

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

Firma utržila v únoru pouze čtyři pětiny toho, co utržila v lednu.

(CZVV)

- 1** Určete, o kolik procent více utržila firma v lednu než v únoru.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 2

Je dán čtverec o straně délky a . Obdélník o obsahu 360 cm^2 má jednu stranu o 8 cm delší než daný čtverec a druhou stranu o 8 cm kratší než daný čtverec.

(CZVV)

- 2** Vypočtete v cm^2 obsah daného čtverce.

Výsledek ani dílčí výpočty nezaokrouhľujte.

- 3** Pro $x \in R \setminus \{-2; 0; 2\}$ zjednodušte:

$$\frac{1}{x+2} - \frac{\frac{x^2}{x^2-4}}{\frac{x}{2}} =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

- 4** V oboru R řešte:

$$\frac{x+5}{x+1} + \frac{5x-1}{x^2-x} = \frac{5}{x}$$

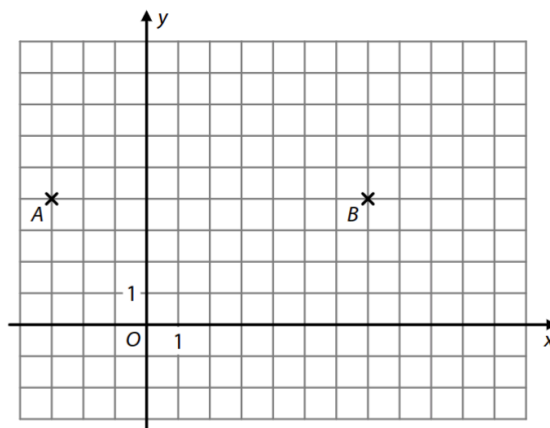
V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

- 5** Pro $x \in R, y \in R$ řešte soustavu rovnic:

$$\begin{aligned} x + 2y &= 5 \\ \frac{x}{2} &= 10 - 4y \end{aligned}$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou vyznačeny dva mřížové body A, B . Jejich vzdálenost je dvojnásobkem vzdálenosti bodu B od bodu $K [7; k]$, kde $k \in R$.



(CZVV)

- 6** Určete souřadnici k .

Uveďte všechna řešení.

- 7** Je dán výraz:

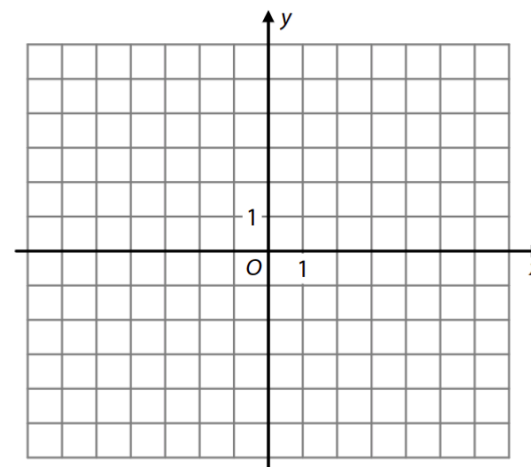
$$\log_2(8^{-x})$$

Určete všechna $x \in R$, pro která je hodnota daného výrazu rovna osmi.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Grafem funkce $h : y = \frac{3}{x-2} - 4$ je hyperbola se středem S (bod S je průsečík asymptot). Graf lineární funkce f prochází bodem $R[-5; 1]$ a bodem S .



(CZVV)

8

8.1 Určete obě souřadnice středu S .

8.2 V kartézské soustavě souřadnic Oxy sestrojte graf lineární funkce f .

V záznamovém archu obtáhněte vše propisovací tužkou.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 9–10

Pro $x \in \mathbb{R}$ je dána funkce:

$$g : y = \sin\left(x + \frac{7\pi}{6}\right)$$

(CZVV)

- 9 Vypočtete obě souřadnice průsečíku P grafu funkce g se souřadnicovou osou y .

- 10 Určete nejmenší kladné číslo x , pro které platí:

$$\sin\left(x + \frac{7\pi}{6}\right) = 1$$

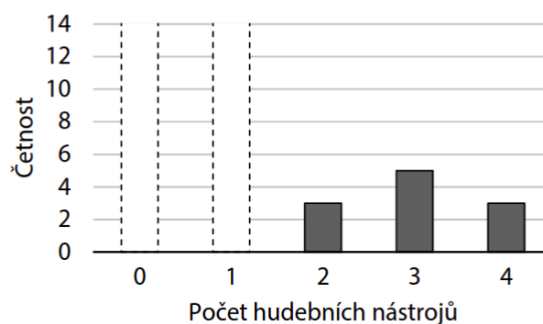
VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOHÁM 11–12

Do třídy 6. A chodí 25 žáků.

