

F-Praktikum  
Versuch B.1:  
Leitfähigkeit und Halleffekt

Oliver Sandig & Maurizio Roczen  
Mat.-Nr (O. Sandig): 185280  
Mat.-Nr (M. Roczen): 191569  
Versuchsgruppe 2005.03  
Versuchsleiter: Oliver Bierwagen

12. Mai 2005

**Zusammenfassung**

Bei diesem Versuch ging es um die Untersuchung der Temperaturabhängigkeit des Halleffekts sowie des ohmschen Spannungsabfalls anhand eines Quecksilber-Cadmium-Tellurid-Einkristalls. Gearbeitet wurde in einem Temperaturbereich von 55 - 300 Kelvin. Die Probe konnte durch eine Kühlung mit einer geschickten Kombination von flüssigem Stickstoff und gasförmigen Helium erreicht werden, und dann mittels einer Heizung auf die gewünschten Endtemperatur gebracht werden. Die Messwerte wurden mithilfe eines PC und einem Scanner aufgenommen.

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Grundlagen</b>	<b>3</b>
1.1 Aufgabenstellungen . . . . .	3
1.2 Einleitung und Grundlagen . . . . .	4
1.3 Bezeichnungen der Größen . . . . .	4
1.4 Einleitung . . . . .	4
1.5 Der Hall-Effekt . . . . .	5
1.6 Versuchsdurchführung und Aufbau . . . . .	6
1.7 Formeln . . . . .	7
<b>2 Auswertung</b>	<b>9</b>
2.1 Fehlerannahmen . . . . .	9
2.2 Aufgabe 1 -Lesen der Bedienungsanleitungen . . . . .	9
2.3 Aufgabe 2 -Skizze vom Messplatz . . . . .	9
2.4 Aufgabe 3 -Eichung des Elektromagneten . . . . .	10
2.5 Aufgabe 4 -Messung von $U_\rho$ und $U_H$ . . . . .	11
2.6 Aufgabe 5 -Graphische Darstellungen . . . . .	12
2.7 Aufgabe 6 -Eigenleitung und Störstellenerschöpfung . . . . .	13
2.8 Aufgabe 7 -Ladungsträgerkonzentration . . . . .	15
2.9 Aufgabe 8 -Vorzeichenwechsel und Leitungstyp . . . . .	15
2.10 Aufgabe 9 -Breite der verbotenen Zone . . . . .	16
2.11 Aufgabe 10 -Beweglichkeit der positiven Ladungsträger . . . . .	19
2.12 Aufgabe 11 -Beweglichkeit und Impulsrelaxationszeit bei 77 K . . . . .	21
2.13 Aufgabe 12 -Extremwerte der Hallkonstante . . . . .	21
<b>3 Fehlerbetrachtung</b>	<b>22</b>

# 1 Grundlagen

## 1.1 Aufgabenstellungen

1. Machen Sie sich anhand der Bedienungsanleitungen mit den Geräten vertraut.
2. Zeichnen Sie (als Bestandteil Ihres Meßprotokolls) ein Schema der Meßanlage mit allen Ihnen wichtig erscheinenden Details.
3. Eich den Elektromagneten.
4. Messen Sie an einem Halbleiter-Einkristall:
  - a) die Temperaturabhängigkeit des spezifischen elektrischen Widerstandes  $\rho$  im Bereich von 300 K - 55 K
  - b) die Hall-Konstante  $R_H$  in Abhängigkeit von der Temperatur  $T$  im Bereich von 300 K - 55 K bei konstantem Magnetfeld!
5. Stellen Sie graphisch die Abhängigkeiten:  $\ln \rho$ ,  $\ln R_H$  und  $\ln R_H \cdot (300/T)^{-3/2}$  über  $1/T$  dar.
6. An den Kurven sind die Gebiete der Eigenleitung und der Störstellenerschöpfung auszuweisen. Das unterschiedliche Verhalten von  $\rho$  (T) und  $R_H$ (T) im Gebiet der Störstellenleitung und im Übergangsgebiet zur Eigenleitung ist zu erklären.
7. Aus den gemessenen Werten von  $R_H$  im Gebiet der Störstellenerschöpfung ist die Ladungsträgerkonzentration zu bestimmen (bei  $T = 77$  K).
8. Erklären Sie den Vorzeichenwechsel von  $R_H$  (T) bei höheren Temperaturen. Aus dem Verhalten von  $R_H$  im Übergangsgebiet von der Störstellen- zur Eigenleitung ist eine Schlußfolgerung über den Leitungstyp (n- oder p-Leitung) zu ziehen.
9. Aus den Eigenleitungs"geraden" beider Abhängigkeiten  $\ln \rho = f(1/T)$  und  $\ln R_H \cdot (300/T)^{-3/2} = f(1/T)$  ist die Breite der verbotenen Zone (in eV) abzuschätzen.
10. Berechnen Sie die Beweglichkeit  $\mu(T)$  (im Gebiet der Störstellenerschöpfung) und stellen Sie diese Abhängigkeit ( $\lg \mu = f(\lg T)$ ) grafisch dar. Erklären Sie diese Abhängigkeit.
11. Berechnen Sie die Beweglichkeit der Majoritätsladungsträger bei  $T = 77$  K. Schätzen Sie die Impulsrelaxationszeit ab.

12. Bestimmen Sie aus dem Extremwert der Hall-Konstanten  $R_{H_{ext}}$  beim Übergang zur Eigenleitung und aus dem Sättigungswert der Hall-Konstanten  $R_{H_S}$  im Gebiet der Störstellenerschöpfung das Beweglichkeitsverhältnis  $b = \mu_n/\mu_p$  mit Hilfe der Formel

$$b = 1 - 2 \cdot \frac{R_{H_{ext}}}{R_{H_S}} \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{R_{H_S}}{R_{H_{ext}}}} \right) \quad (1)$$

, die für schwache Magnetfelder gültig ist. Versuchen Sie die Herleitung dieser Beziehung aus dem allgemeinen Ausdruck für die Hall-Konstante bei mehreren Trägersorten.

