Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки Кафедра
обчислювальної техніки

Методи планування експерименту

Лабораторна робота №6

«Проведення трьохфакторного експерименту при використанні рівняння регресії з квадратичними членами»

Виконав:
студент II курсу ФІОТ
групи ІВ-92
Салун Кирило
номер у списку
групи – 20

Перевірив:
ас. Регіда П. Г.

Київ – 2021

Мета:

Провести трьохфакторний експеримент і отримати адекватну модель – рівняння регресії, використовуючи рототабельний композиційний план.

Завдання:

1. Ознайомитися з теоретичними відомостями.
2. Вибрати з таблиці варіантів і записати в протокол інтервали значень x_1, x_2, x_3. Обчислити і записати значення, відповідні кодованим значенням факторів +1; -1;+ l; - l; 0 для $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2$, $\bar{x}_3$.
3. Значення функції відгуку знайти за допомогою підстановки в формулу:

$$y_i = f(x_1, x_2, x_3) + \text{random}(10)-5,$$

де $f(x_1, x_2, x_3)$ вибирається по номеру в списку в журналі викладача.

4. Провести експерименти і аналізуючи значення статистичних перевірок, отримати адекватну модель рівняння регресії. При розрахунках використовувати натуральні значення факторів.
5. Зробити висновки по виконаній роботі.

Варіанти обираються по номеру в списку в журналі викладача.

Варіант завдання:

220	-30	20	-30	45	-30	-15	5,7+10,0*x1+2,6*x2+3,6*x3+0,1*x1*x1+0,3*x2*x2+3,6*x3*x3+8,5*x1*x2+0,1*x1*x3+2,2*x2*x3+5,7*x1*x2*x3

