

**Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul - UEMS**  
**2º ano de Ciência da Computação**  
**Linguagens Formais e Autômatos**  
**Lista 2**  
**Prof. Dr. Osvaldo Vargas Jaques**

□

1. Sejam  $R$  e  $S$  as seguintes relações binárias sobre  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ , com as seguintes representações:  
 $R = \{(1, 1), (1, 5), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (4, 2), (6, 3), (6, 6), (6, 7), (7, 7)\}$   
 $S = \{(1, 3), (1, 5), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 7), (4, 4), (4, 7), (5, 1), (5, 5), (7, 3), (7, 4)\}$ 
  - a) Desenhe os diagramas de  $R$  e  $S$ ;
  - b) Construa  $R \cup S$  e desenhe seu diagrama;
  - b) Indique se  $R$ ,  $S$  e  $R \cup S$  são simétricas, assimétricas, transitivas, reflexivas.
2. Desenhe grafos dirigidos representando relações dos tipos:  
a) Reflexiva, transitiva, simétrica b) Reflexiva, transitiva, nem simétrica, nem assimétrica.
3. Seja  $R \subseteq A \times A$ . Em quais casos  $R$  é uma ordem parcial ou ordem total?
  - a)  $A$ : inteiros positivos |  $(a, b) \in R \iff b$  é divisível por  $a$ .
  - a)  $A$ : conjunto de todas as palavras em português |  $(a, b) \in R \iff a$  é maior que  $b$ .
4. Os seguintes conjuntos são fechados sob as seguintes operações? Se não são, quais os respectivos fechos?
  - a) Inteiros pares sob multiplicação
  - b) Inteiros negativos sob subtração
5. Qual o fecho transitivo reflexivo ( $R^*$ ) de  $R = (a, b), (a, c), (a, d), (d, c), (d, e)$ ? Desenhe o grafo dirigido de  $R^*$ .
6. Dê exemplos de uma relação binária que não é reflexiva, mas tem um fecho transitivo que é reflexivo.
7. Demonstrar por indução matemática (indução finita) que  $2^n < 2^{n+1}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$
8. Seja  $A = a, b, c, d, e, f$  e  
 $R = (a, b), (a, d), (b, b), (b, c), (c, c), (d, b), (d, c), (d, e), (d, f), (e, e), (e, f), (f, a), (f, c), (f, d), (f, e)$   
Verifique o Princípio de Diagonalização (PD)
9. Mostre por indução que:  
 $1.2.3 + 2.3.4 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{n}{4}(n+1)(n+2)(n+3)$
10. Idem para  $3 \mid n^4 - 4n^2$ ,  $n \geq 0$