

## Compito del 11/12/2018

Lo studente svolga i seguenti esercizi. È possibile effettuare i calcoli con Python per agevolare lo svolgimento del compito.

[1] Siano dati i seguenti punti:

$$x = 1, 2, 3, 4, 5, \quad y = 0.5, 0, -0.5, 1, 0.75.$$

Impostare il problema dei minimi quadrati per la determinazione di un polinomio di grado  $m$  che approssimi i dati nel senso dei minimi quadrati. Applicare il metodo per determinare la parabola  $p_2(x)$  e la cubica  $p_3$  che approssimino i dati nel senso dei minimi quadrati. Siano  $E_2$  ed  $E_3$  gli errori nei due casi. Calcolarli e commentare il risultato.

[12 punti]

[2] Si consideri la funzione  $f(x) = x^3 - 4x$ . Dire se i due metodi iterativi

$$x_{i+1} = g(x_i), \quad g(x) = x - \frac{f(x)}{k} \text{ con } k = 4, 8,$$

sono convergenti nell'intervallo  $[1.5, 2.5]$ .

Fornire, se possibile, una dimostrazione di convergenza.

[8 punti]

[3] Si consideri il seguente integrale

$$I[f] = \int_{0.5}^{1.5} (\sin(\pi x) - 2 \cos(\pi x)) \, dx.$$

Si voglia approssimare l'integrale mediante la formula dei trapezi composta,  $T_N$ , e la formula di Simpson composta  $S_N$ .

Utilizzando la formula del resto, si stimi, *nei due casi*, quanti sotto-intervalli, rispettivamente  $N_T$  ed  $N_S$ , sono necessari affinché l'errore ottenuto con le due formule sia minore in valore assoluto di  $10^{-2}$ . Confrontare i valori ottenuti e commentare il risultato.

[Nota: gli argomenti delle funzioni trigonometriche sono espressi *in radianti* e non *in gradi*]

[10 punti]