Minimale Logik und Semantik für die Sprachphilosophie
05. Typen und Lambdas

Roland Schäfer

Institut für Germanistische Sprachwissenschaft
Friedrich-Schiller-Universität Jena

Stets aktuelle Fassungen: `https://github.com/rsling/VL-Semantik`

Inhalt

1. Von Prädikatenlogik zu natürlicher Sprache
2. Modelltheorie
3. Quantifikation in natürlicher Sprache
4. Aufgaben
5. Einfachere Semantik
6. Getypte Sprachen
7. λ-Sprachen
8. Ausblick auf Quantifikation bei Montague
9. Aufgaben

Kernfragen in dieser Woche

Wie modelliert man natürliche Sprache als Prädikatenlogik?

Wozu braucht man Quantorenbewegung (LF) in GB-Ansätzen?

Wie sieht eine ausbuchstabierte Modelltheorie aus?
Und wie werden Quantoren und Variablen modelltheoretisch interpretiert?

Text für heute: Chierchia & McConnell-Ginet (2000: Kapitel 3)

Von Prädikatenlogik zu natürlicher Sprache

Zur Erinnerung

Semantik von Fragment F1

- Namen referieren auf spezifische Individuen
- intransitive Verben referieren auf Mengen von Individuen
- mehrstellige Verben referieren auf Mengen von Tupeln von Individuen
- Sätze referieren auf Wahrheitswerte!

- F2 | Integration von Erkenntnissen aus Prädikatenlogik

Das Problem mit Pronomina

Wie situationsabhängige Namen

This is red.

- Pronomen *this* | syntaktisch eine NP
- … und referiert auf ein spezifisches Objekt (wie Namen)
  keine Quantifikation bzw. Mengenreferenz
- Aber nur in gegebener Situation interpretierbar
  Deixis, im Text auch Anaphorik
- Kein Äquivalent in klassischer Logik

Ähnlichkeit von Variablen und Pronominalausdrücken

- Rumpf einer quantifizierten Wff | Wff $P(x)$ aus Wff $(\forall x)Px$
- Ungebundenes x in $P(x)$ ähnlich wie Pronominalbedeutung
  Externe Interpretationsvorschrift erforderlich
- Quantoren | Auswertungsalgorithmus
  Für alle möglichen belegungen von x, $P(x)$
- Pronomina | Kontextuelle Auswertung
  Belegung für x im gegebenen Kontext

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow const, var$ | Individuenausdrücke

$conn \rightarrow \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ | Funktoren

$neg \rightarrow \neg$ | Negation

$Q \rightarrow \exists, \forall$ | nur zwei Quantoren

$pred^1 \rightarrow P, Q$ | einstellige Prädikate

$pred^2 \rightarrow R$ | zweistellige Prädikate

$pred^3 \rightarrow S$ | dreistellige Prädikate

$const \rightarrow b, c$ | nur zwei Individenkonstanten

$var \rightarrow x_1, x_2, \cdots x_n$ | beliebig viele Variablen

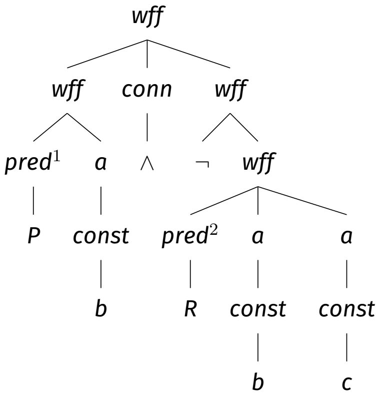
- Die Formalisierung ist äquivalent zur mengenbasierten von letzter Woche!

Wir nehmen eine Prädikatsnotation ohne Klammern | Px statt $P(x)$ usw.

- $wff \rightarrow pred^1\ a_1 \ldots\ a_n$ | n-stellige Prädikate und ihre Argumente
- $wff \rightarrow neg\ wff$ | Applikation von Negation auf Wffs
- $wff \rightarrow wff\ conn\ wff$ | Applikation von anderen Funktoren auf Wffs
- $wff \rightarrow Q\ var\ wff$ | Quantifikation

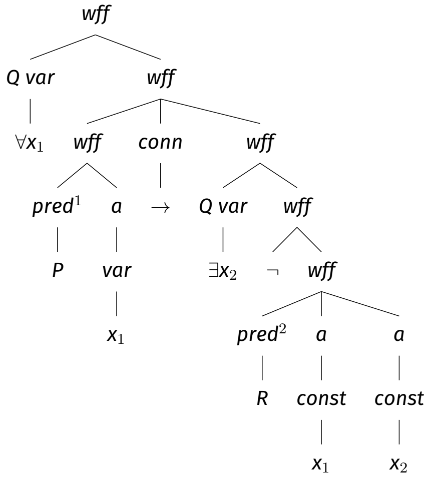
Eine Wff ohne Quantoren

Zum Beispiel: *Ben (b) paddelt (P) und (∧) Ben rudert (R) nicht (¬) mit Chris (c).*
In PL: $Pb \wedge \neg Rbc$



