

Examen de l'UE IMA203

1 Analyse de textures

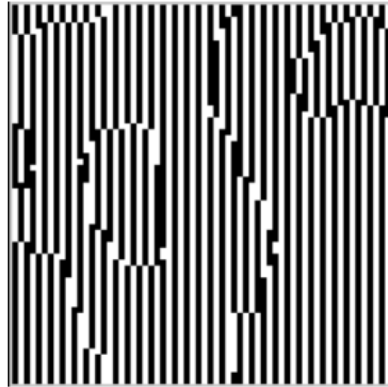


FIGURE 1 – Réalisation d'un champ markovien.

On considère une réalisation d'un modèle markovien (fig. 1). Expliquez quelles sont les configurations de cliques les plus fréquentes dans cette image. En le justifiant, définissez le voisinage et les potentiels des cliques associés à ce modèle.

Les transitions horizontales sont les plus fréquentes

Modèle d'Ising avec Beta négatif horizontalement et positif(or null) verticalement ???

Modèle d'Ising avec $V(0,0)=V(1,1)=-\beta$ (avec $\beta>0$, potentiel attractif), $V(0,1)=V(1,0)=0$ sur la **direction verticale** et $V(0,1)=V(1,0)=-\beta$, $V(0,0)=V(1,1)=0$ sur la **direction horizontale**

(Benoît)

2 Classification bayésienne

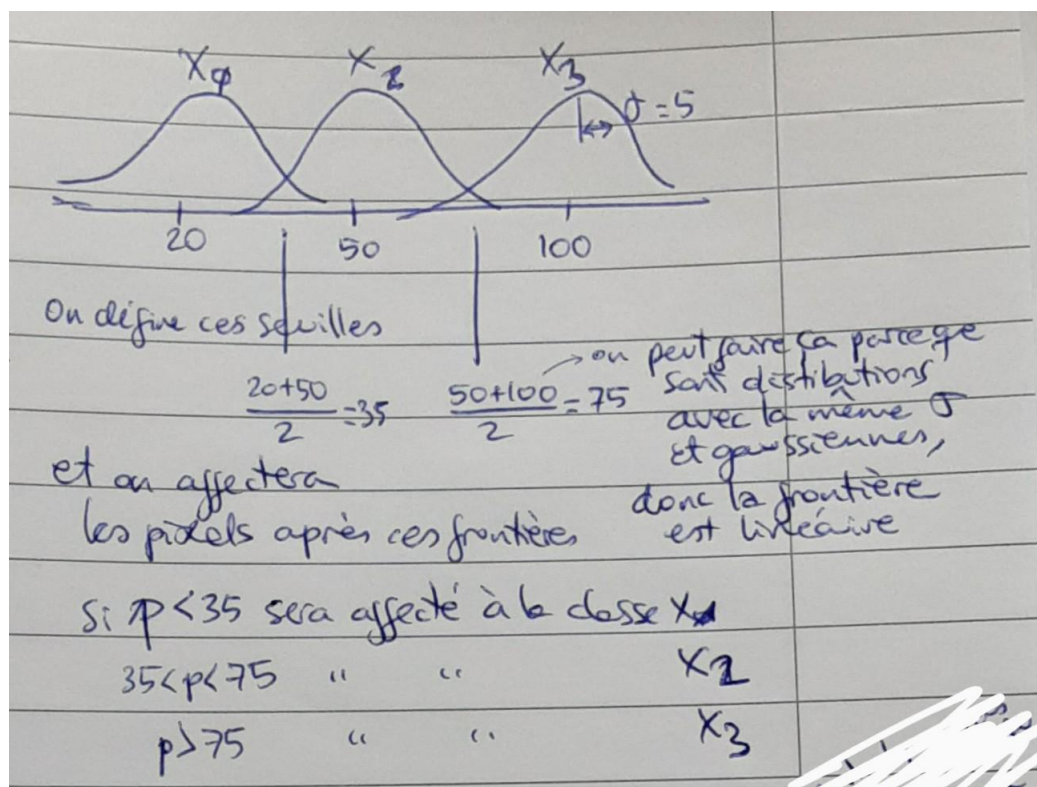
On considère une image en niveaux de gris que l'on veut classer en 3 classes. On suppose que les 3 classes correspondent à des distributions gaussiennes de niveaux de gris de moyennes respectives 20 pour la classe 1, 50 pour la classe 2 et 100 pour la classe 3, et toutes d'écart-type 5.