Лістинг програми:

```
import math
import random

import numpy
from numpy.linalg import solve
from scipy.stats import f, t
from prettytable import PrettyTable
```

```python
class LaboratoryWorkN6:
    def __init__(self, n, m):
        self.n, self.m = n, m
        self.min_x1 = -30
        self.max_x1 = 20
        self.min_x2 = -30
        self.max_x2 = 45
        self.min_x3 = -30
        self.max_x3 = -15

        self.x01 = (self.min_x1 + self.max_x1) / 2
        self.x02 = (self.min_x2 + self.max_x2) / 2
        self.x03 = (self.min_x3 + self.max_x3) / 2
        self.delta_x1 = self.max_x1 - self.x01
        self.delta_x2 = self.max_x2 - self.x02
        self.delta_x3 = self.max_x3 - self.x03

        self.xn = [[-1, -1, -1, +1, +1, +1, -1, +1, +1, +1],
                   [-1, -1, +1, +1, -1, -1, +1, +1, +1, +1],
                   [-1, +1, -1, -1, +1, -1, +1, +1, +1, +1],
                   [-1, +1, +1, -1, -1, +1, -1, +1, +1, +1],
                   [+1, -1, -1, -1, -1, +1, +1, +1, +1, +1],
                   [+1, -1, +1, -1, +1, -1, -1, +1, +1, +1],
                   [+1, +1, -1, +1, -1, -1, -1, +1, +1, +1],
                   [+1, +1, +1, +1, +1, +1, +1, +1, +1, +1],
                   [-1.73, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2.9929, 0, 0],
                   [+1.73, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2.9929, 0, 0],
                   [0, -1.73, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2.9929, 0],
                   [0, +1.73, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2.9929, 0],
                   [0, 0, -1.73, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2.9929],
                   [0, 0, +1.73, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2.9929],
                   [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]]

        self.x1 = [self.min_x1, self.min_x1, self.min_x1, self.min_x1, self.max_x1,
self.max_x1, self.max_x1,
                   self.max_x1, -1.73 * self.delta_x1 + self.x01, 1.73 * self.delta_x1 +
self.x01, self.x01, self.x01,
                   self.x01, self.x01, self.x01]
        self.x2 = [self.min_x2, self.min_x2, self.max_x2, self.max_x2, self.min_x2,
self.min_x2, self.max_x2,
                   self.max_x2, self.x02, self.x02, -1.73 * self.delta_x2 + self.x02, 1.73 *
self.delta_x2 + self.x02,
                   self.x02, self.x02, self.x02]
        self.x3 = [self.min_x3, self.max_x3, self.min_x3, self.max_x3, self.min_x3,
self.max_x3, self.min_x3,
                   self.max_x3, self.x03, self.x03, self.x03, self.x03, -1.73 * self.delta_x3 +
self.x03,
                   1.73 * self.delta_x3 + self.x03, self.x03]

        self.x1x2 = [0] * 15
        self.x1x3 = [0] * 15
        self.x2x3 = [0] * 15
        self.x1x2x3 = [0] * 15
        self.x1kv = [0] * 15
        self.x2kv = [0] * 15
        self.x3kv = [0] * 15

        for i in range(15):
            self.x1x2[i] = self.x1[i] * self.x2[i]
            self.x1x3[i] = self.x1[i] * self.x3[i]
            self.x2x3[i] = self.x2[i] * self.x3[i]
            self.x1x2x3[i] = self.x1[i] * self.x2[i] * self.x3[i]
```

```
            self.x1kv[i] = self.x1[i] ** 2
            self.x2kv[i] = self.x2[i] ** 2
            self.x3kv[i] = self.x3[i] ** 2

    @staticmethod
    def function(x1, x2, x3):
        return 5.7 + 10 * x1 + 2.6 * x2 + 3.6 * x3 + 0.1 * x1 * x1 + 0.3 * x2 * x2 + 3.6 * x3 *
x3 + 8.5 * x1 * x2 + \
               0.1 * x1 * x3 + 2.2 * x2 * x3 + 5.7 * x1 * x2 * x3 + random.randint(0, 10) - 5

    def run(self):
        def find_known(number):
            result = 0
            for j in range(15):
                result += average_y[j] * list_a[j][number - 1] / 15
            return result

        def g(first, second):
            result = 0
            for j in range(15):
                result += list_a[j][first - 1] * list_a[j][second - 1] / 15
            return result

        # Округлення до третього знаку після коми
        list_a = [list(map(lambda p: round(p, 3), nested)) for nested in list(zip(self.x1,
self.x2, self.x3, self.x1x2,
                                                                                  self.x1x3,
self.x2x3, self.x1x2x3,
                                                                                  self.x1kv,
self.x2kv, self.x3kv))]
        planning_matrix_x = PrettyTable()
        planning_matrix_x.title = 'Матриця планування з натуралізованими коефіцієнтами X'
        planning_matrix_x.field_names = ['X1', 'X2', 'X3', 'X1X2', 'X1X3', 'X2X3', 'X1X2X3',
'X1X1', 'X2X2', 'X3X3']
        planning_matrix_x.add_rows(list_a)
        print(planning_matrix_x)

        # Округлення до третього знаку після коми
        y = [list(map(lambda p: round(p, 3), nested))
             for nested in [[LaboratoryWorkN6.function(list_a[j][0], list_a[j][1],
list_a[j][2])
                             for _ in range(self.m)] for j in range(15)]]
        planning_matrix_y = PrettyTable()
        planning_matrix_y.title = 'Матриця планування Y'
        planning_matrix_y.field_names = ['Y1', 'Y2', 'Y3']
        planning_matrix_y.add_rows(y)
        print(planning_matrix_y)

        average_y = []
        for i in range(len(y)):
            average_y.append(numpy.mean(y[i], axis=0))
