

Détection de contours

Michel Roux

Institut Mines Télécom, Télécom ParisTech

26 septembre 2022



Analyse des images

La nature des images

- acquisition
- échantillonnage
- quantification
- propriétés statistiques
- représentations discrètes
- psychovision

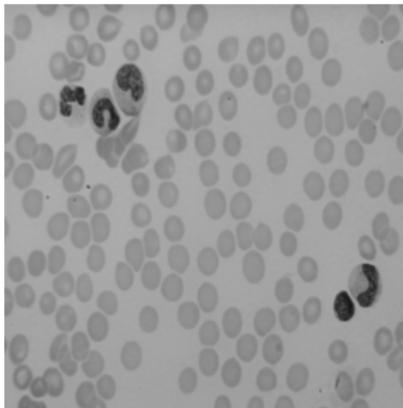
Les bases théoriques

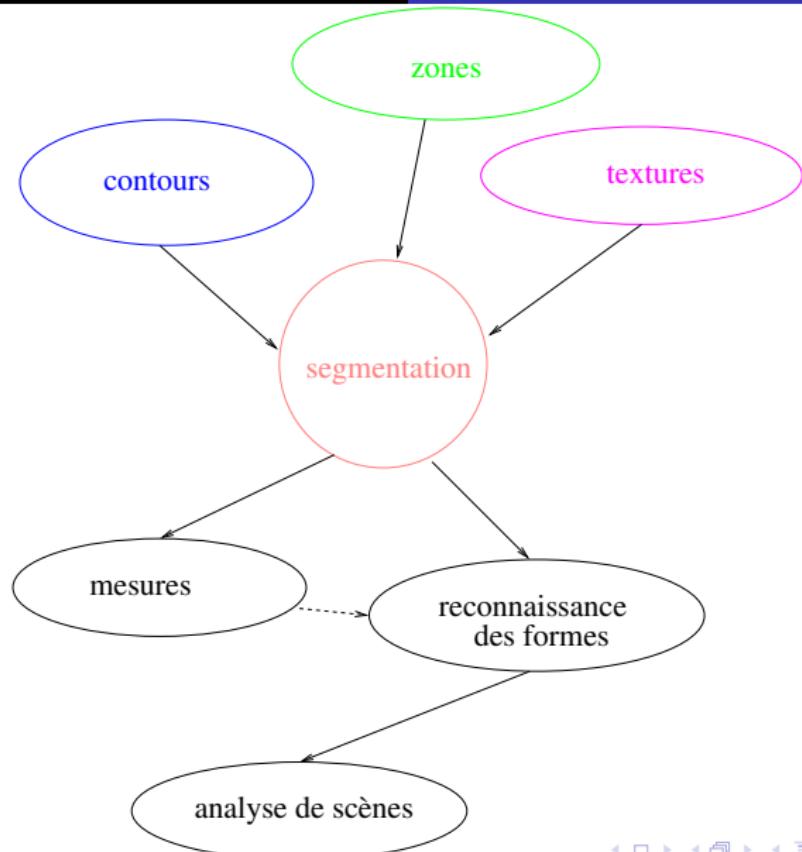
- équations aux dérivées partielles
- champs de Markov
- morphologie mathématique
- ondelettes

Les outils du traitement des images

- restauration
- filtrage
- segmentation
- textures
- couleurs
- formes

Segmentation des images : quels critères utiliser ?





Modèle de contours

Approches classiques

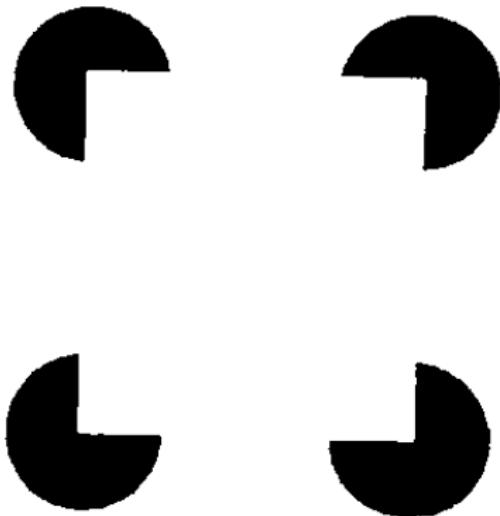
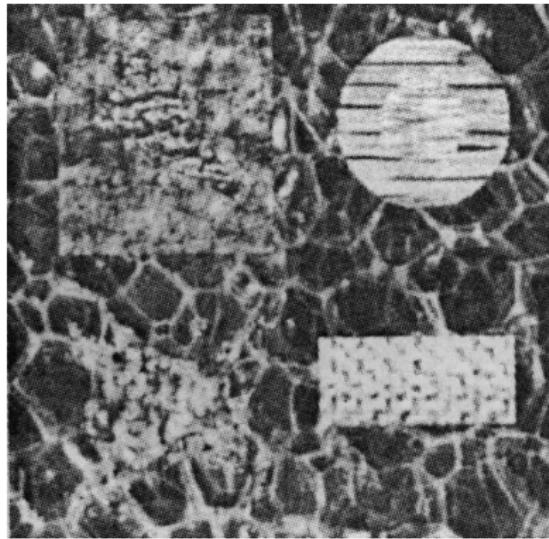
Approches analytiques

Post-traitements

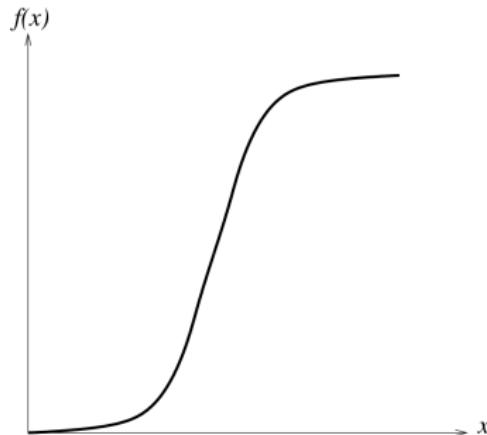
Qu'est ce qu'un contour ?



Qu'est ce qu'un contour ?

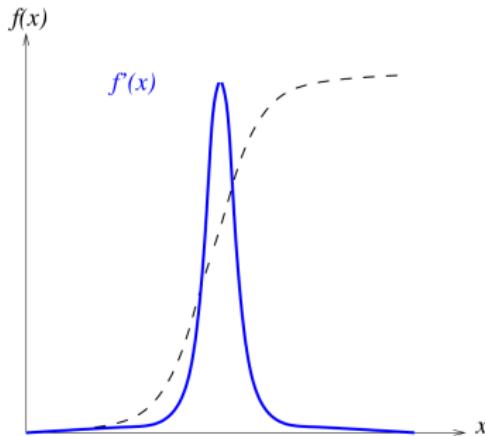


Contour idéal dans le cas continu 1D



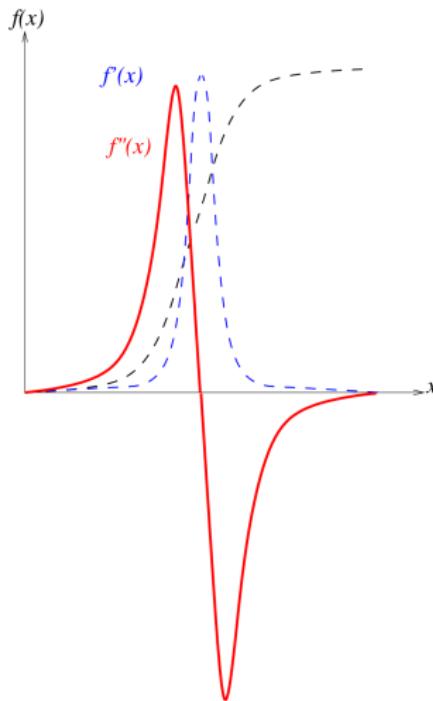
La position du contours correspond au point de plus grande pente.

Contour idéal dans le cas continu : dérivée première



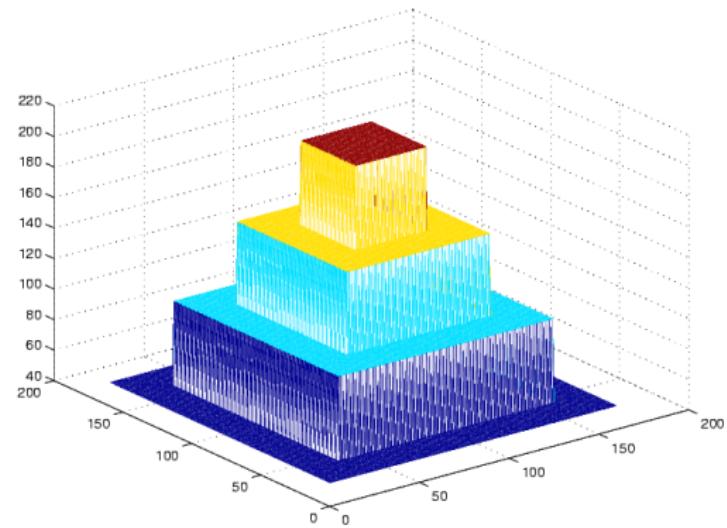
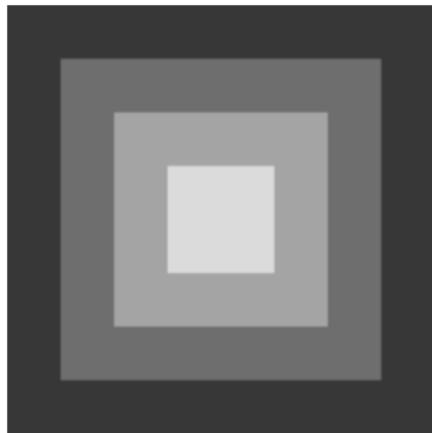
Ce qui correspond au maximum de la dérivée première

Contour idéal dans le cas continu : dérivée seconde



Ce qui correspond au passage par zéro de la dérivée deuxième

Cas d'une image



Approche continue des contours : gradient

image supposée continue $i(x, y)$

gradient

$$\vec{G} = \vec{\nabla}i = \begin{bmatrix} \frac{\partial i}{\partial x} \\ \frac{\partial i}{\partial y} \end{bmatrix}$$

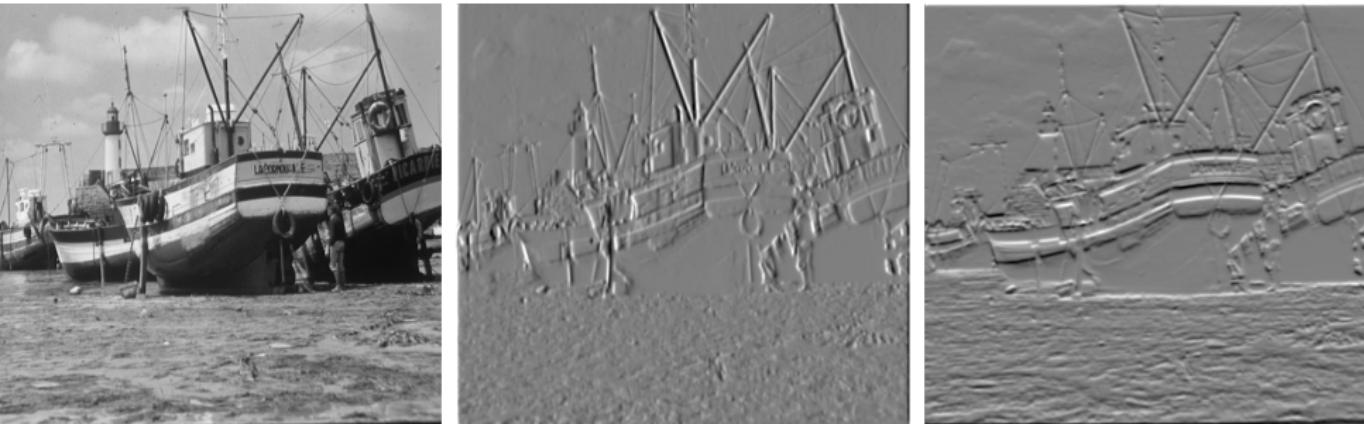
module du gradient

$$G = |\vec{\nabla}i| = \left[\left(\frac{\partial i}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial i}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2}$$