2.1 Classification ponctuelle

On considère tout d'abord des classifications ponctuelles en chaque pixel.

- On classe l'image en utilisant le critère du maximum de vraisemblance en chaque pixel. Expliquer à quoi correspond cette opération.

Je ferais ça mais il peut avoir une meilleure façon

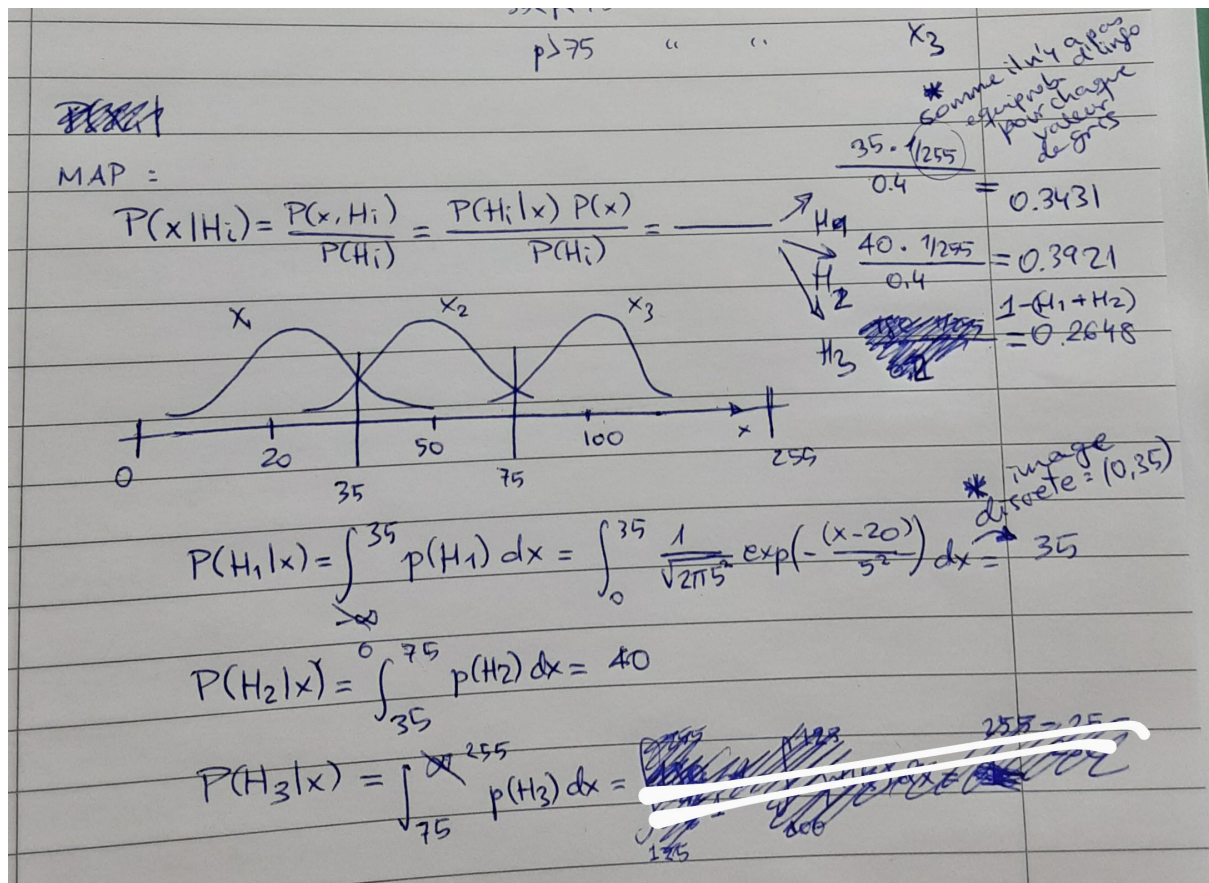


(Maria)

