

地图数学基础续一

（方位投影）

学习具体投影的结构规律

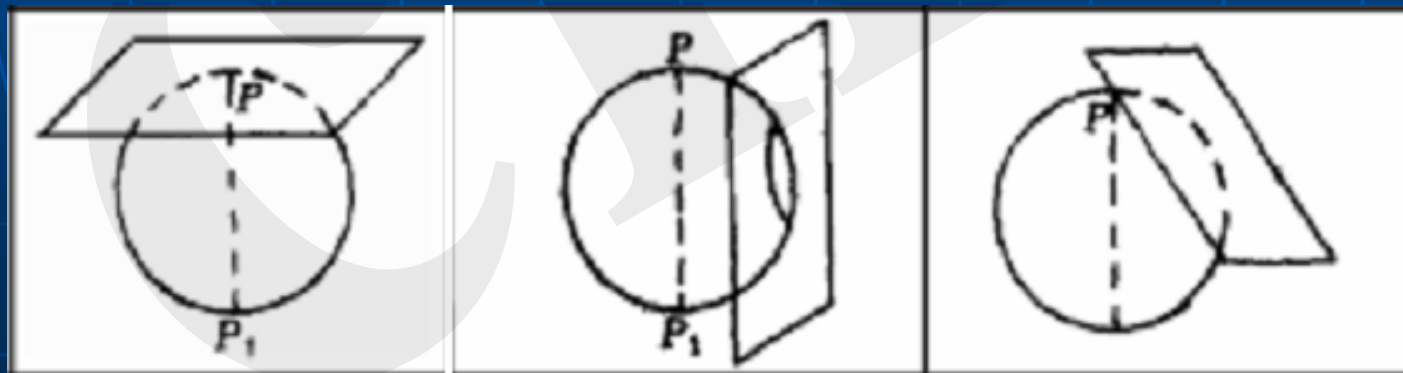
1. 投影构成：（1）方法和条件；（2）一般公式
2. 经纬网形状（评定**投影类型**：正轴、横轴、斜轴）
3. 变形内容与分布规律：
 - （1）先找出没有变形的点或线；
 - （2）有哪些方面无变形；
 - （3）离无变形的点或线越远，变形值如何？
 - （4）离无变形的点或线等距处，变形值如何？
 - （5）等变形线的形状。
4. 经纬网特征（判断**投影性质**：等积、等角、等距）：
一般指经线上，纬线间距的变化。
5. 适用

第三节 方位投影

一. 构成：（正、横、斜、等角、等积、等距、切、割）

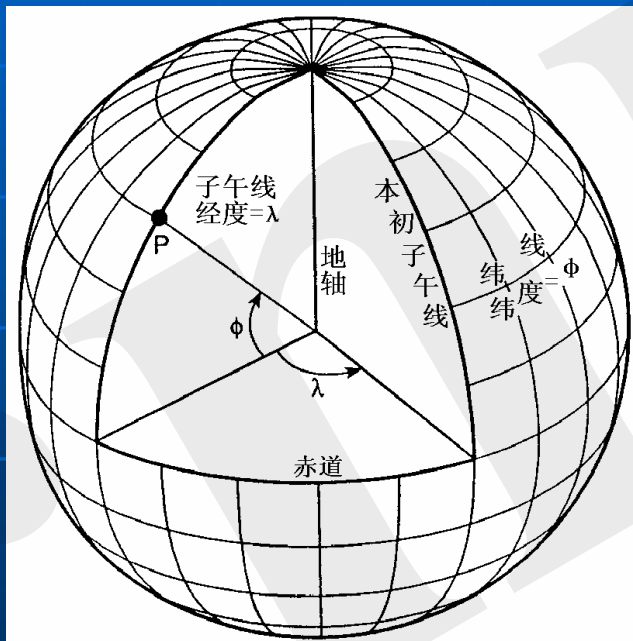
（一）条件：直线投影

（二）方法：平面为投影面，缩小后的地球模型为投影原面，使两者相切或相割。



(三) 球面坐标系的建立

- 地理坐标系：极点、赤道、本初子午面、经纬度；



地理坐标系

(四) 一般公式:

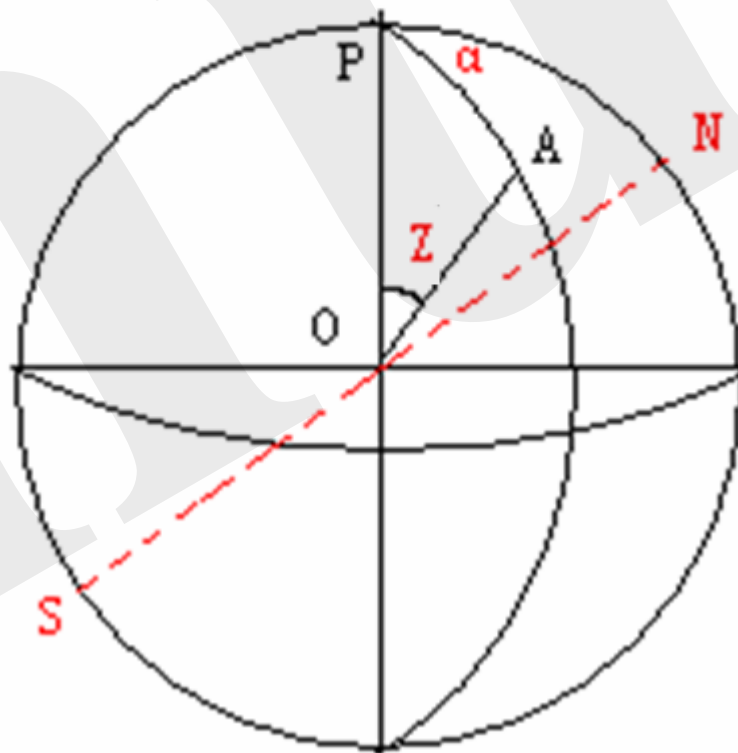
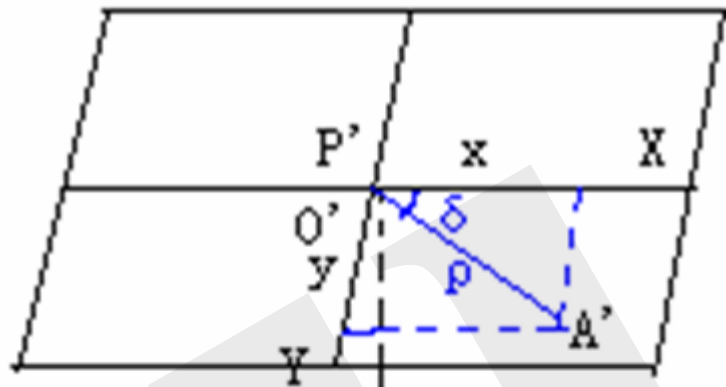
$$\begin{cases} \rho = f(z) \\ \delta = \alpha \end{cases}$$

或: $X = \rho \cos \delta, Y = \rho \sin \delta$

若为正轴投影:

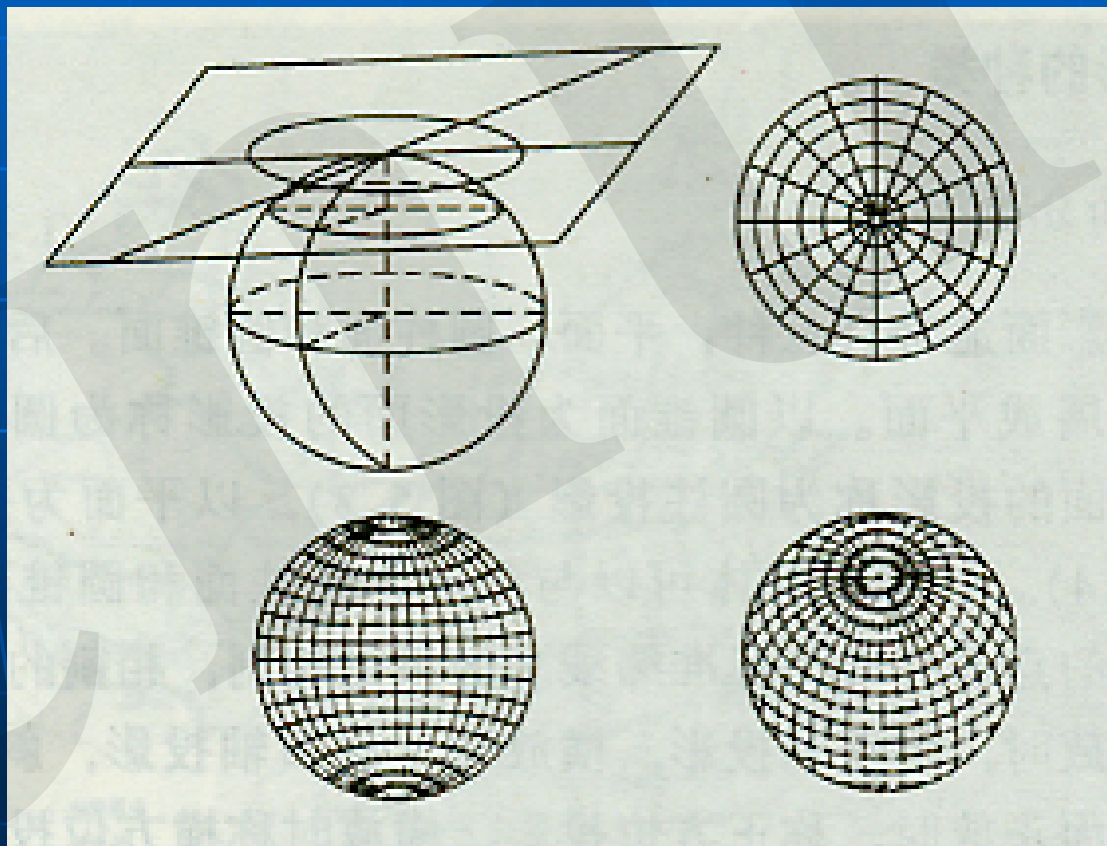
$$z = 90^\circ - \varphi, \quad \lambda = \alpha$$

Z--天顶距



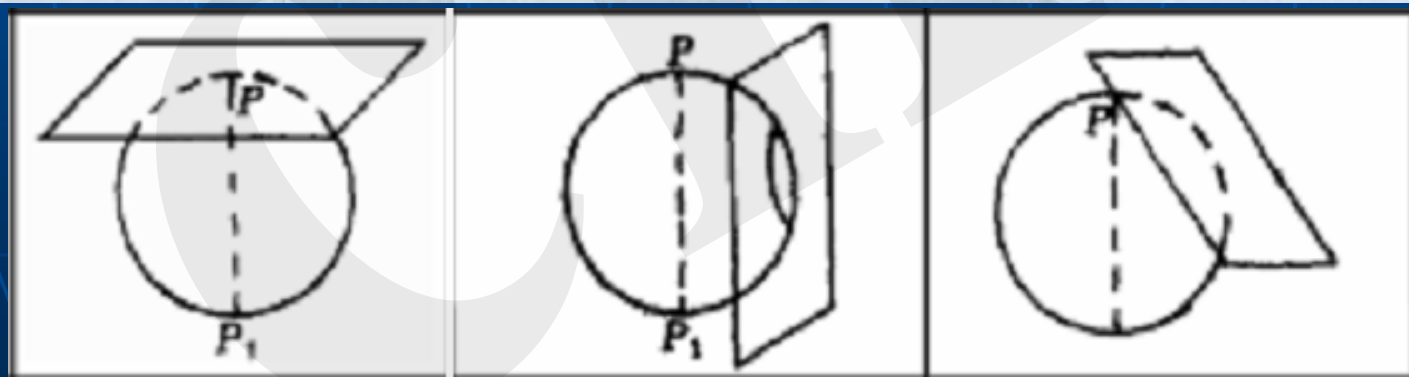
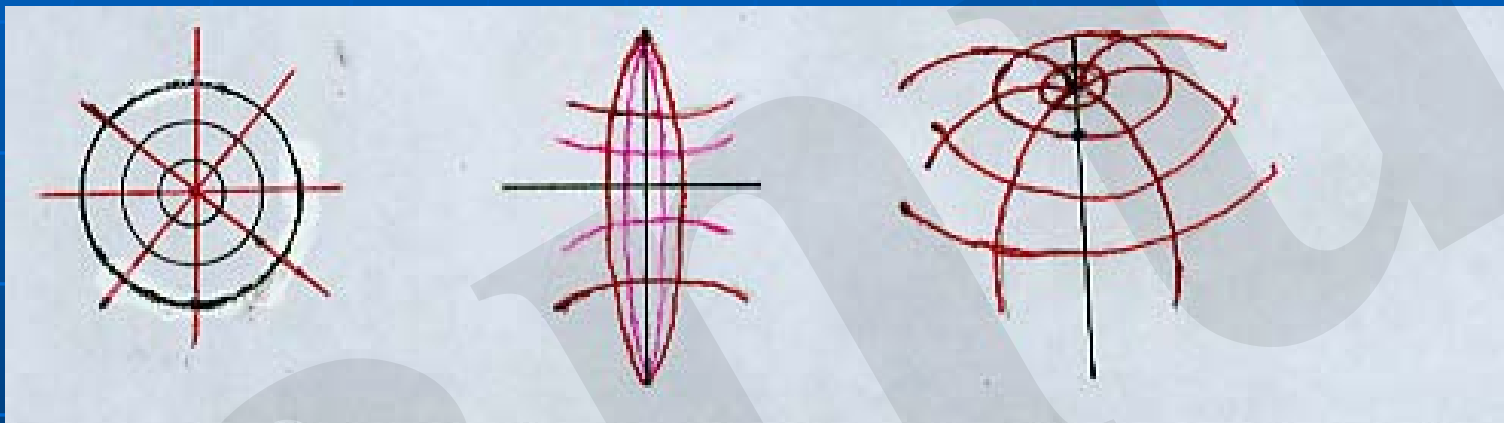
二. 经纬网形状