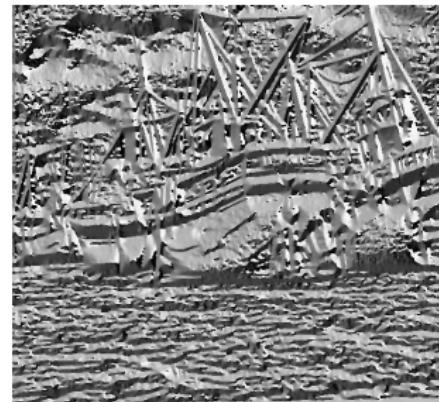
direction du gradient

$$\vec{g} = \frac{\vec{\nabla}i}{|\vec{\nabla}i|}$$

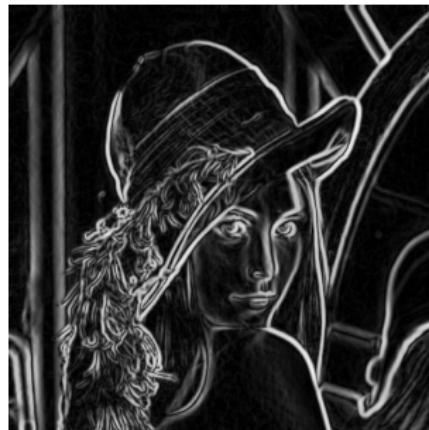
Gradient : dérivées partielles suivant x et y



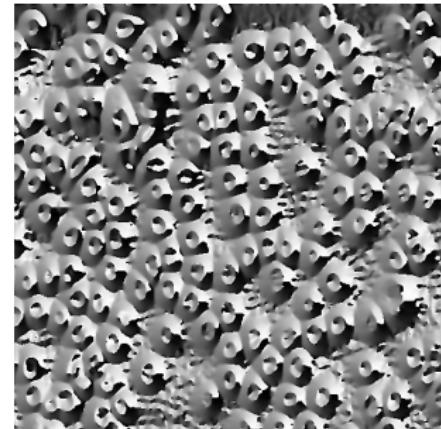
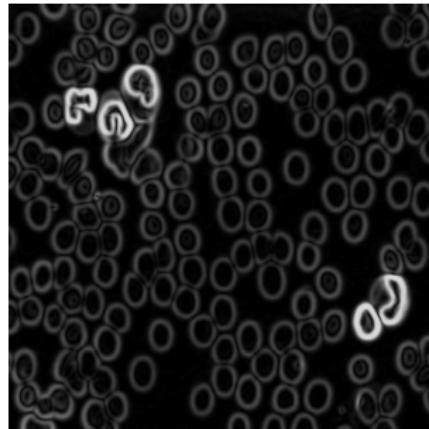
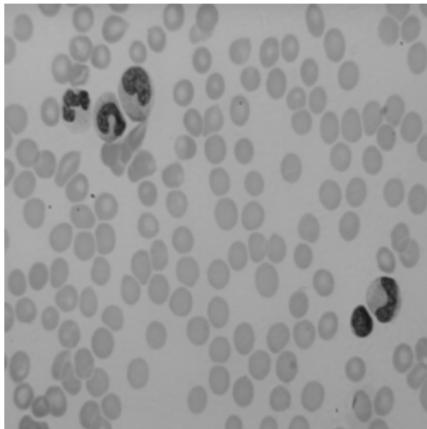
Gradient : norme et direction



Gradient : norme et direction



Gradient : norme et direction



Approche continue des contours : gradient

contour = **lieu des maxima du gradient dans la direction \vec{g} du gradient**

$$\frac{\partial G}{\partial g} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 G}{\partial g^2} = \min$$

$$\frac{\partial}{\partial g} = \vec{g} \cdot \vec{\nabla}$$

⇒ équation complexe non linéaire (**pas de solution analytique**)

$$\frac{\partial i}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \sqrt{\left(\frac{\partial i}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial i}{\partial y}\right)^2} + \frac{\partial i}{\partial y} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \sqrt{\left(\frac{\partial i}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial i}{\partial y}\right)^2} = 0$$

Approche continue des contours : dérivée première

Algorithme :

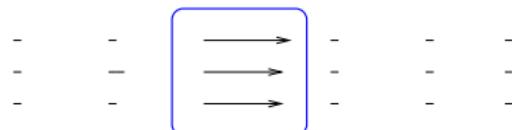
- ▶ filtrage par une fonction deux fois dérivable (gaussienne ou polynôme)
- ▶ calcul du gradient
- ▶ recherche des extrema dans la direction \vec{g}

Illustration

Estimation du gradient



Sélection des maxima locaux
dans la direction du gradient



Chaînage des contours dans la direction
perpendiculaire au gradient



Exemple

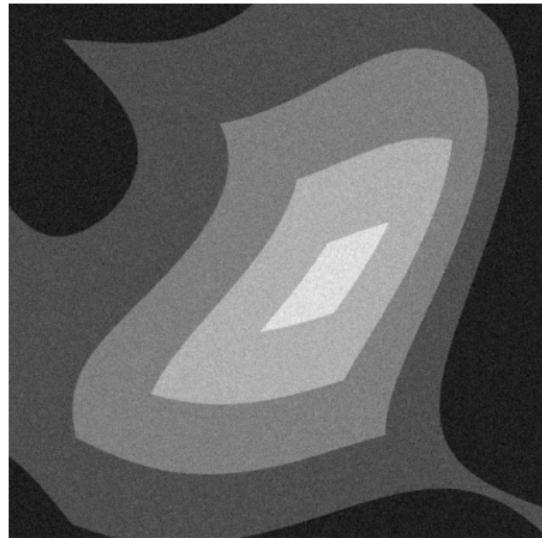
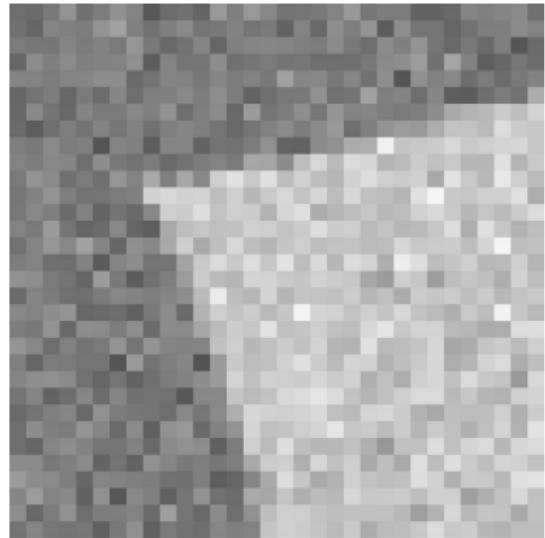


Image originale



Zoom sur l'image

Exemple

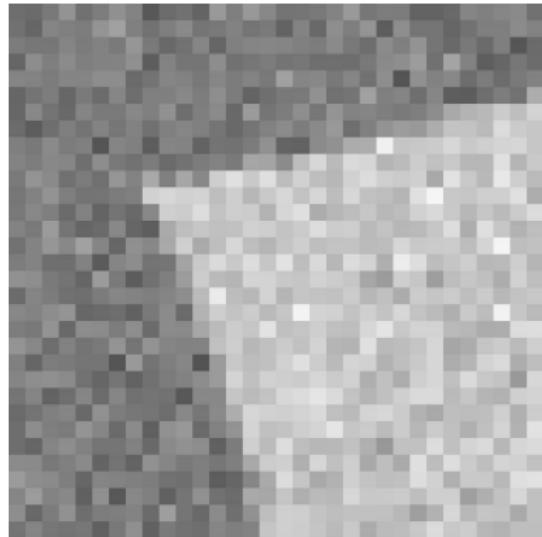
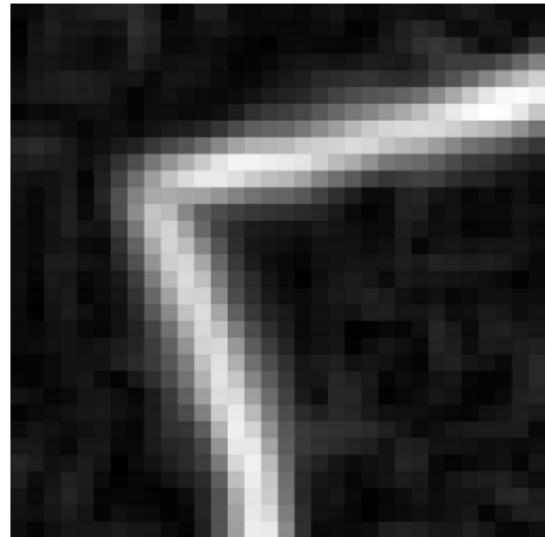


Image originale



Norme du gradient

Exemple

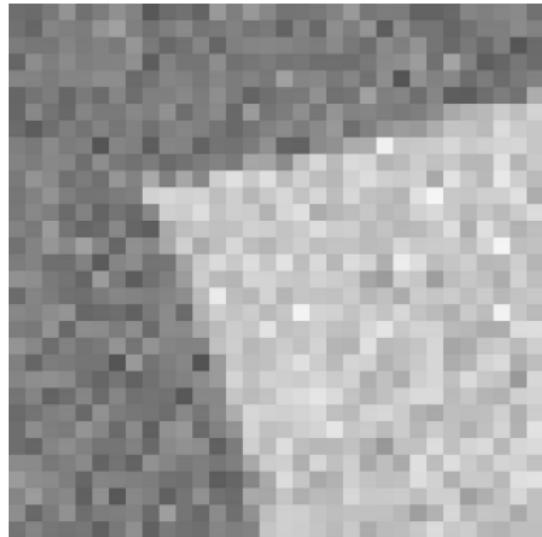
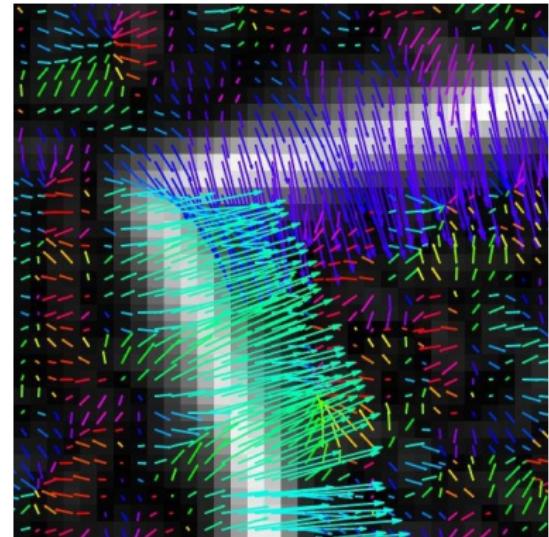


