Formale Semantik
08. Intensionalität

Roland Schäfer

Institut für Germanistische Sprachwissenschaft
Friedrich-Schiller-Universität Jena

Stets aktuelle Fassungen: `https://github.com/rsling/VL-Semantik`

Inhalt

Kernfragen dieser Woche

Kernfragen dieser Woche

Verständnis dafür, dass wir bisher nur über Extensionen sprechen.

Kernfragen dieser Woche

Verständnis dafür, dass wir bisher nur über Extensionen sprechen.

Wissen um Konstruktionen, in denen das nicht ausreicht.

Kernfragen dieser Woche

Verständnis dafür, dass wir bisher nur über Extensionen sprechen.

Wissen um Konstruktionen, in denen das nicht ausreicht.

Definition des intensionalen Kalküls auf Basis des extensionalen.

Kernfragen dieser Woche

Verständnis dafür, dass wir bisher nur über Extensionen sprechen.

Wissen um Konstruktionen, in denen das nicht ausreicht.

Definition des intensionalen Kalküls auf Basis des extensionalen.

Nochmals zurück zu Chierchia,
weil das entsprechende Kapitel wirklich gut ist.

Kernfragen dieser Woche

Verständnis dafür, dass wir bisher nur über Extensionen sprechen.

Wissen um Konstruktionen, in denen das nicht ausreicht.

Definition des intensionalen Kalküls auf Basis des extensionalen.

Nochmals zurück zu Chierchia,
weil das entsprechende Kapitel wirklich gut ist.

Texte für heute: Chierchia & McConnell-Ginet 2000: Kapitel 5 | Dowty u. a. (1981: Kapitel 5–6)

Wozu Intensionalität?

Intensionalität | Beispiele

Intensionalität | Beispiele

- *Stockhausen wird eine andere Oper schreiben.*

Intensionalität | Beispiele

- *Stockhausen wird eine andere Oper schreiben.*
- *Hätte Arno Schmidt weniger getrunken, könnte er noch leben.*

Intensionalität | Beispiele

- *Stockhausen wird eine andere Oper schreiben.*
- *Hätte Arno Schmidt weniger getrunken, könnte er noch leben.*
- *Gustave Moreau glaubt, dass Ästhetizismus toll ist.*

Probleme mit Extensionen

Probleme mit Extensionen

- *Stockhausen wird eine andere Oper schreiben.*
- *Hätte Arno Schmidt weniger getrunken, könnte er noch leben.*
- *Gustave Moreau glaubt, dass Ästhetizismus toll ist.*

Probleme mit Extensionen

- *Stockhausen wird eine andere Oper schreiben.*
- *Hätte Arno Schmidt weniger getrunken, könnte er noch leben.*
- *Gustave Moreau glaubt, dass Ästhetizismus toll ist.*

- Syntax der Ausdrücke | Problemlos mit Einführung von Auxiliaren

Probleme mit Extensionen

- *Stockhausen wird eine andere Oper schreiben.*
- *Hätte Arno Schmidt weniger getrunken, könnte er noch leben.*
- *Gustave Moreau glaubt, dass Ästhetizismus toll ist.*

- Syntax der Ausdrücke | Problemlos mit Einführung von Auxiliaren
- Wahrheitsbedingungen | Nicht angebbar

Probleme mit Extensionen

- *Stockhausen wird eine andere Oper schreiben.*
- *Hätte Arno Schmidt weniger getrunken, könnte er noch leben.*
- *Gustave Moreau glaubt, dass Ästhetizismus toll ist.*

- Syntax der Ausdrücke | Problemlos mit Einführung von Auxiliaren
- Wahrheitsbedingungen | Nicht angebbar
  - in eindimensionalen Modellen ohne Tempus

Probleme mit Extensionen

- *Stockhausen wird eine andere Oper schreiben.*
- *Hätte Arno Schmidt weniger getrunken, könnte er noch leben.*
- *Gustave Moreau glaubt, dass Ästhetizismus toll ist.*

- Syntax der Ausdrücke | Problemlos mit Einführung von Auxiliaren
- Wahrheitsbedingungen | Nicht angebbar
  - in eindimensionalen Modellen ohne Tempus
  - und ohne Modellierung von Möglichkeit und Notwendigkeit (Modalverben, modale Adverbiale, *glauben*-Verben)

Was sind Intensionen?