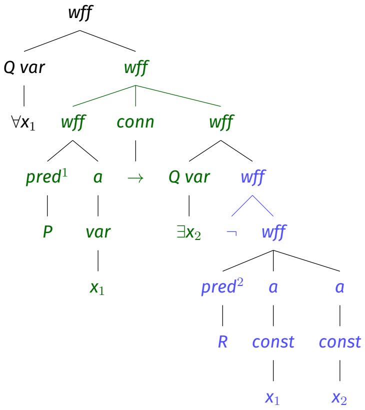
Eine Wff mit Quantoren

Zum Beispiel: *Als Paddler hat man immer jemanden, mit dem man nicht rudert.*
In PL: $\forall x_1 [Px_1 \rightarrow \exists x_2 \neg Px_1 x_2]$



Skopus und c-Kommando

Skopus in konfigurationaler Logik-Syntax: c-Kommando
Variablen als gebunden vom nächsten c-kommandierenden koindizierten Quantor



Skopus/c-Kommando-Domäne von $\exists x_2$ | Skopus/c-Kommando-Domäne von $\forall x_1$ (zgl. derer von $\exists x_2$)

Modelltheorie

Semantik für PL in Vorbereitung auf natürliche Sprache

Ziel (zur Erinnerung) | T-Sätze der Form *S aus L ist wahr in v gdw …*

- Modell $\mathcal{M}$ | zugängliches Diskursuniversum (bzw. dessen Beschreibung)
- Menge D_n | Zugängliche Individuen (*domain*) in $\mathcal{M}_n$
- Funktion V_n | Valuation – Zuweisung von
  - Namen zu Individuen in $\mathcal{M}_n$
  - Predikaten zu Tupeln von Individuen
- $\mathcal{M}_n = \langle D_n, V_n \rangle$
- Funktion g_n | Zuweisung von Variablen zu Individuen in $\mathcal{M}_n$
- Allgemeine Evaluation in $\mathcal{M}_n$ | $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M}_n, g_n}$
  Lies: *Die Extension von Ausdruck α relativ zu $\mathcal{M}_n$ und g_n*

Unterschied zwischen V_n und g_n

Feste und variable Denotation

- V_n evaluiert statisch im Modell.
  Wenn das Modell einmal feststeht, evaluiert V_n jede Konstante stets gleich.
- Variablen (gebunden durch Quantoren) werden volatil interpretiert.
- Iteration durch Universum D_n durch g_n
- Eine Modifikation der Belegung pro Iteration
  - Modifizierte *assignment function* $g_n[d_i/x_m]$
    Lies: *relativ zu g_n, wobei die Referenz von Variable x_m auf Individuum d_i gesetzt wird*

Evaluation von Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(P) = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Prädikat P (z. B. *ist ein physikalisches Objekt*) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 1$ weil keiner Belegung $[\![Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$

- Initiale Belegung $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = Herr\ Webelhuth$
  $$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_2 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$
  $[\![Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 1$
- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Klenk/x_1]} = Frau\ Klenk$
  $$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Frau\ Klenk \\ x_2 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$
  $[\![Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Klenk/x_1]} = 1$
- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/X_1]} = Turm - Mensa$
  $$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Turm - Mensa \\ x_2 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$
  $[\![Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Mensa/x_1]} = 1$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(Q) = \{\langle Webelhuth, Klenk\rangle, \langle Webelhuth, Mensa\rangle, \langle Klenk, Webelhuth\rangle\}$ | Prädikat Q (z. B. *x besucht y*) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 \exists x_2 Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$ weil nicht für jede Belegung von x_1 mindestens einmal 1

- Initiale Belegung $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = Frau\ Klenk$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Klenk/x_2]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_2]} = 1$
- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1]} = Turm - Mensa$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1, Klenk/x_2]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1, Webelhuth/x_2]} = 0$
    Abbruch!
- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_1]} = Herr\ Webelhuth$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_1]} = 1$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_1, Klenk/x_2]} = 1$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_1, Webelhuth/x_2]} = 0$

Quantifikation in natürlicher Sprache

Seltsame Quantoren

Wie quantifiziert *meist*?

- Kleineres Problem | $\exists$ sowohl *mindestens ein* als auch *einige*
- Grundsätzliches Problem | *meist* (und andere)

  Die meisten Patienten sind zufrieden.
  - Hypothetischer Quantor W | $WxPx \rightarrow Zx$

    Für die meisten Objekte gilt, dass sie zufrieden sind, wenn sie Patienten sind.
  - Falsche Interpretation| Domäne = $[\![P]\!]^{\mathcal{M}_1}\{x : x \textit{ ist Patient}\}$, nicht D_1
- Korrekte Lösung | Generalisierte Quantoren (am Ende des Seminars)

Natürliche Sprache | Ambiger Skopus

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat
- Natürliche Sprache ohne pränexe Normalform (PNF), Quantor in situ
- Außerdem Ambiguität = mehrere Lesarten
  - *Everybody loves somebody.* (*ELS*)
  - $\forall x_1 \exists x_2 L x_1 x_2$
  - $\exists x_2 \forall x_1 L x_1 x_2$