Image originale



Gradient en chaque pixel

Exemple

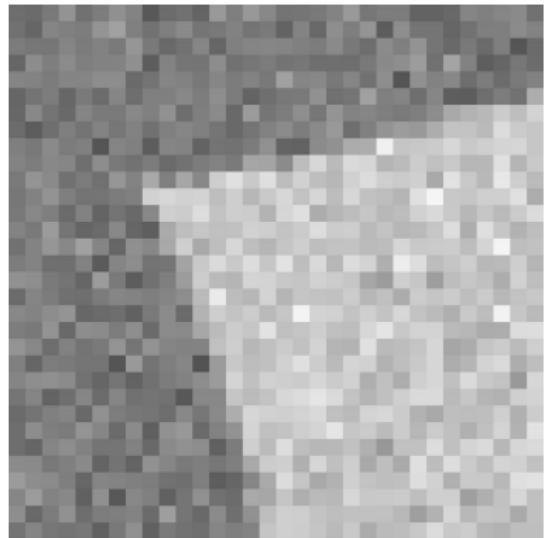
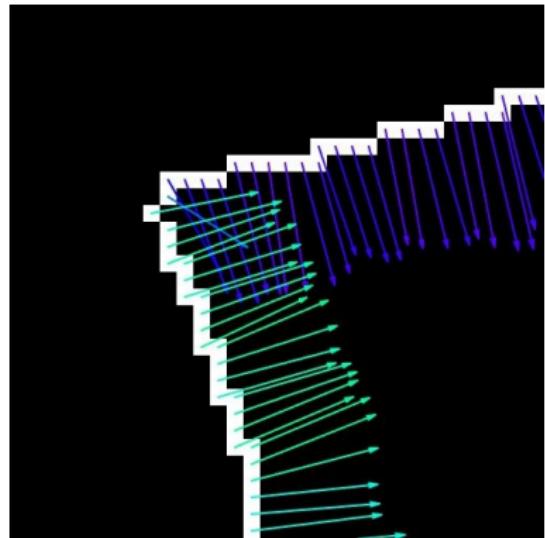


Image originale



Maxima du gradient dans la direction du gradient

Exemple

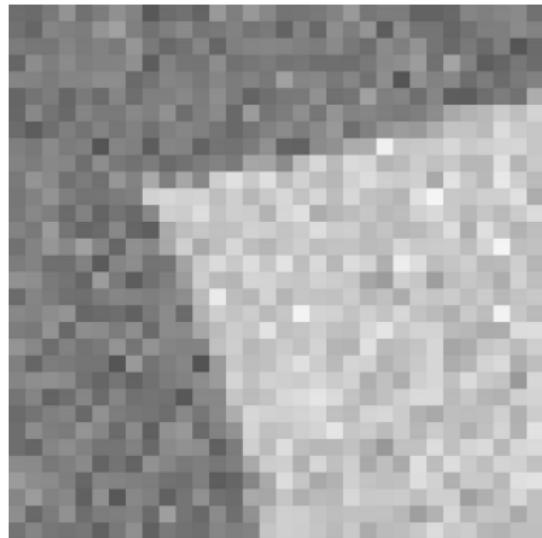
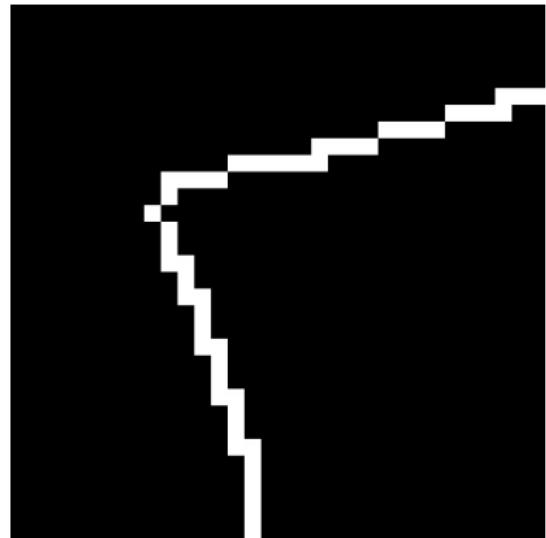


Image originale



Contour extrait

Approches classiques : gradient

- Approche dérivative : approximation discrète \Rightarrow masques de gradient

1	
-1	

différence

1	
	-1

Roberts

1		-1
1		-1
1		-1

Prewitt

1		-1
2		-2
1		-1

Sobel

- Approximation de la norme :

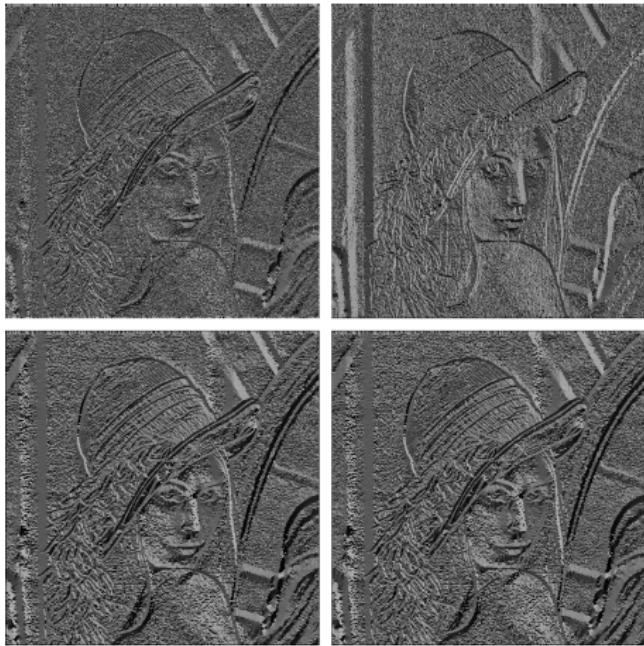
$$\hat{G} = \left| \frac{\partial i}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial i}{\partial y} \right|.$$

- Pré-traitements : filtrage (médian, filtre bilatéral, ...)
- Post-traitements : seuillage, max local du gradient, hystérésis, poursuite, fermeture

Norme du gradient : différence, Roberts, Prewitt, Sobel



Direction du gradient : différence, Roberts, Prewitt, Sobel



Contours : différence, Roberts, Prewitt, Sobel



Approches analytiques : contour “optimal” (Canny, 86)

contour 1D, **filtrage linéaire**, modèle marche d'escalier, bruit blanc gaussien

$$I(x) = AU(x) + n(x)$$

$$O(x_o) = \int_{-\infty}^{+\infty} I(x)f(x_o - x)dx$$

$f(x)$? (avec $f(x) = -f(-x)$ -dérivateur-)

Approches analytiques : contour “optimal”

- ▶ **bonne détection**, maximisation du rapport signal sur bruit :

$$\Sigma = \frac{\int_0^{+\infty} f(x)dx}{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x)dx}}$$

- ▶ **bonne localisation**, maximisation de l'inverse de la variance de la position du maximum du signal filtré :

$$\Lambda = \frac{|f'(0)|}{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f'^2(x)dx}}$$

- ▶ **réponse unique**, la distance moyenne entre les maxima locaux, notée x_{max} , est contrainte à l'égalité :

$$x_{max} = 2\pi \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f'^2(x)dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} f''^2(x)dx}}$$

Approches analytiques : contour “optimal”

Maximiser $\Sigma \Lambda$ avec $x_{max} = k$ (cte)

- ▶ fonctionnelle et équation d'Euler :

$$\int_a^b \psi(x, f, f', f'') dx = \int_a^b f^2 + \lambda_1 f'^2 + \lambda_2 f''^2 + \lambda_3 f dx$$

$$\Rightarrow 2f(x) - 2\lambda_1 f''(x) + 2\lambda_2 f'''(x) + \lambda_3 = 0$$

- ▶ solution générale :

$$f(x) = a_1 e^{x/\sigma} \sin \omega x + a_2 e^{x/\sigma} \cos \omega x + a_3 e^{-x/\sigma} \sin \omega x + a_4 e^{-x/\sigma} \cos \omega x$$

- ▶ filtre RIF sur $[-M, M]$:

$$f(0) = 0 \quad f(M) = 0 \quad f'(0) = S \quad f'(M) = 0$$

- ▶ performances : $\Sigma \Lambda = 1.12$

Approches analytiques : variations autour de Canny

- ▶ Approximation : dérivée d'une gaussienne

$$f(x) \approx -x \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$$

performances $\Sigma\Lambda = 0.92$ (RII)

réponse max du filtre = passage par zéro de la dérivée 2nde (Marr)

- ▶ filtre de Shen et Castan (86)

maximise le deuxième terme de Canny

$$f(x) = csign(x) \exp(-\alpha|x|)$$

discontinuité en zéro

meilleure localisation / plus grande sensibilité au bruit

Approches analytiques : filtre de Deriche

- RII conditions aux limites

$$f(0) = 0; \quad f(+\infty) = 0; \quad f'(0) = S; f'(+\infty) = 0;$$

- solution optimale

$$f(x) = -c \exp(-\alpha|x|) \sin(\omega x)$$

- performances : $\Lambda = \sqrt{2\alpha}$; $\Sigma = \sqrt{\frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}}$

- paramètres optimaux :

$$\omega \rightarrow 0 \quad \Rightarrow \quad \Sigma \Lambda = 2 \quad \text{et} \quad \sin(\omega x) \approx \omega x$$

$$f(x) = -cx \exp(-\alpha|x|)$$

$$c = \alpha^2 \quad (f * U(0) = 1)$$

- lien avec la gaussienne : $\alpha = \frac{\sqrt{\pi}}{\sigma}$

Implantation récursive du détecteur de Deriche

► transformée en Z

$$h(x) = cx \exp(-\alpha|x|) \quad H(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h[n]z^{-n}$$

$$h[n] = h_-[n] + h_+[n]$$

$$H_-(z) = \frac{ce^{-\alpha} z^{-1}}{1 - 2e^{-\alpha} z^{-1} + e^{-2\alpha} z^{-2}}$$

$$H_+(z) = \frac{-ce^{-\alpha} z}{1 - 2e^{-\alpha} z + e^{-2\alpha} z^2}$$

filtres récursifs stables du second ordre

► condition à l'origine

$$B[0] = 1 \quad \Rightarrow c = -\frac{(1 - e^{-\alpha})^2}{e^{-\alpha}}$$

Implantation récursive du détecteur de Deriche

► équations aux différences finies

$$B_1[n] = A[n - 1] + 2e^{-\alpha} B_1[n - 1] - e^{-2\alpha} B_1[n - 2]$$

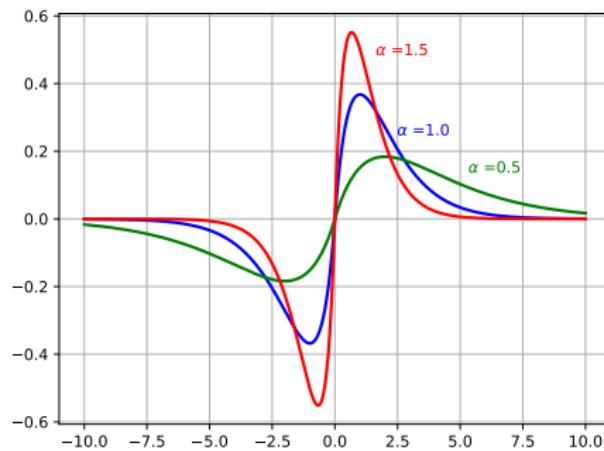
$$B_2[n] = A[n + 1] + 2e^{-\alpha} B_2[n + 1] - e^{-2\alpha} B_2[n + 2]$$

