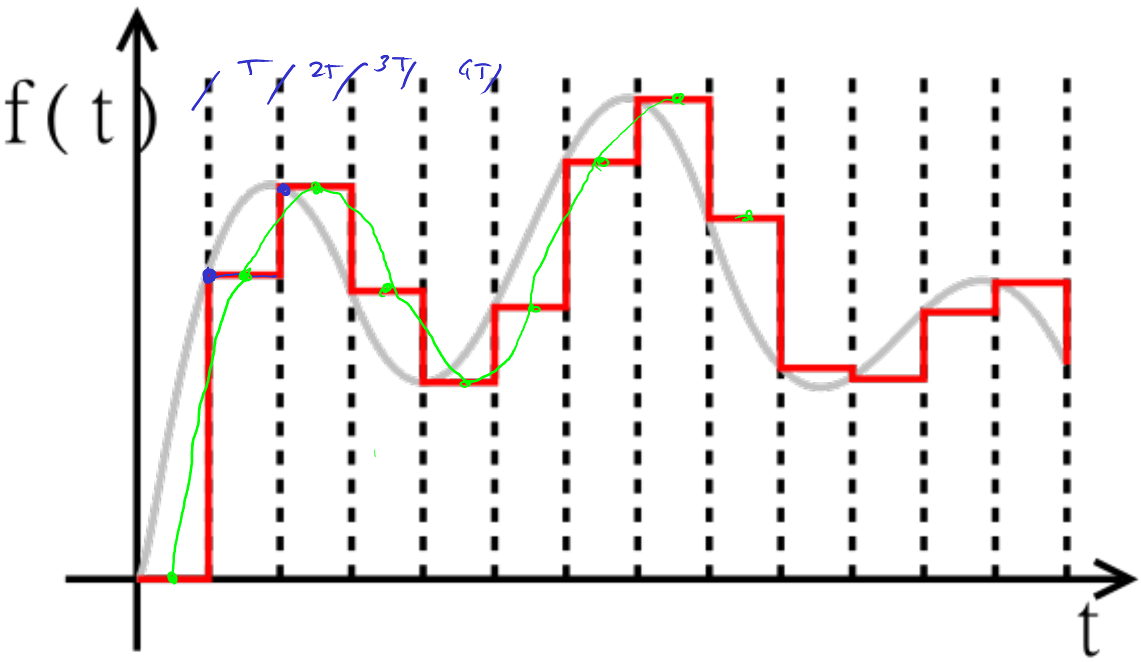
Considerações de modelagem em sistemas de controle

Para fins de projeto de controlador digital, considera-se que o ADC seja "ideal"

Isto é:

- Sem quantização
- Segurador de ordem zero (ZOH)

tempo de conversão = 0

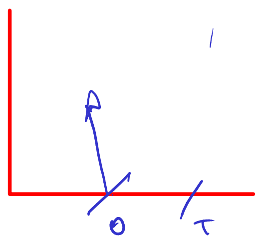


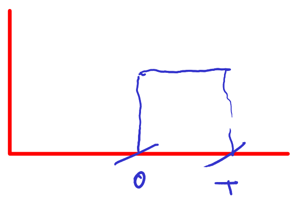
$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

$$X(s) = 1 \Rightarrow Y(s) = G(s) = Y(s)\Big|_{X=1}$$

$$G(s) = \mathcal{L}\{h(t)\}$$

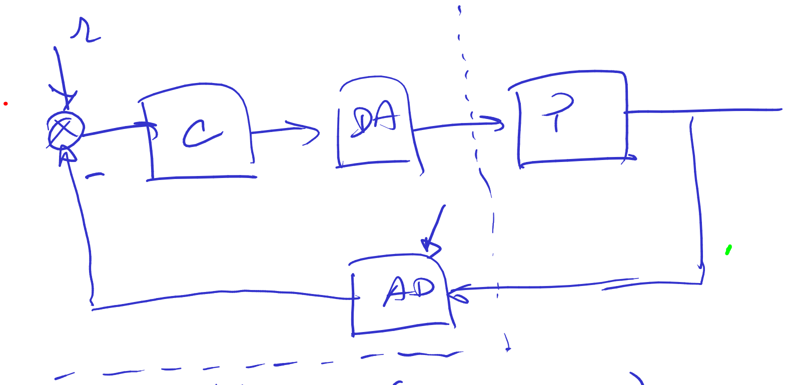
$$\mathcal{L}\{\delta(t)\} = 1$$





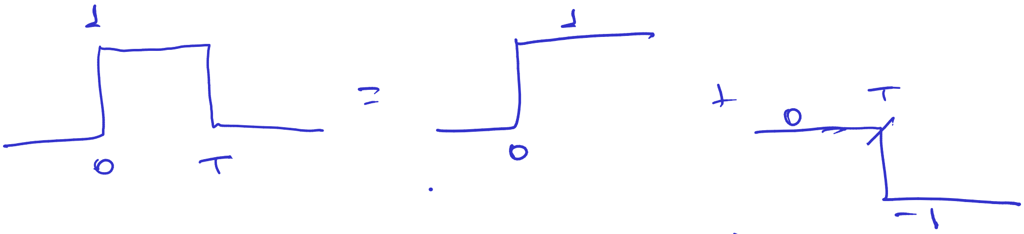
Dado que um impulso é "segurado" por um tempo, qual a função de transferência?