Každý z nich uvedl počet hudebních nástrojů, na které hraje.

V grafu četností hodnot tohoto znaku právě dvě četnosti chybí (počet žáků, kteří nehrají na žádný hudební nástroj, a počet žáků, kteří hrají pouze na jeden hudební nástroj). Chybějící četnosti se vzájemně liší o 10.

Modus počtu hudebních nástrojů je 0.



(CZVV)

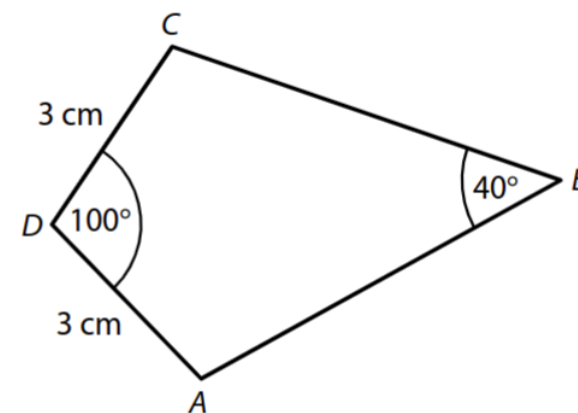
- 11 Určete medián počtu hudebních nástrojů, na které hraje žák třídy 6. A.

- 12 Určete aritmetický průměr počtu hudebních nástrojů, na které hraje žák třídy 6. A.

Výsledek nezaokrouhľujte.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Čtyřúhelník $ABCD$ se skládá ze dvou shodných trojúhelníků ABD a CBD . Platí: $|AD|=|CD|=3$ cm, $|\sphericalangle ADC|=100^\circ$, $|\sphericalangle ABC|=40^\circ$.



(CZVV)

- 13 Vypočtete v cm délku úhlopříčky

13.1 AC ,

13.2 BD .

Výsledky zaokrouhľete na desetiny cm. V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Pro třídní propagační akci byly vydány poukazy na jeden volný vstup do aquacentra. První den akce byly využity dvě pětiny všech vydaných poukazů. Každý další den akce bylo využito o 15 poukazů méně než v předchozím dni. Během celé třídní akce **nebyla** využita pouze jedna dvacetina všech vydaných poukazů. (CZVV)

- 14 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočtete, kolik vydaných poukazů bylo využito druhý den propagační akce.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic,

řešení a odpověď).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je dána přímka

$$\{ p: x=2+2t, y=1-4t, t \in \mathbb{R} \}$$

(CZVV)

15 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (15.1–15.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

15.1 Přímka p prochází bodem $M[3;-1]$.

15.2 Vektor $\vec{u} = (2; 1)$ je směrovým vektorem přímky p .

15.3 Přímka p je kolmá k přímce $\{ q: 2x+y=0 \}$.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

Rada sportovního klubu má 11 členů, z nichž právě tři obsadí funkce předsedy, místopředsedy a hospodáře. Kandidaturu na funkci předsedy i na funkci místopředsedy přijalo všech 11 členů rady, ale pouze 6 z nich přijalo i kandidaturu na funkci hospodáře.

(CZVV)

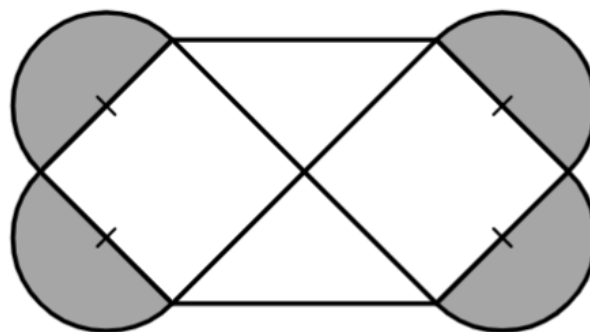
16 Kolika způsoby lze všechny tři funkce obsadit?

