Регрессия дз 3.

№1

$$F = \frac{(RSS_r - RSS_u)(n-k-1)}{RSS_u \cdot q}$$

]

$$f = \frac{RSS_r - RSS_u}{RSS_u} = \frac{TSS_r - ESS_r - TSS_u + ESS_u}{TSS_u - ESS_u} = \frac{TSS_r - ESS_r - TSS_u + ESS_u}{TSS_u - ESS_u} \cdot \frac{\frac{1}{TSS_u \cdot TSS_r}}{\frac{1}{TSS_r \cdot TSS_r}}$$

$$= \frac{\frac{1}{TSS_u} - \frac{R_r^2}{TSS_u} - \frac{1}{TSS_r} + \frac{R_u^2}{TSS_r}}{\frac{1}{TSS_r} - \frac{R_u^2}{TSS_r}} = \frac{\frac{1-R_r^2}{TSS_u} - \frac{1-R_u^2}{TSS_r}}{\frac{1}{TSS_r} - \frac{R_u^2}{TSS_r}}$$

Рассмотрим $TSS = \sum_{i=0}^{n} (y_i - \bar{y})^2$, т.к. $\bar{y}_u = \bar{y}_r$, $y_{i,u} = y_{i,r}$, то $TSS_u = TSS_r$.

Тогда: $\frac{R_u^2 - R_r^2}{1 - R_u^2}$

ч.т.д.

In [ ]:
```
# Подключим нужные для базовых операций библиотеки
import seaborn as sb
from matplotlib import pyplot as plt
import numpy as np
import pandas as pd

# Подключим пакеты для использования OLS метода и тестов
import statsmodels.api as sm
from sklearn.linear_model import LinearRegression
from scipy import stats
from statsmodels.stats.outliers_influence import variance_inflation_factor

# Подгрузим полезные функции
from utils import *

# Сделаем автоподгрузку всех изменений при перепрогонке ячейки
%load_ext autoreload
%autoreload 2
```

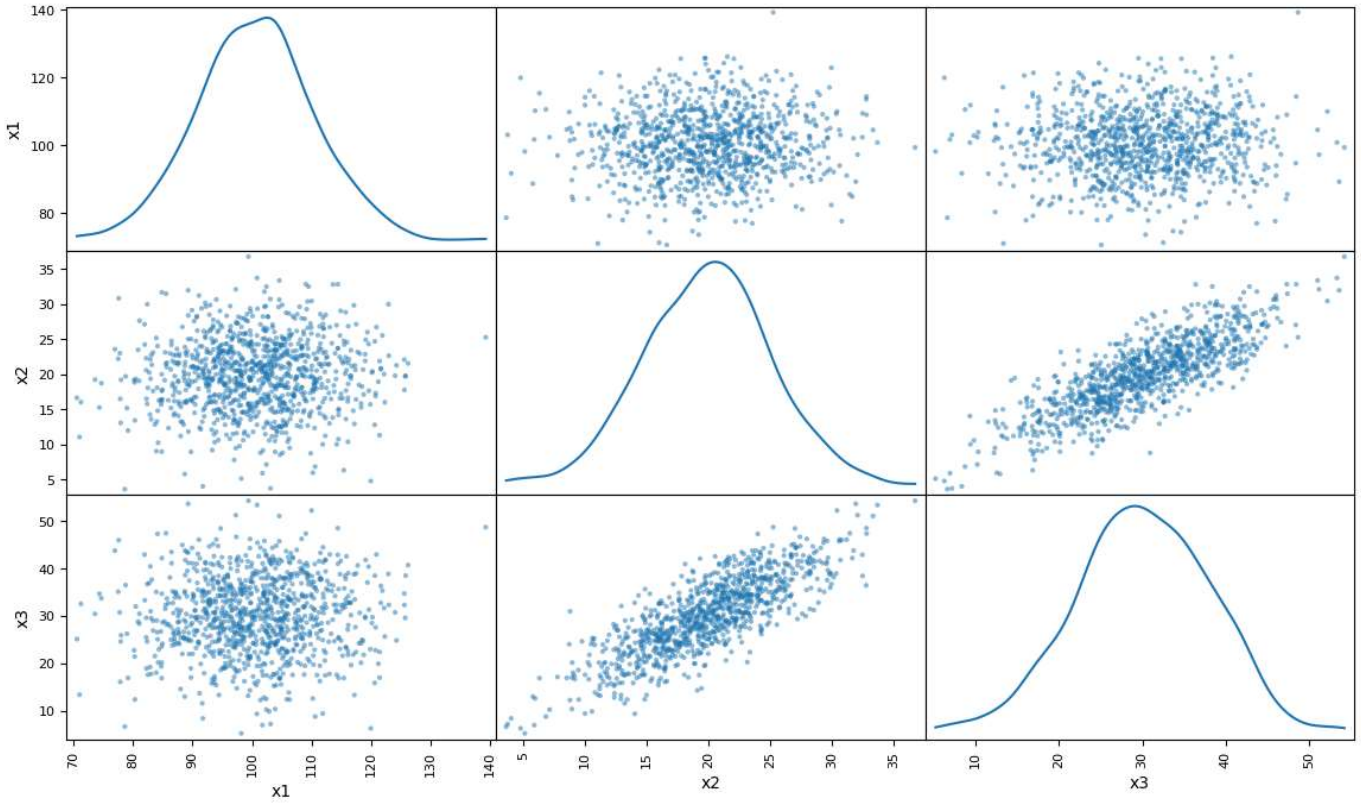
In [ ]:
```
# Определим параметры выборки для задачи мультиколлинеарности
# Создадим удобный словарь, чтобы передавать его в функцию
dist_params = dict(

    # Зададим параметры распределения факторов
    x1_mean = 100.0,
    x1_std = 10.0,
    x2_mean = 20.0,
    x2_std = 5.0,
    x3_mean = 30.0,
    x3_std = 8.0,
    corr_12 = 0,
    corr_23 = 0.8,
    corr_13 = 0,

    # Зададим параметры распределения ошибки
    e_mean = 0.0,
    e_std = 3.0,

    # Укажем размер выборки
    N = 1000,

    # Зададим действительные параметры модели
    beta0 = 500.0,
    beta1 = -6.7,
    beta2 = 2.3,
    beta3 = 17.7
)

# Установим стартовую точку для алгоритма генерации случайных чисел
RANDOM_SEED = 42
```