Was sind Intensionen?

Extension (Bedeutung) und Intension (Sinn)

Was sind Intensionen?

Extension (Bedeutung) und Intension (Sinn)

Synt. Typ	Bedeutung	Sinn	Beispiele

Was sind Intensionen?

Extension (Bedeutung) und Intension (Sinn)

Synt. Typ	**Bedeutung**	**Sinn**	**Beispiele**
NP	Individuum	Individuenkonzept	*Venus, Helmut Kohl*

Was sind Intensionen?

Extension (Bedeutung) und Intension (Sinn)

Synt. Typ	Bedeutung	Sinn	Beispiele
NP	Individuum	Individuenkonzept	*Venus, Helmut Kohl*
VP	Menge von Individuen	Eigenschaftskonzept	*Kolibri, laufen*

Was sind Intensionen?

Extension (Bedeutung) und Intension (Sinn)

Synt. Typ	Bedeutung	Sinn	Beispiele
NP	Individuum	Individuenkonzept	*Venus*, *Helmut Kohl*
VP	Menge von Individuen	Eigenschaftskonzept	*Kolibri*, *laufen*
S	Wahrheitswert	Proposition (Gedanke)	*Ich mag Kolibris.*

Intensionen

Intensionen

Noch wissen wir nicht viel über Intensionen. Offensichtliche Eigenschaften aber:

Noch wissen wir nicht viel über Intensionen. Offensichtliche Eigenschaften aber:

- Nicht rein wahrheitsfunktional
  „Was ist in der Welt der Fall?“ reicht nicht aus.

Intensionen

Noch wissen wir nicht viel über Intensionen. Offensichtliche Eigenschaften aber:

- Nicht rein wahrheitsfunktional
  „Was ist in der Welt der Fall?“ reicht nicht aus.
- Wissen über die tatsächlichen, vergangenen und möglichen Zustände der Welt
  PSOA = *possible state of affairs*
  Z. B. alle vergangenen SOAs; die PSOAs, die Horst Lichter für möglich hält usw.

Intensionen

Noch wissen wir nicht viel über Intensionen. Offensichtliche Eigenschaften aber:

- Nicht rein wahrheitsfunktional
  „Was ist in der Welt der Fall?“ reicht nicht aus.
- Wissen über die tatsächlichen, vergangenen und möglichen Zustände der Welt
  PSOA = *possible state of affairs*
  Z. B. alle vergangenen SOAs; die PSOAs, die Horst Lichter für möglich hält usw.
- Sowas wie mehrdimensionale Wahrheitsbedingungen

Intensionen

Noch wissen wir nicht viel über Intensionen. Offensichtliche Eigenschaften aber:

- Nicht rein wahrheitsfunktional

  „Was ist in der Welt der Fall?“ reicht nicht aus.
- Wissen über die tatsächlichen, vergangenen und möglichen Zustände der Welt

  PSOA = *possible state of affairs*

  Z. B. alle vergangenen SOAs; die PSOAs, die Horst Lichter für möglich hält usw.
- Sowas wie mehrdimensionale Wahrheitsbedingungen
- Vermitteln zwischen Wissen über Dinge und Wahrheitswerten

Logik von PSOAs

Logik von PSOAs

Wir brauchen eine Logik für PSOAs!

Logik von PSOAs

Wir brauchen eine Logik für PSOAs!

- Offensichtliche logische Beschränkungen auf PSOAs

Logik von PSOAs

Wir brauchen eine Logik für PSOAs!

