

# «MDC» e «MMC»

**Kaio Christaldo**  
**Fabricio Matsunaga**



# Apresentação Problema Motivador

beecrowd | 1022



## TDA Racional

Por Neilor Tonin, URI  Brasil

Timelimit: 1

A tarefa aqui neste problema é ler uma expressão matemática na forma de dois números Racionais (numerador / denominador) e apresentar o resultado da operação. Cada operando ou operador é separado por um espaço em branco. A sequência de cada linha que contém a expressão a ser lida é: número, caractere, número, caractere, número, caractere, número. A resposta deverá ser apresentada e posteriormente simplificada. Deverá então ser apresentado o sinal de igualdade e em seguida a resposta simplificada. No caso de não ser possível uma simplificação, deve ser apresentada a mesma resposta após o sinal de igualdade.

Considerando N1 e D1 como numerador e denominador da primeira fração, segue a orientação de como deverá ser realizada cada uma das operações:

Soma:  $(N1 \cdot D2 + N2 \cdot D1) / (D1 \cdot D2)$

Subtração:  $(N1 \cdot D2 - N2 \cdot D1) / (D1 \cdot D2)$

Multiplicação:  $(N1 \cdot N2) / (D1 \cdot D2)$

Divisão:  $(N1/D1) / (N2/D2)$ , ou seja  $(N1 \cdot D2)/(N2 \cdot D1)$

### Entrada

A entrada contém vários casos de teste. A primeira linha de cada caso de teste contém um inteiro **N** ( $1 \leq N \leq 1 \cdot 10^4$ ), indicando a quantidade de casos de teste que devem ser lidos logo a seguir. Cada caso de teste contém um valor racional **X** ( $1 \leq X \leq 1000$ ), uma operação (-, +, \* ou /) e outro valor racional **Y** ( $1 \leq Y \leq 1000$ ).

### Saída

A saída consiste em um valor racional, seguido de um sinal de igualdade e outro valor racional, que é a simplificação do primeiro valor. No caso do primeiro valor não poder ser simplificado, o mesmo deve ser repetido após o sinal de igualdade.

Exemplo de Entrada	Exemplo de Saída
4 1 / 2 + 3 / 4 1 / 2 - 3 / 4 2 / 3 * 6 / 6 1 / 2 / 3 / 4	10/8 = 5/4 -2/8 = -1/4 12/18 = 2/3 4/6 = 2/3



**1022 – TDA**  
**Racional**

## ◀MDC▶ ou Maximo divisor comum

O máximo divisor comum (MDC ou M.D.C) corresponde ao produto dos divisores comuns entre dois ou mais números inteiros.

**Exemplo:**

O MDC de 20 e 30 é 10 (*10 é o maior número que divide 20 e 30 com o resto 0*)

O MDC de 42, 120, 285 = 3 (*3 é o maior número que divide 42, 120 e 285 com o resto 0*)

## ◀ Operação mod ▶

O operador de módulo (mod) mostra o resto da divisão quando dividimos dois números inteiros.

**Exemplo:**

**$7 \bmod 2 = 1$  (Ao dividir 7 por 2 temos o resto 1)**

**$42 \bmod 7 = 0$  (Ao dividir 42 por 7 temos o resto 0)**

## ◀ Algoritmo de Euclides ▶

**O algoritmo de Euclides encontra o máximo divisor comum (que chamaremos nos algoritmos de 'GCD') de 2 números.**

**Pseudocódigo do algoritmo**

**Passo 1: suponha que  $a, b$  sejam os dois números**

**Passo 2:  $a \bmod b = R$**

**Passo 3: considere que  $a = b$  e que  $b = R$**

**Passo 4: repita os passos 2 e 3 enquanto  $a \bmod b$  seja maior do que 0**

**Passo 5:  $GCD = b$**

**Passo 6: fim**

## ◀ Algoritmo de Euclides ▶

**MDC 30 e 42**

	1	2	2
42	30	12	6
12	6	0	

$$\text{MDC}(30, 42) = 6$$

# Resolução do Problema Motivador


A resolução estará disponível no Drive. Tente resolver por conta própria e, se precisar, compare com a solução! 😊



## Algorithm <mmc>

- O Mínimo Múltiplo Comum (MMC) entre dois ou mais números inteiros é o menor número positivo que é múltiplo de todos eles. Em outras palavras, é o menor valor que pode ser dividido por todos os números considerados sem deixar resto.