Je pense qu'il suffit de dire à quoi correspond l'opération = maximiser le terme de vraisemblance (- la somme des log) en admettant l'indépendance des pixels.

Il suffit de dire que cela revient à faire un seuillage ??

- On classe l'image en utilisant le critère du maximum a posteriori en chaque pixel. Expliquer dans quelle classe sera classé un pixel de niveau de gris 75 si les probabilités a priori des classes sont 0.4 pour la classe 1, 0.4 pour la classe 2 et 0.2 pour la classe 3.



$$P(x|H_1)=0.3431$$

$$P(x|H_2)=0.3921 *$$

$$P(x|H_3)=0.2648 *$$

Lorsqu'il arrive sur la frontière ML entre x_2 et x_3 , maintenant $P(H_i)$ sont différents entre eux, et le pixel serait affecté à la classe x_2 .

(Maria)

*en fait le résultat est correct mais les $p(H_2)$ et $p(H_3)$ ne sont tout bien, car la frontière n'est plus 75, on doit le calculer

Classe 1

$$P(y_s = 75|x_s \in C_1) = 0.4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 5} \cdot e^{-\frac{(75-20)^2}{2 \cdot 5^2}}$$

$$D(y_s = 75|x_s \in C_1) = -\ln(P(y_s = 75|x_s \in C_1)) \propto -\ln(0.4) + 55^2$$

Classe 2

$$P(y_s = 75|x_s \in C_2) = 0.4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 5} \cdot e^{-\frac{(75-50)^2}{2 \cdot 5^2}}$$

$$D(y_s = 75|x_s \in C_2) = -\ln(P(y_s = 75|x_s \in C_2)) \propto -\ln(0.4) + 25^2$$

Classe 3

$$P(y_s = 75|x_s \in C_3) = 0.2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 5} \cdot e^{-\frac{(75-100)^2}{2 \cdot 5^2}}$$

$$D(y_s = 75 | x_s \in C_3) = -\ln(P(y_s = 75 | x_s \in C_3)) \propto -\ln(0.2) + (-25)^2$$

Comme on veut minimiser l'attaché aux données, on choisit la classe 2. (Barbutti) oui!

2.2 Classification avec régularisation

Afin d'améliorer la cohérence spatiale des classes obtenues on décide d'utiliser un a priori global dans le critère MAP sous forme d'un modèle de régularisation.

- Proposer un modèle permettant d'obtenir des zones compactes dans la classification. Définissez le voisinage et les potentiels de clique que vous proposez.

modèle de Potts

voisinage : 4-connexité

potentiel des cliques : nuls pour les singletons, β si deux pixels sont différents et 0 sinon (avec β positif)

- On combine ce modèle de régularisation avec l'attaché aux données correspondant au modèle gaussien précédent. Donnez l'énergie globale du champ a posteriori et l'énergie conditionnelle locale du champ a posteriori pour un pixel.

$$U(x) = \sum V_c(x)$$

$$U(x|y) = \sum (K + K' * |y_s - \mu_s|) + \sum V_c(x)$$

A4

- énergie globale:

$$U_{x|y} = \sum_s \frac{(Y_s - m_{x_s})^2}{2\sigma} + K + \sum_{c \in C} \beta * \Delta(x_s, x_t)$$

- énergie conditionnelle locale:

$$U_{x_s|y_s} = \frac{(Y_s - m_{x_s})^2}{2\sigma} + \sum_{c \in C, t \in 4ppv} \beta * \Delta(x_s, x_t)$$

(Filipe)

- On considère un pixel de niveau de gris 50 entouré par des voisins dans la configuration $\{1, 3, 3, 3\}$ (on se place ici en 4-connexité). Calculer la valeur de l'énergie conditionnelle locale pour chaque classe en fonction du paramètre de régularisation.

