

Compito del 06/02/2018

1. Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\alpha \\ -\beta & 1 & 0 \\ 0 & -\gamma & 1 \end{pmatrix}.$$

con $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$. Dire per quali combinazioni dei parametri $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ il metodo di Gauss-Seidel applicato ad un sistema lineare avente A come matrice dei coefficienti, converge.

[9 punti]

2. Assegnati i nodi $x_0 = -1, x_1 = -0.5, x_2 = 0, x_3 = 0.5, x_4 = 1$ e la funzione $f(x) = e^{(x^2-1)}$. Determinare (**avvalendosi di una calcolatrice oppure di python**) il polinomio $p(x)$ che interpola la funzione $f(x)$ nei nodi dati nella forma di Newton.

[7 punti]

3. Sia data la funzione

$$f(x) = \sin(1/x) - x$$

nell'intervallo $(0, 1)$. Quanti sono gli zeri della funzione in tale intervallo? Determinare, con un metodo a scelta, la più grande ascissa in corrispondenza della quale la funzione si annulla, con un errore minore di ϵ dove

- (**per gli studenti fuori corso**) $\epsilon = 10^{-2}$.
- (**per gli studenti in corso**) $\epsilon = 10^{-8}$ (ottenuto utilizzando Python).

[Suggerimento: cambiamento di variabile]

[8 punti]

4. Determinare b_0, b_1, b_2 tale che la formula di quadratura

$$I_2[f] = b_0 f'(0) + b_1 f(1) + b_2 f(0)$$

per il calcolo dell'integrale $\int_0^1 f(x) dx$, abbia ordine polinomiale 2.

[6 punti]