1. 正轴方位投影 —— 纬线表现为同心圆；经线表现为交于极点的放射状直线（同心圆半径），其交角与经差相等。



2.横轴方位投影 ——除经过切点的经线和赤道投影为互相垂直的直线外，其余的经纬线均为曲线。

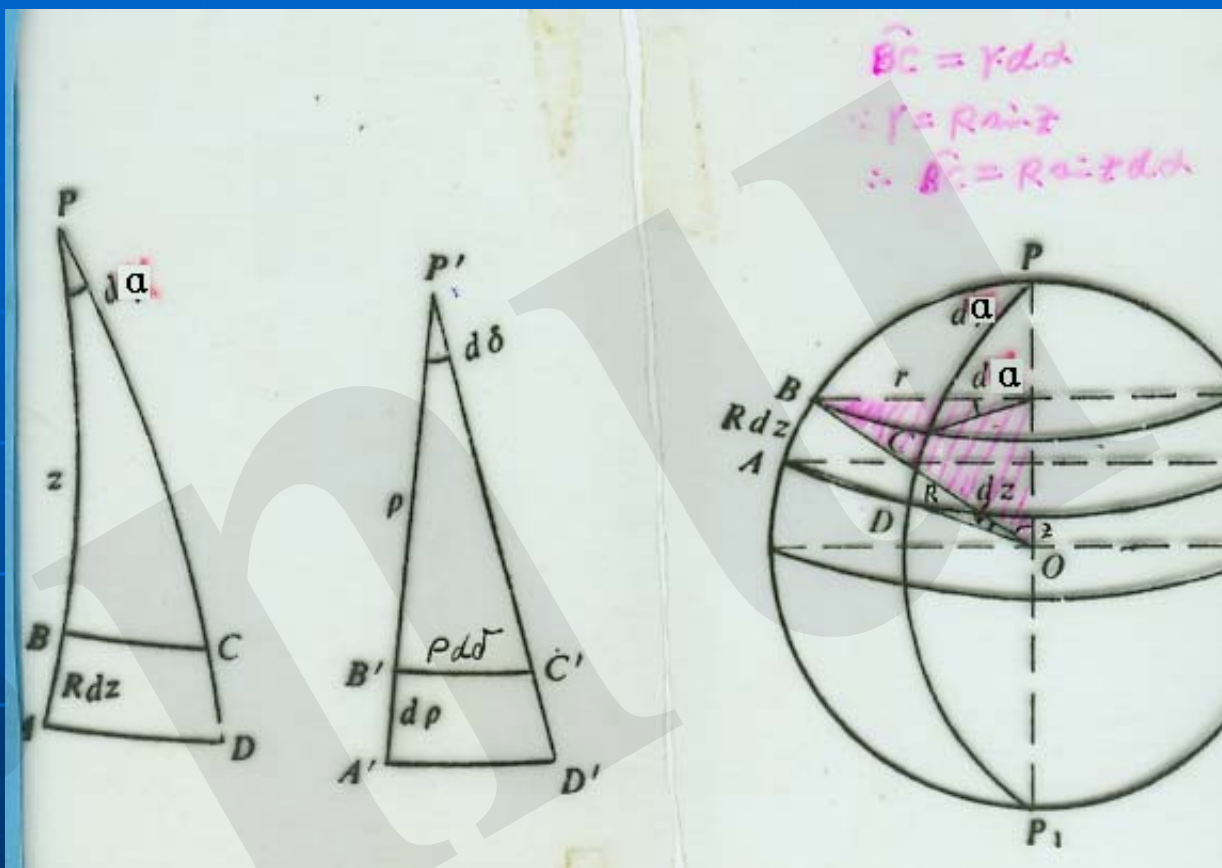
3.斜轴方位投影——斜轴方位投影，除经过切点的中央经线投影为直线外，其余的经纬线均为曲线。



三. 变形内容与分布规律

(一) 变形内容:

$$\mu_1, \mu_2, P, \omega$$



$$\mu_1 = \frac{d\rho}{R \cdot dz}, \quad \mu_2 = \frac{\rho}{R \cdot \sin z},$$

$$P = \mu_1 \cdot \mu_2 = \frac{\rho \cdot d\rho}{R^2 \cdot \sin z \cdot dz}$$

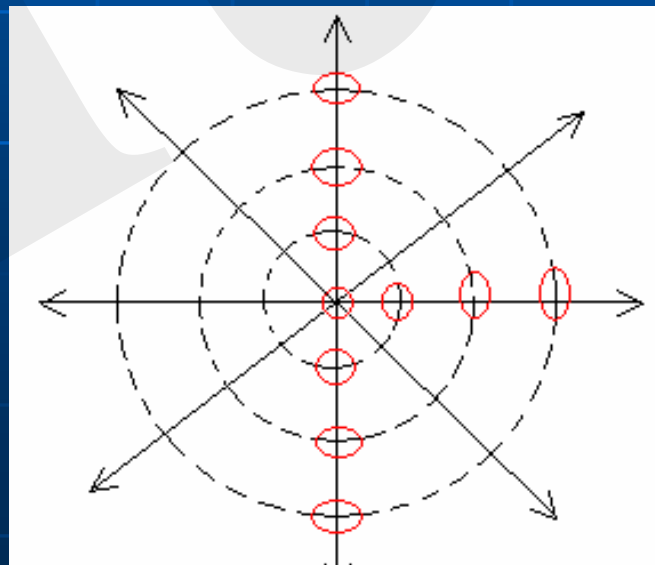
$$\sin \frac{\omega}{2} = \left| \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1 + \mu_2} \right|$$