$$h(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T \\ 0 & t > T \end{cases}$$



Software (programa)
Hardware (circuitos, placas, CI)

AD → 



$= u(t) - u(t-T)$

$\rightarrow \frac{1}{s} - \frac{1}{s} e^{-s}$

Função de transferência do ZOH

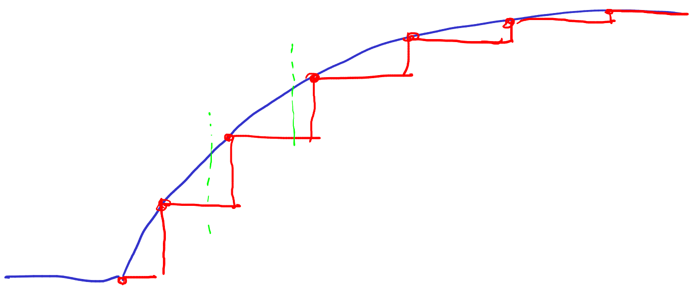
$$\mathcal{L}_o\{h(t)\} = \int_0^{\infty} h(t)\, e^{-st}\, dt = \int_0^{T} 1\, e^{-st}\, dt = \frac{1 - e^{-sT}}{s}$$

$$s = j\omega \rightarrow \angle$$

Principal efeito do ZOH: atrasa a resposta do sistema

A resposta discretizada deve acompanhar aproximadamente a resposta contínua, mediante a interpolação

Exemplo simples: resposta de 1a·ordem



ZOH é usado principalmente em conversão DA

Conversão DA

Ondas PWM
Conversor DA convencional

write_Analog.

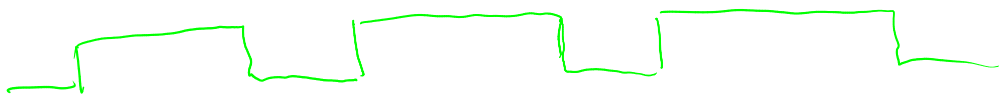
PWM = Pulse Width Modulation (Modulação por largura de pulso)

Bastante usado hoje em dia, devido sua simplicidade

Onda quadrada
Pulsos "rápidos em relação à planta"
Plantas, normalmente passa baixas
Análise de Fourier (qualitativa)
Hardware utilizado para implementar

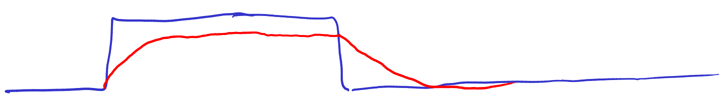
largura do pulso
$\tau \rightarrow$ ciclo de trabalho.

$$\tau = \frac{t_{on}}{T}$$



Valor médio em um ciclo:

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^{t_{on}} A\,dt = A\frac{t_{on}}{T} = A\cdot\tau$$



$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f_0$$

2,5V → 100 RPM/V → 250 RPM

$$x(t) = PWM = A_0 + \sum A_n\cos(n\omega_0 t) + B_n\sin(n\omega_0 t)$$

$$\frac{x^4+2}{x^9+1}$$

$x \to \infty$

$x(t)$ → Motor → $y(t) = A'_0 + \sum A'_n \cos\ldots + B'_n \sin(\ldots)$

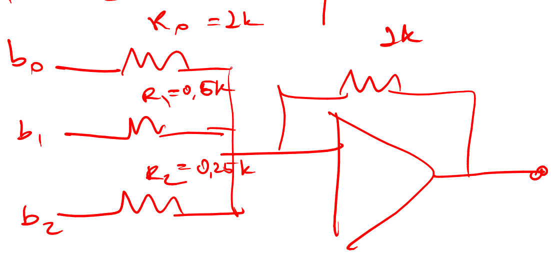
$$\frac{K}{as+b} \rightarrow \frac{K}{j\omega a+b} = \frac{K}{jn\omega_0 a+b}$$

Conversor DA padrão

Conversores comerciais

De volta ao diagrama de blocos...

$b_0 \quad b_1 \quad b_2 \longrightarrow y = b_0 2^0 + b_1 2^1 + b_2 2^2$



$$y = -1k \left(\frac{b_0}{R_0} + \frac{b_1}{R_1} + \frac{b_2}{R_2} \right)$$

$$= \frac{-1k}{R_0} b_0 - \frac{1k}{R_1} b_1 - \frac{1k}{R_2} b_2$$