

ТЕМА: АСИМПТОТИЧНИ НОТАЦИИ, АСИМПТОТИЧНИ
СРАВНЕНИЯ, ДОКАЗАТЕЛСТВА ЗА КОРЕКТНОСТ

Име: Ф№: Група: ..

Задача	1	2	3	4	Макс.
<i>получени точки</i>					
<i>от максимално</i>	20	24	30	26	100

Задача 1: Докажете или опровергайте, че при $n, m \in \mathbb{N}^+$ и $n \geq m$ е в сила

$$\binom{n}{m} = O\left(\frac{n^m}{m^2}\right)$$

Задача 2: Подредете по асимптотично нарастване следните 13 функции:

$$\begin{aligned}
 f_1(n) &= n^n & f_2(n) &= \binom{3n}{2n} & f_3(n) &= \ln n & f_4(n) &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} \\
 f_5(n) &= \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 & f_6(n) &= 3 + \cos n & f_7(n) &= (\lg \lg n)^{\lg \lg n} & f_8(n) &= n + 5 \sin n \\
 f_9(n) &= \sum_{k=2}^n \frac{1}{k} & f_{10}(n) &= n^{3n} & f_{11}(n) &= \sum_{k=2}^{100} \frac{1}{k} & f_{12}(n) &= \sum_{k=1}^{n^2} k \\
 f_{13}(n) &= (\sqrt{n!})^{\sqrt{n!}}
 \end{aligned}$$

Задача 3: Разгледайте функцията `foo`, написана на C.

```
1 int foo(int a, int b) {  
2     int s, t;  
3  
4     a = abs(a);  
5     b = abs(b);  
6  
7     s = 0;  
8     t = a;  
9  
10    do {  
11        s = s + b;  
12        t --;  
13    }  
14    while (t > 0);  
15  
16    return s;  
17 }
```

foo.c

- 5 т. • Какво връща тя?
- 25 т. • Докажете това колкото можете по-формално и прецизно.

Задача 4: Алгоритъмът INSERTION SORT, който разгледахме на лекции, във вътрешния си цикъл отстранява подмасива на $A[1, \dots, i]$, състоящ се от елементите, по-големи от `key`, на една позиция вдясно, по този начин освобождавайки място за слагане на `key` на правилното му място.

- 6 т. • Напишете на псевдокод друга версия на алгоритъма със същия външен цикъл, но друг вътрешен цикъл. Тази модификация на INSERTION SORT не трябва да използва променлива, за да съхранява временно елемента, който е на i -та позиция в началото на изпълнението на външния цикъл, а трябва да слага този елемент на правилното му място в $A[1, \dots, i]$ само с използване на размени на елементи. С други думи, вътрешният цикъл трябва да работи с примитива `swap($A[x]$, $A[y]$)`, където това е функция, работеща във време $O(1)$ и разменяща елементите на позиции x и y в A .
- 20 т. • Докажете коректността на тази модифицирана версия на INSERTION SORT колкото можете по-формално и прецизно.