

# Esempio Funtori

Rosario Scalia

April 27, 2021

## 1 Esempio Teorico

- Sia  $\Gamma = \{\mathbf{Gatto}, \mathbf{Animale}\}$  un set di Categorie.
- Sia  $Gatto <: Animale$  la relazione di Sottotipo posta in essere fra le due Categorie.  
[Relazione valida interpretando le Categorie come Tipi]
- Per tanto, la relazione di Sottotipo individua un *Funtore*:

$$<: \mathbf{Animale} \longrightarrow \mathbf{Gatto} \quad (1)$$

$$\forall \mathbf{x} \in \mathbf{obj}(\mathbf{Animale}), \exists \mathbf{y} \in \mathbf{obj}(\mathbf{Gatto}) : \mathbf{y} <: \mathbf{x} \quad (2)$$

- Sia **Contenitore** un Morfismo (o costruttore) su una *non meglio precisata Categoria* ( $\mathbf{m} : \mathbf{A} \longrightarrow \mathbf{Contenitore}(\mathbf{A})$ ).
- Se il Funtore fosse *Covariante* rispetto al Morfismo Contenitore:

$$\forall \mathbf{x} \in \mathbf{obj}(\mathbf{Animale}), \exists \mathbf{y} \in \mathbf{obj}(\mathbf{Gatto}) : \mathbf{Contenitore}(\mathbf{y}) <: \mathbf{Contenitore}(\mathbf{x}) \quad (3)$$

- Se il Funtore fosse *Contravariante* rispetto al Morfismo Contenitore:

$$\forall \mathbf{x} \in \mathbf{obj}(\mathbf{Animale}), \exists \mathbf{y} \in \mathbf{obj}(\mathbf{Gatto}) : \mathbf{Contenitore}(\mathbf{x}) <: \mathbf{Contenitore}(\mathbf{y}) \quad (4)$$

- Se il Funtore fosse stato *Invariante* rispetto al Morfismo Contenitore:

$$\begin{aligned} & \forall \left( \mathbf{x} \in \mathbf{obj}(\mathbf{Animale}), \mathbf{y} \in \mathbf{obj}(\mathbf{Gatto}) \right) \\ & \implies \neg [ \mathbf{Contenitore}(\mathbf{x}) <: \mathbf{Contenitore}(\mathbf{y}) ] \\ & \implies \neg [ \mathbf{Contenitore}(\mathbf{y}) <: \mathbf{Contenitore}(\mathbf{x}) ] \end{aligned} \quad (5)$$

## 2 Esempio Pratico in Scala

```
//Definizione "Super" Categoria Nature e classe Leone
//Serviranno per mostrare i constraint sui Sottotipi
abstract class Nature {
    def nome:String
}

case class Leone (nome:String) extends Nature

//Definizione Categoria Animale
//Stiamo interpretando le Categorie come Tipi
abstract class Animale extends Nature

//Definizione Categoria Gatto
//Definizione Funtore <: Animale ---> Gatto
//Interpretiamo l'Ereditarieta' come Sottotipo
//Tale interpretazione rimane Impropria in senso Assoluto
//Cio' nonostante, per Scala i Sottotipo e l'Ereditarieta'
// sono la stessa cosa
//Link Uguaglianza Sottotipo-Ereditarieta' Scala:
// https://docs.scala-lang.org/tour/upper-type-bounds.html
case class Gatto (nome:String) extends Animale

//Definizione Morfismo Contenitore
// Il Sottotipo e' Covariante rispetto a quest'ultimo
case class Contenitore[+A<:Animale] (animal: A)

//Definizione Entry-Point Programma (Main)
object Main extends App {

    //Testa Covarianza Funtore rispetto al Morfismo
    def testFunctor (ct:Contenitore[Animale]):Unit = {
        println(ct.animal.nome)
    }

    val cat:Gatto = Gatto("Poldo")
    val ct:Contenitore[Gatto] = Contenitore[Gatto](cat)
    testFunctor(ct)

    //Le seguenti righe portano ad un Errore di Compilazione
    /* val lion:Leone = Leone("Simba") */
    /* val wrongContainer = Contenitore[Leone](lion) */
}
```

```
[info] Updated file /mnt/41e6c28d-c7f8-4703-9354-b644f3230cdf/Rosario/temporary_storage_files/project/build.properties: set sbt
.version to 1.4.9
[info] welcome to sbt 1.4.9 (Oracle Corporation Java 1.8.0_261)
[info] loading project definition from /mnt/41e6c28d-c7f8-4703-9354-b644f3230cdf/Rosario/temporary_storage_files/project
[info] set current project to temporary_storage_files (in build file:/mnt/41e6c28d-c7f8-4703-9354-b644f3230cdf/Rosario/tempor
ary_storage_files/)
[info] compiling 1 Scala source to /mnt/41e6c28d-c7f8-4703-9354-b644f3230cdf/Rosario/temporary_storage_files/target/scala-2.12/
classes ...
[info] running Main
Pollo
[success] Total time: 3 s, completed 27-apr-2021 19.19.40
```

Figure 1: Esecuzione andata a buon Fine

```
[info] welcome to sbt 1.4.9 (Oracle Corporation Java 1.8.0_261)
[info] loading project definition from /mnt/41e6c28d-c7f8-4703-9354-b644f3230cdf/Rosario/temporary_storage_files/project
[info] set current project to temporary_storage_files (in build file:/mnt/41e6c28d-c7f8-4703-9354-b644f3230cdf/Rosario/tempor
ary_storage_files/)
[info] compiling 1 Scala source to /mnt/41e6c28d-c7f8-4703-9354-b644f3230cdf/Rosario/temporary_storage_files/target/scala-2.12/
classes ...
[error] /mnt/41e6c28d-c7f8-4703-9354-b644f3230cdf/Rosario/temporary_storage_files/variance_sample_with_functor.scala:43:45: typ
e arguments [Leone] do not conform to method apply's type parameter bounds [A <: Animale]
[error]     val wrongContainer      = Contenitore[Leone](lion)
[error]                                     ^
[error] one error found
[error] (Compile / compileIncremental) Compilation failed
[error] Total time: 2 s, completed 27-apr-2021 19.20.32
```

Figure 2: Errore a Tempo di Compilazione - Caso in Cui decommentiamo le  
Ultime due righe del codice