- Für eine strukturelle Modellierung (c-Kommando) | LF-Bewegung
- Beispiele für andere Lösungen, mehr in Montagues lf-Tradition
  - Cooper Storage (implementiert in HPSG)
  - Unterspezifikation (implementiert in HPSG; kognitiv recht plausibel)
  - Hypothetische Beweise (implementiert in Kategorialgrammatik)

Für eine strukturelle Lösung | LF-Bewegung

Relevante syntaktische Erweiterung zu F_1 | Quantifier Raising (QR) Rule

$$[_S\; X\; NP\; Y\,] \Longrightarrow [_{S'}\; NP_i\; [_S\; X\; t_i\; Y\,]]$$

- Phrasenstruktur als Input und Output (= Skopus in Syntax, LF als Syntax)
- Koindizierung und Linksadjunktion an S beide Teil einer Regel
- Kein wesentlicher Unterschied, falls CP oder IP statt S

- Außerdem | $Det \rightarrow every,\ some$ and $NP \rightarrow Det\ N^{count}$

- Syntax-Problem | Völlig unnötig eine kontextsensitive Regel
- Semantik-Probleme bei Chierchia
  - Einführung syntaktischer Typen wird skizzenhaft (s. Montague)
  - Definition zulässiger Modelle unterschlagen (s. Montague)

Semantik für QR mit *every*

$$[\![\,[\,[\textit{every}\ \beta]_i\ S]\,]\!]^{\mathcal{M},g} = 1 \textit{ iff for all } d \in D: \\ \textit{if } d \in [\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g} \textit{ then } [\![S]\!]^{\mathcal{M},g[u/t_i]}$$

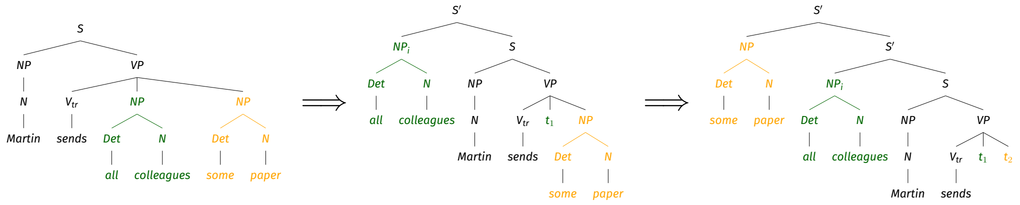
A sentence containing the trace t_i with an adjoined NP_i (which consists of *every* plus the common noun β) extend to 1 iff for each individual *d* in the universe *D* which is in the set referred to by the common noun β, *S* denotes 1 with *d* assigned to the pronominal trace t_i. *g* is modified iteratively to check that.

Semantik für QR-Regel mit *some*

$$\llbracket\,[\,[a\ \beta]_i\ S]\,\rrbracket^{\mathcal{M},g} = 1 \textit{ iff for some } u \in U:$$
$$u \in \llbracket\beta\rrbracket^{\mathcal{M},g} \textit{ and } \llbracket S\rrbracket^{\mathcal{M},g[u/t_i]}$$

Die Interpretation erfolgt nach ähnlichem Schema.

Martin sends all colleagues some paper.
This is the ∃∀ reading:



Aufgaben

Aufgaben I

Erweitern Sie das Fragment D_1 des Deutschen aus Woche 2 zu D_2, um folgende Sätze modellieren zu können. Das Fragment soll Quantorenanhebung als Transformationsregel beinhalten. Sie dürfen bei der Morphologie und der V2/VL-Syntax wieder „schummeln“ und so tun, als wäre Deutsch einfacher, als es ist. Geben Sie außerdem ein minimales Modell an, in dem mindestens einer der Sätze wahr und mindestens einer der Sätze falsch ist.

Wenn Sie den Unterschied zwischen *Linguistin* und *Linguist* berücksichtigen wollen, überlegen Sie wie das zugehörige Modell aussieht, und was sich eventuell an den Wahrheitswerten der Sätze ändert, wenn sie eins der beiden Wörter als „generisch“ annehmen.

- Ein Aktivist ist auch Linguist.
- Mindestens ein Mensch ist Linguist.
- Ein Aktivist läuft.
- Alle Linguisten laufen und eine Linguistin ist kreativ.

Aufgaben II

1. Überlegen Sie, wie die Auswertung einfacher quantifizierter Sätze mit der Zuweisungsfunktion *g* funktionieren müsste, wenn Quantoren mit den Interpretationen folgender natürlichsprächlicher Ausdrücke hinzugefügt würden:
   1. *genau zwei*
   2. *mindestens drei*
   3. *weniger als drei*
   4. *höchstens vier*
   5. *eine große Anzahl von*
   6. *einige* im Gegensatz zu *ein* bzw. *mindestens ein*
   7. *viel* wie in *viel Mehl*
   8. *500g* wie in *500g Mehl*
   9. *die wenigsten*

2. Überlegen Sie (ggf. über unser einfaches Quantifikationsmodell hinaus), was der Unterschied zwischen *alle* und *jeder* im Deutschen bzw. *each*, *every* und *all* im Englischen ist.

3. Was ist das Problem für den bisherigen Ansatz, wenn Sie quantfzierende Ausdrücke wie *einmal*, *öfters*, *ab und zu* usw. modellieren möchten.