        print('Середні значення відгуку за рядками:')
        for i in range(15):
            print('\t{:.3f}'.format(average_y[i]), end=' ')

        dispersions = []
        for i in range(len(y)):
            a = 0
            for k in y[i]:
                a += (k - numpy.mean(y[i], axis=0)) ** 2
            dispersions.append(a / len(y[i]))
        my = sum(average_y) / 15
        mx = []
        for i in range(10):
```

```
            number_lst = []
            for j in range(15):
                number_lst.append(list_a[j][i])
            mx.append(sum(number_lst) / len(number_lst))

        det1 = [
            [1, mx[0], mx[1], mx[2], mx[3], mx[4], mx[5], mx[6], mx[7], mx[8], mx[9]],
            [mx[0], g(1, 1), g(1, 2), g(1, 3), g(1, 4), g(1, 5), g(1, 6), g(1, 7), g(1, 8),
g(1, 9), g(1, 10)],
            [mx[1], g(2, 1), g(2, 2), g(2, 3), g(2, 4), g(2, 5), g(2, 6), g(2, 7), g(2, 8),
g(2, 9), g(2, 10)],
            [mx[2], g(3, 1), g(3, 2), g(3, 3), g(3, 4), g(3, 5), g(3, 6), g(3, 7), g(3, 8),
g(3, 9), g(3, 10)],
            [mx[3], g(4, 1), g(4, 2), g(4, 3), g(4, 4), g(4, 5), g(4, 6), g(4, 7), g(4, 8),
g(4, 9), g(4, 10)],
            [mx[4], g(5, 1), g(5, 2), g(5, 3), g(5, 4), g(5, 5), g(5, 6), g(5, 7), g(5, 8),
g(5, 9), g(5, 10)],
            [mx[5], g(6, 1), g(6, 2), g(6, 3), g(6, 4), g(6, 5), g(6, 6), g(6, 7), g(6, 8),
g(6, 9), g(6, 10)],
            [mx[6], g(7, 1), g(7, 2), g(7, 3), g(7, 4), g(7, 5), g(7, 6), g(7, 7), g(7, 8),
g(7, 9), g(7, 10)],
            [mx[7], g(8, 1), g(8, 2), g(8, 3), g(8, 4), g(8, 5), g(8, 6), g(8, 7), g(8, 8),
g(8, 9), g(8, 10)],
            [mx[8], g(9, 1), g(9, 2), g(9, 3), g(9, 4), g(9, 5), g(9, 6), g(9, 7), g(9, 8),
g(9, 9), g(9, 10)],
            [mx[9], g(10, 1), g(10, 2), g(10, 3), g(10, 4), g(10, 5), g(10, 6), g(10, 7), g(10,
8), g(10, 9),
             g(10, 10)]]

        det2 = [my, find_known(1), find_known(2), find_known(3), find_known(4), find_known(5),
find_known(6),
                find_known(7),
                find_known(8), find_known(9), find_known(10)]

        beta = solve(det1, det2)
        print('\nОтримане рівняння регресії:')
        print('\t{:.3f} + {:.3f} * X1 + {:.3f} * X2 + {:.3f} * X3 + {:.3f} * X1X2 + {:.3f} *
X1X3 + {:.3f} * X2X3'
              '+ {:.3f} * X1X2X3 + {:.3f} * X11^2 + {:.3f} * X22^2 + {:.3f} * X33^2 = ŷ'
              .format(beta[0], beta[1], beta[2], beta[3], beta[4], beta[5], beta[6], beta[7],
beta[8], beta[9],
                      beta[10]))
        y_i = [0] * 15
        print('Експериментальні значення:')
        for k in range(15):
            y_i[k] = beta[0] + beta[1] * list_a[k][0] + beta[2] * list_a[k][1] + beta[3] *
list_a[k][2] + \
                     beta[4] * list_a[k][3] + beta[5] * list_a[k][4] + beta[6] * list_a[k][5] +
beta[7] * \
                     list_a[k][6] + beta[8] * list_a[k][7] + beta[9] * list_a[k][8] + beta[10]
* \
                     list_a[k][9]
        for i in range(15):
            print('\t{:.3f}'.format(y_i[i]), end=' ')
        print('\nПеревірка за критерієм Кохрена:')
        gp = max(dispersions) / sum(dispersions)
        gt = 0.3346
        print(f'\tGp = {gp}')
        if gp < gt:
            print('\tДисперсія однорідна.')
        else:
            print('\tДисперсія неоднорідна.')

        print('Перевірка значущості коефіцієнтів за критерієм Стьюдента:')
```

```
        sb = sum(dispersions) / len(dispersions)
        sbs = (sb / (15 * self.m)) ** 0.5
        f3 = (self.m - 1) * self.n
        coefficients1 = []
        coefficients2 = []
        d = 11
        res = [0] * 11
        for j in range(11):
            t_practical = 0
            for i in range(15):
                if j == 0:
                    t_practical += average_y[i] / 15
                else:
                    t_practical += average_y[i] * self.xn[i][j - 1]
                res[j] = beta[j]
            if math.fabs(t_practical / sbs) < t.ppf(q=0.975, df=f3):
                coefficients2.append(beta[j])
                res[j] = 0
                d -= 1
            else:
                coefficients1.append(beta[j])
        print('\tЗначущі коефіцієнти регресії:', [round(i, 3) for i in coefficients1])
        print('\tНезначущі коефіцієнти регресії:', [round(i, 3) for i in coefficients2])

        y_st = []
        for i in range(15):
            y_st.append(res[0] + res[1] * self.x1[i] + res[2] * self.x2[i] + res[3] *
self.x3[i] + res[4]
                        * self.x1x2[i] + res[5] * self.x1x3[i] + res[6] * self.x2x3[i] + res[7]
* self.x1x2x3[i]
                        + res[8] * self.x1kv[i] + res[9] * self.x2kv[i] + res[10] *
self.x3kv[i])
        print('Значення з отриманими коефіцієнтами:')
        for i in range(15):
            print('\t{:.3f}'.format(y_st[i]), end=' ')

        print('\nПеревірка адекватності за критерієм Фішера:')
        sad = self.m * sum([(y_st[i] - average_y[i]) ** 2 for i in range(15)]) / (self.n - d)
        fp = sad / sb
        f4 = self.n - d
        print(f'\tFp = {fp}')
        if fp < f.ppf(q=0.9, dfn=f4, dfd=f3):
            print('\tРівняння регресії адекватне.')
        else:
            print('\tРівняння регресії не є адекватним.')


if __name__ == '__main__':
    worker = LaboratoryWorkN6(15, 3)
    worker.run()
```