(二) 变形分布规律

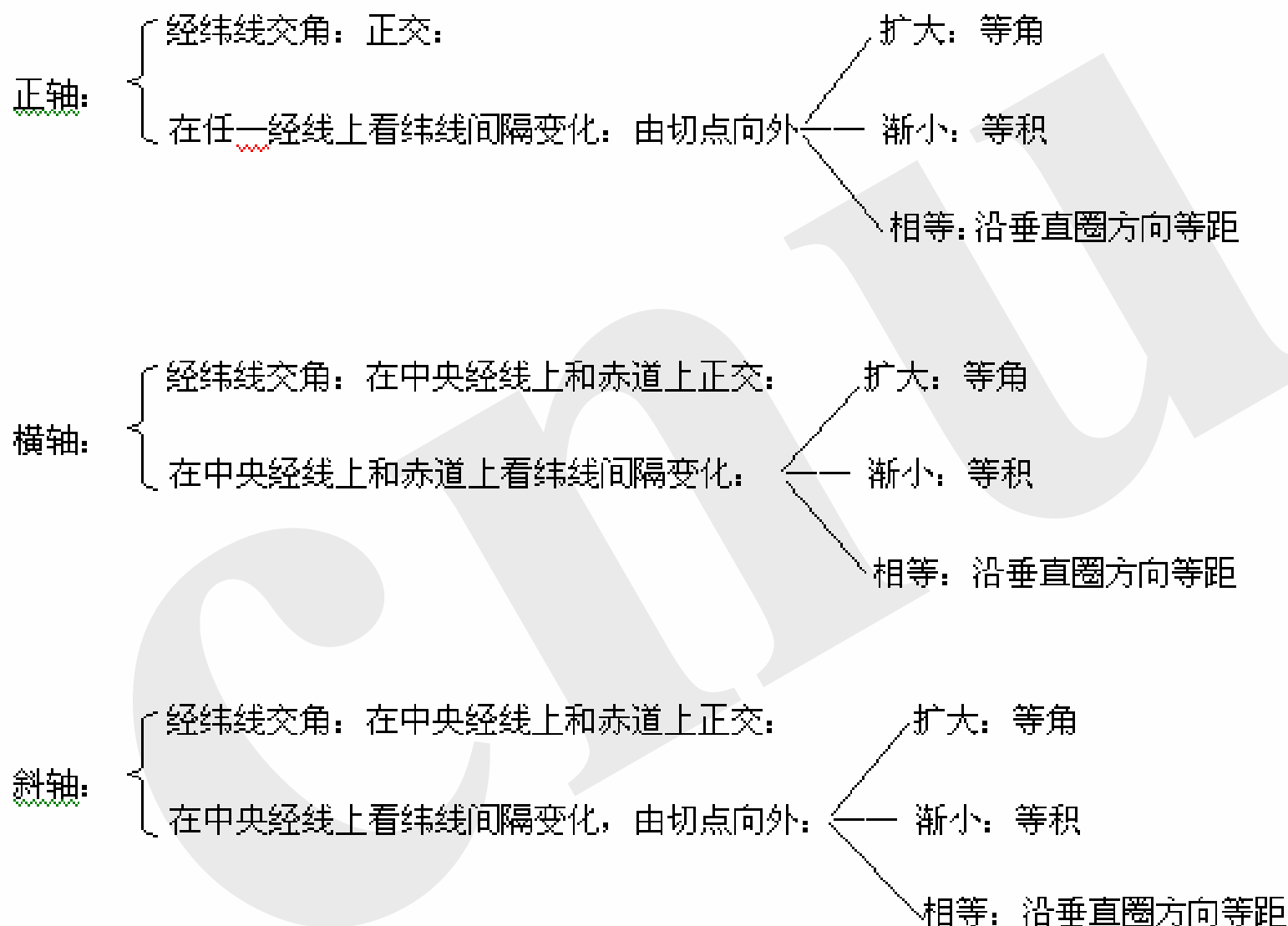
- 1. 投影中心（切点或新极点）为无任何变形的点，即： $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $P=1$, $\omega=0$
- 2. 离切点越远，各种变形数值就越大： $\mu_2 > 1$;
- 3. 离切点等距处，各种变形的数值各自相等;
- 4. 等变形线为以切点为圆心的同心圆（与等高圈一致）。

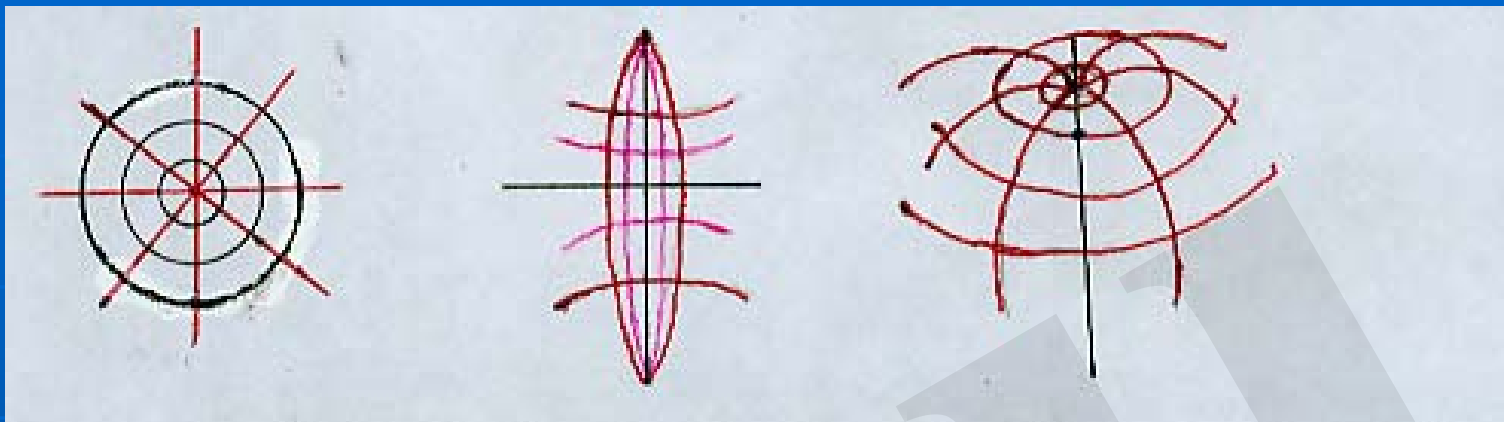
$\mu_2 > 1$,

μ_1 随投影性质的变化而变化。



四. 经纬网形状





五. 适用：方圆形地区

- ❖ 正轴——两极图、南北半球图；
- ❖ 横轴——东西半球或非洲图；
- ❖ 斜轴——水陆半球图、亚、欧、南、北美，中国全图（南海诸岛在图中出现）

六. 几种不同的方位投影

等积、等角、等距方位投影。

(一) 等积方位投影

1. 构成

➤ (1) 方法: 平面为投影面, 缩小后的地球模型为投影原面, 使两者相切或相割。

➤ (2) 条件:

$$P = 1, \mu_1 \cdot \mu_2 = 1, \text{ 即: } \int \rho d\rho = \int R^2 \sin z dz$$

➤ (3) 一般公式: $\int \rho d\rho = \int R^2 \sin z dz \rightarrow \rho^2 / 2 = K - R^2 \cos z ;$

$$z = 0 \text{ 时 } \rho = 0, \text{ 则: } K = R^2$$

因此:

故:

$$\rho^2 = 2(R^2 - R^2 \cos z) = 2R^2(1 - \cos z) = 4R^2 \sin^2 \frac{z}{2}$$
$$\rho = 2R \sin \frac{z}{2}, \quad \delta = \alpha$$

若为正轴投影:

$$z = 90^\circ - \varphi, \quad \lambda = \alpha$$

2. 变形内容与分布规律

(1) 内容:

$$\mu_1 = \frac{d\rho}{Rdz} = \frac{d(2R \sin \frac{z}{2})}{Rdz} = \cos \frac{z}{2}$$