Aufgaben III

Das Deutsche funktioniert etwas anders als das Englische, was Quantorenlesarten angeht. Denken Sie über die Quantoren-Lesarten folgender Sätze nach. Die Einbettung in das assertive Fragment dient nur dazu, Vorfeldeffekte auszuschalten.

1. *Alle Kollegen haben ein Buch gelesen.*
2. *Ein Buch haben alle Kollegen gelesen.*
3. *Zwei Kollegen sind mit drei Autos gefahren.*
4. *Mit drei Autos sind zwei Kollegen gefahren.*
5. *Zwei Kolleginnen haben allen Kollegen ein Buch gegeben.*
6. *Allen Kollegen haben zwei Kolleginnen ein Buch gegeben.*
7. *Ein Buch haben zwei Kolleginnen allen Kollegen gegeben.*
8. *Zwei Kolleginnen haben ein Buch allen Kollegen gegeben.*

Kernfragen in dieser Woche

Wie unterscheidet sich Montagues System von GB-Semantik?

Welche Rolle spielen Typen?

Was sind λ-Sprachen?
Und woher kennen Sie den λ-Operator eigentlich schon?

Texte für heute: Dowty u. a. (1981: Kapitel 4) | Chierchia & McConnell-Ginet 2000: Kapitel 7

Einfachere Semantik

Montague vs. Generativismus

Es geht wie immer auch ohne Bewegung.

- Chierchia | auf Grundlage von GB-Syntax
  - Syntax und Semantik in Phrasenstrukturen
  - Sprache wird zu Logik durch unsichtbare Bewegung.
  - Semantik als eigene Repräsentationsebene
- Montague | Sprache ist Logik!
  - Direkte Interpretation von Zeichen als logische Symbole
  - Logische Form (lf) als Sichtbarmachen logischer Eigenschaften
  - Keine Übersetzung

Mengen, über Funktionen definiert

- Große Bedeutung von Mengen in formaler Semantik
- Charakteristische Funktion von Mengen
  $\mathcal{S}(a) = 1 \textit{ iff } a \in S, \textit{ else } 0$
- CF als Einsortierung in ihre Menge
- CF in Mengendefinitionen
  $S = \{x : x \textit{ mod } 2 = 0\}$
  $\mathcal{S} = f(x)[x \textit{ mod } 2 = 0]$
- Äquivalenz von Mengendenotation und CF-Dontation

Funktionsapplikation als allgemeiner Kompositionsmechanismus

- Etwas umständliche Interpretation mit T-Sätzen
  $[\![\,[_S\ NP\ VP]\,]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ *iff* $[\![NP]\!]^{\mathcal{M},g} \in [\![VP]\!]^{\mathcal{M},g}$
- CF statt Mengen | Funktion appliziert direkt!
  - $[\![Mary]\!]^{\mathcal{M},g}$ = *Mary in* $\mathcal{M}$
  - $[\![sleeps]\!]^{\mathcal{M},g}$ *be the CF of the set of sleepers in* $\mathcal{M}$
  - $[\![S]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![sleeps]\!]^{\mathcal{M},g}([\![Mary]\!]^{\mathcal{M},g})$
  - Kein Bedarf an T-Sätzen

Vorbemerkung | Funktionen von Mengen zu Mengen

Funktionen von Mengen von (Tupeln von) Individuen zu Ausdrücken usw.

- Funktionen Definitionsbereich $S_1 \rightarrow$ Wertebereich S_2 | ${S_2}^{S_1}$
  $S_2^{S_1}$ | Die Menge aller Funktionen von S_1 zu S_2
- Beispiel | Einstellige und Zweistellige Prädikate
  - $T = \{0, 1\}$ | Wahrheitswerte
  - D | Diskursuniversum (Menge aller Individuen)
  - $D \times D$ | Menge aller 2-Tupel von Individuen
  - T^D | Menge aller Funktionen von Individuen zu Wahrheitswerten
    Menge der CFs aller einstelligen Prädikate
  - $T^{D \times D}$ | Menge aller Funktionen von 2-Tupeln von Individuen zu Wahrheitswerten
    Menge der CFs aller zweistelligen Prädikate

Getypte Sprachen

Kein Bedarf an Phrasenkategorien

Logik hat bereits Typensysteme, um Syntax zu strukturieren!

- L_{Type} | Prädikatenlogik L_1 plus Typen
- Typen | Semantisch fundierte Klassen von Ausdrücken
- Einfache Typen
  - Terme | $\langle e \rangle$
  - Wffs/Formeln | $\langle t \rangle$ | Ersetzt Startsymbol S der PSG!
- Komplexe/funktionale Typen
  - Einstellige Prädikate | $\langle e, t \rangle$
  - Zweistellige Prädikate | $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$
- Allgemein | $\langle \sigma, \tau \rangle$-Ausdrücke denotieren Funktionen von Denotaten von $\langle \sigma \rangle$-Ausdrücken zu Denotaten von $\langle \tau \rangle$-Ausdrücken.