$$B[n] = ce^{-\alpha}(B_1[n] - B_2[n])$$

NB : temps de calcul indépendant de α

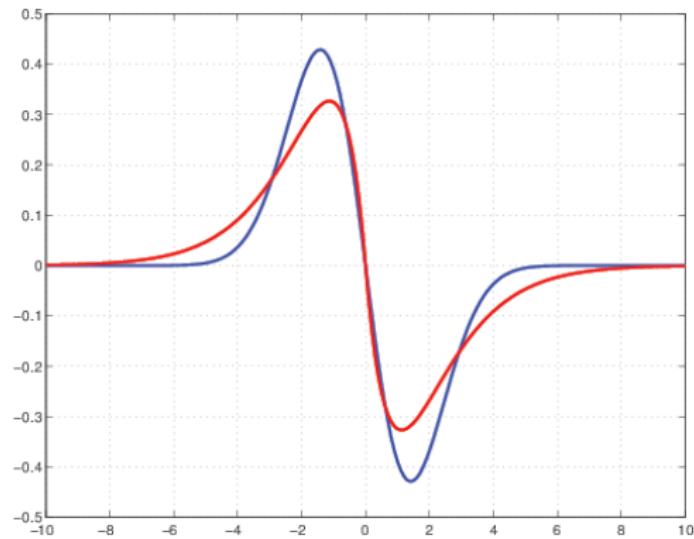
Filtre de Deriche

filtre de Deriche



Comparaison des filtres

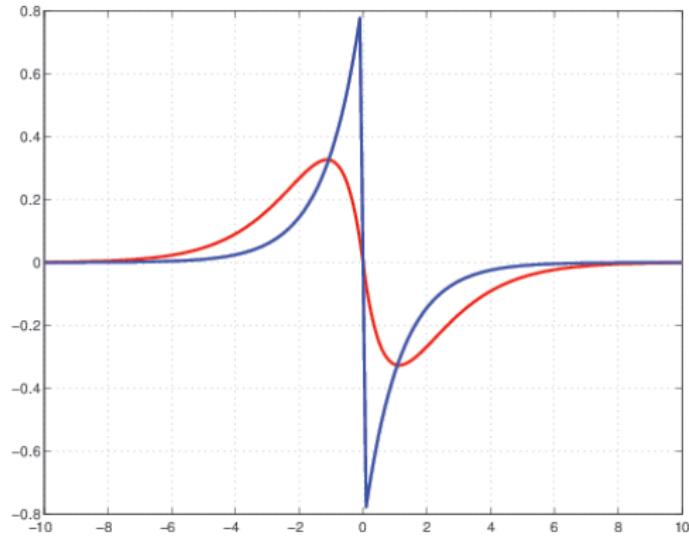
Deriche – Gaussienne



Deriche > gaussienne du point de vue théorique et pratique

Comparaison des filtres

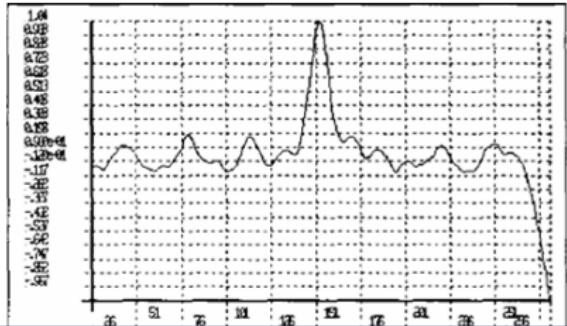
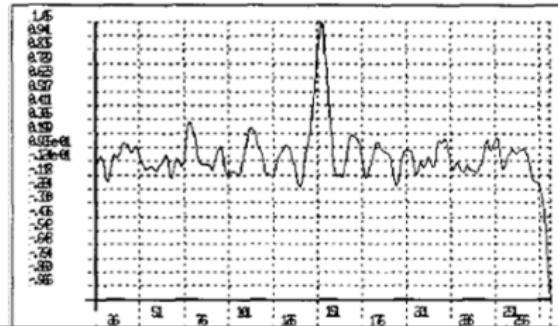
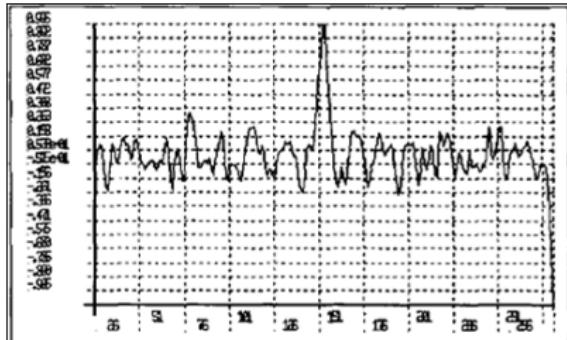
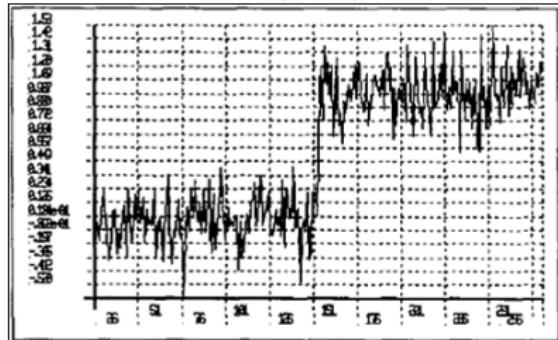
Deriche – Shen-Castan



Shen-Castan : meilleure localisation mais plus sensible au bruit

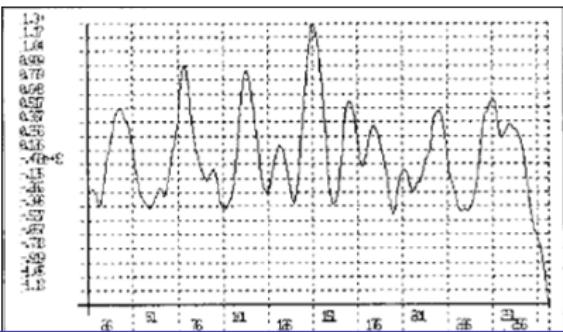
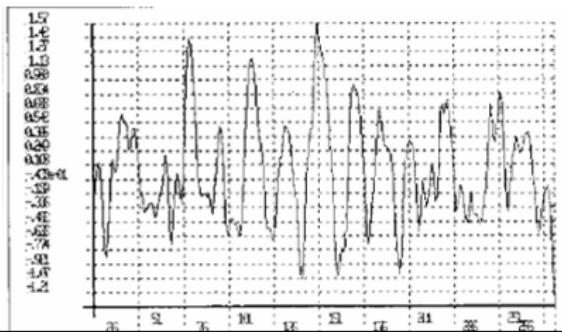
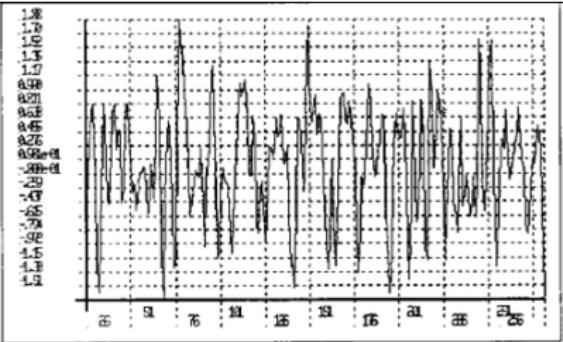
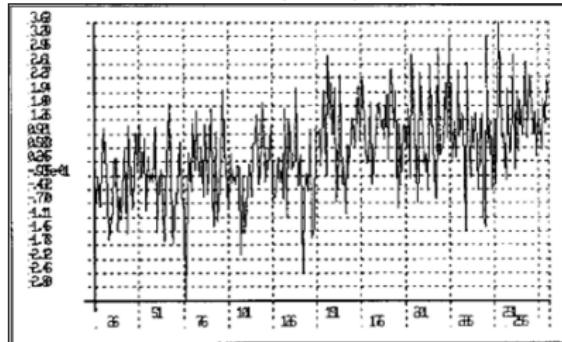
Deriche sur un contours 1D

SNR = 5, $\alpha = 1, 0.5, 0.25$

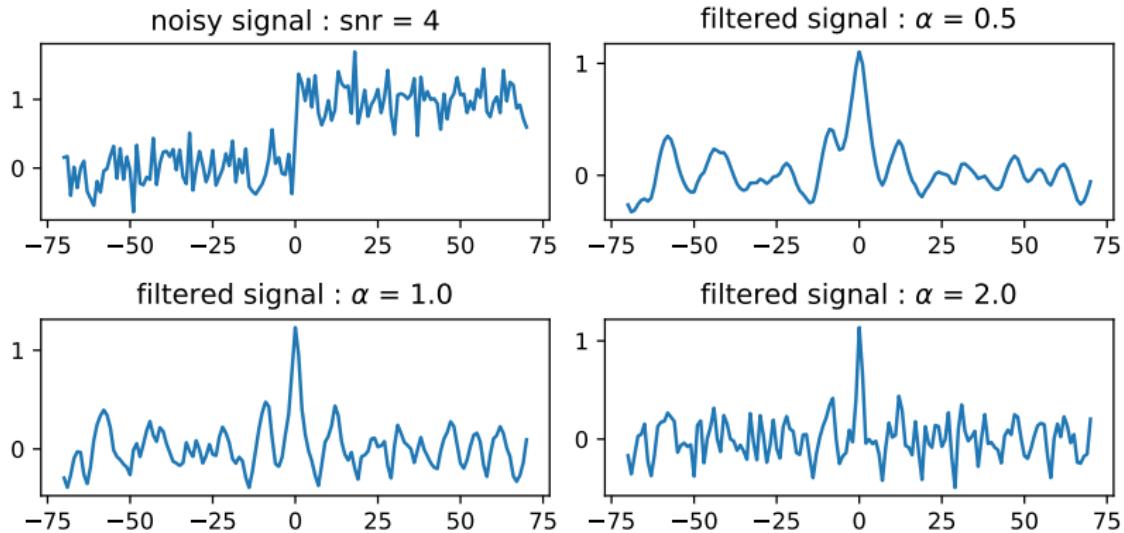


Deriche sur un contours 1D

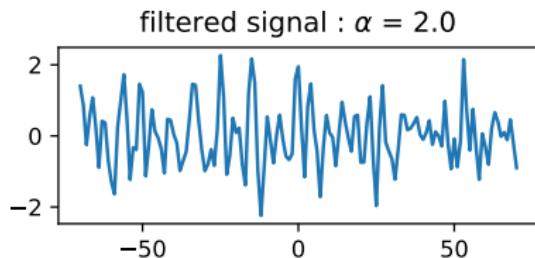
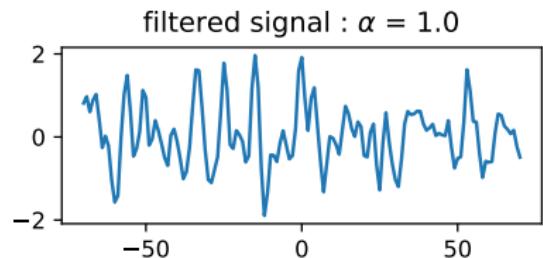
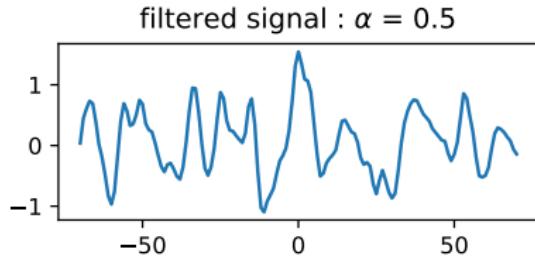
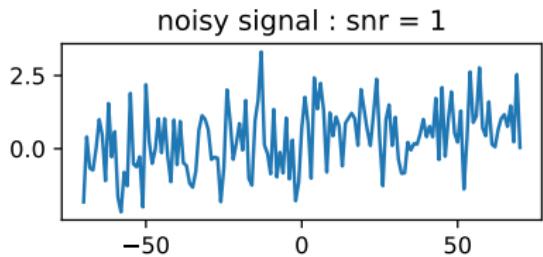
SNR = 1, $\alpha = 1, 0.5, 0.25$