## 1.2 Einleitung und Grundlagen

### 1.3 Bezeichnungen der Größen

Für die in den Formeln auftretenden Größen wurden folgende Bezeichnungen gewählt:

$R_H$	Hallkonstante
$\rho$	spezifischer Widerstand
$B$	Stärke des Magnetfelds
$\mu_n$	Beweglichkeit der Elektronen
$\mu_p$	Beweglichkeit der Löcher
$n$	Konzentration der Elektronen
$p$	Konzentration der Löcher
$U_\rho$	ohmscher Spannungsabfall
$U_H$	Hallspannung
$U_T$	Temperaturspannung
$I_\rho$	Strom der durch den Einkristall fließt
$T$	absolute Temperatur
$E_g$	Breite der verbotenen Zone
$A$	Querschnittsfläche des Einkristalls (senkrecht zur Stromrichtung)
$b$	Breite des Einkristalls: 1,5 mm
$d$	Höhe des Einkristalls: 0,375 mm
$l$	Abstand der Kontakte 3;4 bzw 5;6: 1,4 mm
$e$	Elementarladung: $1,602 \cdot 10^{-19} \text{C}$
$k_b$	Boltzmannkonstante: $1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
$m_e$	Elektronenmasse: $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

### 1.4 Einleitung

Der Halbleiter  $\text{Hg}_{1-x}\text{Cd}_x\text{Te}$ , in der Form von n + p Verbindungen, ist gegenwärtig einer der wichtigsten Halbleitersysteme für Infrarot-Detektoren und Photovoltaikanlagen. Da  $\text{HgCdTe}$  so wichtig ist, ist es erforderlich die

Eigenschaften dieses Materials genau zu kennen. Zudem für viele Anwendungsfälle einkristallines HgCdTe benutzt werden muss. Die Anforderungen an die Ladungsträgerkonzentration sind dabei außerordentlich hoch. Um nun eine genaue Analyse des verwendeten HgCdTe Materials in Bezug auf die Temperaturabhängigkeit der Ladungsträgerkonzentration zu bekommen, bietet sich der Hall-Effekt an.

## 1.5 Der Hall-Effekt

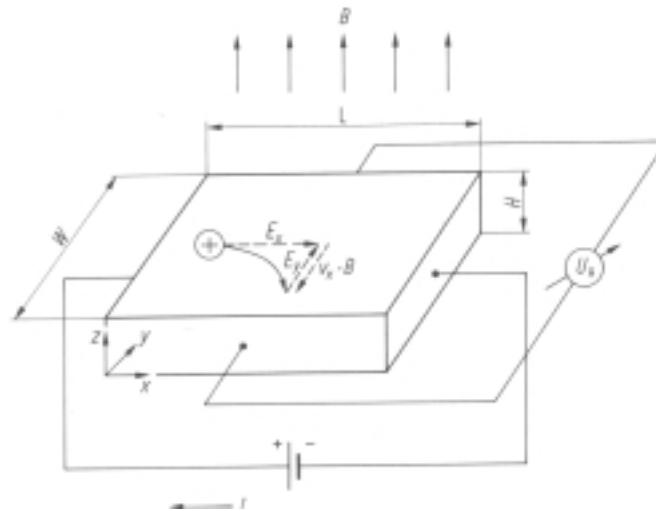


Abbildung 1: Halleffekt an einem p-Halbleiter

Befindet sich die zu untersuchende Probe in einem Magnetfeld  $\mathbf{B}$  und wird durch diese Probe ein Strom  $I$  mit der Stromdichte  $\mathbf{j}$  geschickt, so wirkt die Lorentzkraft

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (2)$$

Wobei  $v$  die Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger bezeichnen soll.

Diese bewirkt nun eine Kraft auf die Ladungen und lenkt sie senkrecht zu  $\vec{v} \times \vec{B}$  ab. Dadurch entsteht auf der einen Seite der Probe ein Ladungsüberschuss und auf der gegenüberliegenden Seite ein Ladungsmangel, durch den sich innerhalb der Probe ein elektrisches Feld  $\mathbf{E}$  aufbaut. Diese Ladungsverschiebung findet solange statt, bis sich das elektrische Feld das magnetische Feld gegenseitig aufheben. Es gilt also:

$$q\vec{v} \times \vec{B} = q\vec{E} \quad (3)$$

Da in unserem Versuch das Magnetfeld senkrecht zur Stromrichtung steht vereinfacht sich das Kreuzprodukt und damit die Gl.(2) zu

$$vB = E \quad (4)$$

Setzen wir für  $E = U_H/b$ , so erhalten wir als Zwischenergebnis für die Driftgeschwindigkeit  $v = U_H/Bd$ .

Erinnern wir uns daran, dass  $I = qnvA$  ist, wobei  $A$  die Fläche  $bl$  ist. Nach ein paar Umformungen kommt man dann auf

$$U_H = \frac{IB}{qnd} \quad (5)$$

wobei  $1/qn$  die sogenannte Hall-Konstante  $R_H$  darstellt. Also ergibt sich für  $U_H$

$$U_H = R_H \frac{I \cdot B}{d} \quad (6)$$

## 1.6 Versuchsdurchführung und Aufbau

Die Hallspannungs- und Widerstandsmessungen wurden mit einem automatischen DC System im Bereich von 55-300K und einem konstanten Magnetfeld der Stärke 0.527 T durchgeführt. Die Probe wurde in einem geschlossenen Kryostaten aufbewahrt. Die Temperatur wurde in 0.2K Schritten mit Hilfe eines Lake Shore Cryotronic DRC-70C Controller erst von ca. 300K auf ca. 59K abgekühlt und dann wieder auf 300K aufgewärmt. Die Temperatur wurde dabei mit einer kalibrierten Si-Diode gemessen. Die Kontrolle der Messung übernahm ein PC.

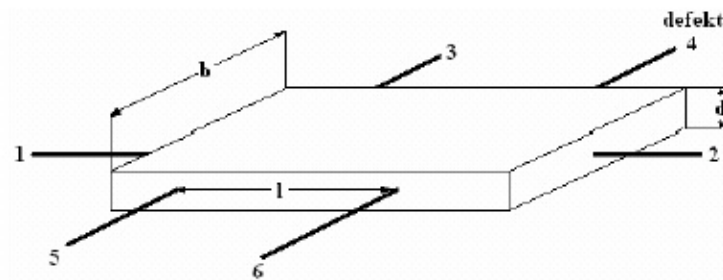


Abbildung 2: Messprobe

Um die Hallkonstante  $R_H$  und  $\rho$  zu bestimmen, haben wir an unser Probe den Spannungsabfall über den Kontakten 4 und 6, sowie über 3 und 4 gemessen. Um ein genaueres Ergebnis für unsere Werte zu erhalten, haben wir den Spannungsabfall einmal in positiver Stromflussrichtung und einmal in negativer Richtung gemessen. Will man  $U_H$  bestimmen, muss man bedenken,

dass andere Störquellen das Messergebnis beeinflussen. Die einzelnen Kontakte stellen ebenfalls einen Widerstand dar, desweiteren können auf Grund der hohen Temperaturdifferenz innerhalb des Stromkreises Thermospannungen auftreten. Um all diese Störquellen weitestgehend zu minimieren, wurde der Spannungsabfall in den zwei Stromrichtungen gemessen. Mit Hilfe der Kirchhoffschen Maschenregel ergibt sich dann für  $U_\rho$ :

$$\begin{aligned} U_{\text{mess}, \rho}^+ &= U_\rho + U_T + IR_3 + IR_4 \\ U_{\text{mess}, \rho}^- &= -U_\rho + U_T + IR_3 + IR_4 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$

$$U_\rho = \frac{U_{\text{mess}, \rho}^+ - U_{\text{mess}, \rho}^-}{2} \quad (7)$$

Die gleichen Überlegungen führen uns zu einer formal selben Gleichung für  $U_H$ .

$$U_H = \frac{U_{\text{mess}, H}^+ - U_{\text{mess}, H}^-}{2} \quad (8)$$

Die Temperatur T lässt sich durch die einfache Beziehung  $U_T \cdot 100$  bestimmen.