3, 4, 6	2	}	$2 \times 2 \times 3 = 12$
3, 2, 3	2		
3, 1, 3	3		
1, 1, 1			

  
O resultado é o  
**MMC**

## Algorithm <mmc>

- Na programação competitiva, o MMC é frequentemente usado em problemas que envolvem sincronização de ciclos, alinhamento de eventos periódicos ou normalização de unidades. É comum aparecer em problemas com múltiplos relógios, tarefas repetitivas, ou simulação de eventos com tempos diferentes.
- Para dois números a e b, podemos calcular o MMC com base no MDC (Máximo Divisor Comum):
- **Fórmula:**

$$\text{mmc}(a, b) = \text{abs}(a * b) / \text{mdc}(a, b)$$

# Algorithm <mmc>

## Implementação

Essa fórmula é eficiente e evita a necessidade de gerar múltiplos manualmente. Como o MDC pode ser calculado rapidamente com o algoritmo de Euclides, o MMC também é computado em tempo eficiente, essencial em competições.

- **mdc** ou **gcd** –  $O(\log \min(a, b))$ .
- **mmc** ou **lcm** –  $O(\log \min(a, b))$



```
1 int mdc(int a, int b) {  
2     return b == 0 ? a : mdc(b, a % b);  
3 }  
4  
5 int mmc(int a, int b) {  
6     return abs(a * b) / mdc(a, b);  
7 }
```