- [A] 440 způsobů
- [B] 540 způsobů
- [C] 660 způsobů
- [D] 1 440 způsobů
- [E] jiným počtem způsobů

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 17

Obrazec obsahuje čtyři tmavé půlkruhy a bílý šestiúhelník, který se skládá ze dvou shodných čtverců a dvou shodných rovnoramenných trojúhelníků. Celkový obsah tmavých částí obrazce je $32\pi \text{ cm}^2$.

(Průměrem každého půlkruhu je strana čtverce.)



(CZVV)

17 Jaký je obsah bílého šestiúhelníku?

- [A] 48 cm^2
- [B] 96 cm^2
- [C] 128 cm^2
- [D] 183 cm^2
- [E] 192 cm^2

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 18

Vnitřní prostor konvičky na mléko má tvar rotačního válce s podstavou o průměru 6 cm. Vnitřní prostor kalíšku, který je zcela zaplněn mlékem do kávy, má tvar rotačního válce s podstavou o průměru 2,4 cm a výškou 1,5 cm. Všechno mléko z kalíšku jsme přilili do konvičky s mlékem.

(Konvička nebyla nakloněna, mléko nepřeteklo.)

(CZVV)

18 O kolik stoupla hladina v konvičce po přilítí mléka z kalíšku?

- [A] o méně než 0,24 cm
- [B] o 0,24 cm
- [C] o 0,68 cm
- [D] o 0,72 cm
- [E] o více než 0,72 cm

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Dřevěný rotační kužel s podstavou o poloměru 12 cm a výškou 16 cm jsme osovým řezem rozdělili na dva shodné půlkužele.



(CZVV)

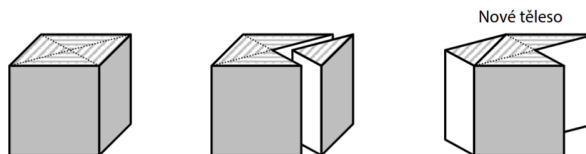
19 Jaký je povrch jednoho půlkužele?

Výsledek je zaokrouhlen na celé cm².

- [A] 603 cm²
- [B] 720 cm²
- [C] 795 cm²
- [D] 1 206 cm²
- [E] jiný povrch

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Z krychle s hranou délky 4 cm byl dvěma úhlopříčnými svislými řezy oddělen trojboký hranol, který tvoří čtvrtinu krychle. Oddělený hranol se přemístil tak, aby jeho čtvercová stěna splýnula s protější stěnou krychle. Vzniklo tak nové těleso.



(CZVV)

20 Jaký je povrch nového tělesa?

Výsledek je zaokrouhlen na celé cm².

- [A] 109 cm²
- [B] 128 cm²
- [C] 135 cm²
- [D] 155 cm²
- [E] jiný povrch

21 Pro kterou z následujících nerovnic je množinou všech řešení v oboru R interval $(7; +\infty)$?

- [A] $7 - x > 0$
- [B] $(x - 7)^2 > 0$
- [C] $x^2 - 49 > 0$
- [D] $\frac{(x-1)^2}{x-7} > 0$
- [E] $\frac{x-7}{x-1} > 0$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 22

Jsou uvedeny úpravy tří výrazů:

I. $\frac{a^{8n}}{a^{2n}} = \dots = a^4$

II. $a^n \cdot \frac{a}{a^{-2}} = \dots = a^{n+3}$

III. $(a^{8n})^2 = \dots = a^{64n^2}$

(CZVV)

22 Který výraz byl upraven správně pro každé $a \in (0; +\infty)$ a každé $n \in N$?

- [A] Správně byly upraveny alespoň dva ze tří výrazů.
- [B] pouze I.
- [C] pouze II.
- [D] pouze III.
- [E] Správně nebyl upraven žádný ze tří výrazů.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 23

V osudí je 6 černých míčků a 4 bílé míčky. Náhodně vytáhneme dvojici míčků.

(CZVV)

23 Jaká je pravděpodobnost, že oba dva vytažené míčky budou mít stejnou barvu?

- [A] $\frac{7}{15}$
- [B] $\frac{1}{5}$
- [C] $\frac{1}{2}$
- [D] $\frac{2}{3}$
- [E] jiná hodnota pravděpodobnosti

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 24

Firma svým britským pracovníkům poskytla příplatek na bydlení 1,2 libry na čtvereční yard. Českým pracovníkům firma poskytla odpovídající příplatek v korunách na čtvereční metr, a to s využitím následujících převodů:

1 £=29,6 Kč
1 yd=91,44 cm

(CZVV)

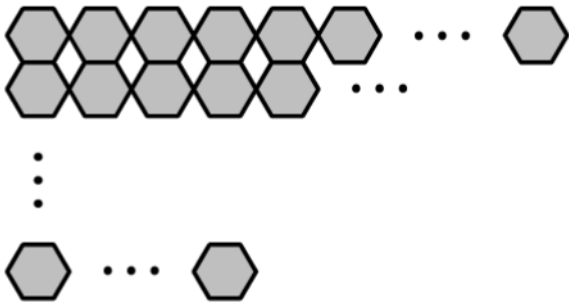
24 V jaké výši poskytla firma příplatek na bydlení českým pracovníkům?