Homogenes Diskursuniversum D (auch U und bei Dowty u. a. 1981 A)

- Allgemein D_α | Menge von Denotaten von Ausdrücken des Typs α
- Einfache Typen
  - $D_{\langle e\rangle} = U$
  - $D_{\langle t\rangle} = \{0, 1\}$
- Komplexe Typen | Rekursiv definierte Denotate
  -
  - Allgemein | $D_{\langle \alpha,\beta\rangle} = D_{\langle\beta\rangle}^{D_{\langle\alpha\rangle}}$
  - Einstelliuge Prädikate | $D_{\langle e,t\rangle} = D_{\langle t\rangle}^{D_{\langle e\rangle}}$
  - Zweistellige Prädikate | $D_{\langle e,\langle e,t\rangle\rangle} = (D_{\langle t\rangle}^{D_{\langle e\rangle}})^{D_{\langle e\rangle}}$
- Interpretation weiterhin durch V, g

Komplexe Typen für Funktionen und FA

$\langle\sigma\rangle$-Ausdrücke saturieren $\langle\sigma,\tau\rangle$-Ausdrücke zu $\langle\tau\rangle$-Ausdrücken.

- Beispiel für Saturierung durch Funktionsapplikation (FA)
  - Wenn P vom Typ $\langle e,\langle e,t\rangle\rangle$, Q vom Typ $\langle e,t\rangle$ und x, y vom Typ $\langle e\rangle$
  - dann ist $Q(x)$ vom Typ $\langle t\rangle$
  - und $P(x)$ vom Typ $\langle e,t\rangle$ sowie $P(x)(y)$ vom Typ $\langle t\rangle$

- Funktionale Typen von Funktoren
  - Negation $\neg$ | Typ $\langle t,t\rangle$
  - Andere Funktoren $\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ | Typ $\langle t,\langle t,t\rangle\rangle$

Allgemeine Semantik für getypte Sprachen

Wirklich keine T-Sätze mehr!

- Semantik für $\langle e \rangle$-Typen (Terme)

  $[\![a_n]\!]^{\mathcal{M},g} = V(a_n)$
  $[\![x_n]\!]^{\mathcal{M},g} = g(x_n)$

- Ansonsten nur FA

  $[\![\delta(\alpha)]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\delta]\!]^{\mathcal{M},g}([\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g})$

Verallgemeinerung und Sprachen höherer Ordnung

Sprache höherer Ordnung = Sprache mit Variablen über höhere Typen $\langle\sigma,\tau\rangle$

- *Type* ist die Menge aller Typen
  - $\langle e\rangle, \langle t\rangle \in Type$
  - Wenn $\langle\sigma\rangle, \langle\tau\rangle \in Type$, dann $\langle\sigma,\tau\rangle \in Type$
  - Nichts sonst ist in *Type*.
- *ME* ist die Menge aller bedeutungsvollen Ausdrücke
  - ME_σ ist die Menge der Ausdrücke vom Typ σ | $ME = \bigcup ME_\sigma$ mit $\sigma \in Type$
  - *Ty* ist eine Funktion von Ausdrücken zu ihren Typen | $Ty(a) = \sigma$ *iff* $a \in ME_\sigma$
- Höhere Ordnung | Variablen über Ausdrücke von funktionalen Typen
  - $P_{\langle e,t\rangle}$ und $Q_{\langle e,\langle e,t\rangle\rangle}$ | Bekannte Konstanten höherer (=funktionaler) Typen
  - Parallel $v_{n_{\langle e,t\rangle}}$ | Die n-te Variable über einstellige Prädikate
  - Damit möglich $M = \{v_{1_{\langle e,t\rangle}} : [\![v_{1_{\langle e,t\rangle}}(m)]\!] = 1\}$
    Wenn $[\![m]\!] = Maria$, dann ist *M* die Menge von Marias Eigenschaften!

Systematische Interpretation zur systematischen Syntax

Zusammenfassung | Die Semantik reduziert sich auf FA und Variablenauswertung.

- Interpretation von Termen und Funktionsausdrücken
  - Nicht-logische Konstanten | α: $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = V(\alpha)$
  - Variablen | α: $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = V(\alpha)$
  - Wenn $\alpha \in \langle a, b \rangle$ und $\beta \in a$ dann $[\![\alpha(\beta)]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}([\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g})$
- Logische Konstanten (Typen $\langle t, t \rangle$ und $\langle t, \langle t, t \rangle \rangle$) denotieren Funktionen in $\{0, 1\}$.
- Quantoren
  - Für Variable $v_{1_{\langle\alpha\rangle}}$ und Wff $\phi \in ME_t$ ist $[\![(\forall v_1)\phi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ gdw für alle $a \in D_\alpha$ $[\![\phi]\!]^{\mathcal{M},g[a/v_1]} = 1$
  - Für Variable $v_{1_{\langle\alpha\rangle}}$ und Wff $\phi \in ME_t$ ist $[\![(\exists v_1)\phi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ gdw für mindestens ein $a \in D_\alpha$ $[\![\phi]\!]^{\mathcal{M},g[a/v_1]} = 1$

Beispiel | Quantifikation über Prädikate

$$\forall v_{0_{\langle e,t\rangle}} \left[v_{0_{\langle e,t\rangle}}(j) \rightarrow v_{0_{\langle e,t\rangle}}(d) \right]$$

