

8. Para cada uma das funções de transferência mostradas a seguir, determine as posições dos polos e dos zeros, represente-os graficamente no plano  $s$  e, em seguida, escreva uma expressão para a forma geral da resposta ao degrau sem resolver para a transformada inversa de Laplace. Declare a natureza de cada resposta (superamortecida, subamortecida, e assim por diante). [Seções: 4.3, 4.4.]

a.  $T(s) = \frac{2}{s+2}$

b.  $T(s) = \frac{5}{(s+3)(s+6)}$

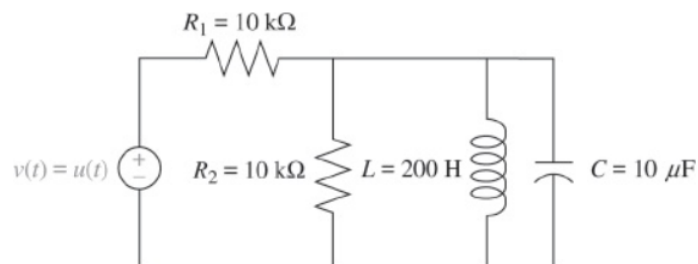
c.  $T(s) = \frac{10(s+7)}{(s+10)(s+20)}$

d.  $T(s) = \frac{20}{s^2 + 6s + 144}$

e.  $T(s) = \frac{s+2}{s^2 + 9}$

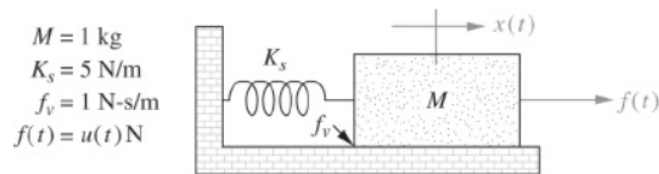
f.  $T(s) = \frac{(s+5)}{(s+10)^2}$

12. Escreva a forma geral da tensão do capacitor para o circuito elétrico mostrado na Figura P4.4. [Seção: 4.4.]



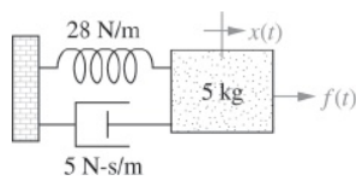
**FIGURA P4.4**

14. Resolva para  $x(t)$  no sistema mostrado na Figura P4.5 caso  $f(t)$  seja um degrau unitário. [Seção: 4.4.]



**FIGURA P4.5**

16. Deduza a relação para o fator de amortecimento em função da ultrapassagem percentual, Eq. (4.39) [Seção: 4.6.]
20. Para cada um dos sistemas de segunda ordem a seguir, determine  $\zeta$ ,  $\omega_n$ ,  $T_s$ ,  $T_p$ ,  $T_r$  e %UP. [Seção: 4.6.]
- $T(s) = \frac{16}{s^2 + 3s + 16}$
  - $T(s) = \frac{0,04}{s^2 + 0,02s + 0,04}$
  - $T(s) = \frac{1,05 \times 10^7}{s^2 + 1,6 \times 10^3 s + 1,05 \times 10^7}$
23. Para cada par de especificações de sistema de segunda ordem a seguir, determine a posição do par de polos de segunda ordem. [Seção: 4.6.]
- %UP = 12%;  $T_s = 0,6$  segundo
  - %UP = 10%;  $T_p = 5$  segundos
  - $T_s = 7$  segundos;  $T_p = 3$  segundos
24. Determine a função de transferência de um sistema de segunda ordem que resulta em uma ultrapassagem de 12,3% e um tempo de acomodação de 1 segundo. [Seção: 4.6.]
25. Para o sistema mostrado na Figura P4.7, faça o seguinte: [Seção: 4.6.]
- Obtenha a função de transferência  $G(s) = X(s)/F(s)$ .
  - Determine  $\zeta$ ,  $\omega_n$ , %UP,  $T_s$ ,  $T_p$  e  $T_r$ .