## Ou usar a biblioteca <numeric>



```
1 cout << lcm(a, b) << endl;
```

# Apresentação Problema Motivador

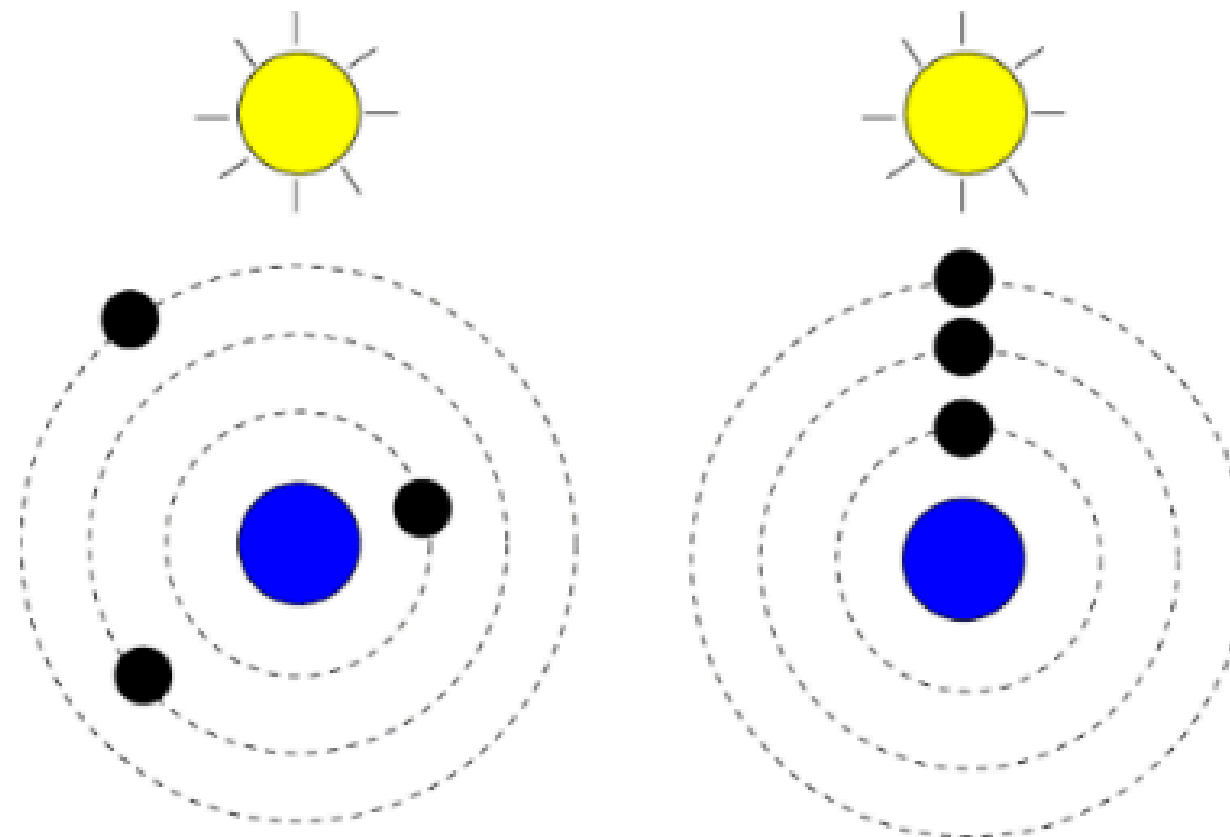
beecrowd | 2514

## Alinhamento Lunar

Por Ricardo Oliveira, UFPR 🇧🇷 Brazil

Timelimit: 1

Em uma galáxia muito, muito distante, existe o planeta Nlôguerrà, habitado predominantemente por dinossauros. Nlôguerrà é orbitado por três luas. A órbita de cada lua tem a forma de uma circunferência cujo centro é Nlôguerrà, como indica a figura abaixo, à esquerda.



Sempre que as três luas se alinham e ficam entre o planeta e o sol, como mostra a figura acima, à direita, uma catástrofe terrível acontece! Na última vez que isto ocorreu, há exatamente  $M$  anos, uma grande seca se instaurou em todo o planeta, reduzindo sua população de dinossauros pela metade. A primeira lua leva  $L_1$  anos terrestres para completar uma volta ao redor do planeta, enquanto a segunda leva  $L_2$  anos e a terceira leva  $L_3$  anos. Determine quantos anos irão se passar até o próximo alinhamento lunar entre o planeta e o sol.

Considere que tanto o planeta quanto o sol são estacionários.

**2514 – Alinhamento Lunar**

# Resolução do Problema Motivador

## 2514 – Alinhamento Lunar

### Entrada

A entrada contém vários casos de teste. A primeira linha de cada caso contém o inteiro  $M$  ( $1 \leq M \leq 10^9$ ), indicando há quantos anos ocorreu o último alinhamento. A segunda linha contém três inteiros  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$  ( $1 \leq L_1, L_2, L_3 \leq 10^3$ ), o tempo levado, em anos, para as luas completarem uma volta. É garantido que não houve alinhamentos como especificado nos últimos  $M-1$  anos e que não há alinhamento este ano.

A entrada termina com fim-de-arquivo (EOF).

### Saída

Para cada caso de teste, imprima uma linha contendo um número  $X$ , indicando que o próximo alinhamento lunar entre o planeta e o sol ocorrerá daqui a  $X$  anos.

Exemplo de Entrada	Exemplo de Saída
2 1 2 3 3 2 4 8	4 5



A resolução estará disponível no Drive. Tente resolver por conta própria e, se precisar, compare com a solução! 😊

# Lista de Exercícios

2514 – Alinhamento Lunar

2063 – Caçando Digletts

1028 – Figurinhas



Se tiver alguma dúvida ou dificuldade na resolução de algum exercício, sinta-se à vontade para perguntar! 😊