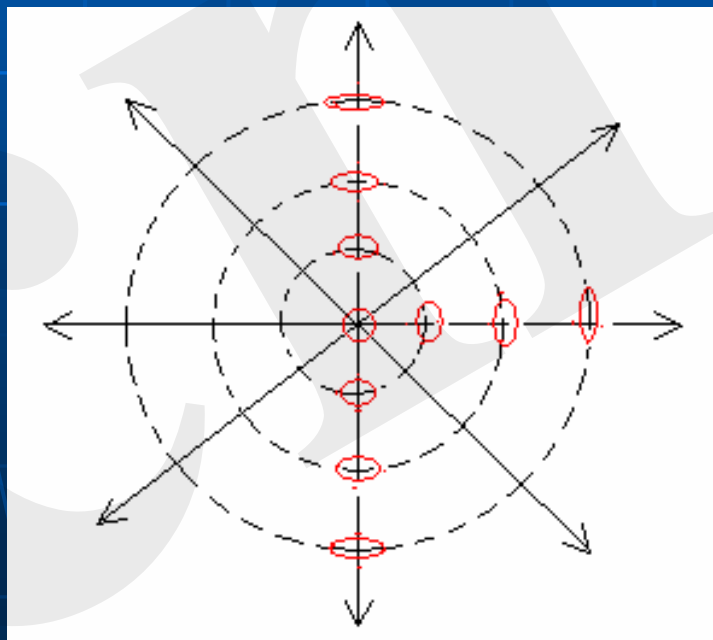
$$\mu_2 = \frac{\rho}{R \sin z} = \frac{2R \sin \frac{z}{2}}{R \sin z} = \frac{1}{\cos \frac{z}{2}} = \sec \frac{z}{2}$$

$$P = \mu_1 \cdot \mu_2 = 1$$

$$\sin \frac{\omega}{2} = \frac{\sec \frac{z}{2} - \cos \frac{z}{2}}{\sec \frac{z}{2} + \cos \frac{z}{2}}$$

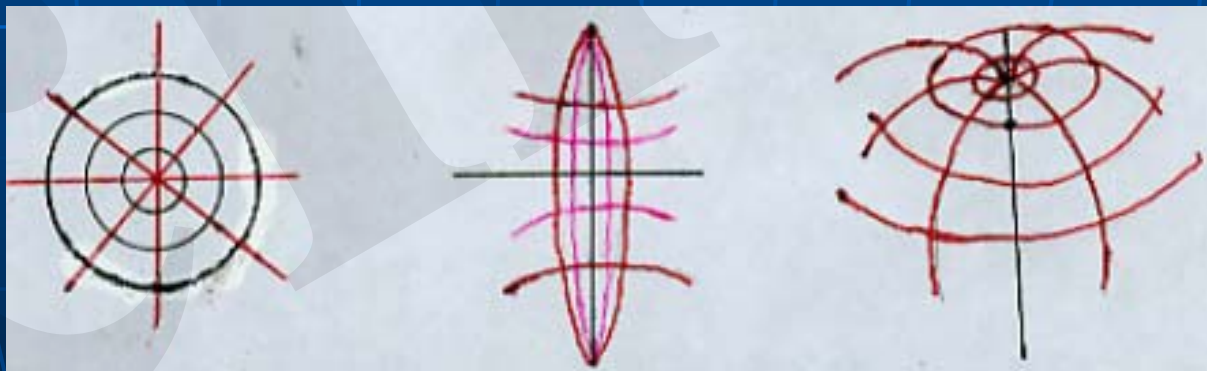
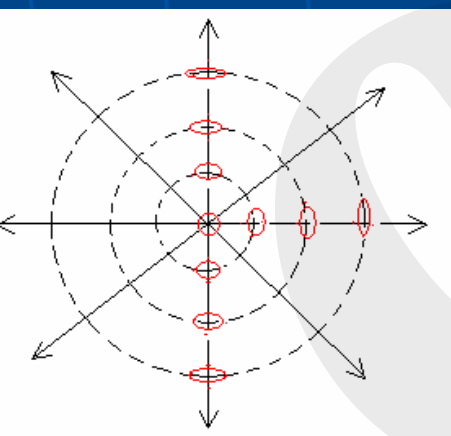
(2) 变形分布规律

- ① 投影中心（切点）无任何变形；
- ② 全图无面积变形；
- ③ 离切点越远，其角度、长度变形数值就越大；
- ④ 离切点等距处，其角度、长度变形数值各自相等；
- ⑤ **等变形线为以切点为圆心的同心圆**（与等高圈一致）。



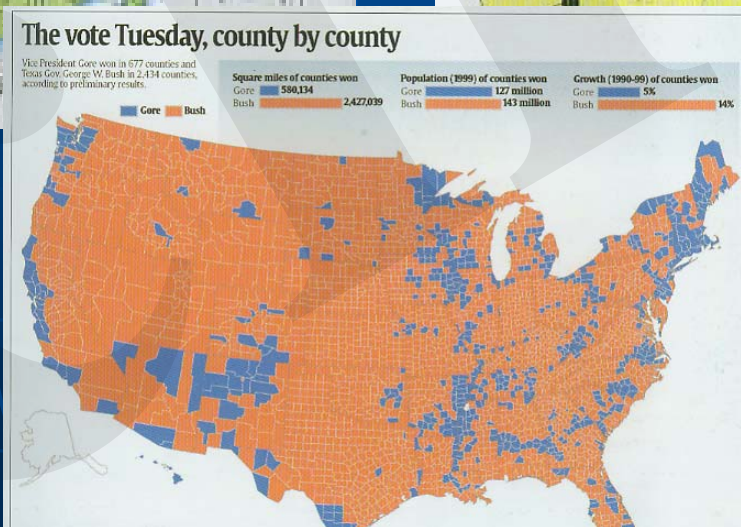
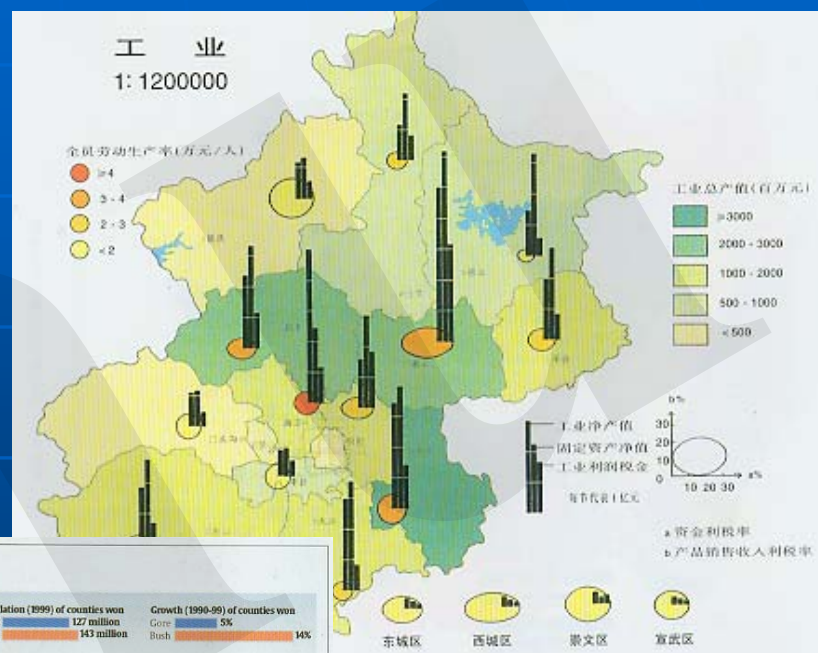
3.经纬网特征

