel (2002). False neighbors and false strands: A reliable minimum embedding dimension algorithm. *Phys. Rev. E*, vol. 66, 026209.
- Kirkup L, et al. (1997). EEG bsed system for rapid on-off switching without prior learning. *Med. and Biol. Eng. and Comput.*, vol.35, pp. 504-509.
- Li Yong, Zhang Shengxun. (1996). Apply Wavelet Transform to Analyse EEG Signal. Proc. of the IEEE EMB 18<sup>th</sup> Ann. Conf., Amsterdam, pp.1007-1008.
- Liang-Sheng Huang y Chung-ho Yang. (2000). A novel approach to robust speech endpoint detection in car environments. 2000. Proc. of IEEE Acoust. Speech and Sign. Proc., ICASSP'00, vol. 3, pp. 1751-4.
- Lopes da Silva F.H. (1991). Neural mechanisms underlying brain waves: from neural membranes to networks. *Electroenceph .and Clin. Neurophysiol.*, vol. 79, pp 81-93.
- Lopes da Silva F.H., Pfurtscheller G. (1999). Basic concepts on EEG synchronization and desynchronization. In: Event-Related Desynchronization. Handbook of Electroencephalography and Clinical Neurophysiol. Editors: Pfurtscheller G. y Lopes da Silva F.H. Amsterdam, pp. 3-11.
- Lu S., Chen X., Kanters J.K., Solomon I.C., Chon K.H. (2008). Automatic selection of the threshold value r for approximate entropy. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 55, Nº 8, pp. 1966-1972.
- Mallat S. (1999). A wavelet tour of signal processing. Academic Press, 2º Ed.
- Martín J.L., Palazuelos S., Boquete L., Mazo M., Provencio D. (2002). Estudio de la Transformada de Fourier y La Transformada Wavelet como Herramienta de Análisis y Clasificación de Señales EEG. Dep. de Electr. Escuela Politécnica. Universidad de Alcalá.

- Martin M.T.; Plastino A.R.; Plastino A. (2000). Tsallis-like information measures and the analysis of complex signals. *Phys. A*, vol. 275, pp. 262-271.
- Mohd Hafidz Abdullah; Jafri Malin Abdullah; Mohd Zaid Abdullah. (2012). Seizure Detection by Means of Hidden Markov Model and Stationary Wavelet Transform of EEG Signals. *Proc. IEEE-EMBS Conf. on Biomed. and Health Inform.* Hong Kong y Shenzhen, China, 62-65.
- Neuper C., Pfurtscheller G. (1999). Motor imagery and ERD. *Handbook of Electroenceph. and Clin. Neurophysiol., Event Related Desynchronization*, vol. 6, G. Pfurtscheller y F.H. Lopes da Silva, Eds., pp. 303-325. Elsevier, Amsterdam,
- Neuper C., Pfurtscheller G. (2001). Event-related dynamics of cortical rhythms: frequency-specific features and functional correlates. *Int. Jour. of Psychophysiol.*, vol. 43, pp. 41-58.
- Neuper C., Reinhold S., Wriessnegger S., Pfurtscheller G. (2009). Motor imagery and action observation: modulation of sensorimotor brain rhythms during mental control of brain-computer interface. *Clin. Neurophysiol.*, vol. 120, pp. 239-247.
- Niedermeyer E.; Lopes da Silva F.H. (2004). *Electroencephalography: basic principles, clinical applications, and related fields*. Lippincott Williams & Wilkins, 5ta edición.
- Niro J., Manso J., Ballina F., Periolo S., D'Atellis C., Ponce S., Barroso M., Anessi C., Kochen S. (2007). Development of a neurostimulator for studies of epileptic crisis. *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 90, 012032.
- Ocak Hasan (2009). Automatic detection of epileptic seizures in EEG using discrete wavelet transform and approximate entropy. *Exp. Syst. with Appl.*, vol. 36, pp. 2027-2036.
- Oppenheim, A.V. y Schafer R.W. (1989). *Discrete-Time Signal Processing*, Prentice-Hall, pp. 730-742.
- Papoulis A. (1977). *Signals Analysis*. Mc. Graw-Hill, May 1977.
- Pardey J., Roberts S., Tarassenko L. (1996). A review of parametric modeling techniques for EEG analysis. *Med. Eng. Phys.*, vol. 18, Nº1, pp. 2-11.
- Percival D., Walden A. (2000). *Wavelet Methods for Time Series Analysis. Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics*. Cambridge University Press.
- Pfurtscheller G., Aranibar A. (1977). Event-related cortical desynchronization detected by power measurements of scalp EEG. *Electroenceph. and Clin. Neurophysiol.*, vol. 42, Nº 6, pp. 817-826.