Přesně vypočtená hodnota je zaokrouhlena na desetiny.

- [A] 29,7 Kč na 1 m²
- [B] 30,9 Kč na 1 m²
- [C] 32,4 Kč na 1 m²
- [D] 38,8 Kč na 1 m²
- [E] 42,5 Kč na 1 m²

VÝCHOZÍ TEXT A
OBRÁZEK K ÚLOZE 25

Dvě různé mozaiky jsou sestaveny z několika řad shodných šestiúhelníků.



25.1

První mozaika obsahuje 10 řad.
Nejvíce šestiúhelníků je v horní řadě. V každé další řadě je o polovinu méně šestiúhelníků než v řadě nad ní.
Ve třetí řadě zdola je 36 šestiúhelníků.

25.2

Druhá mozaika obsahuje lichý počet řad.
Nejvíce šestiúhelníků je v horní řadě. V každé další řadě je o 15 šestiúhelníků méně než v řadě nad ní.
Nejméně šestiúhelníků je tedy ve spodní řadě.
V prostřední řadě je 260 šestiúhelníků a ve spodní řadě 140 šestiúhelníků.

(CZVV)

25 Ke každé otázce (25.1–25.2) přiřaďte správnou odpověď (A–F).

25.1 Kolik šestiúhelníků je v horní řadě první mozaiky?

25.2 Kolik šestiúhelníků dohromady obsahuje druhá mozaika?

- [A] méně než 4 000
- [B] 4 096
- [C] 4 420
- [D] 4 608
- [E] 4 680
- [F] více než 4 700

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

Matěj si na začátku srpna připravil částku, ze které po celý srpen platil všechny výdaje. Ve skutečnosti z ní utratil 15 % za jídlo, nájemné ho stálo o 200 % více než jídlo a za dopravu vydal o 60 % méně než za nájemné. Jiné výdaje Matěj v srpnu neměl, a zbytek připravené částky tedy uspořil.

(CZVV)

1 Vypočtěte, kolik procent částky připravené na srpen Matěj uspořil.

2 Pro $a, b, c \in R$ je dán vztah:

$$2a + ab^2 + 3c = 0$$

Vyjádřete z tohoto vztahu neznámou a .

3 Pro $x \in R \setminus \{0\}$ zjednodušte:

$$\left(\frac{\frac{x^2+10}{x}}{x} - 1 \right) \div \frac{5}{x} =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

4 V oboru R řešte:

$$\frac{x-2}{x^2+2x} + \frac{2x}{x+2} = 1$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

5

5.1 Pro $n \in N$ upravte na mocninu o základu 64:

$$8 \cdot 64^n =$$

5.2 Pro $n \in N$ vyjádřete výrazem ve tvaru **jediné mocniny**:
20 % z 25^2

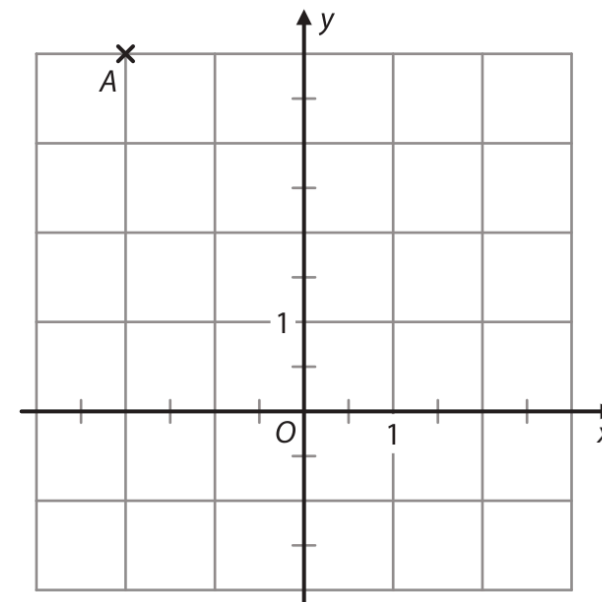
6 Předpis funkce f definované pro všechna přípustná $x \in R$ je:

$$y = \log_{10}(8 - 2x) - \log_{10}(2 - x)$$

Určete všechna $x \in R$, pro která je hodnota funkce f rovna 1. V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Funkce $g : y = a^x$ se základem $a \in R^+ \setminus \{1\}$ je definována pro všechna $x \in R$. Její graf prochází bodem $A[-2;4]$.



