

Compito del 21/06/2016

L'alunno svolga almeno tre dei seguenti esercizi. Il voto sar attribuito tenendo conto dei tre esercizi con il punteggio pi alto.

1. Studiare la convergenza del metodo di Jacobi e del metodo Gauss-Seidel per la risoluzione del sistema lineare $Ax = b$ con:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

[Suggerimento: calcolare il polinomio caratteristico della matrice di iterazione dei due metodi e verificare, per ciascun metodo, se tutte le radici di tale polinomio sono in valore assoluto minori o maggiori di 1]

[12 punti]

2. Dati i punti: $(x_i, y_i) = (-2, -1), (1, 2), (4, 59), (-1, 4)$, determinare il polinomio interpolante tali punti con il metodo delle differenze divise di Newton.

[10 punti]

3. Applicare il metodo delle tangenti di Newton per trovare la radice di $f(x) = e^x - 3x^3$, contenuta nell'intervallo $[0, 1]$, utilizzando come punti iniziale $x_0 = 1$. Dire quante iterazione k sono necessarie per avere

$$|x_{k+1} - x_k| \leq 10^{-2}.$$

[8 punti]

4. Utilizzando la formula dell'errore per il metodo dei trapezi composti per l'approssimazione dell'integrale

$$I(f) = \int_0^{\pi/2} \sin(x) \, dx$$

determinare il numero di sotto-intervalli N , necessari per avere un errore minore di 10^{-4} .

[10 punti]