$U_T$  ist dabei die Temperaturspannung.

## 1.7 Formeln

Zur besseren Übersicht werden hier nochmal alle wichtigen Formeln zusammengefasst angegeben, auf die im weiteren Verlauf zurückgegriffen wird. Die meisten der Formeln stammen aus [1] und [2]

Für den spezifischen Widerstand eines Körpers gilt die bekannte Beziehung:

$$\rho = \frac{A \cdot R}{l} = \frac{A \cdot U_\rho}{l \cdot I_\rho} \quad (9)$$

wobei in der zweiten Umformung das ohmsche Gesetz verwendet wurde. Man kann auch den spezifischen Widerstand durch die Eigenschaften der Ladungsträger ausdrücken:

$$\rho = \frac{1}{e(p \cdot \mu_p + n \cdot \mu_n)} \quad (10)$$

Die Hallkonstante steht mit der gemessenen Hallspannung im folgenden Zusammenhang:

$$R_H = \frac{U_H \cdot d}{I_\rho \cdot B} \quad (11)$$

$R_H$  ist auch definiert als

$$R_H = \frac{p \cdot \mu_p^2 - n \cdot \mu_n^2}{e(p \cdot \mu_p + n \cdot \mu_n)^2} \quad (12)$$

Bei der Störstellenleitung ist eine der Ladungsdichten gleich 0, und die Formel geht über in:

$$R_H = -\frac{1}{n \cdot e} \quad (13)$$

$$R_H = +\frac{1}{p \cdot e} \quad (14)$$

Das Vorzeichen hängt von der Art der Ladung ab, die transportiert wird.

Im Bereich hoher Temperaturen, was hier beim Einsetzen der Eigenleitung der Fall wäre, gilt nach der Fermiverteilung der Elektronen folgendes für die Elektronendichte:

$$n = C \cdot T^{\frac{3}{2}} \cdot e^{\frac{-E_g}{2k_b T}}$$

wobei  $C$  eine Konstante darstellt. Somit gilt für  $R_H$

$$R_H \propto T^{-\frac{3}{2}} \cdot e^{\frac{E_g}{2k_b T}} \quad (15)$$

Da  $\sigma = \frac{1}{\rho}$  und  $\sigma = n \cdot \mu \cdot e$  gilt

erhalten wir unter der Annahme, dass die Beweglichkeit bei hohen Temperaturen proportional zu  $T^{-\frac{3}{2}}$  ist für  $\rho$ :

$$\rho \propto e^{\frac{-E_g}{2k_b T}} \quad (16)$$

Für die Impulsrelaxationszeit gilt folgende Beziehung:

$$\tau = \frac{\mu \cdot m^*}{e} \quad (17)$$

Hierbei ist  $m^*$  der symmetrische Massentensor. Sofern wir uns innerhalb eines Minimums/ Maximums eines *parabolischen* Bandes befinden, wo die  $E(k)$ -Abhängigkeit in guter Näherung beschreiben werden kann, durch

$$E(k) = E_0 \pm \frac{\hbar^2}{2 \cdot m^*} (\vec{k}^2)$$

lässt sich  $m^*$  durch folgende Gleichung bestimmen:

$$m^* = \frac{\hbar^2}{d^2 E / dk^2}$$

In solch einer Umgebung stellt  $m^*$  eine Konstante ( $m_e$ ) dar.



## 2 Auswertung

### 2.1 Fehlerannahmen

Alle Messwerte wurden in digitaler Form wiedergegeben, was uns zu einer Fehlereinschätzung von etwa  $0.5\% \pm 1$  Digit veranlasste. Bei schwankenden Messwerten (angezeigt durch eine Klammer in der letzten Digitalstelle) wurde von den Werten der Mittelwert gebildet. Während der Messung ergaben sich auch einige schwerwiegende Komplikationen. Zum einen ging uns unser flüssiger Stickstoff aus, so dass sich die Temperatur beim Erreichen von etwa 60 Kelvin sich wieder erhöht hat. Es war erforderlich den das Experiment zu unterbrechen um neuen Stickstoff einzufüllen. Viel schwerwiegender war allerdings, dass sich gleichzeitig herausstellte, dass der Anschluss 6, über den auch  $U_H$  gemessen wurde, nicht mehr funktionierte. Das Problem konnte nur dadurch behoben werden, indem wir  $U_H$  nun über die Anschlüsse 3 und 5 gemessen haben. Anschluss 5 wurde allerdings im Vorfeld als sehr ungünstiger Kontakt (aufgrund des hohen Widerstands) vermieden. Die Werte für  $U_H$  sind also bei der Aufwärmphase mit Vorsicht zu genießen.

### 2.2 Aufgabe 1 -Lesen der Bedienungsanleitungen

Der Versuchsleiter machte uns mit der Bedienung aller Geräte vertraut. Mithilfe der Versuchsanleitung [3] konnten wir alle nötigen Einstellungen des Scanners vornehmen, wodurch eine intensive Studie der Bedienungsanleitung nicht mehr notwendig war.

### 2.3 Aufgabe 2 -Skizze vom Messplatz

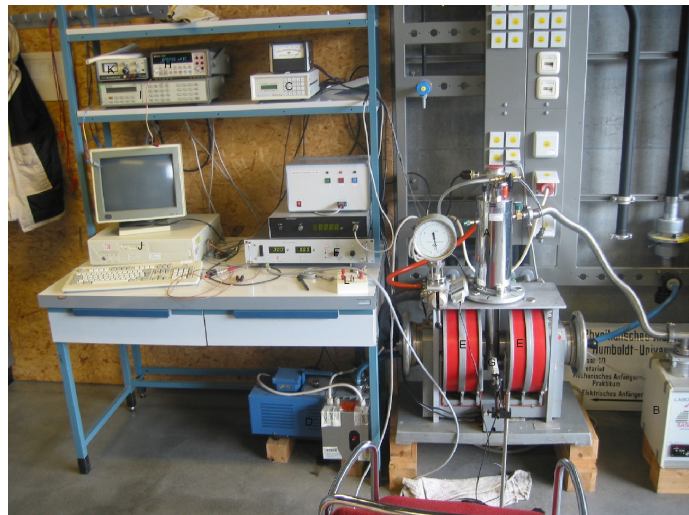


Abbildung 3: Versuchsplatz

Mittels einer Digitalkamera konnten wir ein Bild des Versuchsplatz schießen. Die Bezeichnung der Gerätschaften sowie deren Funktion (sofern sie sich nicht schon selbst beschreiben) wurden der Versuchsanleitung entnommen.