(CZVV)

7

7.1 Zapište souřadnici b_2 bodu $B[2;b_2]$ grafu funkce g .

7.2 V kartézské soustavě souřadnic Oxy sestrojte graf funkce g .

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

8

Funkce $h: y = -(x+6)^2 + 4$ s definičním oborem R je v jednom ze dvou intervalů $(-\infty; p)$, $(p; +\infty)$ klesající a ve zbývajícím je rostoucí ($p \in R$).

Z obou intervalů vyberte ten, v němž je funkce h rostoucí, a zapište jej s konkrétním číslem p .

9 V rostoucí aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je pátý člen $a_5 = 0$.

Vypočtěte, kolikrát je dvacátý člen a_{20} větší než desátý a_{10} .

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 10

Na 100 km jízdy spotřeboval automobil A 7 litrů benzínu a automobil B o xx litrů benzínu méně než automobil A.

Cena benzínu byla 40 Kč za litr.

(CZVV)

10

10.1 Vypočtěte v Kč průměrné výdaje za benzin na 1 kilometr jízdy automobilu A.

Výsledek nezaokrouhľujte.

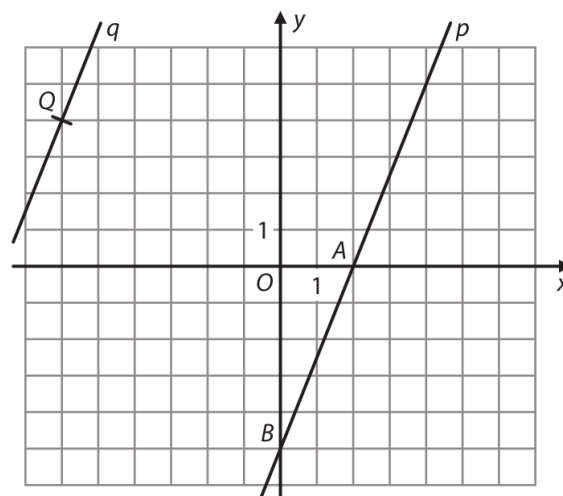
10.2 V závislosti na x vyjádřete v Kč průměrné výdaje za benzin na 1 kilometr jízdy automobilu B.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 11–12

V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou umístěny rovnoběžné přímky p , q .

Přímka p protíná souřadnicové osy v mřížových bodech A, B.

Přímka q prochází bodem $Q[-6;4]$.



(CZVV)

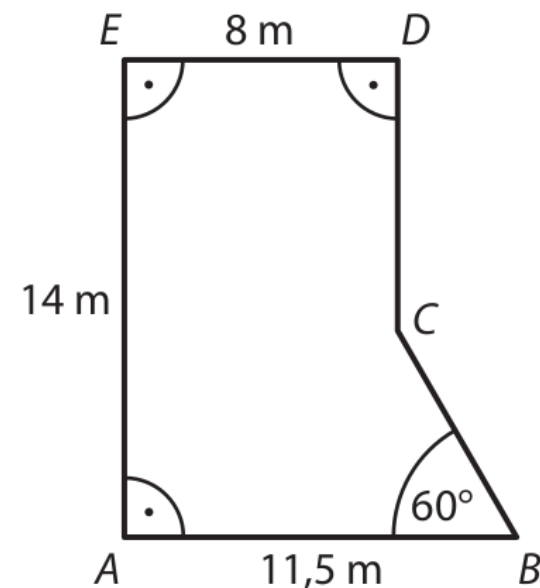
11 V parametrickém vyjádření přímky p doplňte pravou stranu první rovnice.

$$p : x = \quad , \\ y = 0 + 5t, t \in R$$

12 Zapište obě souřadnice průsečíku D přímky q se souřadnicovou osou y .

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Stavba má tvar pětibokého kolmého hranolu s výškou 5 metrů. Na obrázku je zakreslena podstava $ABCDE$ tohoto hranolu.