- Pfurtscheller G. (1992). Event-related synchronization (ERS): an electrophysiological correlate of cortical areas at rest. *Electroenceph. and Clin. Neurophysiol.*, vol. 83, Nº 1, pp. 62-69.
- Pfurtscheller G. (1997). On the origin of post-movement beta oscillation in EEG of man. *Biomed. Techn.*, vol. 42, pp. 171-173.
- Pfurtscheller G., Neuper C. (1997). Motor imagery activates primary sensorimotor area in humans. *Neurosc. Lett.*, vol. 239, pp. 65-68.
- Pfurtscheller G., Neuper C., Andrews C., Edlinger G. (1997). Foot and hand area mu rhythms. *Int. Jour. of Psychophysiol.*, vol. 26, pp 121-135.
- Pfurtscheller G., Kalaudek K., Neuper C. (1998). Event-related beta synchronization after wrist, finger and thumb movement. *Electroenceph. and Clin. Neurophyisiol.*, vol. 109, pp. 154-160.
- Pfurtscheller G., Lopes da Silva F.H. (1999). Event-related EEG/MEG synchronization and desynchronization: basic principles. *Clin. Neurophysiol.*, vol. 110, pp. 1842-1857.
- Pfurtscheller G., Pichler-Zlaudek K., Neuper C. (1999). ERD and ERS in voluntary movement of different limbs. *Handbook of Electroenceph. and Clin. Neurophysiol., Event Related Desynchronization*, vol. 6. G. Pfurtscheller and F.H. Lopes da Silva, Eds., pp. 245-268. Elsevier, Amsterdam, Holanda, 1999.
- Pincus S.M. (1991). Approximate entropy as a measure of system complexity. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA, Mathematics*, vol. 88, pp. 2297-2301.
- Pincus S.M., Keefe DL. (1992). Quantification of hormone pulsatility via an approximate entropy algorithm. *Am J. Physiol. (Endocrinol. Metab.)*, vol. 17, pp. 89-94.
- Pincus S.M. (1995). Approximate entropy (ApEn) as a complexity measure. *Chaos*, vol. 5, Nº1, pp. 110-117.
- Pincus S.M. (2001). Assessing serial irregularity and its implication for health. *Ann. NY Acad. Sci.*, 2001, vol. 954, pp. 245-267.
- Quian Quiroga R., Arnhold J., Lehertz K., Grassberger P. (2000). Kulback -Leibler and renormalized entropies: Applications to electroencephalograms of epilepsy patients. *Phys. Rew. E*, vol. 62, Nº 6, pp. 8380-8362.
- Rajendra Acharya U.; Faust O.; Kannathal N.; TjiLeng Chua; Swamy Laxminarayan. (2005). Non-linear analysis of EEG signals at various sleep stages. *Comp. Meth. and Progr. in Biomed.*, vol. 80, pp. 37-45.
- Rezek I A y Roberts S J. (1998). Stochastic Complexity Measures for Physiological Signal Analysis. *IEEE Trans. on Biomed. Eng.*, vol. 45, Nº 9, 1186-1191.

- Ross Michael y Pawlina Wojciech. (2006). Histology. A text and Atlas with correlates cell and molecular biology. 5<sup>th</sup> Edition. Lippincott Williams & Wilkins, Inc. EE.UU.
- Rosso O.A., Martin M.T., Plastino A. (2005). Evidence of self-organization in brain electrical activity using wavelet-based informational tools. *Phys. A*, vol. 347, pp. 444–464.
- Rosso O., Martin M.T., Figliola A., Keller K., Plastino A. (2006). EEG analysis using wavelet-based information tools. *Journal of Neuroscience Methods*, vol. 153, pp. 163-182
- Sartoretto F. y Ermani M. (1999). Automatic detection of epileptiform activity by single-level wavelet analysis. *Clin. Neurophysiol.*, vol. 110, pp. 239-249.
- Shoeb Hossam Ali. (2009). Application of machine learning to epileptic seizure onset detection and treatment. Tesis de doctorado, Massachusetts Institute of Technology, Septiembre de 2009.
- Siew Cheok, Paramesran Raveendran (2009). Enhanced  $\mu$  Rhythm Extraction Using Blind Source Separation and Wavelet Transform. *IEEE Trans. on Biomed. Eng.*, vol. 56, N° 8, pp. 2014-2034.
- Sleigh J., Steyn-Ross D., Steyn-Ross M., Grant C. y Ludbrook G. (2004). Cortical entropy changes with general anaesthesia: theory and experiment. *Physiol. Meas.*, vol. 25, 921-34.
- Spinelli E.M., (2000). Interfaces para control cerebral, capítulo 2. Tesis de Magíster, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata.
- Stark Hans-Georg. (2010). Wavelets and Signal Processing: An Application-Based Introduction. New York. Springer, 2010.
- Strang Gilbert, Nguyen Truong. (1996). Wavelets and Filter Banks. Wellesley-Cambridge Press. Capítulo 2 y capítulo 6.
- Tapan Gandhi; Bijay Ketan Panigrahi; Sneh Anand. (2011). A comparative study of wavelet families for EEG signal classification. *Neurocomput.*, vol. 74, pp. 3051-3057.
- Tatum William O., Husain Aatif M., Benbadis Selim R. y Kaplan Peter W. (2008). Handbook of EEG interpretation. Demos Medical Publishing, LLC.
- Thakor N., Paul J., Tong S., Zhu Y., Bezerianos A. (2001). Entropy of Brain Rhythms: Normal versus Injury EEG. *Proc. of the 11th IEEE Sign. Proc. Worksh. on Stat. Sign. Proc.*, pp. 261-264.
- Toro C., Deuschl G., Thatcher R., Sato S., Kufta C. y Hallett M. (1994). Event-related desynchronization and movement-related cortical potentials on the ECoG and EEG. *Electroenceph. and Clin. Neurophysiol.*, vol.93, N°5, pp. 380-389.