Deriche sur un contours 1D



Deriche sur un contours 1D



Passage en 2D

calcul du gradient \Rightarrow application du filtre déivateur

- ▶ Dérivateur $f(x)$: déivateur “optimal” précédent
- ▶ Lissage $g(x)$: intégrale de f

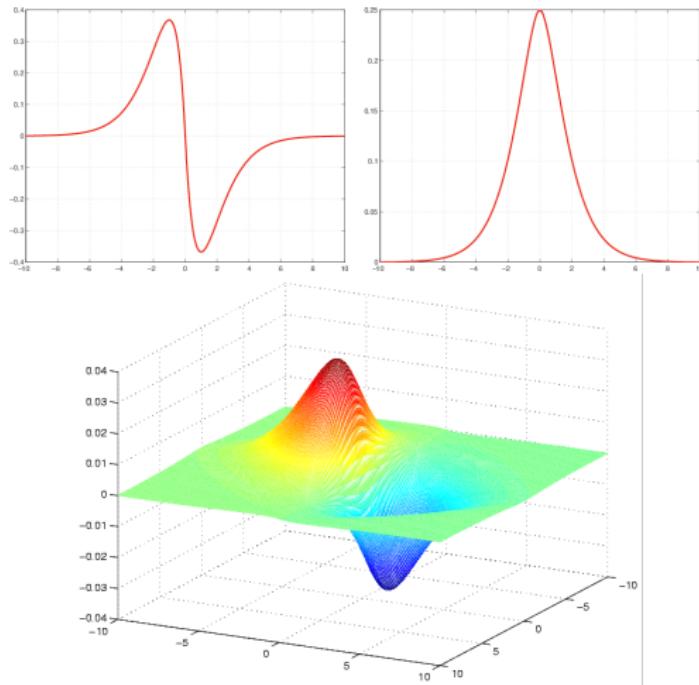
$$g(x) = b(\alpha|x| + 1)e^{-\alpha|x|}$$

- ▶ expressions 2D

$$\frac{\partial i}{\partial x} \rightarrow [f(x)g(y)] * i(x, y) = f(x) * g(y) * i(x, y)$$

$$\frac{\partial i}{\partial y} \rightarrow [f(y)g(x)] * i(x, y) = f(y) * g(x) * i(x, y)$$

Allure des filtres

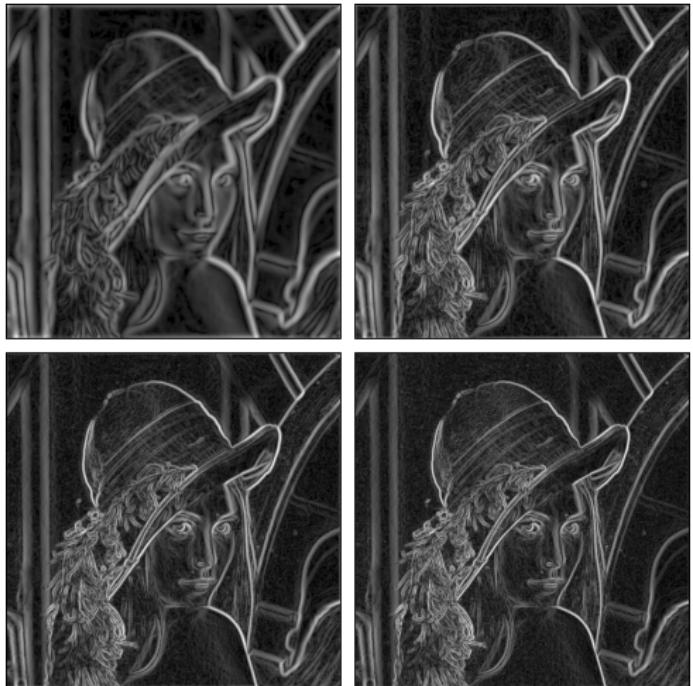


Filtre Deriche : norme du gradient



alpha

0.5	1.0
1.5	2.0

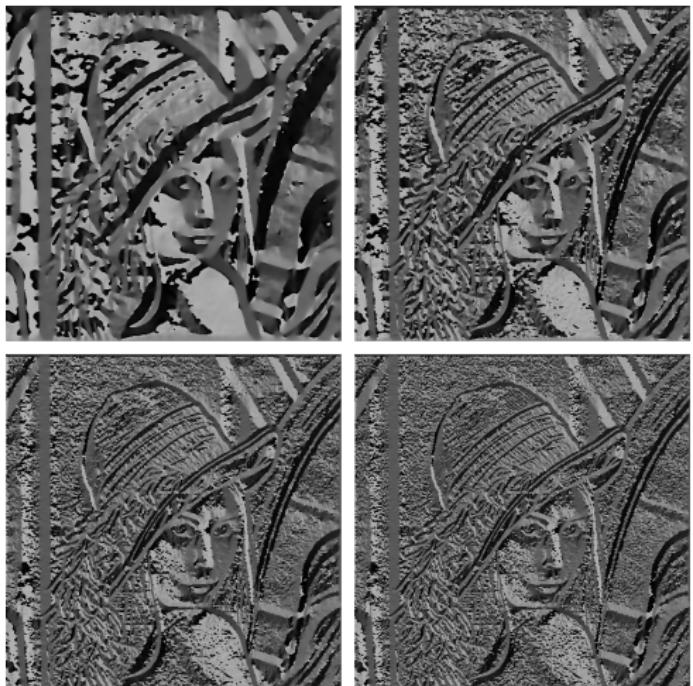


Filtre Deriche : direction du gradient



alpha

0.5	1.0
1.5	2.0



Filtre Deriche : contours



alpha

0.5	1.0
1.5	2.0



Exemple

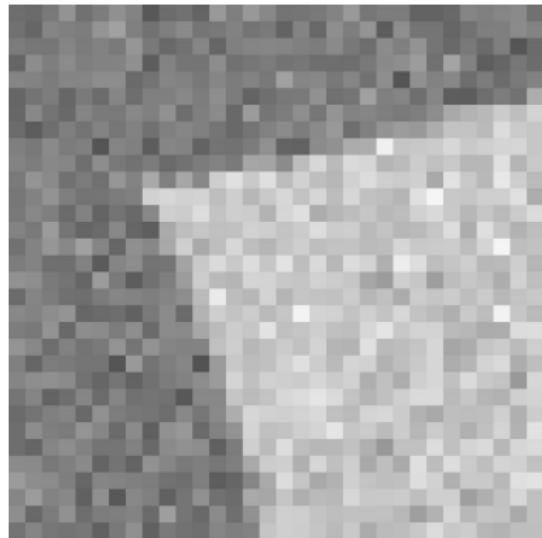
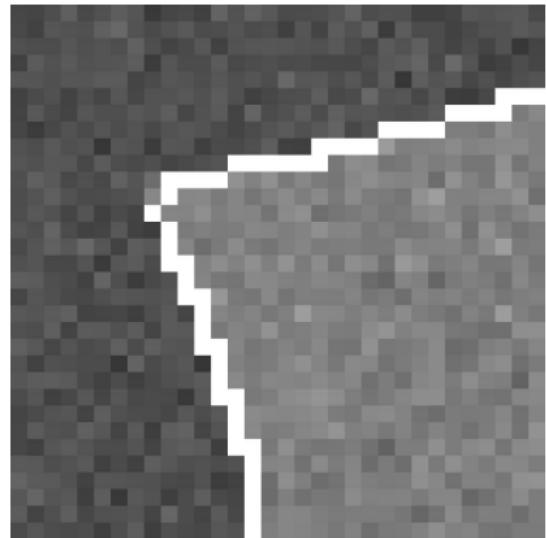


Image originale



Contour avec $\alpha = 1$

Exemple

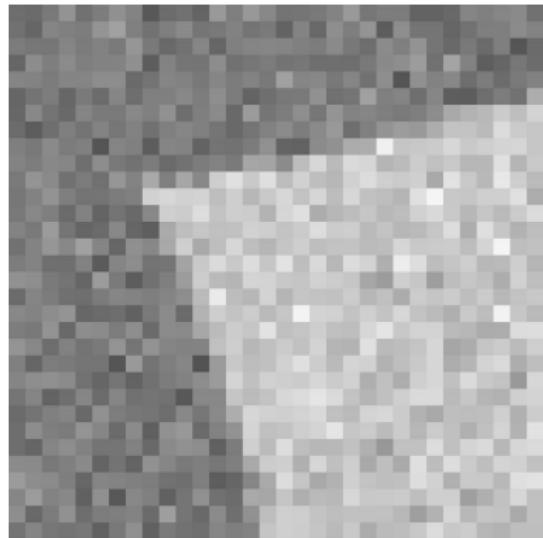
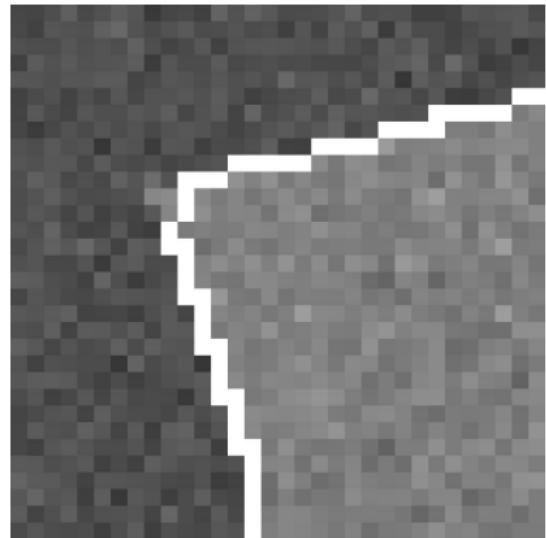