Classe 1: $U_{loc} = 30^2 / 2\sigma^2 + 3 * \beta$

Classe 2: $U_{loc} = 4 * \beta$

Classe 3 : $U_{loc} = 50^2 / 2\sigma^2 + \beta$

-> c'est pas l'énergie conditionnelle locale a posteriori ça ? J'aurais juste mis $3 \cdot \beta$, $4 \cdot \beta$ et β

- Dans quelle classe sera classé ce pixel si on fait une étape de l'algorithme Iterated Conditional Modes ? (Discuter en fonction du paramètre de régularisation).

Dans la classe d'nrj la plus faible selon la valeur de β (si $\beta < 0$ et $\text{abs}(\beta)$ élevée, ce sera ds la classe 3 par exemple)

- Dans quelle classe sera classé ce pixel si on fait une étape de l'algorithme du Recuit Simulé ? (détaillez les opérations à effectuer).

3 Optimisation par graph-cut

On considère l'image suivante constituée par une seule ligne de 5 pixels dont les niveaux de gris sont indiqués sur l'image 2.

10	8	2	7	2
----	---	---	---	---

FIGURE 2 – Image-ligne de 5 pixels avec leurs niveaux de gris.

On veut faire une **classification** en deux classes de cette image. La classe 0 est définie par le paramètre $\mu_0 = 2$ et la classe 1 par le paramètre $\mu_1 = 8$. La probabilité d'un niveau de gris conditionnellement à une classe est donnée par

$$P(y_s | x_s) \propto \exp(-(y_s - \mu_{x_s})^2)$$

1. Classifier cette image-ligne avec une classification bayésienne ponctuelle au sens du maximum de vraisemblance.

$$P(y_s | x_s) \propto \exp(-(y_s - \mu_{x_s})^2)$$

$$\text{vraisemblance} : D(y_s | x_s) \sim -\ln(\exp(-(y_s - \mu_{x_s})^2)) \sim |y_s - \mu_{x_s}| ?$$

$$-\ln(\exp(-(y_s - \mu_{x_s})^2)) = (y_s - \mu_{x_s})^2$$

$$\text{max vraisemblance} : x_s^* \in \text{argmin}(D(y_s | x_s))$$

En gros on regarde si le pixel y_s est plus proche de μ_0 ou de μ_1 .

On peut dire que pour être affecté à la classe x_0 : $\text{niveaudegris} < (\mu_0 + \mu_1)/2$ c'est-à-dire $\text{niveau de gris} < 5$

Pour être à x_1 : $\text{niveau de gris} > 5$

(Maria)

Réponse : $x_1 | x_1 | x_0 | x_1 | x_0$

2. On veut utiliser un modèle d'Ising (avec la convention que le potentiel est de valeur 0 quand les deux sites voisins sont de même classe et β quand les deux sites voisins sont dans des classes différentes) pour régulariser la solution. Ecrire l'énergie a posteriori globale.

$U_s(x_s, x_t) = (0 \text{ si } x_s \text{ même classe que } x_t ; \beta \text{ sinon})$

$U(x) = \sum (U_s(x_i, x_{vi}))$ avec x_i chaque pixel de l'image, x_{vi} les pixels du voisinage de x_i