(CZVV)

13 Vypočtěte

13.1 v m^2 obsah boční stěny hranolu, která obsahuje podstavnou hranu BC ,

13.2 v m^3 objem hranolu.

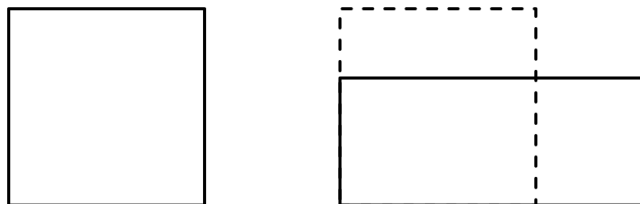
Výsledky zaokrouhľete na celá čísla, dílčí výpočty nezaokrouhľujte. V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 14

Čtvercový pozemek má stejnou výměru (obsah) jako obdélníkový pozemek.

Obdélníkový pozemek má jednu stranu o 35 % kratší než čtvercový pozemek a druhou stranu o 140 metrů delší

než čtvercový pozemek.



(CZVV)

14 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočítejte v metrech obvod čtvercového pozemku.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

15 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (15.1–15.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

15.1 Nerovnice $(x - 3)(3 - x) \geq 0$ má v oboru \mathbb{R} více než jedno řešení.

15.2 Řešením nerovnice $(x + 4)(x + 4) \geq 0$ v oboru \mathbb{R} je každé reálné číslo.

15.3 Množinou všech řešení nerovnice $\frac{x-2}{2-x} > 0$ v oboru \mathbb{R} je prázdná množina.

16 Vektor $\vec{u} = (3; u_2)$ je kolmý k vektoru $\vec{w} = (-3; 1)$.

Jaká je velikost vektoru \vec{u} ?

- [A] $3\sqrt{10}$
- [B] $\sqrt{10}$
- [C] 10
- [D] 3
- [E] jiná velikost

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

Všechny čtyři vrcholy kosočtverce $ABCD$ leží na souřadnicových osách kartézské soustavy souřadnic Oxy . Pro vrcholy A, B kosočtverce platí, že orientovaná úsečka AB je umístěním vektoru $\vec{v} = (12; 5)$.

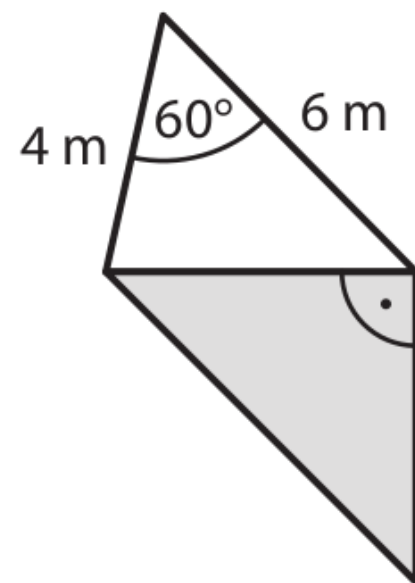
(CZVV)

17 Jaký je obsah kosočtverce $ABCD$?

- [A] 52
- [B] 60
- [C] 120
- [D] 169
- [E] jiný obsah

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

Nad pískovištěm je natažena stínicí plachta tvaru čtyřúhelníku, který se skládá ze dvou trojúhelníků – bílého a šedého. Šedý trojúhelník je rovnoramenný a pravoúhlý.



(CZVV)

18 Jaký je obsah šedého trojúhelníku?

- [A] $10,0 \text{ m}^2$
- [B] $10,4 \text{ m}^2$
- [C] $13,0 \text{ m}^2$
- [D] $13,5 \text{ m}^2$
- [E] $14,0 \text{ m}^2$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Papírový klobouk se skládá ze tří částí – střechy, koruny a krempy.