- A) Flüssigstickstoff-Kryostat für variable Temperatureinstellung, Fa. Cryo Industries
- B) Spiromolekularpumpe LABOVAC für das Isolationsvakuum des Kryostaten
- C) Temperaturregler Fa. Lake Shore
- D) Vorvakuumpumpe und Feinvakuum-Meßgerät für das Gashandling
- E) Elektromagnet (Erzeugung eines homogenen Magnetfeldes)
- F) Magnetstromversorgung MSV 4473-60
- G) Hall-Sonde (Messung des Magnetfeldes zur Eichung des Elektromagneten)
- H) Digitalmultimeter hp 34401A
- I) Schaltgerät hp 3488A
- J) PC zur Meßsteuerung und Meßwerterfassung
- K) stromstabilisierte Gleichspannungsquelle hp 6177C
- L) Anschlusskasten

## **2.4 Aufgabe 3 -Eichung des Elektromagneten**

Um den Einfluss der Remanenz auf unsere Halbleiterprobe richtig beurteilen zu können, haben wir vor der Aufnahme der Messreihen die Hysteresekurve des Spulenmagneten aufgenommen. Dabei haben wir den Strom von 0 A bis zu 12 A und wieder zurück zu 0 A in 1 A Schritten variiert. Das haben wir einmal für ein B-Feld in positiv zeigender und einmal für ein B-Feld in negativ zeigender Richtung aufgenommen. Die Stärke des Magnetfeldes wurde dabei mit einer Hall-Sonde, die sich an dem Punkt befand, wo das gemessene Magnetfeld am stärksten war, gemessen.

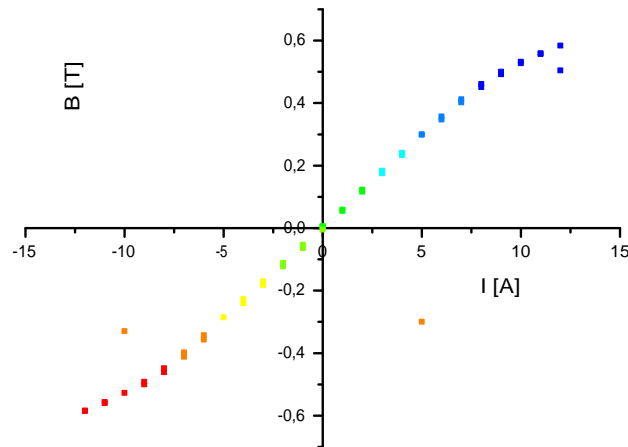


Abbildung 4: Hysteresekurve

An der Grafiken ist sehr gut zu erkennen, dass die Remanez nach dem Ausschalten des B-Feldes vernachlässigbar ist. Demzufolge brauchen wir sie in Zukunft nicht mehr zu berücksichtigen.

## 2.5 Aufgabe 4 -Messung von $U_\rho$ und $U_H$

Durch Widerstandsmessung mit einem Handmultimeter konnten wir den Anschlüssen des Kasten mit den der Probe vergleichen und zuordnen. Nach der Eichung des Elektromagneten wurde die Probe vorsichtig in das Kryostat unter Beachtung, dass die Magnetfeldlinien die Probe senkrecht durchfließen würden eingeschoben. Bevor aber mit der eigentlichen Kühlung angefangen wurde, wurden erstmal  $U_\rho$ ,  $U_T$  und  $U_H$  bei Zimmertemperatur gemessen und jeweils für entgegengesetzte Stromrichtungen. Sinn dieser Übung war es, diese Werte mit dem von den Computer angegebenen Werten vergleichen und somit grobe Messfehler zu vermeiden. Anschließend konnte mit der Abkühlung begonnen werden. Hierzu wurden 2 volle Kanister mit Stickstoff in den Kryostataten eingefüllt. In dem Isolationsraum wurde ein Vakuum eingestellt, so dass kein Wärmetransport von der Umgebung in den Probenraum erfolgen kann. Der gasförmige Stickstoff wurde mit Helium ausgetauscht. Der Computer übernahm mit Hilfe des Schaltgeräts alle Messungen für uns.

Mit Gleichung (9) erhalten wir den Wert des spezifischen Widerstands  $\rho$  und mit Gleichung (11) die Hallkonstante  $R_H$ . Gemessen wurde bei einem Magnetstrom von 10 A was nach Abb. 4 einem Magnetfeld von  $\mathbf{B} = 0,527 \pm 0,003 \text{ T}$  entspricht. Durch die Probe floss ein Strom von 1 mA.