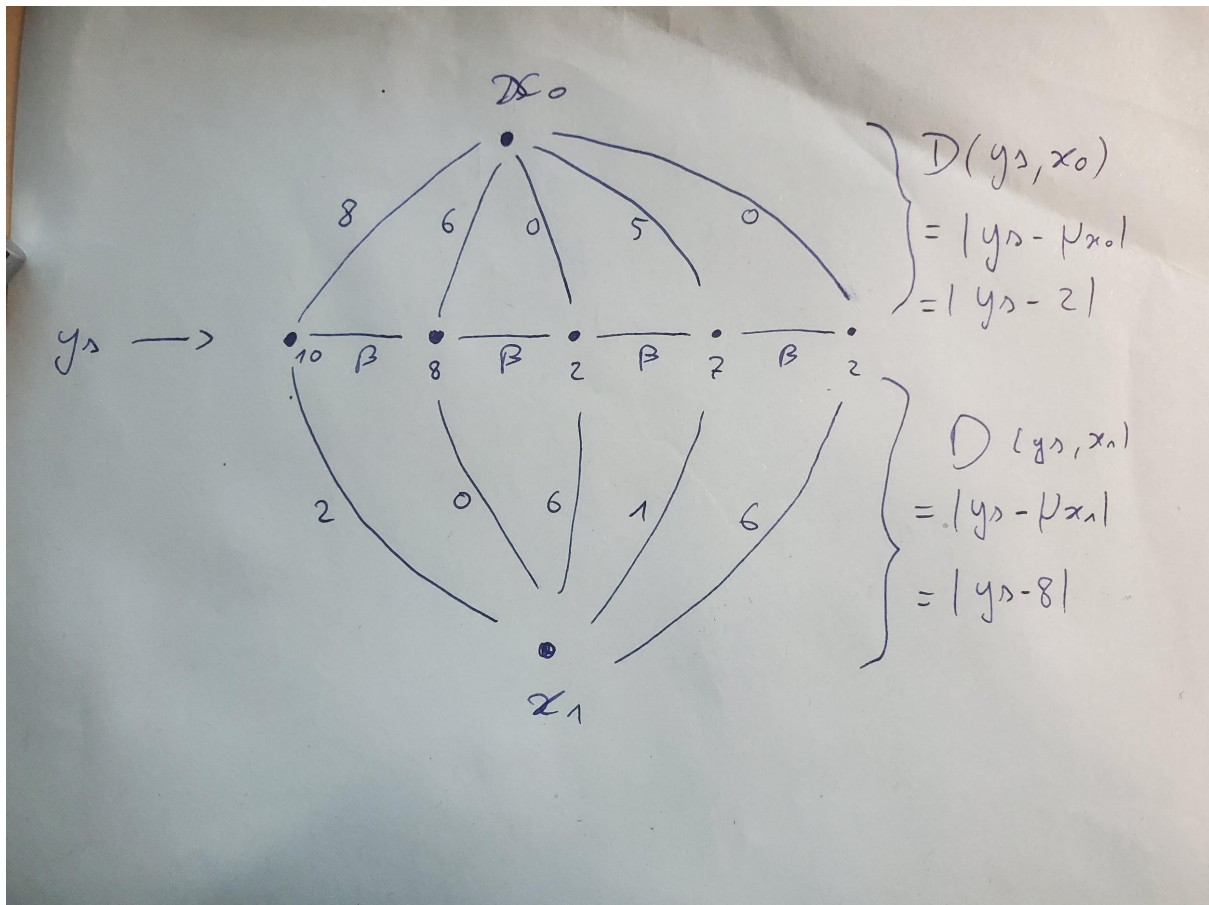
on a donc $U(x) = 3\beta$ **On regarde pas plutôt les cliques ? (ça ferait 3 beta le cas échéant)**

Je pense que c'est 3 beta aussi (Filipe)

Je suis d'accord avec 6 Beta. Pour l'énergie a posteriori globale il faut considérer l'intégralité des cliques. Donc pour chaque pixel on regarde s'il y a un pixel différent dans la clique d'ordre 2. (Nicolas)