**FIGURA P4.7**

30. Para as seguintes funções de resposta, determine se pode haver uma aproximação de cancelamento de polos e zeros. Caso seja possível, obtenha a ultrapassagem percentual, o tempo de acomodação, o tempo de subida e o instante de pico. [Seção: 4.8.]

$$\text{a. } C(s) = \frac{(s+3)}{s(s+2)(s^2+3s+10)}$$

$$\text{b. } C(s) = \frac{(s+2,5)}{s(s+2)(s^2+4s+20)}$$

$$\text{c. } C(s) = \frac{(s+2,1)}{s(s+2)(s^2+s+5)}$$

$$\text{d. } C(s) = \frac{(s+2,01)}{s(s+2)(s^2+5s+20)}$$

32. Determine o instante de pico, o tempo de acomodação e a ultrapassagem percentual apenas para as respostas a seguir que podem ser aproximadas por respostas de segunda ordem. [Seção: 4.8.]

$$\begin{aligned} \text{a. } c(t) = & 0,003500 - 0,001524e^{-4t} \\ & - 0,001976e^{-3t}\cos(22,16t) \\ & - 0,0005427e^{-3t}\sin(22,16t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } c(t) = & 0,05100 - 0,007353e^{-8t} \\ & - 0,007647e^{-6t}\cos(8t) \\ & - 0,01309e^{-6t}\sin(8t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } c(t) = & 0,009804 - 0,0001857e^{-5,1t} \\ & - 0,009990e^{-2t}\cos(9,796t) \\ & - 0,001942e^{-2t}\sin(9,796t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } c(t) = & 0,007000 - 0,001667e^{-10t} \\ & - 0,008667e^{-2t}\cos(9,951t) \\ & - 0,0008040e^{-2t}\sin(9,951t) \end{aligned}$$

51. A anestesia induz relaxamento muscular (paralisia) e inconsciência no paciente. O relaxamento muscular pode ser monitorado utilizando-se os sinais de um eletromiograma dos nervos da mão; a inconsciência pode ser monitorada utilizando-se a pressão arterial média do sistema cardiovascular. O medicamento anestésico é uma mistura de isoflurano e atracúrio. Um modelo aproximado que relaciona o relaxamento muscular a porcentagem de isoflurano na mistura é

$$\frac{P(s)}{U(s)} = \frac{7,63 \times 10^{-2}}{s^2 + 1,15s + 0,28}$$

em que  $P(s)$  é o relaxamento muscular medido como uma fração da paralisia total (normalizada para a unidade) e  $U(s)$  é o percentual de isoflurano na mistura (*Linkens, 1992*). [Seção 4.6.]

- Determine o fator de amortecimento e a frequência natural da resposta transitória da paralisia.
- Determine o percentual máximo possível da paralisia caso uma mistura com 2% de isoflurano seja utilizada.
- Represente graficamente a resposta ao degrau da paralisia caso uma mistura com 1% de isoflurano seja utilizada.
- Qual percentual de isoflurano deveria ser utilizado para uma paralisia de 100%?

52. Para se tratar a asma aguda injeta-se por via intravenosa o medicamento teofilina. A taxa de variação da concentração do medicamento no sangue é igual à diferença entre a concentração injetada e a concentração eliminada. A concentração injetada é  $i(t)/V_d$ , em que  $i(t)$  é a vazão do medicamento por peso e  $V_d$  é o volume aparente e depende do paciente. A concentração eliminada é dada por  $k_{10}c(t)$ , em que  $c(t)$  é a concentração atual do medicamento no sangue e  $k_{10}$  é a constante de taxa de eliminação. A concentração de teofilina no sangue é crítica – se for muito baixa, o medicamento é ineficaz; se for muito alta, o medicamento é tóxico (Jannett, 1992). Você ajudará o médico com seus cálculos.
- Deduza uma equação relacionando a concentração desejada no sangue,  $C_D$ , com a vazão do medicamento por peso requerida,  $I_R$ .
  - Deduza uma equação que dirá por quanto tempo o medicamento deve ser administrado para alcançar a concentração desejada no sangue. Utilize ambos: o tempo de subida e o tempo de acomodação.
  - Determine a taxa de injeção de teofilina caso  $V_D = 600$  mL,  $k_{10} = 0,07$  h<sup>-1</sup> e o nível requerido de medicamento no sangue seja 12 mcg/mL (“mcg” significa microgramas). Ver (Jannett, 1992) para uma descrição dos valores dos parâmetros.
  - Determine o tempo de subida e o tempo de acomodação para as constantes no Item c.
53. Os pacientes com desordens neurológicas no sistema motor superior podem se beneficiar e recuperar funções úteis através do uso de neuropróteses funcionais. O projeto requer um bom entendimento da dinâmica dos músculos. Em um experimento para determinar as respostas de um músculo, a função de transferência identificada foi (Zhou, 1995)

$$M(s) = \frac{2,5e^{-0,008s}(1 + 0,172s)(1 + 0,008s)}{(1 + 0,07s)^2(1 + 0,05s)^2}$$

Determine a resposta ao degrau unitário dessa função de transferência.

