

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ»

Факультет информационных технологий и программирования

Дисциплина:
«Прикладная математика»

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 4

Выполнил:
М33051 Ларин В. Д.

Проверила:
Москаленко М. А.

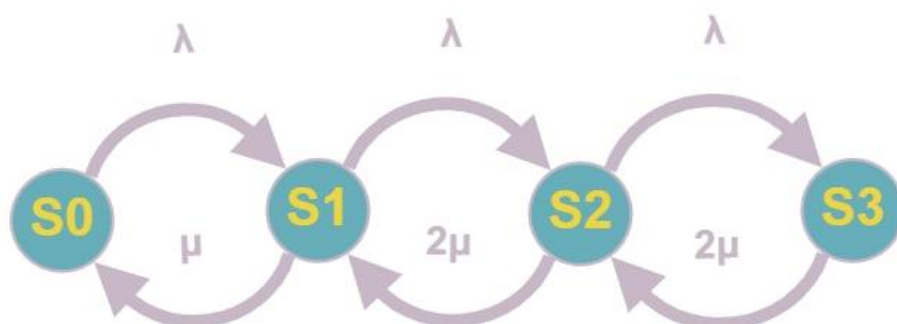
Санкт-Петербург
2021г.

Вариант 7			
Интенсивность входящего потока заявок λ , час ⁻¹	Интенсивность обслуживания заявки μ , час ⁻¹	Количество каналов r	Возможная длина очереди m
8,63	2,2	2	1

Система относится к классу М / М / 2 / 1 - (Процесс Пуассона/Экспоненциальное время обслуживания/количество обслуживания каналов/ число мест для ожидания в очереди)

1. Возможные состояния системы и граф состояний.

- S0 - в системе нет бревен, машина свободна от рубки
- S1 - в системе 1 бревно, 1 машина занята рубкой
- S2 - в системе 2 бревна, 2 машины заняты рубкой
- S3 - в системе 3 бревна, 2 машины заняты рубкой, 1 бревно в очереди



2. Математическая модель для стационарного режима.

$$\begin{cases} -\lambda p_0 + \mu p_1 = 0 \\ \lambda p_0 - (\lambda + \mu)p_1 + 2\mu p_2 = 0 \\ \lambda p_1 - (\lambda + 2\mu)p_2 + 2\mu p_3 = 0 \\ \lambda p_2 + 2\mu p_3 = 0 \end{cases}$$

+ условие нормировки

$$p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1$$

Решение системы (стационарные вероятности):

$$p_0 = 0,036 \quad p_1 = 0,142 \quad p_2 = 0,278 \quad p_3 = 0,544$$

3. Стационарные характеристики эффективности системы:

3.1 Пусть X - число машин, занятых рубкой Вероятности, что X машин заняты рубкой:

$$P(X = 0) = p_0 = 0,036$$

$$P(X = 1) = p_1 = 0,142$$

$$P(X = 2) = p_2 + p_3 = 0,822$$

Среднее число машин, занятых рубкой:

$$M(X) = 0 * P(X = 0) + 1 * P(X = 1) + 2 * P(X = 2) = 1,786$$

3.2 Пусть Y - число машин, свободных от рубки Вероятности, что Y машин свободны от рубки:

$$P(Y = 0) = p_2 + p_3 = 0,822$$

$$P(Y = 1) = p_1 = 0,142$$

$$P(Y = 2) = p_0 = 0,036$$

Среднее число машин, свободных рубкой:

$$M(X) = 0 * P(Y = 0) + 1 * P(Y = 1) + 2 * P(Y = 2) = 0,214$$

3.3 Общее число занятых и свободных от рубки машин равно:

$$M(X) + M(Y) = r = 2$$

3.4 Пусть Z - число бревен в очереди, вероятность, что в очереди Z бревен:

$$P(Z = 0) = p_0 + p_1 + p_2 = 0,456$$

$$P(Z = 1) = p_3 = 0,544$$

Среднее число бревен в очереди:

$$M(Z) = 0 * P(Z = 0) + 1 * P(Z = 1) = 0,544$$

3.5 Коэффициент загрузки машин:

$$k_3 = \frac{M(X)}{r} = 0,893 = 89,3\%$$

Коэффициент простоя машин:

$$k_{\Pi} = \frac{M(Y)}{r} = 0,107 = 10,7\%$$

4. Математическая модель нестационарного режима

$$\begin{cases} p'_0(t) = -\lambda p_0 + \mu p_1 \\ p'_1(t) = \lambda p_0 - (\lambda + \mu) p_1 + 2\mu p_2 \\ p'_2(t) = \lambda p_1 - (\lambda + 2\mu) p_2 + 2\mu p_3 \\ p'_3(t) = \lambda p_2 + 2\mu p_3 \end{cases}$$