- Eine quantifizierbare Variable vom Typ $\langle e, t\rangle$ | $v_{0_{\langle e,t\rangle}}$
- Zwei Individuenkonstanten | $j, d \in ME_{\langle e\rangle}$ z. B. John und Dorothy
- *Für alle einstelligen Prädikate gilt: Wenn j die vom Prädikat beschriebene Eigenschaft hat, hat d auch diese Eigenschaft.*

- Wann ist diese Wff wahr?
  - Wenn *j* und *d* alle benennbaren Eigenschaften teilen?
  - Eine Eigenschaft jedes Objekts |
    CF der Menge $\{x : x \textit{ is the sole member of this set}\}$ (*union set*)
  - Einzige Möglichkeit für Wahrheit der Wff also j=d

Beispiel | Wortbildung mit Präfix *non*

non in Sätzen wie *This function is non-continuous*.

- Produktives Suffix im Englischen, wie *nicht*- im Deutschen
- Bedeutungsbeitrag | Invertiert die CF eines Adjektivs
- Komplementbildung der Ursprungsmenge in $D_{\langle e,t\rangle}$

- Syntax und Semantik von *non*
  - Adjektiv *continuous* | Typ $\langle e,t\rangle$
  - Typ von *non* | In: Adjektiv / Out: Adjektiv | $\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$
  - $[\![non]\!]^{\mathcal{M},g} = h$ s. t. $h \in D_{\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle}$ and for every $k \in D_{\langle e,t\rangle}$ and every $d \in D_{\langle e\rangle}$ $(h(k))(d) = 1$ iff $k(d) = 0$ and $(h(k))(d) = 0$ iff $k(d) = 1$

Optionale Argumente wie in *I eat.* oder *Vanity kills.*

- Zweistellige Verben wie *eat* in $ME_{\langle e,\langle e,t\rangle\rangle}$
- Aus einem zweistelligen Verb ein einstelliges machen
  - Phonologisch leere lexikalische Konstante | $R_0 \in ME_{\langle\langle e,\langle e,t\rangle\rangle,\langle e,t\rangle\rangle}$
    Ähnlich wie lexikalische Regeln in HPSG
  - Semantik | $[\![R_0]\!]^{\mathcal{M},g} = h$ s. t. $h \in D_{\langle\langle e,\langle e,t\rangle\rangle,\langle e,t\rangle\rangle}$ and for all $k \in D_{\langle e,\langle e,t\rangle\rangle}$ and all $d \in D_{\langle e\rangle}$
    $(h(k))(d) = 1$ iff there is some $d' \in D_{\langle e\rangle}$ s. t. $k(d')(d) = 1$

λ-Sprachen

Sie kennen bereits λ-Abstraktionen!

Was bedeutet $f(x) = 3x^2 + 5x + 8$?

- $3x^2 + 5x + 8$ ist eine Wff mit einer ungebundenen Variable.
- Die Variable wird gebunden und die Wff wird damit zur Funktion
  x wird zur Eingabevariable und muss bei Anwendung durch Eingabewert ersetzt werden.
- Außerdem wird die Funktion f genannt.

In λ-Notation: $f \stackrel{def}{=} \lambda x\, [3x^2 + 5x + 8]$

Nur ein neuer Variablenbinder

Mit λ bildet man ad hoc anonyme Funktionen.

- Abstraktion über Wffs beliebiger Komplexität
- λ-Bindung der Variable | Gebundene Variable als Eingabevariable der Funktion
- Sehr ähnlich wie Listendefinition
  - Menge | $\{x : x\ mod\ 2 = 0\}$ | allgemein $\{x : \phi\}$
  - CF dieser Menge | $\lambda x\,[x\ mod\ 2 = 0]$ | allgemein $\lambda x\,[\phi]$

Formale Erweiterung von L_{Type}

Nur wenige Erweiterungen in L_{Type}

- Für jede Wff ϕ mit $Ty(\phi) = \langle t \rangle$ und jede $x \in Var$ und jede $a \in Con$
  - Abstraktion | $\phi \implies \lambda x \left[\phi^{[a/x]}\right]$
    Definition $\phi^{[a/x]}$ | Wff ϕ in der alle a durch x getauscht wurden
  - Anwendung der Funktion (λ-Konversion) | $\lambda x \left[\phi^{[a/x]}\right](a) = \phi$
- Es gilt $\lambda x \left[\phi^{a/x}\right](a) \equiv \phi$ für jede Wff ϕ, jede $a \in Con$ und jede $x \in Var$
- x kann von einem beliebigen Typ σ sein.
- Es gilt für $\lambda x [\phi]$ mit $x \in ME_{\langle \sigma \rangle}$ stets $\phi \in ME_{\langle t \rangle}$ sowie $\lambda x [\phi] \in ME_{\langle \sigma, t \rangle}$