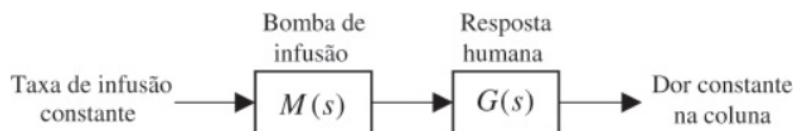
59. Em algum instante de suas vidas a maioria das pessoas sofrerá com pelo menos um ataque de dor na coluna lombar. Essa desordem pode desencadear sofrimento extenso e provocar uma incapacidade temporária, mas sua causa é de difícil diagnóstico. Sabe-se que a dor na coluna lombar altera os padrões motores principais; assim, há interesse em se estudar as causas dessas alterações e suas extensões. Devido às diferentes causas possíveis desse tipo de dor, é difícil obter um grupo de pessoas de “controle” para estudos em laboratório. Entretanto, a dor pode ser estimulada em pessoas saudáveis, e as faixas de movimento muscular podem ser comparadas. Dor controlada na coluna pode ser induzida injetando-se uma solução salina diretamente em músculos ou ligamentos relacionados. A função de transferência da taxa de infusão para a resposta de dor foi obtida experimentalmente injetando-se 5% de solução salina a seis diferentes taxas de injeção por um período de 12 minutos. Os indivíduos avaliavam verbalmente sua dor a cada 15 segundos em uma escala de 0 a 10, com 0 indicando ausência de dor e o 10 uma dor insuportável. Foi utilizada a média de diversos ensaios e os dados foram ajustados à seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{9,72 \times 10^{-8}(s + 0,0001)}{(s + 0,009)^2(s^2 + 0,018s + 0,0001)}$$

Para efeito de experimentação, deseja-se construir um sistema de infusão automática para manter o nível de dor constante, como mostrado na Figura P4.15. Segue-se que, idealmente, a função de transferência do sistema de injeção deveria ser

$$M(s) = \frac{1}{G(s)}$$

para se obter uma função de transferência global  $M(s)G(s) \oplus 1$ . Entretanto, para propósitos de implementação,  $M(s)$  deve possuir no mínimo um polo a mais do que zeros (Zedka, 1999). Obtenha uma função de transferência apropriada,  $M(s)$ , invertendo  $G(s)$  e adicionando polos que estejam afastados do eixo imaginário.



**FIGURA P4.15**

61. Uma função de transferência observada, do potencial de tensão para a força em músculos esqueléticos, é dada por (Ionescu, 2005)

$$T(s) = \frac{450}{(s + 5)(s + 20)}$$

- Obtenha a resposta ao impulso do sistema.
- Integre a resposta ao impulso para obter a resposta ao degrau.
- Verifique o resultado do Item b obtendo a resposta ao degrau utilizando técnicas da transformada de Laplace.

65. A modelagem matemática e o controle de processos de pH são bastante desafiadores uma vez que os processos são altamente não lineares, devido à relação logarítmica entre a concentração dos íons de hidrogênio  $[H^+]$  e o nível de pH. A função de transferência da entrada de pH para a saída de pH é  $G_a(s) = \frac{Y_a(s)}{X_a(s)} = \frac{14,49e^{-4s}}{1478,26s + 1}$ , em que  $G_a(s)$  é um modelo para o processo anaeróbico em um sistema de tratamento de esgoto no qual bactérias produtoras de metano precisam que o pH seja mantido em sua faixa ótima de 6,8 a 7,2 (Jiayu, 2009). Semelhantemente, (Elarafi, 2008) utilizou técnicas empíricas para modelar uma planta de neutralização de pH como um sistema de segunda ordem com um atraso puro, produzindo a seguinte função de transferência relacionando o pH de saída com o pH de entrada:

$$G_p(s) = \frac{Y_p(s)}{X_p(s)} = \frac{1,716 \times 10^{-5} e^{-30s}}{s^2 + 6,989 \times 10^{-3}s + 1,185 \times 10^{-6}}$$

- a. Obtenha expressões analíticas para as respostas ao degrau unitário  $y_a(t)$  e  $y_p(t)$  para os dois processos,  $G_a(s)$  e  $G_p(s)$ . (Sugestão: utilize o teorema do deslocamento no tempo da Tabela 2.2.)