Image originale



Contour avec $\alpha = 0,5$

Exemple

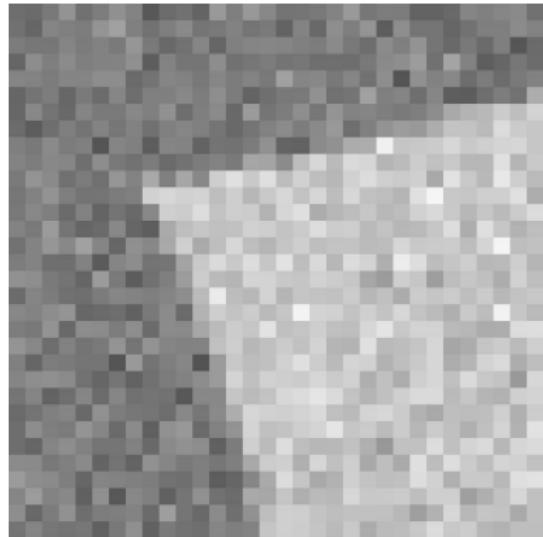
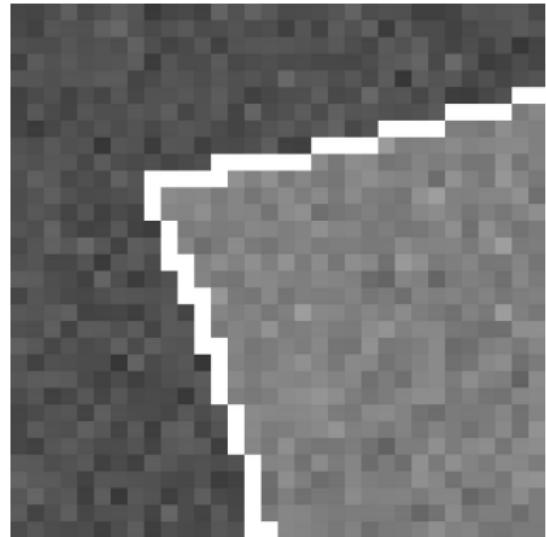
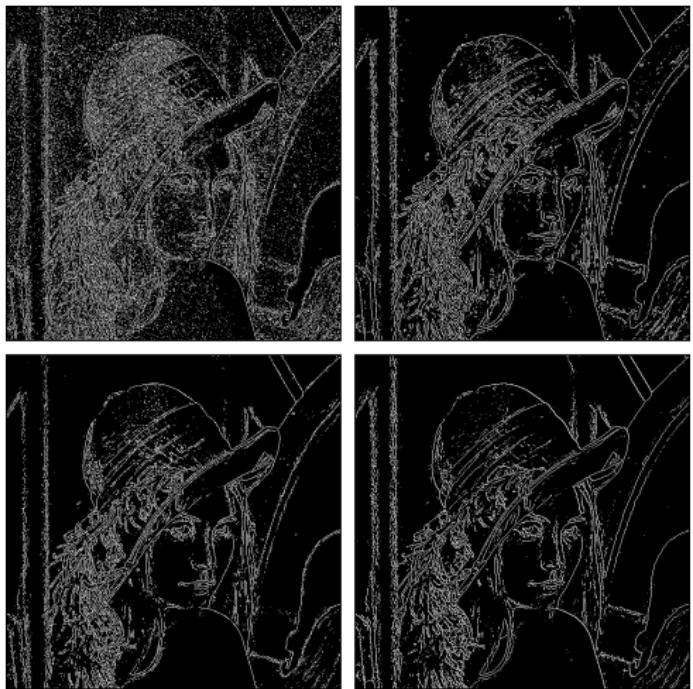


Image originale



Contour avec $\alpha = 2$

Prétraitement des images : opérateur différence



original	moyenne
médian	nagao

Prétraitement des images : opérateur différence



original	moyenne
médian	nagao



Prétraitement des images : opérateur de Sobel



original	moyenne
médian	nagao



Prétraitement des images : opérateur de Sobel



original	moyenne
médian	nagao



Prétraitement des images : opérateur de Deriche, $\alpha = 1.0$



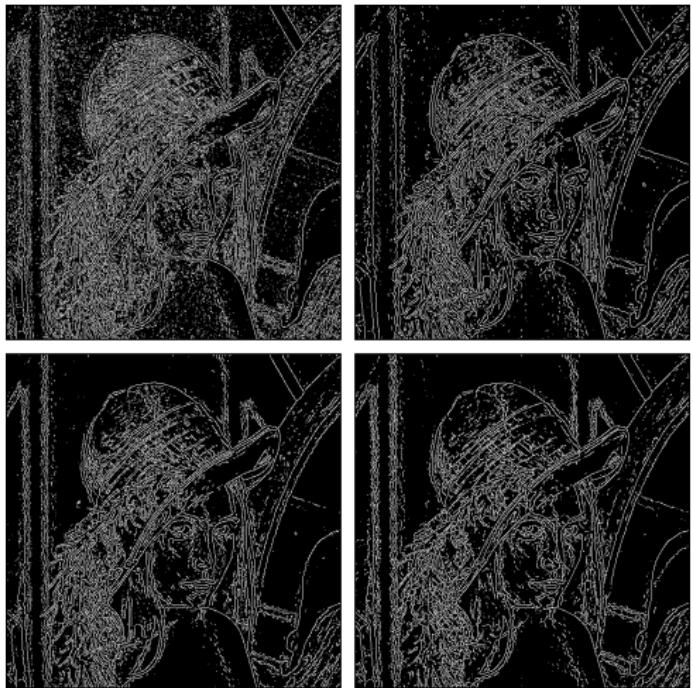
original	moyenne
médian	nagao



Prétraitement des images : opérateur de Deriche, $\alpha = 3.0$



original	moyenne
médian	nagao

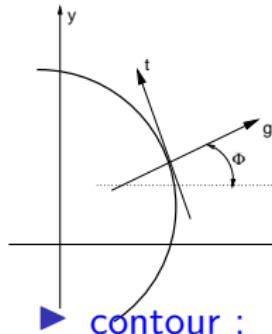


Gradient morphologique

dilatation - érosion



Approche continue des contours : dérivée seconde



$$\Phi = \text{Arctg} \left[\frac{\frac{\partial i}{\partial x}}{\frac{\partial i}{\partial y}} \right]$$

$$\frac{\partial i}{\partial g} = \frac{\partial i}{\partial x} \cos \Phi + \frac{\partial i}{\partial y} \sin \Phi$$

► **contour :**

$$\frac{\partial^2 i}{\partial g^2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} \cos^2 \Phi + 2 \cdot \frac{\partial^2 i}{\partial x \partial y} \cos \Phi \sin \Phi + \frac{\partial^2 i}{\partial y^2} \sin^2 \Phi = 0$$

► **Laplacien :**

$$\Delta i = \frac{\partial^2 i}{\partial g^2} + \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 i}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial g^2} \approx 0 \text{ (courbure très faible)} \Rightarrow \Delta i = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial^2 i}{\partial g^2} = 0$$

Utilisation du laplacien

image originale - filtrage - laplacien - binarisation (+/-) - contours fermés



Laplacien

- **Intérêt** : réseau de lignes fermées (frontières positif / négatif)

	-1	
-1	4	-1
	-1	

- **Masque** :

- **Inconvénient** : grande sensibilité au bruit : fort filtrage

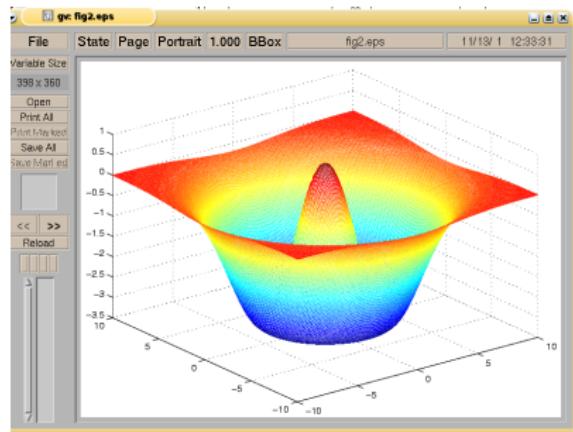
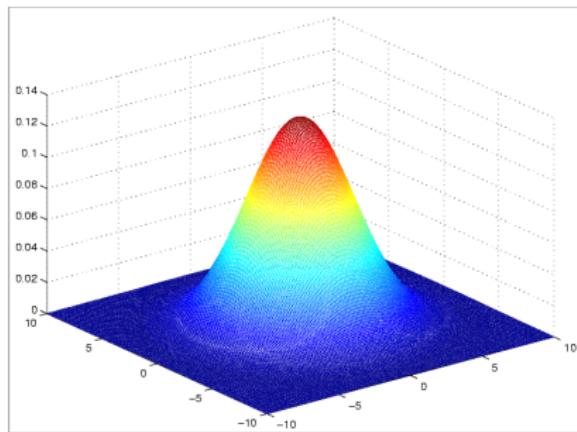
$$\text{contour} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) [\text{filtre passe bas} * \text{image}]$$

$$\text{contour} = \text{image} * \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) [\text{filtre passe bas}]$$

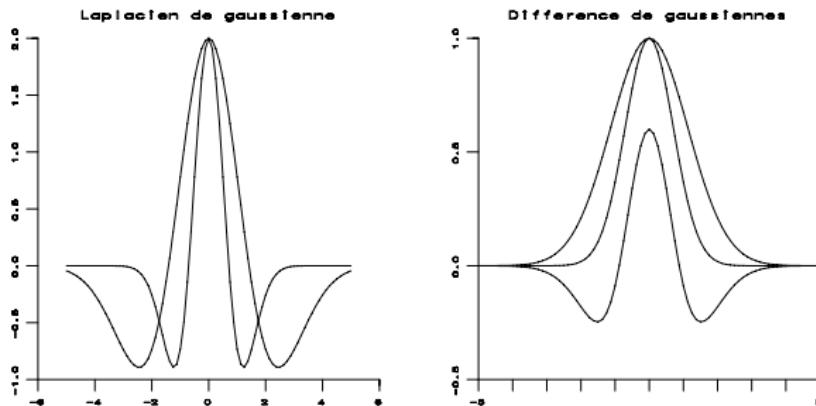
$$g(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{(x^2 + y^2)}{2\sigma^2}\right)$$

$$\Delta g = \frac{4}{2\pi\sigma^2} \left(\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} - 1 \right) \exp\left(-\frac{(x^2 + y^2)}{2\sigma^2}\right)$$

Filtre gaussien et son laplacien

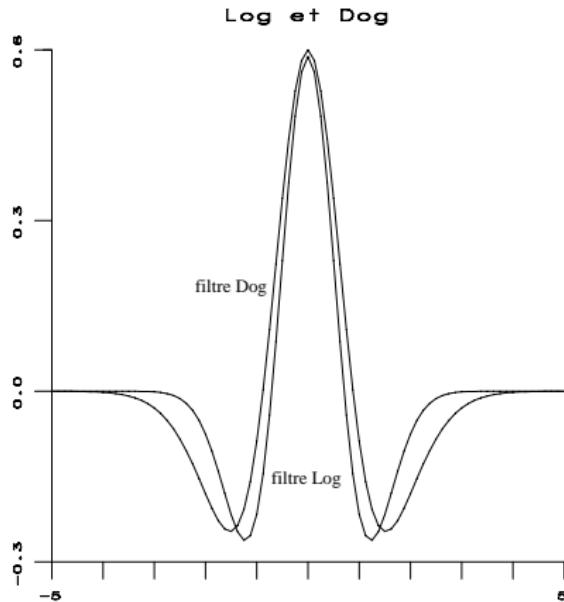


LOG et DOG



- ▶ LOG (Laplacian of Gaussian) : système visuel humain (Marr 1980)
- ▶ DOG (difference of Gaussians) avec $\frac{\sigma_i}{\sigma_e} = 1.6$
- ▶ DOG approché par DOB (difference of boxes)