## 2.6 Aufgabe 5 -Graphische Darstellungen

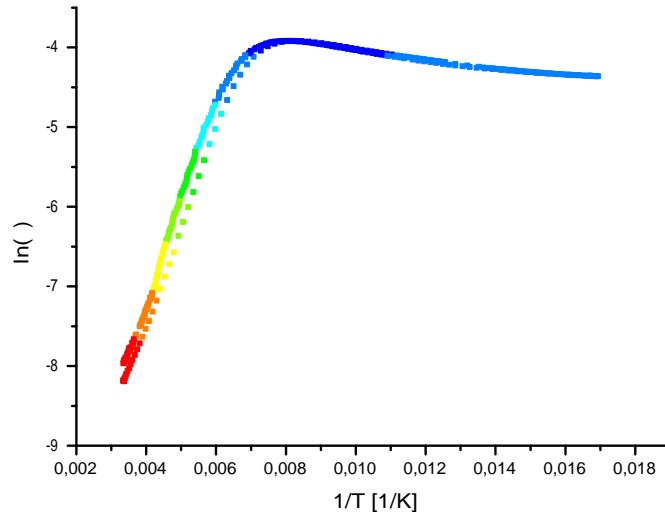


Abbildung 5:  $\ln \rho = f(\frac{1}{T})$

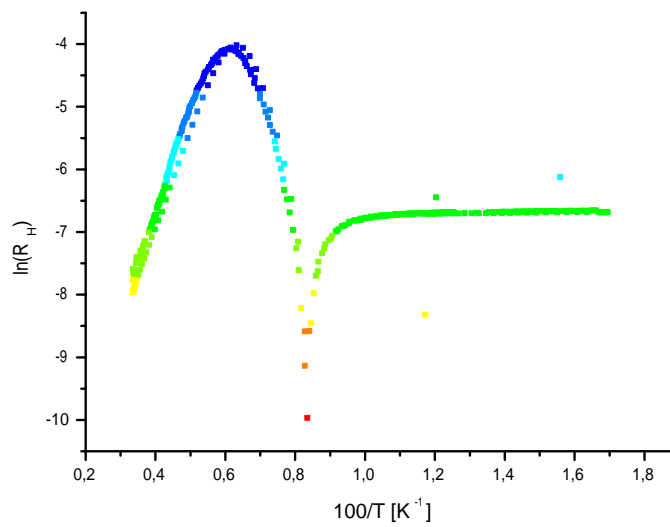


Abbildung 6:  $\ln R_H = f(\frac{1}{T})$

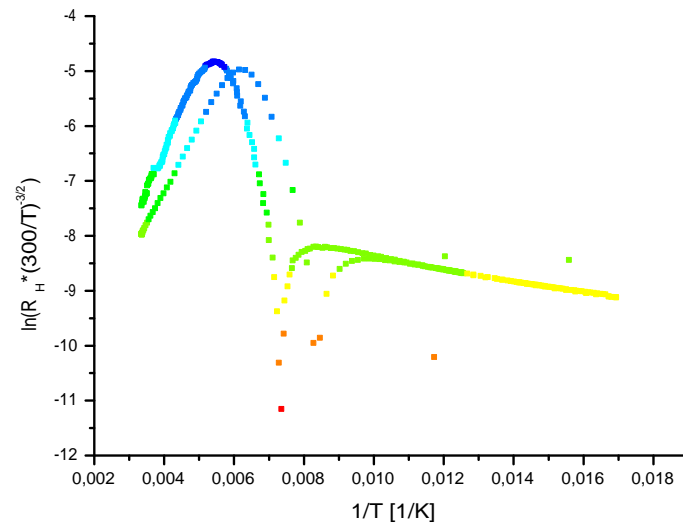


Abbildung 7:  $\ln(R_H \cdot (\frac{300}{T})^{-\frac{3}{2}}) = f(\frac{1}{T})$

## 2.7 Aufgabe 6 -Eigenleitung und Störstellenerschöpfung

Die meisten Halbleitersind sind dotiert, um deren Leitfähigkeit zu erhöhen. Bei einer Dotierung wird ein Fremdatom in ein regelmäßiges Atomgitter gleicher Atome eingefügt. Je nachdem mit welchem Framdatom man das Gitter "verunreinigt" kann man zusätzliche Ladungsträger durch Löcher (p-dotiert) oder quasifreie Elektronen (n-dotiert) schaffen. Diese Ladungsträger stehen schon bei geringer Temperatur zur Verfügung, man nennt diese Form der Leitung die Störstellenleitung, da sie ihre Ursache bei den Störstellen hat.

Eigenleitung findet bei höheren Temperaturen statt. Hier werden durch thermische Bewegungen des Gitters die Elektronen vom Valenzband gelöst und stehen als Leitungselektronen zur Verfügung. Im Valenzband bleibt an der Stelle wo früher das Elektron war ein Loch zurück, was auch zur Leitung beiträgt. Tragen wir die Hallkonstante als Funktion der Temperatur auf, so erhalten wir:

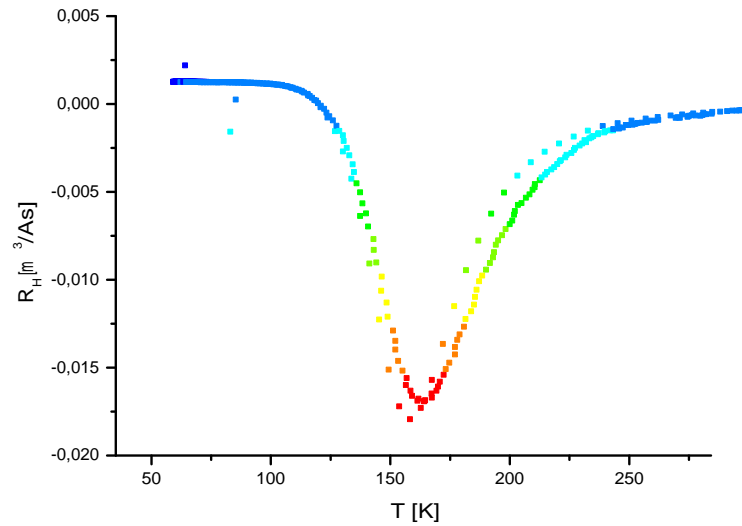


Abbildung 8:  $R_H = f(T)$

Die Hall-Konstante ändert ihr Vorzeichen beim Übergang von tiefen zu hohen Temperaturen. Dies wird in Aufgabe 8 ausführlich besprochen. Betrachten wir das Verhalten von  $\rho(T)$ :

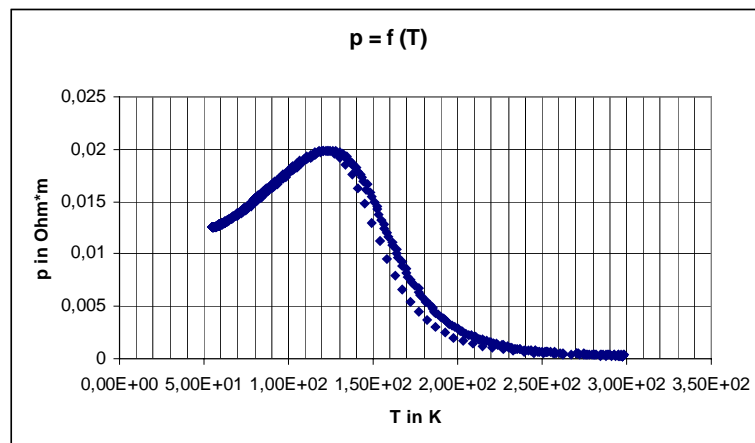


Abbildung 9:  $\rho = f(T)$

Hier sehen wir, dass der spezifische Widerstand sich im Bereich der Störstellenerschöpfung bei steigender Temperatur erhöht. Den Grund sehen wir, wenn wir in Gl. (10)  $n$  gleich Null setzen, also:

$$\rho = \frac{1}{e(p \cdot \mu_p)}$$

Die Beweglichkeit der Löcher ist umgekehrt proportional zur Temperatur. Somit ist der spezifische Widerstand in Bereich der Störstellenleitung proportional zur Temperatur und bleibt nicht konstant. Dafür bleibt sie aber auch für höhere Temperaturen immer größer 0. Im Übergangsbereich sehen wir ein Ansteigen des spezifischen Widerstandes (aufgrund der eben besprochenen Proportionalität) bis zu einem Maximum bei etwa 125 K. Dies entspricht genau dem Punkt, indem es zum Vorzeichenwechsel bei der Hallkonstante kommt. Danach sehen wir aufgrund der Bereitstellung einiger Elektronen als Ladungsträger ein Abnehmen des Widerstandes. Im Nenner von Gl. (10) muss der 2. Term mitberücksichtigt werden, was zu eben dieser Verringerung führt.