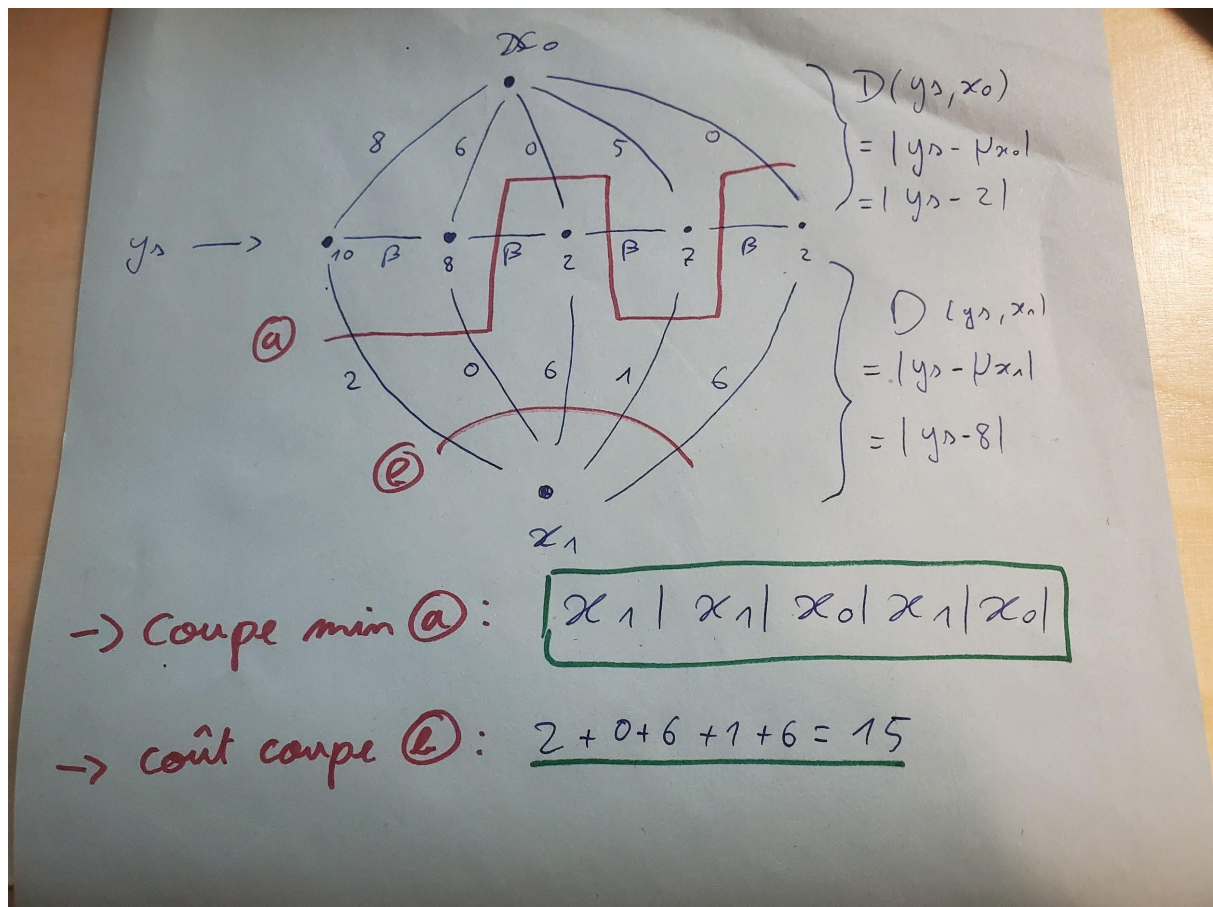
Vous êtes sûrs qu'on parle de l'énergie par rapport au résultat de maximum de vraisemblance ? Pour moi ça serait $\sum |y_s - \mu_s| + \sum (U_s(x_i, x_{vi}))$? Pour moi aussi !!! Pareil et on fait la somme sur les cliques pas sur chaque pixels puis sur chaque clique donc pour moi c'est 3 beta !