- Offensichtliche logische Beschränkungen auf PSOAs
- Solche Sätze scheitern nicht nur, weil sie nicht wahr sind:
  Im Jahr 1985 wird Arno Schmidt planen, „Julia“ bis 1914 fertig zu schreiben.

Logik von PSOAs

Wir brauchen eine Logik für PSOAs!

- Offensichtliche logische Beschränkungen auf PSOAs
- Solche Sätze scheitern nicht nur, weil sie nicht wahr sind:
  Im Jahr 1985 wird Arno Schmidt planen, „Julia“ bis 1914 fertig zu schreiben.
- Inkompatibel mit unserem Wissen über zulässige/mögliche PSOAs

Paralleluniversen?

Paralleluniversen?

Maria könnte Arno Schmidt persönlich kennen.

Paralleluniversen?

Maria könnte Arno Schmidt persönlich kennen.

- Realität | Maria wurde nach dem Tod von AS geboren.

Paralleluniversen?

Maria könnte Arno Schmidt persönlich kennen.

- Realität | Maria wurde nach dem Tod von AS geboren.
- Vorstellbare alternative Realitäten

Paralleluniversen?

Maria könnte Arno Schmidt persönlich kennen.

- Realität | Maria wurde nach dem Tod von AS geboren.
- Vorstellbare alternative Realitäten
  1. AS ist kein Workaholic, trinkt nicht eine Flasche Korn am Tag und hat daher 1979 keinen Infarkt.

Paralleluniversen?

Maria könnte Arno Schmidt persönlich kennen.

- Realität | Maria wurde nach dem Tod von AS geboren.
- Vorstellbare alternative Realitäten
  1. AS ist kein Workaholic, trinkt nicht eine Flasche Korn am Tag und hat daher 1979 keinen Infarkt.
  2. Maria wurde zwanzig Jahre früher geboren.

Paralleluniversen?

Maria könnte Arno Schmidt persönlich kennen.

- Realität | Maria wurde nach dem Tod von AS geboren.
- Vorstellbare alternative Realitäten
  1. AS ist kein Workaholic, trinkt nicht eine Flasche Korn am Tag und hat daher 1979 keinen Infarkt.
  2. Maria wurde zwanzig Jahre früher geboren.
  3. AS ist von den Toten auferstanden.

Paralleluniversen?

Maria könnte Arno Schmidt persönlich kennen.

- Realität | Maria wurde nach dem Tod von AS geboren.
- Vorstellbare alternative Realitäten
  1. AS ist kein Workaholic, trinkt nicht eine Flasche Korn am Tag und hat daher 1979 keinen Infarkt.
  2. Maria wurde zwanzig Jahre früher geboren.
  3. AS ist von den Toten auferstanden.
  4. Im Prinzip unbegrenzt viele Möglichkeiten

Formale Modellierung von Intensionen

Propositionen und PSOAs

Propositionen und PSOAs

Basis der Formalisierung

Propositionen und PSOAs

Basis der Formalisierung

- Annahme einer Menge von PSOAs (= mögliche Welten)

Propositionen und PSOAs

Basis der Formalisierung

- Annahme einer Menge von PSOAs (= mögliche Welten)
- Jeder PSOA | Exhaustiv bestimmt durch die in ihm wahren Propositionen

Propositionen und PSOAs

Basis der Formalisierung

- Annahme einer Menge von PSOAs (= mögliche Welten)
- Jeder PSOA | Exhaustiv bestimmt durch die in ihm wahren Propositionen
- Jede Proposition | Zwei-Partitionierung der PSOAs:

Basis der Formalisierung

- Annahme einer Menge von PSOAs (= mögliche Welten)
- Jeder PSOA | Exhaustiv bestimmt durch die in ihm wahren Propositionen
- Jede Proposition | Zwei-Partitionierung der PSOAs:
  - Die, in denen sie wahr ist