- **正轴**：经纬线正交；在任一经线上，由极点向外纬线间隔渐小。
- **横轴**：中央经线与所有纬线正交，赤道与所有经线正交；在中央经线上，赤道向南北纬线间隔渐小，在赤道上自中央经线向东西经线间隔渐小。
- **斜轴**：中央经线与所有纬线正交；在中央经线上，自切点向南北纬线间隔渐小。



1. 适用

区划图、类型图、经济图、环境质量评价图。



(二) 等角方位投影

1. 构成

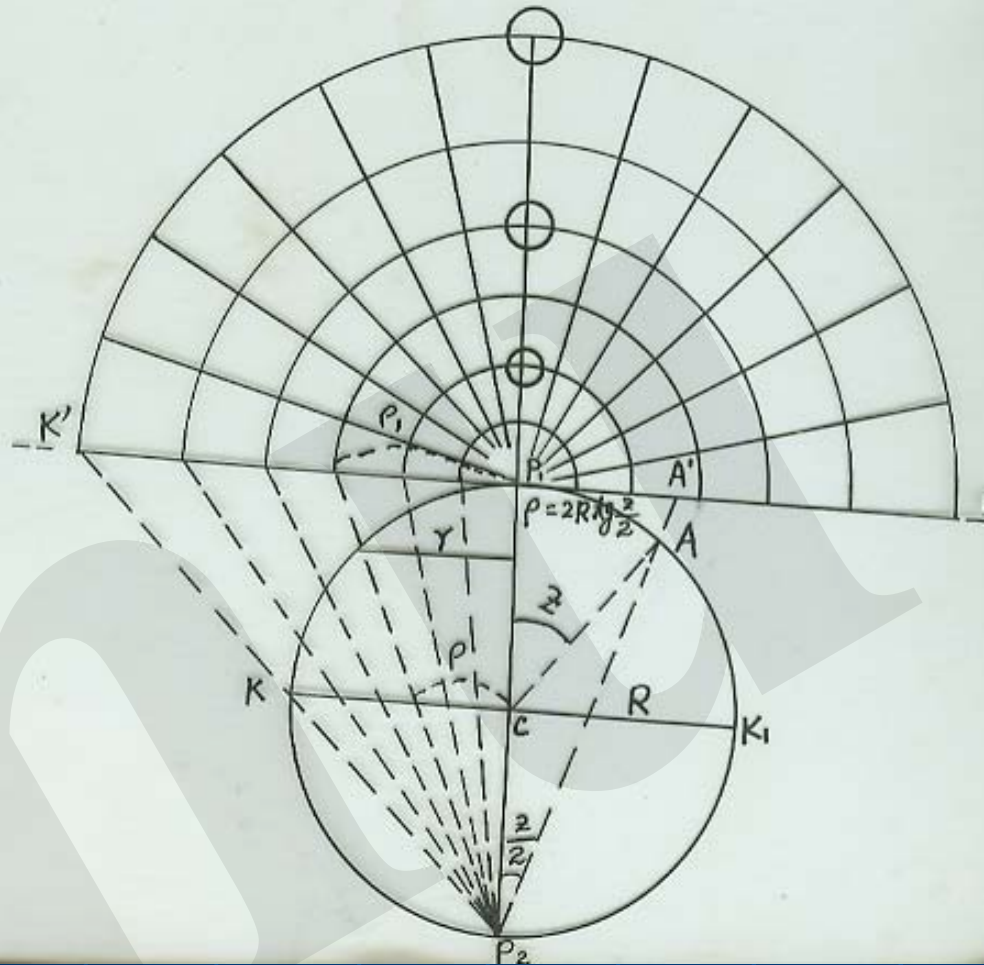
- 方法：平面为投影面，缩小后的地球模型为投影原面，
使两者相切或相割。
- 条件： $\omega=0$ ，即： $\mu_1 = \mu_2$ （非透视）；
视点在球面上（透视）

一般公式:

$$\delta = \alpha, \quad \rho = 2R \cdot \operatorname{tg} \frac{z}{2}$$

$$X = \rho \cos \delta, \quad Y = \rho \sin \delta$$

等角方位投影示意图



2. 变形内容与分布规律

(1) 内容: μ_1 , μ_2 , P , ω

$$\mu_1 = \frac{d\rho}{Rdz}, \quad \mu_2 = \frac{\rho}{R \sin z},$$

将 $\rho = 2R \cdot \operatorname{tg} \frac{z}{2}$ 代入得: $\mu_1 = \frac{d(2R \cdot \operatorname{tg} \frac{z}{2})}{Rdz} = \sec^2 \frac{z}{2};$

$$\mu_2 = \frac{2R \cdot \operatorname{tg} \frac{z}{2}}{R \sin z} = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \frac{z}{2}}{2 \sin \frac{z}{2} \cos \frac{z}{2}} = \sec^2 \frac{z}{2}$$

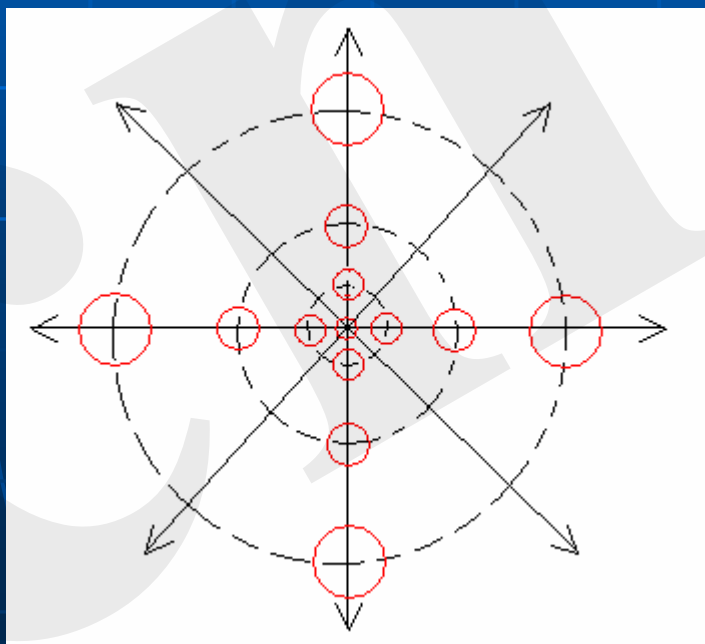
因此: $\mu_1 = \mu_2 > 1$

$$P = \mu_1 \cdot \mu_2 = \sec^4 \frac{z}{2}, \quad \sin \frac{\omega}{2} = 0; \quad \omega = 0$$