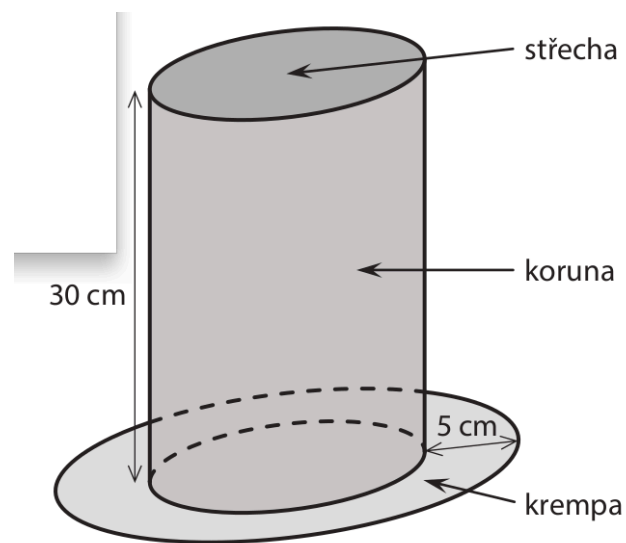
Střechu tvoří kruh, který je horní podstavou rotačního válce.

Koruna je pláštěm tohoto válce a jejím rozvinutím by vznikl obdélník o rozměrech 60 cm a 30 cm, druhý rozměr je výškou válce.

Krempa má tvar mezikruží o šířce 5 cm.

Klobouk byl vyroben z papíru, který je z jedné strany modrý a z druhé bílý.

Jednotlivé části klobouku k sobě přiléhají svými okraji a jsou sešity nití.



(CZVV)

19 Jaký je obsah všech modrých ploch klobouku?

Výsledek je zaokrouhlen na celé cm^2 .

- [A] 2 086 cm^2
- [B] 2 465 cm^2
- [C] 4 472 cm^2
- [D] 4 851 cm^2
- [E] jiný obsah

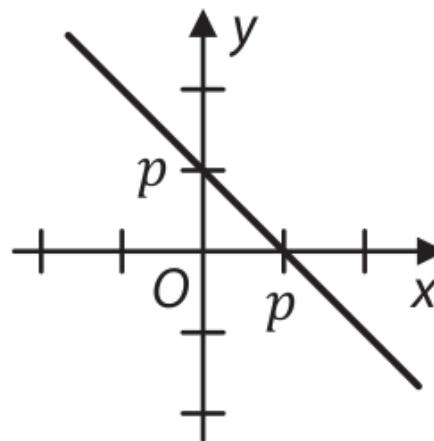
VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 20

Předpis funkce h definované pro všechna $x \in \mathbb{R}$ je:

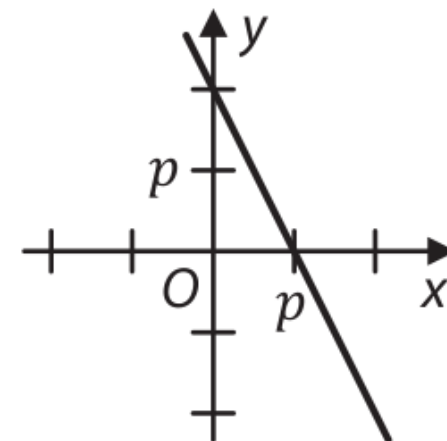
$$y = 2 - x$$

(CZVV)

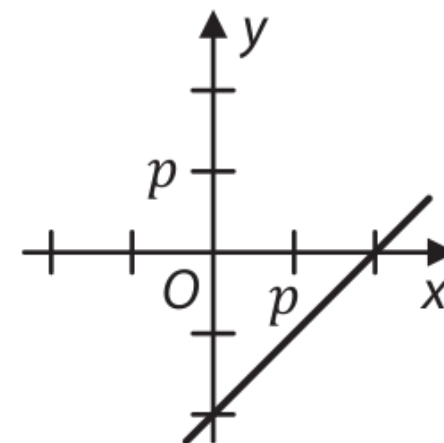
20 Který z následujících grafů je pro vhodné kladné číslo p grafem funkce h v kartézské soustavě souřadnic Oxy ?



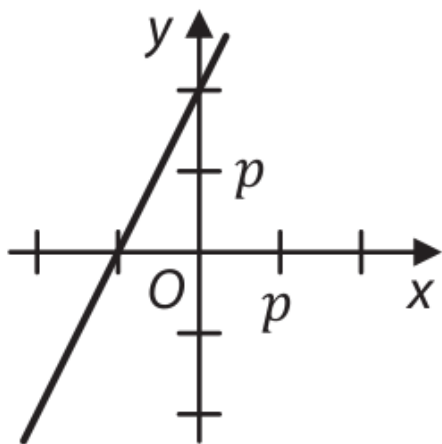
- [A]