Propositionen und PSOAs

Basis der Formalisierung

- Annahme einer Menge von PSOAs (= mögliche Welten)
- Jeder PSOA | Exhaustiv bestimmt durch die in ihm wahren Propositionen
- Jede Proposition | Zwei-Partitionierung der PSOAs:
  - Die, in denen sie wahr ist
  - Die, in denen sie falsch ist

Mögliche Welten und Zeiten in Koordinaten

Mögliche Welten und Zeiten in Koordinaten

- Für jede Proposition p_n | Welten, in der $[\![p_n]\!] = 1$ | $w \in W$

Mögliche Welten und Zeiten in Koordinaten

- Für jede Proposition p_n | Welten, in der $[\![p_n]\!] = 1$ | $w \in W$
- Für jeden Zeitpunkt | Ein möglicher Zustand jeder Welt | $i \in I$

Mögliche Welten und Zeiten in Koordinaten

- Für jede Proposition p_n | Welten, in der $[\![p_n]\!] = 1$ | $w \in W$
- Für jeden Zeitpunkt | Ein möglicher Zustand jeder Welt | $i \in I$
- Also zeitlich geordnete Welt-Zeit-Koordinaten | $\langle w, i \rangle \in W \times I$

- Für jede Proposition p_n | Welten, in der $[\![p_n]\!] = 1$ | $w \in W$
- Für jeden Zeitpunkt | Ein möglicher Zustand jeder Welt | $i \in I$
- Also zeitlich geordnete Welt-Zeit-Koordinaten | $\langle w, i \rangle \in W \times I$

w

...	...	...	...	...	...
$\langle 5, 1 \rangle$	$\langle 5, 2 \rangle$	$\langle 5, 3 \rangle$	$\langle 5, 4 \rangle$	$\langle 5, 5 \rangle$	...
$\langle 4, 1 \rangle$	$\langle 4, 2 \rangle$	$\langle 4, 3 \rangle$	$\langle 4, 4 \rangle$	$\langle 4, 5 \rangle$	...
$\langle 3, 1 \rangle$	$\langle 3, 2 \rangle$	$\langle 3, 3 \rangle$	$\langle 3, 4 \rangle$	$\langle 3, 5 \rangle$	...
$\langle 2, 1 \rangle$	$\langle 2, 2 \rangle$	$\langle 2, 3 \rangle$	$\langle 2, 4 \rangle$	$\langle 2, 5 \rangle$	...
$\langle 1, 1 \rangle$	$\langle 1, 2 \rangle$	$\langle 1, 3 \rangle$	$\langle 1, 4 \rangle$	$\langle 1, 5 \rangle$	...

i

Propositionen und Welten

Propositionen und Welten

Propositionen sind die Intensionen von Formeln bzw. Sätzen!

Propositionen und Welten

Propositionen sind die Intensionen von Formeln bzw. Sätzen!

- Maximal alle Welten für jede Proposition als wahr, permutiert mit allen anderen

  w_1: p_1 wahr, alle anderen p_n falsch

  w_{12}: p_1 und p_2 wahr, alle anderen p_n falsch

  w_2: p_2 wahr, alle anderen p_n falsch usw.

Propositionen und Welten

Propositionen sind die Intensionen von Formeln bzw. Sätzen!

- Maximal alle Welten für jede Proposition als wahr, permutiert mit allen anderen
  w_1: p_1 wahr, alle anderen p_n falsch
  w_{12}: p_1 und p_2 wahr, alle anderen p_n falsch
  w_2: p_2 wahr, alle anderen p_n falsch usw.
- Exhaustive Charakterisierung eines Satzes | Alle Welten, in denen er wahr ist

Propositionen und Welten

Propositionen sind die Intensionen von Formeln bzw. Sätzen!