若为正轴投影: $z = 90^\circ - \varphi, \quad \lambda = \alpha$

(2) 变形分布规律

- ① 投影中心（切点）无任何变形；
- ② 全图无角度变形（微小范围内保持图形的相似性）；
- ③ 离切点越远，其长度、面积变形数值就越大；
- ④ 离切点等距处，其长度、面积变形数值各自相等；
- ⑤ 等变形线为以切点为圆心的同心圆。



3. 经纬网特征

➤ 正轴

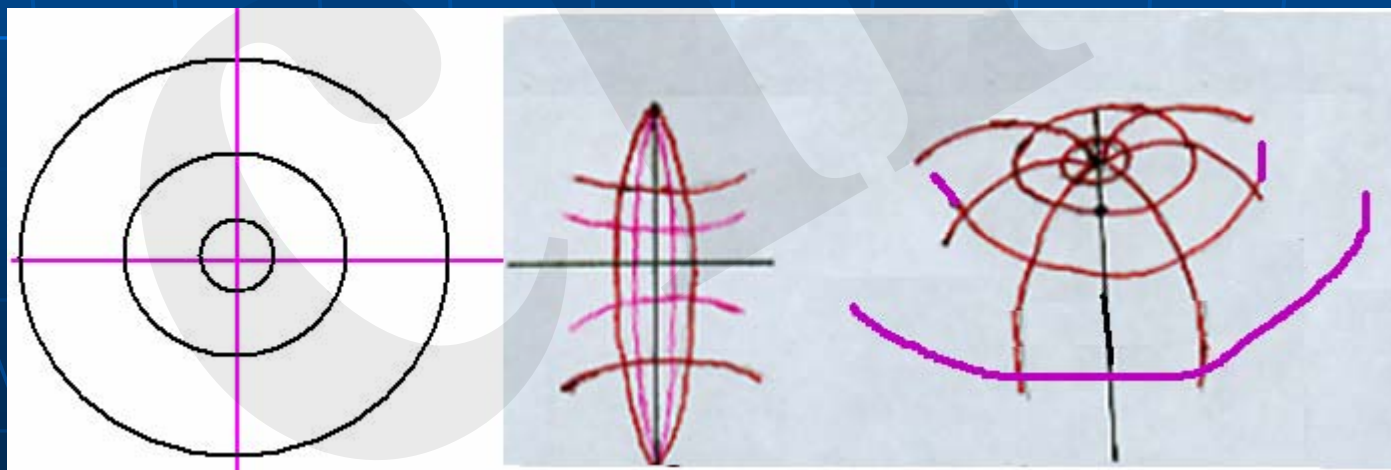
经纬线正交；在任一经线上，由极点向外纬线间隔渐大。

➤ 横轴

经纬线正交。在中央经线上，自赤道向南北纬线间隔渐大；在赤道上，自中央经线向东西经线间隔渐大。

➤ 斜轴

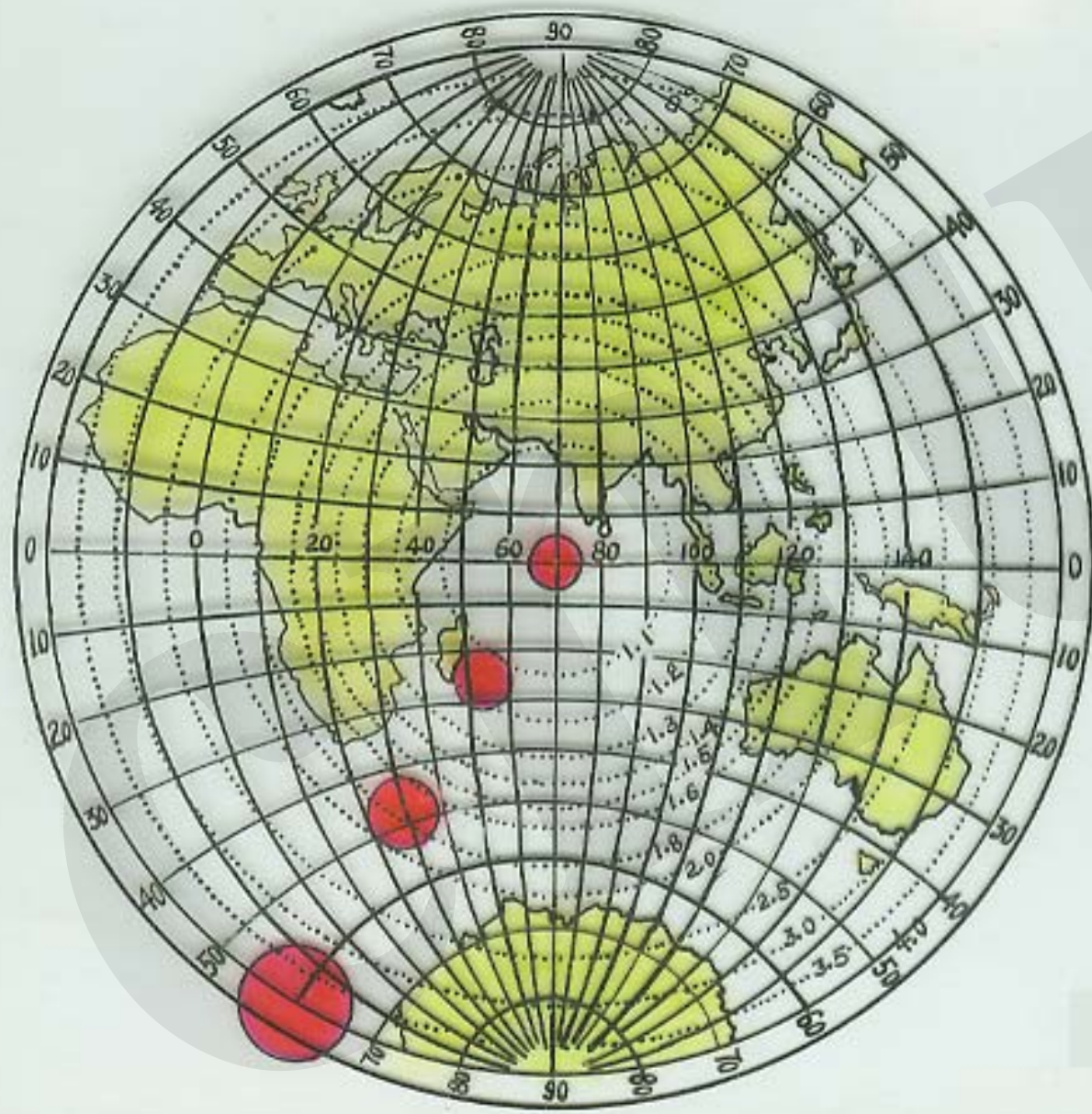
经纬线正交；
在中央经线上，自切点向南北纬线间隔渐大。



4. 适用：极地地形图、交通图、风向图。



等角横方位投影及面积等变形线



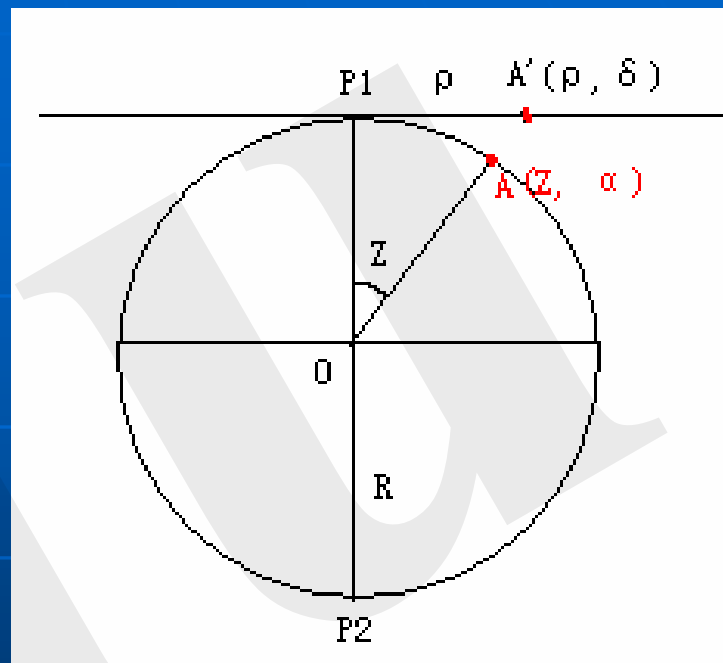
等角方位横投影及其面积等变形线

(三) 等距方位投影

1. 构成:

- 方法: 平面为投影面, 缩小后的地球模型为投影原面。
- 条件: $\mu_1 = 1$
- 一般公式:

$$\delta = \alpha, \quad \rho = zR$$
$$X = \rho \cos \delta, \quad Y = \rho \sin \delta$$



2. 变形内容与分布规律:

- (1) 内容: μ_1, μ_2, P, ω

$$\mu_1 = 1$$

$$\mu_2 = \frac{\rho}{R \sin z} = \frac{R \cdot z}{R \sin z} = \frac{z}{\sin z} > 1$$

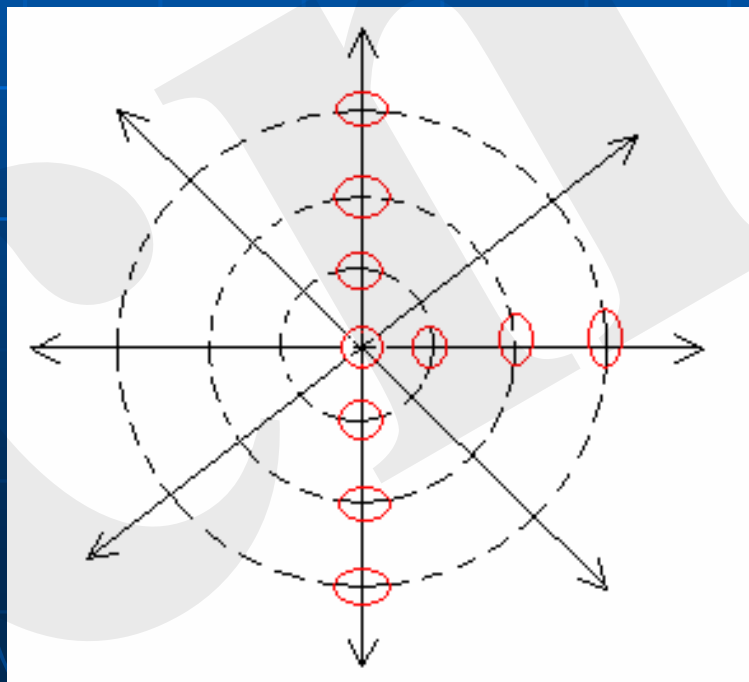