Comparaison de LOG et DOG



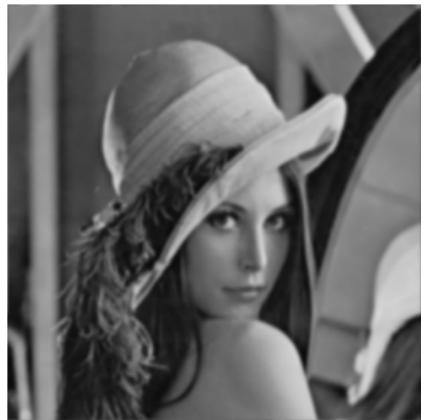
Exemple de filtre LoG ($\sigma = 0$)



Exemple de filtre LoG ($\sigma = 1$)



Exemple de filtre LoG ($\sigma = 2$)



Exemple de filtre LoG ($\sigma = 3$)



Exemple de filtre LoG ($\sigma = 5$)



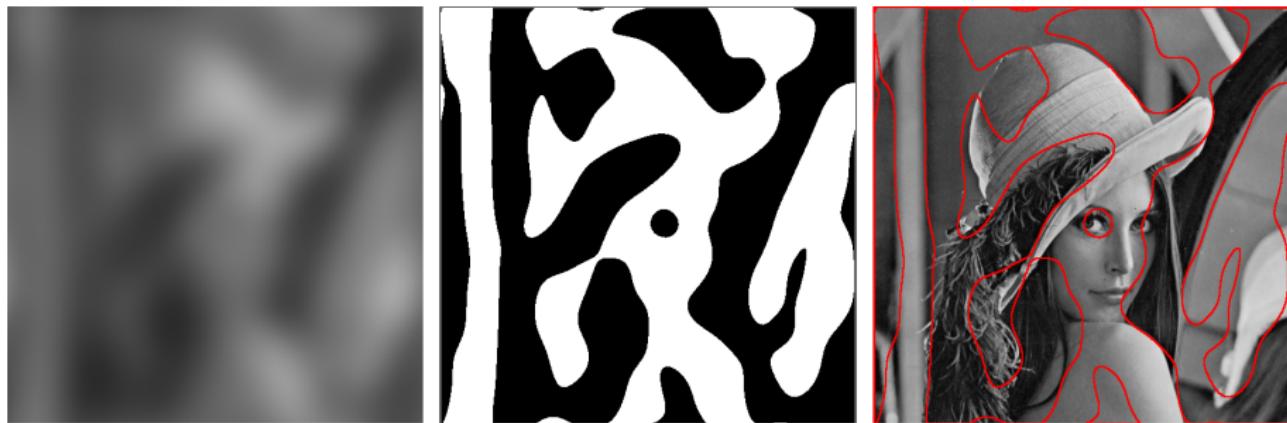
Exemple de filtre LoG ($\sigma = 10$)



Exemple de filtre LoG ($\sigma = 15$)



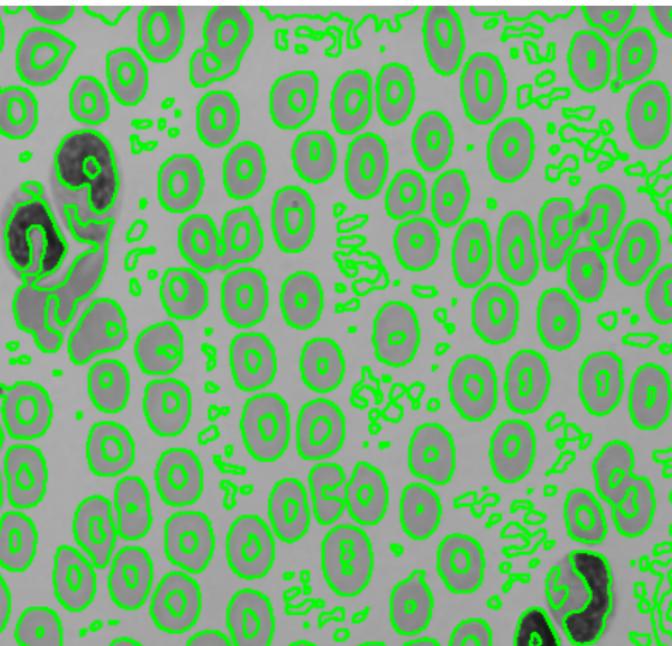
Exemple de filtre LoG ($\sigma = 25$)



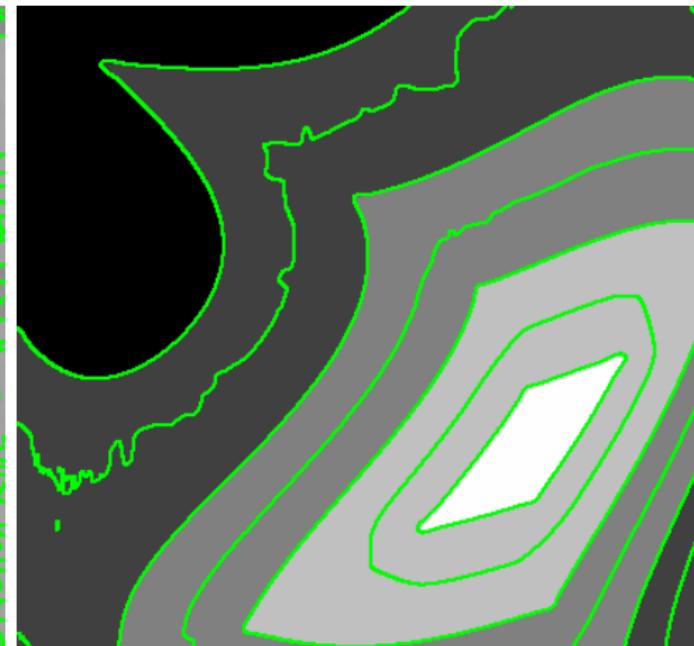
Exemple de filtre LoG ($\sigma = 50$)



filtre Laplacian of Deriche ($\alpha = 0.7$)



Michel Roux



Détection de contours

filtre Laplacien / profil en marches d'escalier)

Profil en marches d'escalier



Améliorations

- ▶ DOG : filtre séparable

$$DOG(x, y) = DOG(x)DOG(y)$$

complexité $N^2 \Rightarrow 2N$

- ▶ Huertas et Médioni 86

$$LOG(x, y) = H_1(x)H_2(y) + H_1(y)H_2(x)$$

$$H_1(x) = (1 - \frac{x^2}{\sigma^2}) \exp(-\frac{x^2}{2\sigma^2})$$

$$H_2(x) = \exp(-\frac{x^2}{2\sigma^2})$$

RIF :

$$H_1 = [-1 \ -6 \ -17 \ -17 \ 18 \ 46 \ 18 \ -17 \ -17 \ -6 \ -1]$$

$$H_2 = [0 \ 1 \ 5 \ 17 \ 36 \ 46 \ 36 \ 17 \ 5 \ 1 \ 0]$$

Autres approches

- ▶ morphologie mathématique : gradient morphologique, LPE
- ▶ marquage adapté (template matching)

Kirsch :

5	5	5	-3	5	5
-3	0	-3	-3	0	5
-3	-3	-3	-3	-3	-3

et rotations

Babu et Nevatia :

-100	-100	0	100	100
-100	-100	0	100	100
-100	-100	0	100	100
-100	-100	0	100	100
-100	-100	0	100	100

-100	-32	100	100	100
-100	-78	92	100	100
-100	-100	0	100	100
-100	-100	-92	78	100
-100	-100	-100	32	100

rotations

et

- ▶ Hueckel : décomposition sur une base de fonctions orthogonales en coordonnées polaires, tronquée aux 8 premiers termes

Fermeture des contours

- ▶ Seuillage
- ▶ valeur moyenne des réponses sur le contour
- ▶ seuillage par hystérésis
- ▶ Méthodes de poursuite
 - ▶ recherche dans des graphes (programmation dynamique)

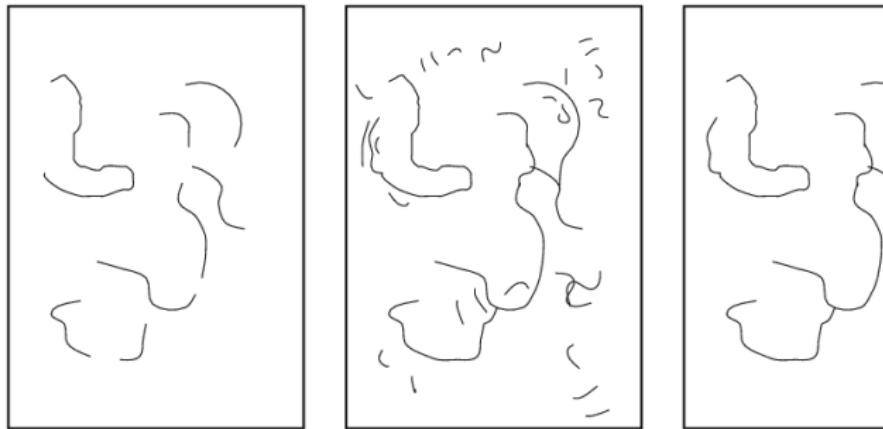
$$\Gamma(i) = \gamma(i) + \min_{j \in \text{antécédents}} [\Gamma(j) + \delta(i, j)]$$

$\gamma(i)$: inversement proportionnel à la qualité du point i comme point de contour

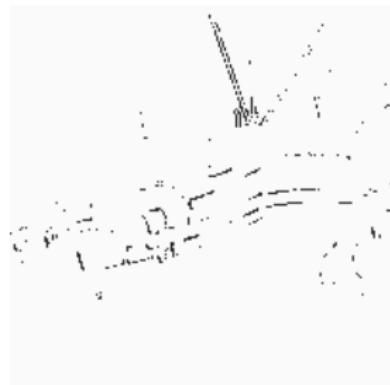
$\delta(i, j)$: incompatibilité de i et j le long d'un contour