3. Dessiner le graphe à construire (en précisant les nœuds et les poids des arcs) pour trouver la solution par coupure minimale.



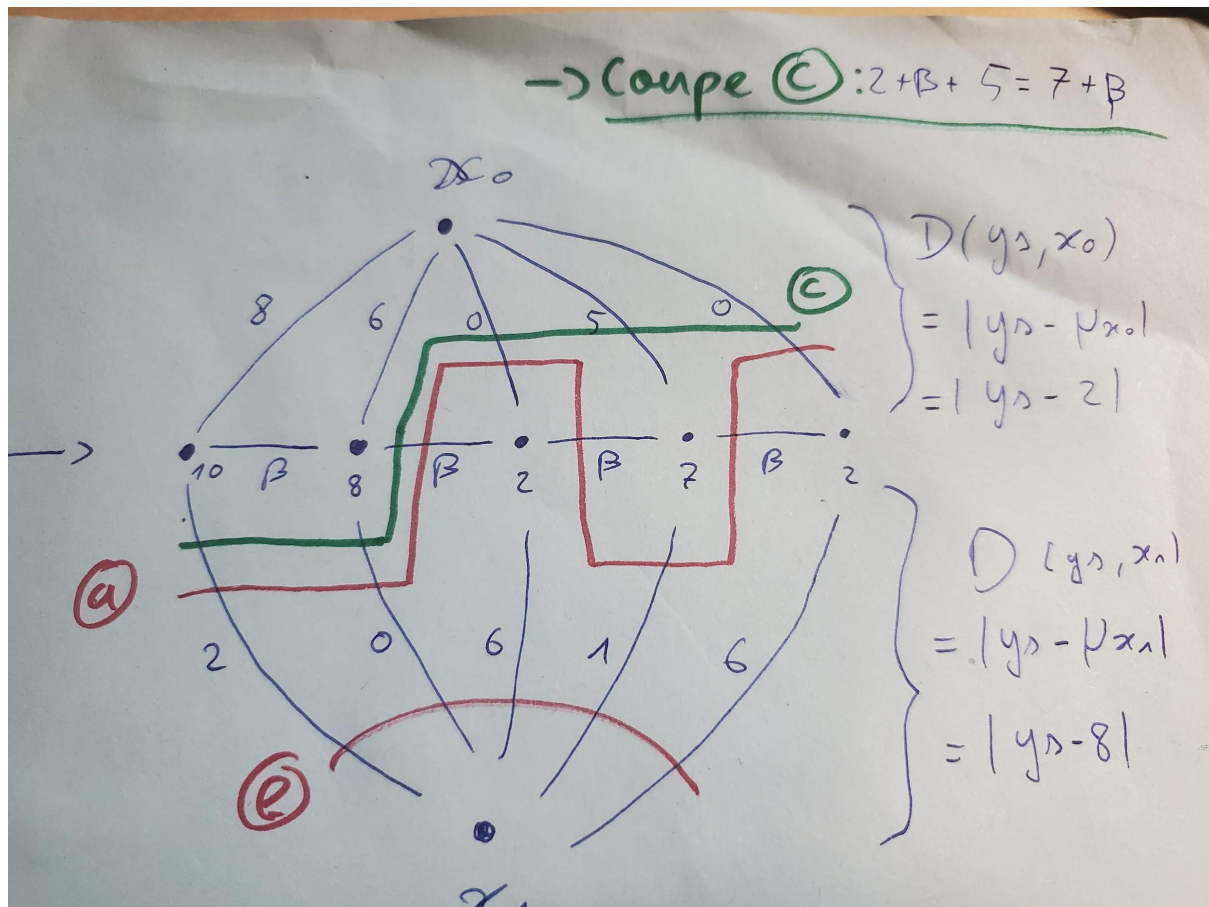
faudrait pas mettre au carré ? normalement oui , il l'a indiqué au début de l'exo

4. Dessinez la coupe et donnez son coût de la coupe quand tous les pixels sont dans la classe 1.



Coût coupe a : $2+0+\beta+0+\beta+1+\beta+0 = 3 + 3\beta$

5. Dessinez la coupe et donnez son coût quand la classification est $\{1, 1, 0, 0, 0\}$.



Si les pixels doivent être 1,1,0,0,0, ne serait la coupe c justement **au contraire?** Les deux premières avec la source et les autres avec le puit ..