$$P = \mu_1 \cdot \mu_2 = \frac{z}{\sin z}$$

$$\sin \frac{\omega}{2} = \left| \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_2 + \mu_1} \right| = \frac{\frac{z}{\sin z} - 1}{\frac{z}{\sin z} + 1} = \frac{z - \sin z}{z + \sin z}$$

正轴时，可用 $90^\circ - \Phi$ 代替 z

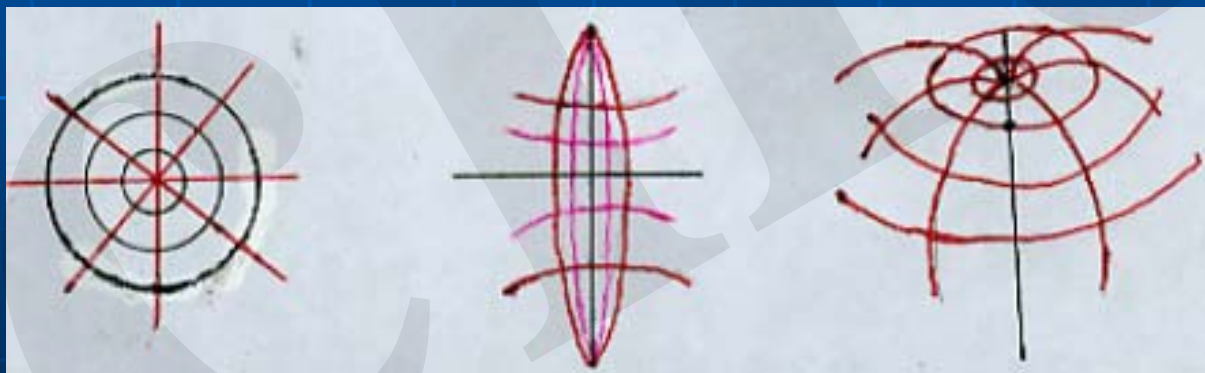
(2) 变形分布规律

- ① 投影中心（切点）无任何变形；
- ② 全图沿垂直圈方向无长度变形；
- ③ 离切点越远，其角度、面积变形数值就越大；
- ④ 离切点等距处，其角度、面积变形数值各自相等；
- ⑤ 等变形线为以切点为圆心的同心圆。



3.经纬网特征:

- **正轴**: 经纬线正交; 在任一经线上, 由极点向外纬线间隔相等。
- **横轴**: 中央经线与所有纬线正交, 赤道与所有经线正交; 在中央经线上, 纬线间隔相等; 在赤道上, 经线间隔相等。
- **斜轴**: 中央经线与所有纬线正交; 在中央经线上, 纬线间隔相等。



4.适用:

导弹放射场图、飞行中心图、地震台站图、教学图。

(四) 常用方位投影的投影中心

	范围	纬度: φ_0	经度: λ_0
	南北半球图	90°	
东西半球图:	东半球图	0°	70°
	西半球图	0°	$110^\circ W$
水陆半球图:	水半球图	$45^\circ S$	180°
	陆半球图	45°	0°
	非洲图	0°	20°
	欧洲图	$52^\circ 30'$	20°
	南美洲图	$20^\circ S$	$60^\circ W$
	北美洲图	45°	$100^\circ W$
	大洋洲图	$10^\circ S$	150°
	亚洲图	40°	100°