

## Compito del 21/2/2017

1. Si considerino i metodi di Jacobi e di Gauss-Seidel per la risoluzione del sistema lineare  $Ax = b$  con:

$$A = \begin{pmatrix} 3.0 & -2.0 & 0.0 \\ -2.0 & 4.0 & 2.0 \\ 0.0 & 2.0 & 2.0 \end{pmatrix}$$

$$x_0 = (1.0, 0.0, 0.0)^T \text{ e } b = (1.0, 4.0, 4.0)^T.$$

**Per gli studenti fuori corso:** Studiare la convergenza dei metodi iterativi.

**Per gli studenti in corso:** Utilizzando un codice Python, dire se quale metodo é convergente, calcolare  $x_k$  per  $k = 0, 1, \dots, 10$ , e valutare il residuo  $\|b - Ax_k\|_2$  ad ogni iterazione.

[10 punti]

2. Determinare il polinomio di interpolazione nella forma di Lagrange che interpola la funzione  $f(x) = \sin(2x)$ , nei punti di ascissa  $0$ ,  $\pi/4$ , e  $\pi/2$ , e valutarlo in  $x = -\pi/4$ . Cosa possiamo dire, in questo ultimo caso, sull'errore di interpolazione?

[4 punti]

3. Sia data la funzione  $f(x) = x + \log(x+1)$ . Dopo aver verificato le condizioni di applicabilit del metodo di Newton nell'intervallo  $[-0.5, 0.5]$ , determinare:

**Per gli studenti fuori corso:** un'approssimazione dello zero di  $f$ , utilizzando come punto iniziale  $x_0 = -0.5$ , con un'errore minore di  $10^{-2}$  e dire quante iterazioni sono necessarie per calcolare tale approssimazione.

**Per gli studenti in corso:** utilizzando Python, un'approssimazione dello zero di  $f$ , utilizzando come punto iniziale  $x_0 = -0.5$ , con un'errore minore di  $10^{-8}$  e indicare quante iterazioni sono necessarie per calcolare tale approssimazione.

[6 punti]

4. Sia  $f(x) = x \exp(-x)$ . Si consideri la formula dei trapezi composta  $T$  per l'approssimazione dell'integrale:

$$I(f) = \int_0^1 f(x) dx.$$

**Per gli studenti fuori corso:** Calcolare  $T$  utilizzando due intervalli e confrontare il risultato con quello esatto.

**Per gli studenti in corso:** Utilizzando Python, stimare quanti intervalli  $N$  sono necessari per avere un errore inferiore a  $10^{-4}$ .

[10 punti]