

Compito di Calcolo Numerico

15 Giugno 2021

Svolgere i quattro esercizi su carta ed al calcolatore.

Usare Python o la calcolatrice per effettuare i calcoli numerici necessari a determinare le soluzioni.

1. Utilizzando i teoremi di Gershgorin-Hadamard, e sfruttando le proprietà della matrice data, localizzare gli autovalori della matrice $A \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$

$$A = \begin{pmatrix} 8 & -2 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -5 \end{pmatrix}.$$

Dato $x_0 = (1, 1, 1, 1)^\top$ determinare un'approssimazione σ dell'autovalore di modulo massimo λ_1 con un'errore

$$\left| 1 - \frac{\sigma}{\lambda_1} \right| < 10^{-4}.$$

e del corrispondente autovettore normalizzato, \mathbf{u}_1 , e determinare il numero di iterazioni necessarie allo scopo. [9 punti]

Facoltativo: confrontare i risultati ottenuti con il calcolo esatto ottenuto utilizzando la funzione eig della libreria linalg.

2. Si determini il polinomio $P \in \mathbb{P}_3$ tale che:

$$p(0) = 1, \quad p(0)' = 1, \quad p(3) = 2, \quad p(3)' = 1.$$

e se ne tracci il grafico utilizzando l'istruzione plot della libreria matplotlib.pyplot.

[6 punti]

3. Date le due funzioni

$$y_1(x) = \exp(x), \quad y_2(x) = \tan(x),$$

determinare un'approssimazione dell'ascissa e dell'ordinata del punto di intersezione delle due curve nell'intervallo $x \in (\pi/2, 3\pi/2)$, con un'errore minore (in modulo) di 10^{-8} mediante un metodo iterativo e stabilire il numero di iterazioni necessarie.

(Nota: l'argomento della tangente è in radianti e non in gradi.)

[10 punti]

4. Approssimare l'integrale

$$I(f) = \int_0^1 \exp(\sin(2\pi x)) dx,$$

mediante la formula dei trapezi composta utilizzando 2^p suddivisioni dell'intervallo con $p = 2, 3, 4, 5$. Commentare i risultati.

[7 punti]