Im Bereich der Eigenleitung (158.2 K) sehen wir den stärksten negativen Anstieg des spez. Widerstandes. Der Grund dafür ist, dass jetzt sehr viele freie Ladungsträger durch Elektronen im Leitungsband bereitgestellt werden.

## 2.8 Aufgabe 7 -Ladungsträgerkonzentration

Die Ladungsträgerkonzentration für 77 K (was auch bei uns auch im Gebiet der Störstellenerschöpfung liegt) erhalten wir aus Gl.(14) indem wir nach der Ladungsträgerkonzentration umstellen. Da leider kein Wert für  $T = 77$  Kelvin existiert, bedienen wir uns einem kleinen Temperaturbereich um 77 K, den wir als linear annehmen und für eine Interpolation benutzen.

$$n = \frac{1}{R_H \cdot e}$$

Mit  $R_H(T = 77 \text{ K}) = 0,00124 \pm 0,00003$  folgt:

$$n = (5,034 \pm 0,012) \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$$

## 2.9 Aufgabe 8 -Vorzeichenwechsel und Leitungstyp

Wie man an Abb.(8) erkennen kann, ändert die Hall-Konstante ihr Vorzeichen bei etwa 125 K. Dies ist wie folgt zu verstehen.

Die Hall-Konstante ist bis zu ungefähr 125K positiv, das bedeutet, dass überwiegend Löcher am Ladungstransport beteiligt sind. Erst danach nimmt die Elektronendichte zu. In diesem Bereich gilt für  $R_H$  Gl.(14)

Gehen wir bei Temperaturen im Bereich von 0-70K von zwei Akzeptorniveaus aus, die leicht über dem Valenzband sind, wie es E.Finkmann und Y. Nemirovski [4] gezeigt haben, dann gehen die Elektronen aus dem Valenzband

bei einer bestimmten Temperatur erst in den ersten Akzeptorenergieniveau über und verschieben das Fermi-niveau auf Grund der Ladungsneutralität weiter in den Bereich der verbotenen Zone. Das Leitungsband bleibt dabei noch weiter von den Löchern besetzt. Bei weiterer Temperaturerhöhung ist das untere Akzeptorniveau vollständig mit Elektronen besetzt. Das Fermi-niveau verschiebt sich in die Mitte der verbotenen Zone zwischen dem ersten und dem zweiten Akzeptorniveau. Wird die Temperatur weiter erhöht, wird auch das zweite Akzeptorniveau vollständig mit Elektronen aus dem Valenzband besetzt sein und das Fermi-niveau verschiebt sich jetzt über das zweite Akzeptorniveau hinaus. Im Leitungsband befinden sich bis jetzt noch immer keine Elektronen. Wie es auch an der Graphik 8 zu erkennen ist. Man spricht in diesem Fall von p-Leitung. Erst jetzt bewirkt weitere Temperatursteigerung den Übergang von Elektronen in das Leitungsband.

Erhöht sich die Dichte der Elektronen im Leitungsband, so wechselt  $R_H$  das Vorzeichen. Man spricht jetzt von n-Leitung.

Dies deckt sich mit unserer Messung, indem wir bei Raumtemperatur die Seite, in der die Ladungsträger verschoben werden mit dem Pluspol und die andere Seite mit dem Minuspol eines Spannungsmessgeräts verbunden haben. Das Vorzeichen der Anzeige gibt uns Auskunft über die Typ den Majoritätsladungsträger. Somit können wir mit Hilfe von Gl.(12) Aussage über den Leitungstyp des Einkristalls treffen. Da wir einen Bereich haben bei dem  $R_H$  positiv ist, kann er nicht n-leitend sein, da sonst  $R_H < 0$  für alle Temperaturen gelten muss aufgrund der größeren Beweglichkeit von den Elektronen.

## 2.10 Aufgabe 9 -Breite der verbotenen Zone

Zur Untersuchung der Eigenleitungsgeraden nehmen wir die Werte für die Abkühlung und der Erwärmung zwischen 158,21 K bis Raumtemperatur. Wir erhalten:



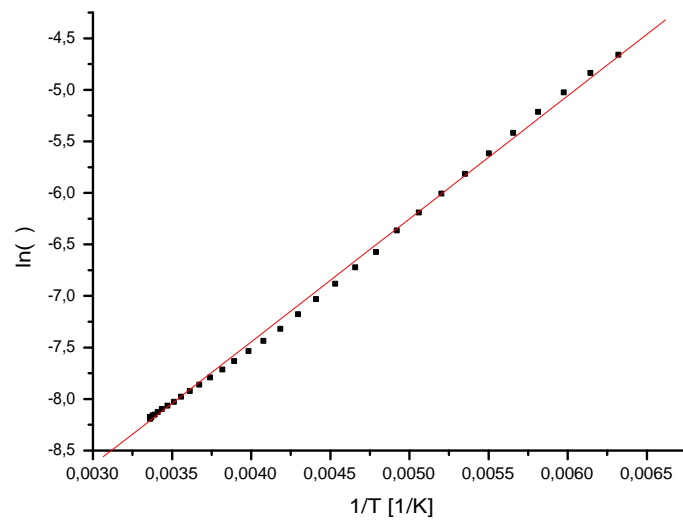


Abbildung 10: Eigenleitungsgerade  $\ln \rho$  für die Abkühlung

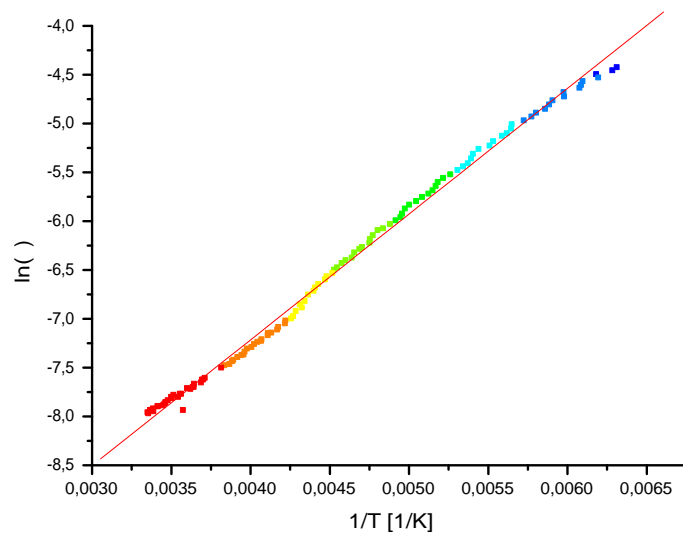


Abbildung 11: Eigenleitungsgerade  $\ln \rho$  für die Erwärmung

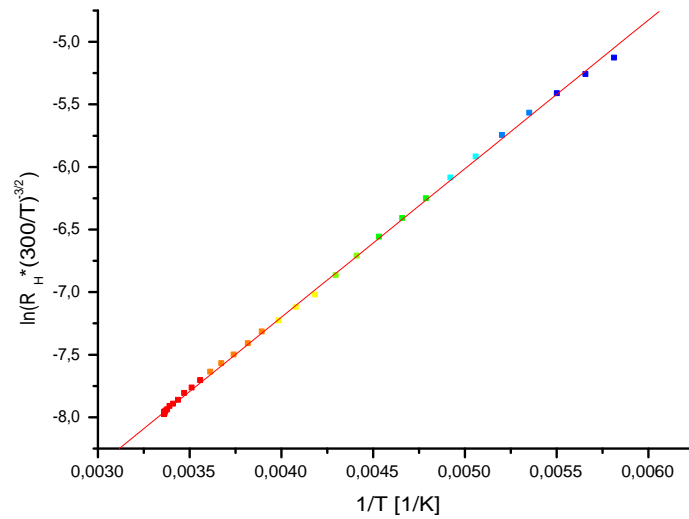


Abbildung 12: Eigenleitungsgerade  $\ln(R_H \cdot (\frac{300}{T})^{-\frac{3}{2}})$  für die Abkühlung

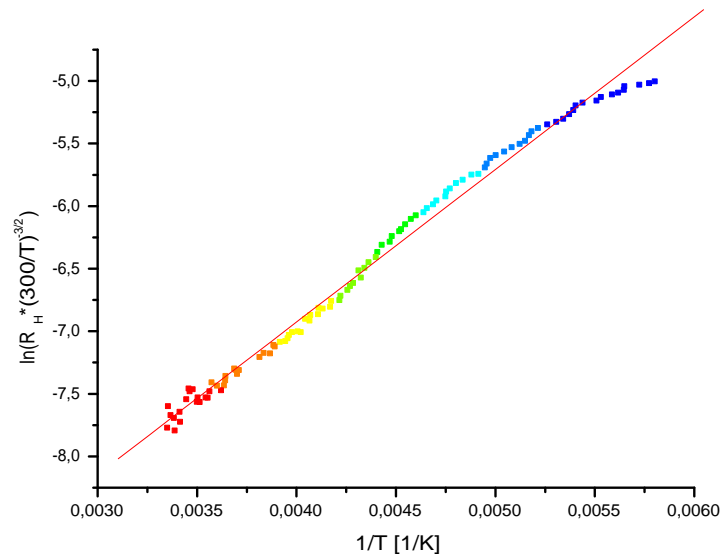


Abbildung 13: Eigenleitungsgerade  $\ln(R_H \cdot (\frac{300}{T})^{-\frac{3}{2}})$  für die Erwärmung

Durch lineare Regression erhalten wir die 4 Geradengleichungen, die bei den Abbildungen zu sehen ist. Wenn wir jetzt die Gl.(15) bzw Gl.(16) benutzen, sehen wir, dass für den Anstieg der Geraden und der Breite der verbotenen Zone die Beziehung:

$$m_x = \frac{E_g}{2 \cdot k_b}$$

gilt, wobei  $m_x$  der Anstieg aus den Geraden ist. Wir erhalten die 4 Werte:

	Abkühlung	Erwärmung
$E_g$ aus Abb.(10) und (11) in eV	$0,206 \pm 0,001$	$0,222 \pm 0,001$
$E_g$ aus Abb.(12) und (13) in eV	$0,210 \pm 0,002$	$0,205 \pm 0,001$

Bilden wir den Mittelwert, so erhalten wir:

$$E_g = (0,211 \pm 0,001) \text{ eV}$$

## 2.11 Aufgabe 10 -Beweglichkeit der positiven Ladungsträger

Im Gebiet der Störstellungerschöpfung gilt für Gl.(10)  $n = 0$ . Kombinieren wir dazu noch Gl.(14) so erhalten wir die einfache Beziehung:

$$\mu(T) = \frac{R_H}{\rho}$$

woraus wir die geforderte Grafik erstellen können

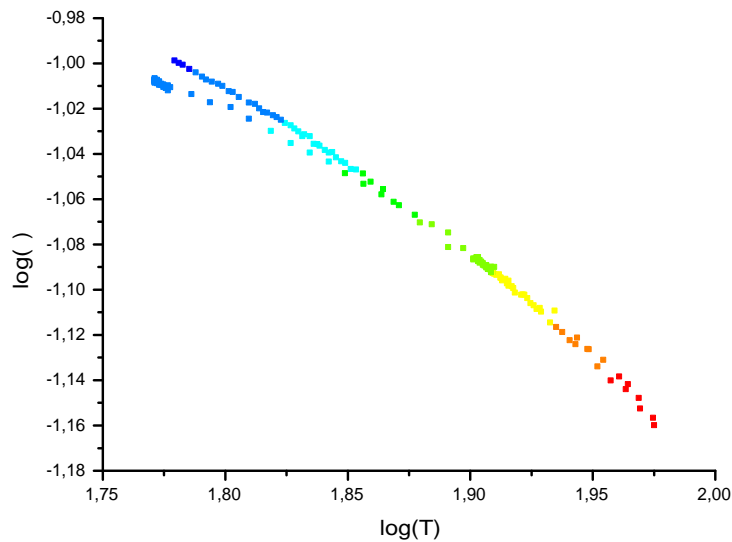


Abbildung 14: Beweglichkeit der Löcher

Um die Temperaturabhängigkeit von  $\mu$  zu verstehen, müssen wir uns die Gitterstruktur unserer Probe vor Augen halten. Die Beweglichkeit gibt allgemeines an, wie *gut* ein Ladungsträger durch den Festkörper wandern kann.  $\mu$  ist dabei proportional zur Relaxationszeit, also zu der Zeit, in der sich der Ladungsträger ungehindert bewegen kann.