- ▶ Approches multi-échelles
- ▶ Automates : minimisations locales successives

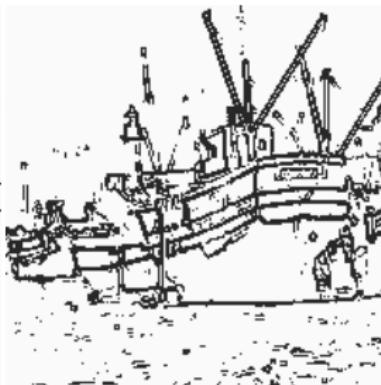
Fermeture des contours : hystérésis



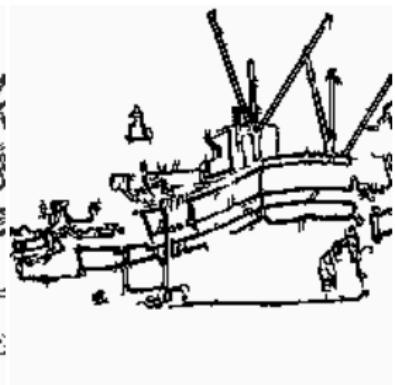
Fermeture des contours : hystérésis



seuil haut

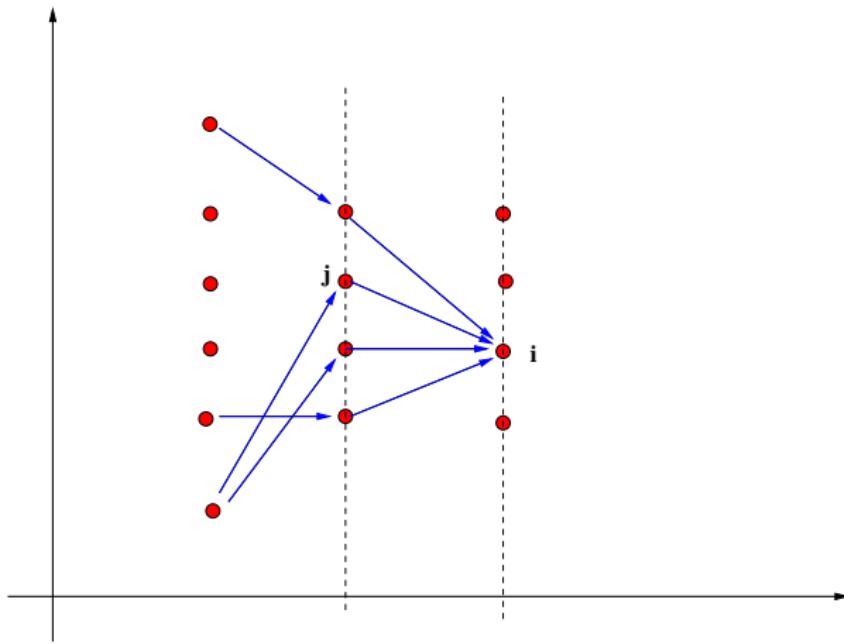


seuil bas

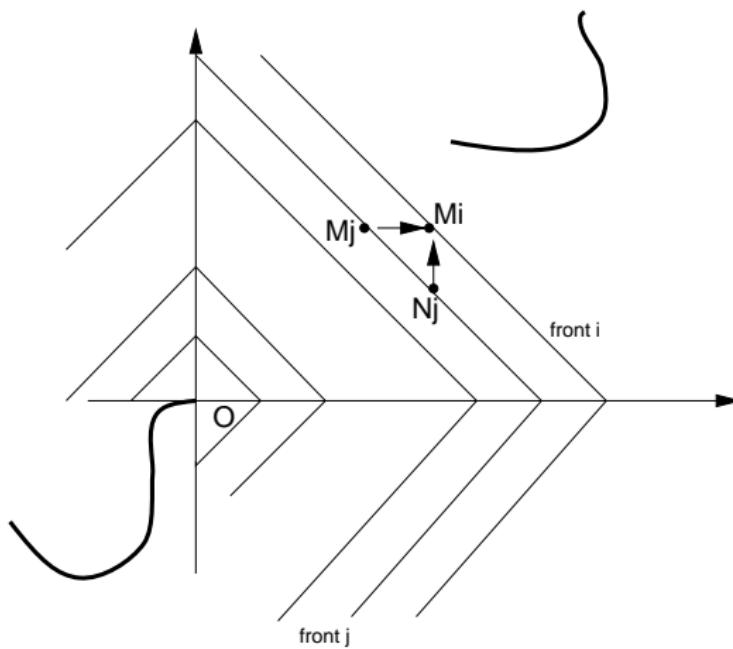


hystérésis

Principe de la programmation dynamique



Application de la programmation dynamique



Exemple de programmation dynamique



contours positionné manuellement

Exemple de programmation dynamique



gradient ré-échantillonné le long du contours manuel



chemin optimal obtenu par programmation dynamique

Exemple de programmation dynamique



contours positionné manuellement



après ajustement automatique

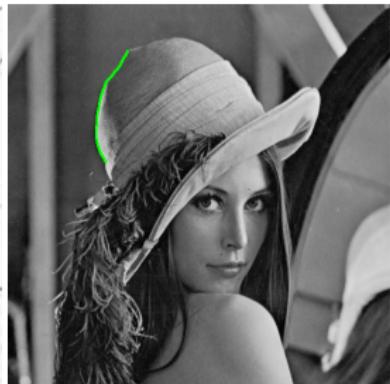
Exemple de programmation dynamique



image originale



gradient



chemin optimal

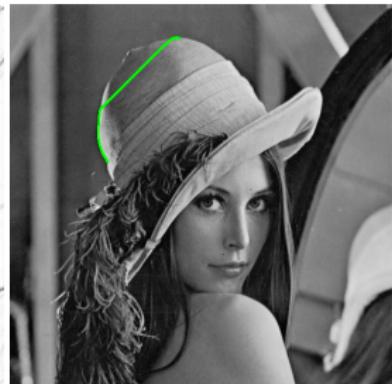
Exemple de programmation dynamique



image originale



gradient



chemin optimal

Exemple de programmation dynamique



image originale



gradient

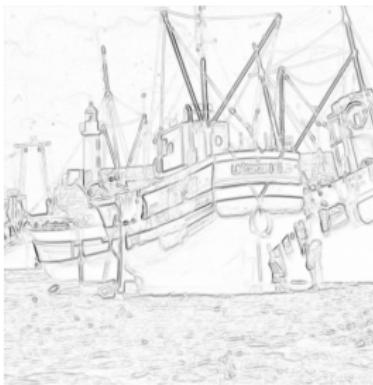


chemin optimal

Exemple de programmation dynamique



image originale



gradient



chemin optimal

Passage en 3D : détection de surfaces

► 2D puis 3D

- détection de cartes de contours 2D sur chaque plan
- fusion 3D des cartes

► Extension des masques

- plan à 0
- plan coefficients positifs $(1, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$
- plan coefficients négatifs $(-1, -\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$

► Canny 3D (détecteur de Monga / Deriche)

$$G_x(x, y, z) = \left(\frac{-x}{\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2 + z^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$G_y(x, y, z) = \left(\frac{-y}{\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2 + z^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$G_z(x, y, z) = \left(\frac{-z}{\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2 + z^2}{2\sigma^2}\right)$$

Vectorisation des contours

- ▶ suivi des contours
 - détection des extrémités
 - élimination des contours trop courts, ébarbulage,
- ▶ approximation par des segments de droite
 - méthode de la corde
 - moindres carrés
- ...

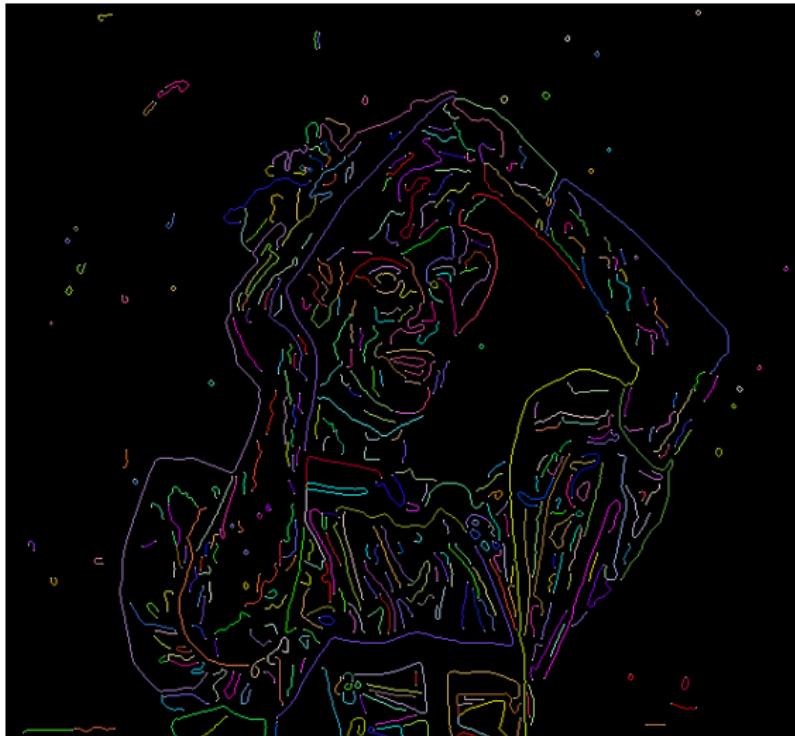
Vectorisation des contours



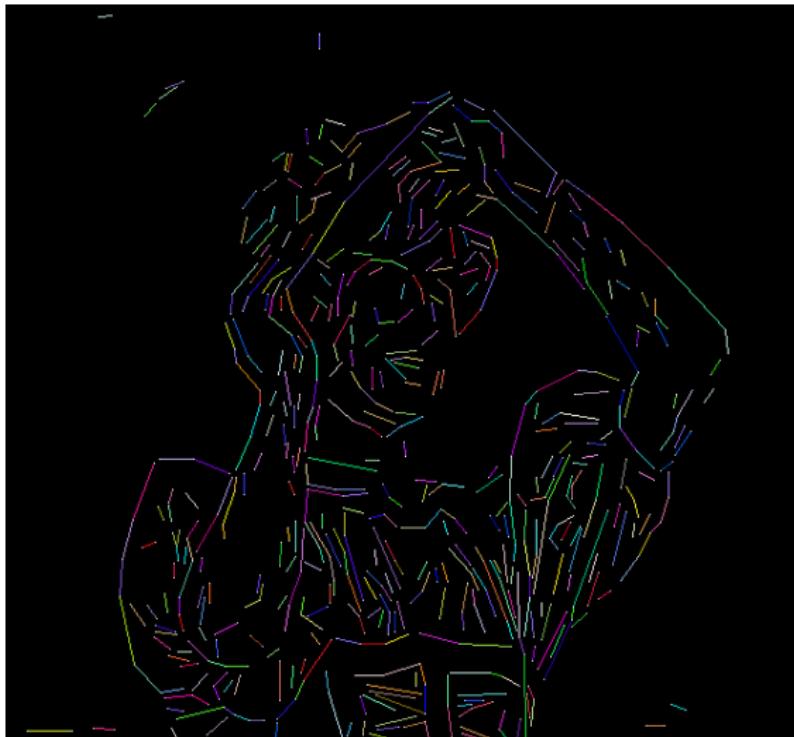
Vectorisation des contours



Vectorisation des contours



Vectorisation des contours



Bibliographie

► Articles

- ▶ A computational Approach to Edge Detection, Canny, IEEE PAMI, 86
- ▶ Using Canny's Criteria to derive a recursively implemented optimal edge detector, Deriche, International Journal of Computer Vision, 1987
- ▶ Snakes : Active Contour Models, Kass, Witkins, Terzopoulos, International Journal of Computer Vision, 1988
- ▶ On active contour Models and Balloons, Cohen, Computer Vision, Graphics, and Image Processing (CVGIP), 89
- ▶ Snakes, Shapes, and Gradient Vector Flow, Xu, Prince, IEEE Image Processing, 97
- ▶ Shape Modeling with Front Propagation : A level Set Approach, Malladi, Sethian, Vemuri, IEEE PAMI, 95

► Sites internet

- ▶ Xu et Prince : <http://iacl.ece.jhu.edu/projects/gvf>
- ▶ contours actifs statistiques : <http://www.fresnel.fr/phyti/>
- ▶ bibliothèque BETI : Enseignement/ Ressources en lignes [Enseignement](#) [Ressources en lignes](#)