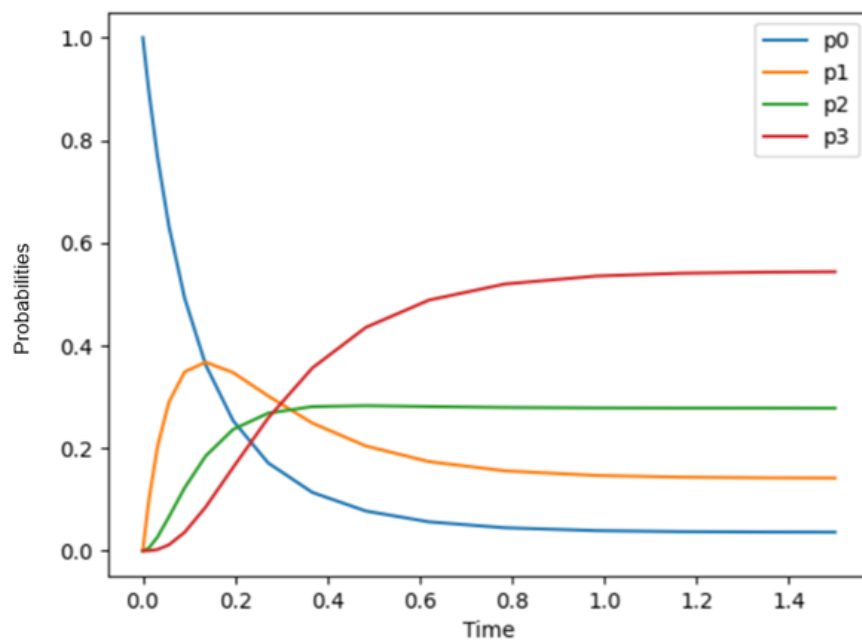
+ условие нормировки

$$p_0(t) + p_1(t) + p_2(t) + p_3(t) = 1$$

Решение системы (нестационарные вероятности):

$$p_0 \approx 0,036 \quad p_1 \approx 0,142 \quad p_2 \approx 0,278 \quad p_3 \approx 0,544$$

График:



5. Нестационарные характеристики эффективности системы.

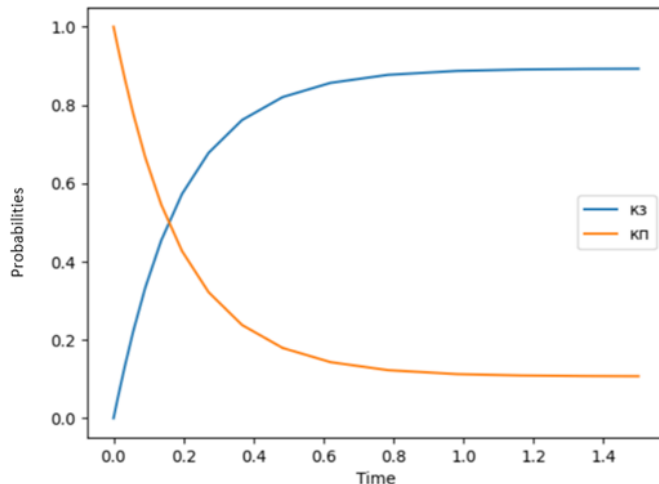
Коэффициент загрузки:

$$k_3 = \frac{p_1(t) + 2(p_2(t) + p_3(t))}{2} = 0,893 = 89,3\%$$

Коэффициент простоя:

$$k_{\pi} = \frac{p_1(t) + 2p_0(t)}{2} = 0,107 = 10,7\%$$

График коэффициентов загрузки и простоя:



Выводы: система является загруженной, т.к. разница коэффициента загрузки и коэффициента простоя очень большая (78,6%). Одна из причин очень большой коэффициент потока при начальных условиях.

Для того чтобы разгрузить систему, мы должны либо увеличить количество каналов, либо уменьшить интенсивность потока.

Контрольные вопросы.

1. Что такое одноканальная система?

Система с одним обслуживающим каналом.

2. Что такое однофазовая система?

Однофазовыми являются такие системы, в которых клиент обслуживается в одном пункте.

3. Что такое очередь?

Порядок следования объектов, при котором первый вошедший обслуживается первым.

4. Что такое распределение времени обслуживания?

Закон распределения времени пребывания одной заявки в канале обслуживания

5. Что означает и как определяется среднее время в очереди?

Показывает среднее время, проводимое клиентами в очереди. Является математическим ожиданием времени клиентов, затраченного на очередь

6. Что означает и как определяется среднее время в системе?

Показывает среднее время, проводимое клиентами в системе. Является математическим ожиданием времени клиентов, затраченного на обслуживание

7. Что означает и как определяется среднее число клиентов в очереди?

Показывает среднее количество клиентов в очереди. Является математическим ожиданием количества клиентов в очереди

8. Что означает и как определяется среднее число клиентов в системе?

Показывает среднее количество клиентов в системе. Является математическим ожиданием количества клиентов на обслуживании

9. Что означает и как определяется средний темп поступления заявок?

Показывает среднее количество поступающих заявок за единицу времени. Определяется интенсивностью входящего потока заявок

10. Что означает и как определяется средняя длина очереди

Показывает среднее количество клиентов в очереди. Является математическим ожиданием количества клиентов в очереди