

Compito del 11/07/2017

1. Studiare la convergenza del metodo di Jacobi e di Gauss-Seidel per la risoluzione del sistema lineare $Ax = b$ con

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Aiuto: in presenza di radice immaginarie considerare il modulo della radice per il calcolo del raggio spettrale. [12 punti]

2. Scrivere un codice Python così costituito:

- (a) una funzione `f_newt(X,Y)` tale che, dati due vettori di float di dimensione $n+1$ calcoli le differenze divise corrispondenti ai dati.
- (b) una funzione `eval_f(X,F,x)` tale che, dati due vettori X ed F di float di dimensione $n+1$, ed uno scalare float x calcoli il valore del polinomio di Newton nel punto x . I punti X sono le ascisse dei nodi di interpolazione, ed F è il vettore delle differenze divise ottenuto con la funzione `f_newt`.
- (c) dopo aver implementato le due function, adoperarle in uno script per calcolare il polinomio $p(x)$ che interpola la funzione:

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2},$$

con il metodo di Newton nei nodi di Chebyshev per $n = 6, 10, 30$ nell'intervallo $[-5, 5]$ e disegnare i grafici della funzione f e del polinomio p , su un numero di nodi M sufficientemente elevato (es. $M = 200$).

Aiuto: Nodi di Chebyshev del polinomio di grado $n+1$, nell'intervallo $[-1, 1]$: $x_i = -\cos(\frac{i+1/2}{n+1}\pi)$, per $i = 0, \dots, n$. Per graficare utilizzare: **matplotlib.pyplot**, (**import matplotlib.pyplot as plt** è un modulo per la generazione di grafici), e i comandi: **plt.plot(x,y1 ...)** e **plt.show()**. [12 punti]

3. Utilizzando il metodo di Simpson composito, approssimare il seguente integrale

$$\int_5^{10} \log x dx.$$

e dire in quanti intervalli di uguale ampiezza bisogna suddividere l'intervallo per approssimare l'integrale con un errore assoluto in modulo minore di 10^{-4} .

[Suggerimento: confrontare il risultato approssimato con il risultato esatto calcolato analiticamente]

[6 punti]