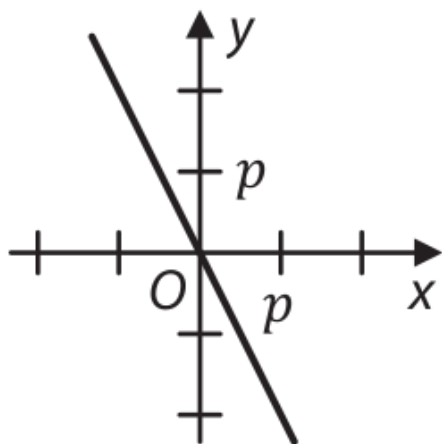
- [B]



- [C]



- [D]



- [E]

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

Mozaika je tvořena řadami stejných ornamentů.

První řada mozaiky obsahuje 3 ornamenty.

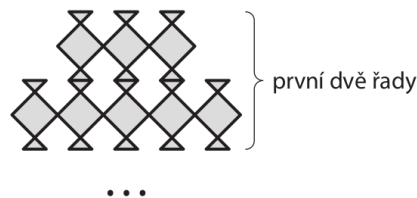
Každá další řada obsahuje o 2 ornamenty více než předchozí řada.

Poslední řada mozaiky obsahuje 99krát více ornamentů než první řada.

Ornament



Mozaika



(CZVV)

21 Kolik ornamentů obsahuje celá mozaika?

- [A] 15 000
- [B] 22 200
- [C] 29 700
- [D] 30 000
- [E] jiný počet

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 22

První dva členy aritmetické posloupnosti jsou zároveň prvními dvěma členy geometrické posloupnosti. Přitom první člen je o 8 menší než druhý a druhý člen je pětkrát větší než první.

(CZVV)

22 Kolikátý člen aritmetické posloupnosti je roven třetímu členu geometrické posloupnosti?

- [A] žádný člen
- [B] pátý člen
- [C] šestý člen
- [D] sedmý člen
- [E] osmý člen

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 23

Ve městě se postupně ruší poštovní schránky a nové se nezřizují.

Počet poštovních schránek na konci každého kalendářního roku je vždy nižší alespoň o 12 %, ale nejvýše o 14 % počtu poštovních schránek, které byly ve městě na počátku téhož roku.

Na konci roku 2021 (tj. na počátku roku 2022) bylo ve městě 38 poštovních schránek.

(CZVV)

23 Kolik poštovních schránek se ve městě zrušilo během dvouletého období 2021 až 2022?

- [A] Nelze jednoznačně určit.
- [B] právě 9
- [C] právě 10
- [D] právě 11
- [E] právě 12

2023 B

VÝCHOZÍ TEXT A
TABULKA K ÚLOZE 24

Všech 15 zaměstnanců firmy je rozděleno do tří různě početných skupin.

V tabulce jsou uvedeny některé údaje o platech těchto zaměstnanců.

Skupina	X		Y				Z
Počet zaměstnanců	1	3	2	1	3	4	1
Plat (v Kč) jednoho zaměstnance	22 000	?	31 000	?	37 000	?	50 000
Průměrný plat (v Kč) zaměstnance skupiny	25 000		?				50 000
Průměrný plat (v Kč) zaměstnance firmy	34 000						

(CZVV)

24

Jaký je průměrný plat zaměstnance skupiny Y?

- [A] nižší než 27 000 Kč
- [B] 27 000 Kč
- [C] 36 000 Kč
- [D] vyšší než 36 000 Kč
- [E] Nelze jednoznačně určit.

VÝCHOZÍ TEXT A
TABULKA K ÚLOZE 25

V osudí je deset stejných míčků, každý je označen jedním z písmen A, B, C.

Tabulka udává rozdělení četností písmen.

Písmeno	A	B	C
Četnost	5	2	3

Z osudí postupně po jednom vylosujeme 3 míčky, které do osudí nevracíme.

Jejich písmena zapíšeme zleva doprava v pořadí, v jakém byly míčky vylosovány.

(CZVV)

25

Ke každému jevu (25.1–25.2) přiřaďte pravděpodobnost (A–F), s níž jev nastane.

25.1 Zápis písmen vylosovaných míčků je ABC.

25.2 Zápis písmen vylosovaných míčků je BCC.

- [A] $\frac{1}{4}$
- [B] $\frac{1}{12}$
- [C] $\frac{1}{20}$
- [D] $\frac{1}{24}$
- [E] $\frac{1}{60}$
- [F] jiná hodnota pravděpodobnosti