- Torres M.E.; Gamero L.; D'Attellis C. (1995). A Multiresolution entropy approach to detect epileptic form activity in EEG. *Procc. of 1995 IEEE Workshop on nonlinear signals and image proc.*, vol II, pp. 791-794, Ed. I. Pitas.
- Torres M.E.; Gamero L.; D'Attellis C. (1995b). Pattern Detection in EEG using multiresolution entropy. *Lat. Am. Appl. Res.*, vol. 25, pp. 53-57.
- Torres M.E., Gamero L., D'Attellis C. (1996). Detection of changes in Nonlinear Dynamical Systems using Multiresolution Entropy. *INRIA Rapp. de Rech.*, Prog. 5, 2812.
- Torres M.E.; Gamero L. (2000). Relative complexity changes in times series using information measures. *Phys. A*, vol. 286, pp. 457-473.
- Torres M.E., Añino M.M., Schlotthauer G. (2003). Automatic detection of slight parameter changes associated to complex biomedical signals using multiresolution q-entropy. *Med. Eng. & Phys.*, vol. 25, pp. 859–67.
- Tsallis C. (1988). Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics. *Journal of Statistical Physics*, vol. 52, Nº 1-2, pp. 479-487.
- Übeyli Elif Derya, Gül İlbay, Deniz Şahin, Nurbay Ateş. (2008). Discrete Wavelet Transform for Analysis of Spike-Wave Discharges in Rats. *30<sup>th</sup> Ann. Int. IEEE EMBS Conf.*, Vancouver, Canada, pp. 4680-. 4683.
- Unser M., Aldroubi A., Eden M. (1992). On the Asymptotic Convergence of E-Spline Wavelets to Gabor Functions. *IEEE Trans. on Inform Theory*, vol. 38, Nº2, pp. 864-872.
- Unser M., Aldroubi A., Eden M. (1993). A family of polynomial spline wavelet transforms. *Sign. Proc.*, vol. 30, pp. 141-162.
- Unser M., Aldroubi K. (1996). A review of wavelets in biomedical applications. *Proc. of the IEEE*, vol. 84, Nº 4, pp. 626-638.
- van Burik M., Knösche T., Edlinger G., Neuper C., Pfurtscheller G., Peters M. (1998). Post-movement beta oscillations studied with linear estimation. *Electroenceph. and Clin. Neurophysiol.*, vol. 106, Nº 3, pp. 195-198.
- Van Winsum W., Sergeant J., Geuze R. (1984). The functional significance of event-related desynchronization of alpha rhythm in attentional and activating tasks. *Electroenceph. and Clin. Neurophysiol.*, vol. 58, Nº 6, pp. 519-524.
- Vaughan T., Wolpaw J., Donchin E. (1996). EEG-Based communication: Prospects and Problems, *IEEE Trans. Rehab. Eng.*, vol. 4, Nº 4, pp. 425-430.
- Wei-Xing He, Xiang-Gou Yan, Xiao-Ping Chen y Hui Liu. (2005). Nonlinear feature extraction of sleeping EEG signals. *Proc. of the IEEE EMB 27<sup>th</sup> Ann Conf*, Shanghai, China, 4614-4617.

- Welch, P.D. (1967). The Use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectra: A Method Based on Time Averaging Over Short, Modified Periodograms. *IEEE Trans. Audio Electroacoustics*, vol. 15, pp.70-73.
- Wickerhauser V. (1994). Adapted Wavelet Analysis: from Theory to Software. *IEEE Press and A.K. Peters*. Natick, Massachusetts.
- Wolpan J., Mc Farland D. (1994). Multichannel EEG-based brain-computer communication. *Electroenceph. and Clin. Neurophysiol.*, vol. 78, pp. 252-259.
- Xiaoli Li, Duan Li, Zhenhu Liang, Logan J Voss, Jamie W Sleigh. (2008). Analysis of depth of anesthesia with Hilbert-Huang spectral entropy. *Clin. Neurophysiol.*, vol. 119, pp. 2465–75.
- Xin LI, Wei CUI, Chngwu LI. (2012). Reserch on classification method of wavelet entropy and fuzzy neural networks for motor imagery EEG. *Proc. of 2012 Int. Conf. on Mod., Ident. and Control*. Wuhan, China, June 2012, 478-482.
- Zhang Gexiang, Rong Haina. (2004). Entropy Feature Extraction Approach for Radar Emitter Signals. *Proc. of the 2004 Int. Conf. on Int. Mech. and Autom.*, pp. 621-625.