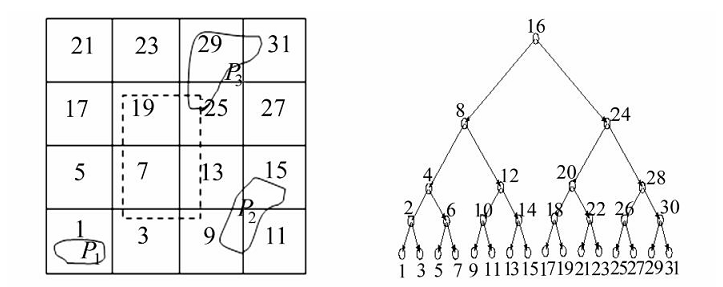
**线性可排序四叉树基本算法：**

1：建立线性可排序四叉树索引需要预先获取能够包括全部要素的最小空间范围Extent（二维），而且索引建立完成后，该范围不可以更改，难以扩展。也存在部分算法可以在开销不大的前提下实现动态扩展，但在本文中没有实现，比如《一种可扩展的线性可排序四叉树空间索引》

示例为：



注意右图中，2及8所在层为虚拟节点层，本文中暂时不涉及

定义节点的编号D为上图中节点对应的数值，该编号在整个四叉树中唯一，定义节点的序号j为该节点在其所在层中，从左侧开始的序号，例如上图中编号为20的节点为第2层左数第3个，序号j=3

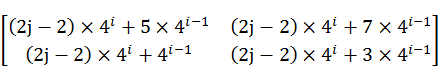
四叉树的每个节点均包含4个子节点，定义其内部序号为C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image003746bed1c-a053-4870-8379-b2e603fec322.png

2：首先，计算包括所有要素的最小空间范围，定义其左下角点为C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image00526c2182c-4741-4ae8-9452-310fe6d3c286.png,其长度和宽度方向的较大值为L

3：建立一个层数为n的线性可排序四叉树（不包含虚拟节点，不包括最底层叶节点），最上层根节点为第n层，最下层为第1层，叶节点可视为第0层。第i层节点的格网大小为C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image00738dc6a75-794e-43af-999e-07c222e93f7e.png,,叶节点格网大小为C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image009f2e69a78-8c20-4766-8d64-239cc4a57e18.png

4：第i层左数第j个节点编号为C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image011da00de44-f256-477c-9f8a-753b09c29284.png

5：第i层共有C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image013e16cc865-40c9-4fbb-bffd-d204a179da43.png个节点，其中行方向和列方向各有C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image01555407e47-c0ea-4809-85ae-dc7fd8bf1a26.png个节点，首节点编号为C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image01727eabb68-3e49-444f-80bc-8e9754b99459.png，相邻节点间编号差为C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image019ac65c628-54c4-471f-aa04-fe0d14771595.png

6：每个节点均按照C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image021cbb59d9d-cadc-43c9-9b76-8664ba070b11.png这样的顺序划分为下一层的四个子节点，第i层左数第j个节点（节点编号为C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image011b4e55443-aa9c-4ad1-958d-eb47695097b9.png），划分的四个子节点编号分别为：

7：已知节点编号C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image02539d322e0-e341-4b67-9156-8e0d54bdb6e3.png,求其左下角点(C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image02754dcac74-9ea4-4b68-b794-5e5f6bd0dcf4.png坐标的过程：

1)   由于C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image029c6782900-84b8-4d1c-9028-b6535e6cf72c.png，因此该节点所在层号i为C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image025761adc0f-2c12-4f1f-9ceb-e33d0efd1e7f.png最大偶数因数取以4为底的对数，而该节点在所在层从左数的序号C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image0316686270b-4d67-4a8c-b509-a074384ae326.png

2)   C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image02523a8572c-194d-4506-93aa-f5b8c624aca8.png节点对应第n层（根节点所在层）所属节点序号为：C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image0337c2a358c-4be8-4683-89f8-2f16e5907dea.png,其中方括号为向下取整（第n层,C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image035d68d4ac7-6011-411d-9d70-319c9d0cbe62.png值总是等于1），其节点编号C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image0374de91820-e392-4418-8a70-0a78dfff5835.png，其左下角点C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image03965634665-e11f-4444-ab6f-ca86ba8e715e.png

3)   C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image025e6fd8360-5b98-4fac-aaba-0daa66f360f3.png节点对应第n-1层所属节点序号为:C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image041fdd98682-582d-4d77-86e7-07c6c71edfed.png，其节点编号C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image04358b92c50-5850-4716-95bb-83fa20d6d372.png，该节点C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image0450c16f250-a8e1-416d-b7e0-7f029184872a.png在其所属上级节点C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image0472df1b8d2-602d-4231-b4df-b82456a5b2cf.png的四个子节点中，内部序号C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image0496fce5cf3-e193-49c9-82d5-888e28fcf718.png，（其中C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image05164428f70-d1ab-46a5-a946-e548de9c4d48.png应为1至4之间的值）；该层节点格网大小为C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image05389c3ee76-30ef-41d4-811e-5dfd6a099edb.png，因此C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image0451cbb875c-b1ab-4667-8ebf-16c3e2eff3a4.png的左下角点坐标为：

C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image05564f5a5aa-8166-4058-8bb2-213057ac713d.png

C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image057638d6403-2e00-4182-9e52-5409bd59b77a.png

4)   迭代求解，最终C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image0258656e622-0633-4e6f-a6ad-747255330a12.png节点左下角坐标为：

C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image05986608fba-dfa4-4ec1-b2f0-e01563fcdfee.png

C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image0614c02aae7-ebec-443a-a0ca-b931da9de50a.png

8：已知点P坐标为C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image06363a018f0-2f58-4c22-a8ce-78dcf826f644.png，求其所在第i层哪一个节点范围内的过程：

1)   第n层（根节点所在层），P点一定位于根节点范围内，根节点编号为C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image0471b40e9da-b270-4020-8687-7feba77d1bbc.png，序号为C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image06504c27adc-b95b-4b2b-bf49-580780a3a0bd.png，其左下角点C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image039966cf2c4-b086-4564-8cd7-4536f692f4aa.png

2)   第n-1层，节点格网大小为C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image053f13af4e1-49ca-4f44-97eb-9bbb4573e2bd.png,因此在C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image0479e9cec33-7bbc-45d8-b909-1eff06e7c397.png的四个子节点中，P点所在子节点的内部序号为C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image051ad76d2fd-da9d-42bd-82de-2c8ae3bc2517.png，则

C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image0676d3836af-3465-4e1f-bcde-34fd87ae1f70.png

C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image069d98345f0-1d04-4127-b043-23b8319cc684.png

该节点在n-1层的序号为C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image07197f8f2dd-fe86-4b7d-bd0d-5ec8b0443347.png，编号C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image04384ee2280-b226-4846-8d1a-df6f41e9f4a5.png，左下角点坐标为

C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image055c9551054-ce8e-4740-ba63-a60abe75464e.png

C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image057524496cb-0b49-4b82-97e0-906d16242e14.png

3)   同理，迭代求解得到第i层对应的节点序号C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image07341f1753c-a3c8-437b-93a7-483cfb167ee1.png以及节点编号C:\Users\wyz\Documents\My Knowledge\temp\aeb131a9-d9cd-4ce7-8610-d28394513ec2_4_files\clip_image025e629102a-bc5e-4e97-84c5-e86bcf521d6c.png