

Compito del 19/09/2016

ESERCIZI DI CALCOLO NUMERICO DA SVOLGERE IN PYTHON

L'alunno svolga almeno tre dei seguenti esercizi. Il voto sarà attribuito tenendo conto dei tre esercizi con il punteggio più alto. Gli esercizi 1, 3 e 4 richiedono l'implementazione in python.

1. Utilizzando i metodi di Jacobi e di Gauss-Seidel per la risoluzione del sistema lineare $Ax = b$ con:

$$A = \begin{pmatrix} 2.0 & 1.0 & 1.0 \\ 1.0 & 2.0 & 1.0 \\ 1.0 & 1.0 & 2.0 \end{pmatrix}$$

$x_0 = (1.0, 1.0, 1.0)^T$ e $b = (1.0, 0.0, 0.0)^T$, calcolare x_k e valutare il residuo $\|b - Ax_k\|_2$ per $k = 0, 1, \dots, 10$. Dire se e quale metodo appare essere convergente. Confrontare la soluzione ottenuta con la soluzione esatta $x = [3/4, -1/4, -1/4]$.

[10 punti]

2. Assegnati i nodi: $x_i = 0.5, 1, 1.5, 2$, e la funzione $f(x) = 1/x$ determinare il polinomio interpolante $p(x)$ con il metodo delle differenze divise di Newton [da svolgere a scelta con o senza codice python].

[10 punti]

3. Sia data la funzione $f(x) = \exp(-x) - x$. Dopo aver verificato le condizioni di applicabilità del metodo di Newton, determinare un'approssimazione dello zero di f contenuto nell'intervallo $[0, 1]$. Si utilizzino come punti iniziali una volta $x_0 = 0$ ed una volta $x_0 = 1$. Determinare una approssimazione della soluzione un errore minore di 10^{-10} e indicare quante iterazioni sono necessarie per calcolare tale approssimazione.

[10 punti]

4. Approssimare l'integrale:

$$I(f) = \int_0^1 x^3 e^{1-x^4} dx$$

utilizzando gli algoritmi dei trapezi e di Simpson composti considerando una suddivisione dell'intervallo di integrazione $[a, b]$ in N sottointervalli di uguale ampiezza $H = (b-a)/N$, stimare il valore dell'integrale, e dire quanti intervalli N sono richiesti (rispettivamente per i due metodi) per approssimare l'integrale con un errore minore di 10^{-4} (in valore assoluto).

[10 punti]