Zwei Beispiele

Abstraktion über Individuenvariable und Prädikatsvariable

- Individuenvariable $x_{\langle e \rangle}$ alternativ $v_{1_{\langle e \rangle}}$
  - $\lambda x_{\langle e \rangle}\ [L(x)]$
  - Mit L z. B. für *laughs*
  - Die CF der Menge von Individuen $d \in D_{\langle e \rangle}$ mit Eigenschaft L (alle Lachenden)
  - Mengendefinition dazu $\{x : L(x)\}$
- Prädikatsvariable $P_{\langle e,t \rangle}$ alternativ $v_{1_{\langle e,t \rangle}}$
  - $\lambda P_{\langle e,t \rangle}\ [P(l)]$
  - Mit l z. B. für *Horst Lichter*
  - Die CF aller Eigenschaften $k \in D_{\langle e,t \rangle}$ von l (alle Eigenschaften Horst Lichters)
  - Mengendefinition dazu $\{P : P(l)\}$

Die vollen Regeln aus Dowty u. a. (1981: 102) (Syn C.10 and Sem 10)

- If $\alpha \in ME_\alpha$ and $u \in Var_b$, then $\lambda u\,[\alpha] \in ME_{\langle b,a\rangle}$.
- If $\alpha \in ME_a$ and $u \in Var_b$ then $[\![\lambda u\,[\alpha]\,]\!]^{\mathcal{M},g}$ is that function h from D_b into D_a ($h \in D_a^{D_b}$) s. t. for all objects k in D_b, $h(k)$ is equal to $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g[k/u]}$.

Konversionen

Konversionen/Reduktionen | Arten, λ-Ausdrücke umzuschreiben

- α-Konversion | Umbenennung von Variablen
  - $\lambda x\,[\phi] \overset{\alpha}{\equiv} \lambda y\,\left[\phi^{[x/y]}\right]$ gdw y in ϕ nicht vorkommt
- β-Reduktion | Funktionsapplikation
  - $\lambda x\,[\phi]\,(a) \overset{\beta}{\equiv} \phi^{[x/a]}$
  - Ausdrucke mit nicht realisierten, aber möglichen β-Reduktionen: β-Redex
- η-Reduktion | Entfernen von leeren Abstraktionen
  - $\lambda x\,[F(x)] \overset{\eta}{\equiv} F$ gdw $Ty(F) = Ty(\lambda x\,[F(x)])$ (und x nicht frei in F ist)
  - Ausdruck mit nicht realisierten, aber möglichen η-Reduktionen: η-Redex
  - Mäßige Semantiker | η-Redex-Fetisch mit $\lambda x \lambda y \lambda z\,[gibt'(x, y, z)]$ usw.

The *non* example revised (Dowty u. a. 1981: 104)

Das können Sie jetzt nachvollziehen!

- $\forall x \forall v_{0\langle e,t\rangle} \left[(\mathbf{non}(v_{0_{\langle e,t\rangle}}))(x) \leftrightarrow \neg(v_{0_{\langle e,t\rangle}}(x)) \right]$
- $\forall v_{0_{\langle e,t\rangle}} \left[\lambda x \left[(\mathbf{non}(v_{0_{\langle e,t\rangle}}))(x) \right] = \lambda x \left[\neg(v_{0_{\langle e,t\rangle}}(x)) \right] \right]$
- $\lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}} \left[\mathbf{non}(v_{0_{\langle e,t\rangle}}) = \lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}} \left[\lambda x \left[\neg(v_{0_{\langle e,t\rangle}}(x)) \right] \right] \right]$
- $\mathbf{non} = \lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}} \left[\lambda x \left[\neg v_{0_{\langle e,t\rangle}}(x) \right] \right]$

Mary is non-belligerent.

Translate ‘belligerent’ as $c0_{\langle e,t\rangle}$, ‘Mary’ as $c0_{\langle e\rangle}$, ignore the copula.

$$\neg c0_{\langle e,t\rangle}(c0_{\langle e\rangle}) \text{ (by } \lambda \text{ conv.)}$$

$$\lambda v0_{\langle e\rangle}\left[\neg c0_{\langle e,t\rangle}(v0_{\langle e\rangle})\right](c0_{\langle e\rangle}) \text{ (by FA)}$$

$$c0_{\langle e\rangle} \qquad \lambda v0_{\langle e\rangle}\left[\neg c0_{\langle e,t\rangle}(v0_{\langle e\rangle})\right] \text{ (by } \lambda \text{ conv.)}$$

$$\lambda v0_{\langle e,t\rangle}\left[\lambda v0_{\langle e\rangle}\left[\neg v0_{\langle e,t\rangle}(v0_{\langle e\rangle})\right]\right](c0_{\langle e,t\rangle}) \text{ (by FA)}$$

$$\lambda v0_{\langle e,t\rangle}\left[\lambda v0_{\langle e\rangle}\left[\neg v0_{\langle e,t\rangle}(v0_{\langle e\rangle})\right]\right] \qquad c0_{\langle e,t\rangle}$$

Ausblick auf Quantifikation bei Montague

Quantifizierte NPs bei Montague

Können referentielle und quantifizierte NPs denselben Typ haben?

