

Compito del 02/07/2019

ESERCIZI DI CALCOLO NUMERICO DA SVOLGERE A SCELTA CON PYTHON O CON LA CALCOLATRICE

1. Dati i punti: $(0, 4)$, $(1, 3)$, $(2, 2)$, $(4, 1)$. Calcolare i coefficienti del polinomio di grado al più due che interpoli i dati nel senso dei minimi quadrati. A tale scopo scrivere il sistema delle equazioni normali e risolverlo con un metodo a scelta. Effettuare il grafico del polinomio e dei punti dati nell'intervallo $[0, 4]$. [10 punti]

2. Date le due funzioni:

$$y = x, \quad y = e^{-x}.$$

Dopo aver localizzato nel piano cartesiano il punto di intersezione tra le due curve, applicare il metodo di Newton e determinare una approssimazione della soluzione con un errore minore di 10^{-6} . Indicare quante iterazioni sono necessarie per calcolare tale approssimazione, (ovvero $|x_{k+1} - x_k| \leq 10^{-6}$).

[5 punti]

3. Assegnata la funzione $f(x) = e^{x-1}$ e i nodi $x_0 = -1$; $x_1 = -0.5$; $x_2 = 0$; $x_3 = 1$, determinare il polinomio $p(x)$ di grado minimo che interpola la funzione $f(x)$ nei nodi dati nella forma di Newton, effettuare il grafico del polinomio e della funzione, e verificare che effettivamente il polinomio interpola i punti dati. [7 punti]

4. Si vuole calcolare una approssimazione dell'integrale

$$I = \int_1^2 \frac{\log(x)}{x} dx$$

usando la formula composta dei trapezi e di Simpson. Utilizzando la stima dell'errore, stimare quanti intervalli N_T ed N_S sono necessari, rispettivamente per le formule dei Trapezi composta e di Simpson composta, per avere un'errore inferiore a 10^{-6} , fornire una approssimazione di tale integrale nei due casi, e confrontare i risultati ottenuti con il valore esatto calcolato risolvendo l'integrale analiticamente.

[8 punti]