In [ ]:
```
# Сгенерируем датасет с нормальным распределением в регрессоре
dt_collinearity = gen_data(y_type='multivariate', params=dist_params, seed=RANDOM_SEED)

display(dt_collinearity)

# Посмотрим на корреляции глазами
pd.plotting.scatter_matrix(dt_collinearity[['x1', 'x2', 'x3']], figsize = (14,8), diagonal =
plt.plot()
```

	x1	x2	x3	e	y
0	104.967142	19.116106	31.932229	-5.723423	400.164234
1	115.230299	21.579319	31.544465	-2.581155	333.345310
2	115.792128	17.682403	23.332455	-1.240817	176.605907
3	105.425600	23.131081	33.053639	5.663063	437.562431
4	102.419623	32.469672	42.864252	1.669659	648.835695
...	...	...	...	...	...
995	90.399537	20.328264	31.089870	0.085373	491.454176
996	88.697963	5.802484	12.930729	-6.233435	141.709836
997	106.021183	20.171058	29.155871	-0.960893	351.149530
998	90.480815	19.060755	29.722963	4.930134	468.644848
999	87.582394	18.877167	27.160474	1.081944	438.437784

1000 rows × 5 columns

Out[ ]: []



In [ ]:
```
# Обучим модель и выведем результаты
dt_collinearity, model_collinearity = train_model(dt_collinearity, target='y', feature_names=
```

```
                            OLS Regression Results
==============================================================================
Dep. Variable:                      y   R-squared:                       1.000
Model:                            OLS   Adj. R-squared:                  1.000
Method:                 Least Squares   F-statistic:                 9.235e+05
Date:                Sun, 03 Mar 2024   Prob (F-statistic):               0.00
Time:                        16:04:54   Log-Likelihood:                -2542.6
No. Observations:                1000   AIC:                             5093.
Df Residuals:                     996   BIC:                             5113.
Df Model:                           3
Covariance Type:            nonrobust
==============================================================================
                 coef    std err          t      P>|t|      [0.025      0.975]
------------------------------------------------------------------------------
const        499.0000      1.072    465.494      0.000     496.896     501.104
x1            -6.6949      0.010   -665.197      0.000      -6.715      -6.675
x2             2.3419      0.033     71.051      0.000       2.277       2.407
x3            17.6866      0.021    846.718      0.000      17.646      17.728
==============================================================================
Omnibus:                        2.961   Durbin-Watson:                   2.045
Prob(Omnibus):                  0.228   Jarque-Bera (JB):                2.542
Skew:                          -0.010   Prob(JB):                        0.281
Kurtosis:                       2.754   Cond. No.                     1.18e+03
==============================================================================

Notes:
[1] Standard Errors assume that the covariance matrix of the errors is correctly specified.
[2] The condition number is large, 1.18e+03. This might indicate that there are
strong multicollinearity or other numerical problems.
```

Интерпретация

Из таблицы видно, что наша модель хорошо объясняет дисперсию зависимой переменной, т.к. ее $r^2 = 1$, что является хорошим показателям для таких данных.

Также модель предсказывает коэффициенты, с ошибкой в $0.2 - 5\%$ (499 vs 500, -6.7 vs -6, 2.34 vs 2.3, 17.69 vs 17.7)

Значения стандартных ошибок коэффициентов близки к 0 ($x_1 = 0.01, x_2 = 0.03, x_3 = 0.02, const = 1.072$), что опять же говорит о хорошей способности модели объяснять таргет.

Для каждого коэффициента t-statistics представлены свои p-value, которые равны 0, что говорит о статистической значимости все коэффициентов.

Доверительные интервалы покрывают настоящие значения кожффициентов.

F-statistics = 9.235e+05, a Prob (F-statistic) близко к нулю, что говорит о статистической значимости модели в целом.

AIC и BIC равны 5093 и 5113 соответственно. Эти метрики обратно пропорционально показывают качество модели. В нашем случае они остностиельно небольшие, что говорит об относительно хорошем качестве модели.