Im Festkörper kann der Ladungsträger mit den Phononen und mit den Störstellen des Festkörpers wechselwirken. Bei der Wechselwirkung mit den Phononen ist zu beachten, dass die Gitterschwingungen des Gitters mit der Temperatur zunehmen. Für Elementhalbleiter überwiegt die Streuung an *akustischen Phononen*, mit einer Beweglichkeit, die mit steigender Temperatur sinkt:

$$\mu \propto T^{-\frac{3}{2}} \quad (18)$$

Im Verbindungshalbleiter überwiegt die Streuung an *optischen Phononen*. Die Beweglichkeit wächst mit steigender Temperatur:

$$\mu \propto T^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

Ein weiterer Streumechanismus ist die Streuung der Ladungsträger an ionisierten Störstellen. Solche Streuprozesse sind vergleichbar mit der Rutherford-Streuung. Die ionisierten Fremdatome lenken dabei die Ladungsträger von ihrer Bahn ab. Die damit verbundene Beweglichkeit wächst mit steigender Temperatur, da die WW mit den ionisierten Störstellen abnimmt. Die Beweglichkeit verhält sich dabei, wie

$$\mu \propto T^{\frac{3}{2}} \quad (20)$$

Es gibt desweiteren noch andere Faktoren, die die Beweglichkeit der Ladungsträger beeinflussen. So stellen jegliche Abweichungen des Kristallgitters von seiner idealen Gitterstruktur, z.B. Oberflächen, Gitterfehler, Versetzungen, weitere Streuzentren da. Darüber hinaus existieren WW von Ladungsträgern und Phononen auf Grund bestimmter Energieband-Verläufe im  $E(k)$ -Raum, wie z.B. Übergänge von Elektronen zwischen zwei Minima der Leitungsbänder.

Die Gesamtbeweglichkeit ergibt sich unter der Annahme der gegenseitigen Unabhängigkeit der einzelnen Mechanismen durch die Gleichung:

$$\mu_{ges}^{-1} = \sum_v \mu_v^{-1}$$

Der Vergleich mit unserer Graphik lässt uns zu dem Schluss kommen, dass offensichtlich die Streuung von akustischen Phononen im Gebiet der Störstellenleitung überwiegt, woraus sich schlussfolgern lassen könnte, dass sich dieser Verbindungshalbleiter wie ein Elementhalbleiter verhält.

## 2.12 Aufgabe 11 -Beweglichkeit und Impulsrelaxationszeit bei 77 K

Mit

$$\mu(T = 77K) = \frac{R_H(T = 77K)}{\rho(T = 77K)}$$

erhalten wir durch Interpolation, analog wie bei Aufgabe 7.

$R_H(T=77K)$ in $m^3/As$	$\rho(T=77K)$ in $\Omega \cdot m$	$\mu(T=77K)$ in $m^2/Vs$
$0,00124 \pm 0,00003$	$0,0150 \pm 0,0002$	$0,0827 \pm 0,001$

Um die Impulsrelaxationszeit zu bestimmen bedienen wir uns der Gl.(17).  
Wir erhalten:

$$\tau = (470,20 \pm 5,68) \text{ fs}$$

## 2.13 Aufgabe 12 -Extremwerte der Hallkonstante

Herleitung der Gl.(1):

Wir gehen von der Gl.(12) aus und teilen durch  $\mu_p^2$ . Benutzen wir dazu noch die beziehung:  $b = \mu_n/\mu_p$  so erhalten wir:

$$R_H = \frac{p - n \cdot b^2}{e(p + n \cdot b)^2} \quad (21)$$

Im Bereich der Störstellenerschöpfung wird diese Gleichung wieder zu:

$$R_{Hs} = \frac{1}{e \cdot p_s} \quad (22)$$

wobei  $p_s$  die maximale Löcherkonzentration aus der Störstellenleitung darstellt. Da bei höheren Temperaturen Elektronen, die vom Valenzband ins Leitungsband erregt werden, auch Löcher in dem Valenzband hinterlassen, berechnet sich die Löcherkonzentration für höhere Temperaturen zu  $p = p_s + n$  Somit können wir Gl.(21) auch folgendermaßen ausdrücken:

$$R_H = \frac{(p_s + n) - n \cdot b^2}{e[(p_s + n) + n \cdot b]^2} \quad (23)$$

Für  $R_{H_{ext}}$  gilt logischerweise:

$$\frac{dR_H}{dT} = \frac{dR_H}{dn} \frac{dn}{dT} \stackrel{!}{=} 0 \quad (24)$$

da  $R_H$  eine Funktion der Elektronendichte ist. Da aber sich aber allerdings auch die Elektronendichte mit der Temperatur ändert ist diese Gleichung

nur erfüllbar wenn  $\frac{dR_H}{dn} = 0$  gilt. Diese letzte Beziehung benutzen wir jetzt um einen Ausdruck für  $n$  zu erhalten.

$$\frac{dR_H}{dn} \underset{\substack{= \\ \text{Gl. (23)}}}{=} \frac{(1+b)^2[(b-1)n - p_s]}{e \cdot (n + bn + p_s)^3} \quad (25)$$

Umstellen nach  $n$  ergibt:

$$n = \frac{p_s}{b-1}$$

Somit erhalten wir nach Einsetzen:

$$R_{H_{ext}} = -R_{H_S} \frac{b^2 - 2 \cdot b + 1}{4 \cdot b} \Leftrightarrow b^2 - b(2 + \frac{R_{H_{ext}}}{R_{H_S}}) + 1 = 0 \quad (26)$$

Die Lösung dieser Gleichung lautet:

$$b_{1,2} = 1 - 2 \cdot \frac{R_{H_{ext}}}{R_{H_S}} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{R_{H_S}}{R_{H_{ext}}}} \right) \quad (27)$$

Physikalisch Sinn macht nur eine Beweglichkeit die größer Null ist, somit kommt nur  $b_1$  in Frage, was der endgültigen Gleichung entspricht.

Mit den Messwerten von  $R_{H_S}(T = 70K) = (0,00125 \pm 0,00004) \text{ m}^3/\text{As}$  und  $R_{H_{ext}}(T = 167K) = (-0,0162 \pm 0,0005) \text{ m}^3/\text{As}$  erhalten wir:

$$b = 53,82 \pm 0,32$$

### 3 Fehlerbetrachtung

Durch die Vielzahl an elektrischen Messgeräten existieren eine große Anzahl an Fehlerquellen. Die Fehler aufgrund der digitalen Anzeigen wurde bereits durchdiskutiert und konnten einigermaßen erfasst werden. Desweiteren hatten wir kein reines homogenes Magnetfeld zur Verfügung, was den von uns beschriebenen idealen Halleffekt nur geringfügig beeinflusst. Zudem wurde ja nicht die Probe an der exakt derselben Stelle eingesetzt, wo die Untersuchung mit der Hallsonde stattfand. Auch die Widerstände der Kabel (auch durch deren Erwärmung) sind schwer zu berücksichtigen.

## Literatur

- [1] *H. Ibach, H. Lüth: Festkörperphysik, 3. Auflage, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, HongKong 1990. Kapitel 12: Halbleiter (Auszug: S. 279-299)*
- [2] *Bergmann-Schäfer: Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 6. Verlag Walter de Gruyter, Berlin, New York 1992. Kapitel 6: Halbleiter (Auszüge: S. 473-500, S. 595-598)*
- [3] *O. Bierhoff „Leitfähigkeit und Hall-Effekt“*
- [4] *E.Finkmann und Y. Nemirovski im J.Appl.Phys., Vol.59, No.4, 15.2.1986“,*