- Quantoren-NP-Syntax | Wie die referentieller NPs
- Quantoren-NP-Semantik | Wie die von prädikatenlogischen Quantoren
- Erstmal nicht aufregend bzw. erwartbar in L_{Type}
  - *Every student walks.*: $\forall v_{0_{\langle e \rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \rightarrow c_{1_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \right]$
  - *Some student walks.*: $\forall v_{0_{\langle e \rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \wedge c_{1_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \right]$

Ein höherer Typ

Die Macht höherstufiger λ-Sprachen

- Versuchen Sie, diese Ausdrücke zu verstehen
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}} \forall v_{0_{\langle e\rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t\rangle}}(v_{0_{\langle e\rangle}}) \rightarrow v_{0_{\langle e,t\rangle}}(v_{0_{\langle e\rangle}})\right]$
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}} \exists v_{0_{\langle e\rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t\rangle}}(v_{0_{\langle e\rangle}}) \wedge v_{0_{\langle e,t\rangle}}(v_{0_{\langle e\rangle}})\right]$
- Denken Sie daran:
  - $c_{0_{\langle e,t\rangle}}$ | Das Prädikat für *students*
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}}$ | Variable über einstellige Prädikate
  - $v_{0_{\langle e\rangle}}$ | Variable über Individuen
- Funktionen zweiter Ordnung (Prädikate als Eingabewerte)
- CFs der Mengen von Prädikaten die auf alle/einige Studierende zutreffen

Kombination mit Prädikat

$$\exists v_{0_{\langle e\rangle}}\left[c_{0_{\langle e,t\rangle}}(v_{0_{\langle e\rangle}}) \wedge c_{1_{\langle e,t\rangle}}(v_{0_{\langle e\rangle}})\right] \text{ (by } \lambda \text{ conv.)}$$

$$\lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}} \exists v_{0_{\langle e\rangle}}\left[c_{0_{\langle e,t\rangle}}(v_{0_{\langle e\rangle}}) \wedge v_{0_{\langle e,t\rangle}}(v_{0_{\langle e\rangle}})\right](c_{1_{\langle e,t\rangle}}) \text{ (by FA)}$$

$$\lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}} \exists v_{0_{\langle e\rangle}}\left[c_{0_{\langle e,t\rangle}}(v_{0_{\langle e\rangle}}) \wedge v_{0_{\langle e,t\rangle}}(v_{0_{\langle e\rangle}})\right] \qquad c_{1_{\langle e,t\rangle}}$$

Aufgaben

Aufgaben I

Überlegen Sie, wie die Semantik folgender Sätze in einer λ-Sprache kompositional modelliert werden kann. Sie können ein vollständiges Fragment entwickeln, müssen es aber nicht. Übersetzen Sie gerne auch einfach einzelne relevante Ausdrücke „plausibel“ in Prädikatenlogik höherer Ordnung mit λ-Abstraktion. Die relevanten Konstituenten, bei denen Sie über die Vorteile einer λ-Sprache nachdenken sollten, sind jeweils farblich hervorgehoben.

1. *Martin und Maria laufen.*
2. *Maria schwimmt oder taucht.*
3. *Eine Linguistin schwimmt und läuft.*
4. *Martin macht irgendwas.*
5. *Das Buch brennt auf dem Tisch.*
6. *Das Buch liegt auf dem Tisch.*
7. *Herr Webelhuth legt das Buch auf oder neben den Tisch.*

Aufgaben II

Versuchen Sie, die Affixe bzw. den Kompositionsvorgang in folgenden Wortpaaren in einer λ-Prädikatenlogik höherer Ordnung zu modellieren. (Das gleiche wie auf der letzten Folie, nur für Wortbildung statt für Syntax.) Das ist längst nicht alles trivial, und einiges wird nicht funktionieren, je nachdem wie genau Sie es nehmen.

1. *Linguist – Linguistin*
   mit und ohne „generische“ Form
2. *streichen – rotstreichen*
   Versuchen Sie, die temporalen/aspektuellen Besonderheiten irgendwie zu umschiffen.
3. *gehen – begehen*
4. *schreiben – verschreiben*
5. *lesen – Leser*
6. *Leser – Kartenleser*

Aufgaben III

Wie kann man Passiv in L_{Type} modellieren?

1. Modellieren Sie zunächst die Semantik des passivierten Verbs auf Basis einer Semantik des Aktivverbs.
2. Versuchen Sie, für das Deutsche ein minimales Fragment im Stil von L_{Type} zu bauen, das die folgenden beiden Sätze modelliert:
   - Maria grüßt Martin.
   - Martin wird gegrüßt.
3. Geben Sie ein minimales Modell an, in dem beide Sätze wahr sind.
4. Geben Sie ein minimales Modell an, in dem nur der Aktivsatz, nicht aber der Passivsatz wahr ist.

Literatur I

Chierchia, Gennaro & Sally McConnell-Ginet. 2000. *Meaning and grammar: An introduction to semantics.* 2. Aufl. Cambridge, MA: MIT Press.

Dowty, David R., Robert E. Wall & Stanley Peters. 1981. *Introduction to Montague semantics.* Dordrecht: Kluwer.

Autor

Kontakt

Prof. Dr. Roland Schäfer
Institut für Germanistische Sprachwissenschaft
Friedrich-Schiller-Universität Jena
Fürstengraben 30
07743 Jena

https://rolandschaefer.net
roland.schaefer@uni-jena.de

Lizenz