Матриця планування з натуралізованими коефіцієнтами X

X1	X2	X3	X1X2	X1X3	X2X3	X1X2X3	X1X1	X2X2	X3X3
-30	-30	-30	900	900	900	-27000	900	900	900
-30	-30	-15	900	450	450	-13500	900	900	225
-30	45	-30	-1350	900	-1350	40500	900	2025	900
-30	45	-15	-1350	450	-675	20250	900	2025	225
20	-30	-30	-600	-600	900	18000	400	900	900
20	-30	-15	-600	-300	450	9000	400	900	225
20	45	-30	900	-600	-1350	-27000	400	2025	900
20	45	-15	900	-300	-675	-13500	400	2025	225
-48.25	7.5	-22.5	-361.875	1085.625	-168.75	8142.188	2328.062	56.25	506.25
38.25	7.5	-22.5	286.875	-860.625	-168.75	-6454.688	1463.062	56.25	506.25
-5.0	-57.375	-22.5	286.875	112.5	1290.938	-6454.688	25.0	3291.891	506.25
-5.0	72.375	-22.5	-361.875	112.5	-1628.438	8142.188	25.0	5238.141	506.25
-5.0	7.5	-35.475	-37.5	177.375	-266.062	1330.312	25.0	56.25	1258.476
-5.0	7.5	-9.525	-37.5	47.625	-71.438	357.188	25.0	56.25	90.726
-5.0	7.5	-22.5	-37.5	112.5	-168.75	843.75	25.0	56.25	506.25

Матриця планування Y

Y1	Y2	Y3
-141057.3	-141062.3	-141061.3
-67526.3	-67516.3	-67523.3
220147.2	220148.2	220148.2
103783.2	103787.2	103790.2
102989.7	102984.7	102994.7
48350.7	48348.7	48356.7
-145173.8	-145182.8	-145172.8
-69091.8	-69087.8	-69087.8
44602.725	44604.725	44604.725
-32503.213	-32494.213	-32501.213
-28968.877	-28959.877	-28961.877
43224.536	43223.536	43224.536
11095.809	11092.809	11098.809
1856.716	1846.716	1851.716
5867.7	5863.7	5865.7

```
Середні значення відгуку за рядками:
    -141060.300     -67521.967  220147.867  103786.867  102989.700  48352.033   -145176.467     -69089.133  44604.058   -32499.546  -28963.544  43224.203   11095.809   1851.716    5865.700
Отримане рівняння регресії:
    8.480 + 9.956 * X1 + 2.612 * X2 + 4.026 * X3 + 8.500 * X1X2 + 0.098 * X1X3 + 2.200 * X2X3+ 5.700 * X1X2X3 + 0.100 * X11^2 + 0.300 * X22^2 + 3.611 * X33^2 = ŷ
Експериментальні значення:
    -141060.222     -67521.956  220147.774  103786.707  102990.004  48352.270   -145176.332     -69089.067  44604.224   -32499.905  -28963.837  43224.303   11095.634   1851.698    5865.701
Перевірка за критерієм Кохрена:
    Gp = 0.14560000000000003
    Дисперсія однорідна.
Перевірка значущості коефіцієнтів за критерієм Стьюдента:
    Значущі коефіцієнти регресії: [8.48, 9.956, 2.612, 4.026, 8.5, 0.098, 2.2, 5.7, 0.1, 0.3, 3.611]
    Незначущі коефіцієнти регресії: []
Значення з отриманими коефіцієнтами:
    -141060.222     -67521.956  220147.774  103786.707  102990.004  48352.270   -145176.332     -69089.067  44604.221   -32499.902  -28963.835  43224.301   11095.635   1851.695    5865.701
Перевірка адекватності за критерієм Фішера:
    Fp = 0.03965867066609894
    Рівняння регресії адекватне.
```

Результати виконання роботи:

Висновок:

У ході виконання лабораторної роботи проведено повний трьохфакторний експеримент. В ході дослідження було розроблено відповідну програму мовою програмування Python, яка моделює проведення трьохфакторного експерименту, використовуючи рототабельний композиційний план. Отримано адекватну модель – рівняння регресії, проведено 3 статистичні перевірки (критерії Кохрена, Стьюдента та Фішера). Результати роботи, наведені у протоколі, підтверджують правильність виконання – кінцеву мету роботи було досягнуто.