Ça ferait un cout $8+6+\beta+6+1+6=27+\beta$ (Maria)

→ Non on coupe bien là où on a le label (comme sur la photo)

Merci anonymous capybara

6. Discutez les résultats de classification obtenus par graph-cut en fonction des valeurs de β .

Pour la coupe qu'on fait au début $x_1|x_1|x_0|x_1|x_1$ on ne prends pas en compte les pixels voisins, seulement l'attache aux données. Quand on met la regularisation en fonction de β , on calcule l'affectation en minimisant l'énergie des coupes.

Si on veut la coupe a (énergie $=3+3\beta$), β doit être moindre qu'une affectation triviale comme par exemple la coupe b** : énergie $=2+6+1+6=15$

$3+3\beta < 15$, $\beta < 12/3$, $\beta < 4$

(**ici peut être on doit comparer avec une autre chose jsp) (Maria)

**Peut être on peut tout simplement comparer avec 0: $3+3\beta=0$, $\beta=-1$

4 Restauration

On restaure une image en minimisant l'une des deux fonctionnelles suivantes

$$E_\lambda(u) = \|u - v\|^2 + \lambda \|\nabla u\|_2^2$$

$$F_\lambda(u) = \|u - v\|^2 + \lambda \|\nabla u\|_1$$

où $\|\nabla u\|_2^2$ signifie l'intégrale de la norme au carré du gradient sur toute l'image et $\|\nabla u\|_1$ signifie l'intégrale de la norme du gradient sur toute l'image.

1) Ces deux approches sont-elles des débruitages ou de défloutages ? Justifier. Donner les fonctionnelles correspondantes au défloutage (si votre réponse est débruitage) ou débruitage (si votre réponse est défloutage)

Peut être E débruitage et F défloutage? Pas sûr

- E va faire perdre de contraste par rapport à F (j'ai expliqué à la prochaine question)

Les deux me semble être du débruitage.... Avec la première qui a tendance à flouter davantage et à faire perdre la netteté des contours. Mais je ne connais pas les fonctionnelles pour le défloutage

je suis d'accord que les deux sont debruitage, mais VT ne defloute pas le bord. pour defloutage, on juste inverse la terme de regularisation? (Qingjie)

2) Entre les images A et B de la figure 3, dire laquelle a été obtenue en minimisant l'énergie E et celle obtenue en minimisant l'énergie F ? Justifier votre réponse.



L'énergie de F est avec norme 1 (comme l'algo total variance du tp), va être moins propre mais aussi moins flou, je pense que ça serait la deuxième image.

La première avec la norme au carré a un effet plus fort et les transitions blanc/noir seront dégradés. Comme est une semi métrique n'est pas la même chose passer d'un pixel 0 à 255 que le faire avec des transitions intermédiaires, donc il y aura plus de niveaux gris intermédiaires et perdre de contraste
(Maria)

Je pense que l'énergie E donne l'image 2 et que l'énergie F donne l'image 1. J'ai l'impression que les contours sont plus flous sur la deuxième image. Et dans le cours on a donné F comme une meilleure solution pour le débruitage il me semble.

Je suis plutôt d'accord avec la réponse de Maria, parce que avec les fonctionnelles quadratiques (l'énergie E) on a tendance à avoir des solutions flous alors l'énergie E correspond à l'image 1 alors qu'avec la variation totale (Energie F) on obtient normalement une solution qui est moins lisse alors ça correspond à l'image 2.