- Maximal alle Welten für jede Proposition als wahr, permutiert mit allen anderen
  w_1: p_1 wahr, alle anderen p_n falsch
  w_{12}: p_1 und p_2 wahr, alle anderen p_n falsch
  w_2: p_2 wahr, alle anderen p_n falsch usw.
- Exhaustive Charakterisierung eines Satzes | Alle Welten, in denen er wahr ist
- Intension eines Satzes | Alle Welten, in denen er wahr ist

Propositionen und Welten

Propositionen sind die Intensionen von Formeln bzw. Sätzen!

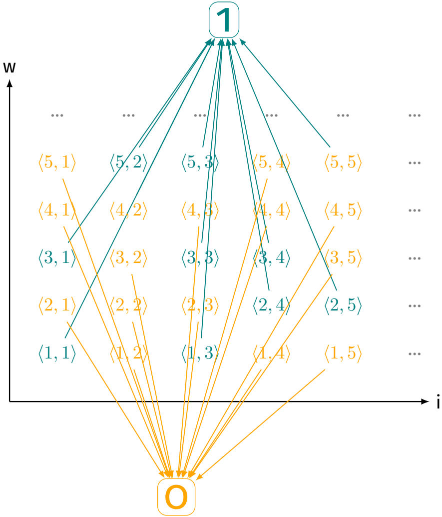
- Maximal alle Welten für jede Proposition als wahr, permutiert mit allen anderen
  w_1: p_1 wahr, alle anderen p_n falsch
  w_{12}: p_1 und p_2 wahr, alle anderen p_n falsch
  w_2: p_2 wahr, alle anderen p_n falsch usw.
- Exhaustive Charakterisierung eines Satzes | Alle Welten, in denen er wahr ist
- Intension eines Satzes | Alle Welten, in denen er wahr ist
- Proposition eines Satzes | Charakteristische Funktion der Menge der Welten, in denen er wahr ist zu den Zeitpunkten, zu denen er wahr ist

Propositionen als Funktionen

Propositionen als Funktionen

Propositionen sind Funktionen $\{0, 1\}^{W \times I}$

Propositionen sind Funktionen $\{0,1\}^{W \times I}$



Überlegen Sie sich das mal …

Sind solche Propositionen als Intensionen wirklich unbefriedigend?

Überlegen Sie sich das mal …

Sind solche Propositionen als Intensionen wirklich unbefriedigend?

- Wenn wir den aktuellen SOA exhaustiv kennen,
  wissen wir für jeden Satz, ob er wahr ist.

Überlegen Sie sich das mal ...

Sind solche Propositionen als Intensionen wirklich unbefriedigend?

- Wenn wir den aktuellen SOA exhaustiv kennen,
  wissen wir für jeden Satz, ob er wahr ist.
- Wenn wir wissen, welche Sätze wahr sind,
  kennen wir den aktuellen SOA exhaustiv.

Überlegen Sie sich das mal …

Sind solche Propositionen als Intensionen wirklich unbefriedigend?

- Wenn wir den aktuellen SOA exhaustiv kennen,
  wissen wir für jeden Satz, ob er wahr ist.
- Wenn wir wissen, welche Sätze wahr sind,
  kennen wir den aktuellen SOA exhaustiv.
- Sätze denotieren Wahrheitswerte, und die Wahrheit eines Satzes
  hängt nur vom aktuellem SOA ab.

Überlegen Sie sich das mal ...

Sind solche Propositionen als Intensionen wirklich unbefriedigend?

- Wenn wir den aktuellen SOA exhaustiv kennen,
  wissen wir für jeden Satz, ob er wahr ist.
- Wenn wir wissen, welche Sätze wahr sind,
  kennen wir den aktuellen SOA exhaustiv.
- Sätze denotieren Wahrheitswerte, und die Wahrheit eines Satzes
  hängt nur vom aktuellem SOA ab.

  Eine Funktion von möglichen Welten zu Wahrheitswerten
  charakterisiert daher die Semantik eines Satzes umfassend.

Überlegen Sie sich das mal ...

Sind solche Propositionen als Intensionen wirklich unbefriedigend?

- Wenn wir den aktuellen SOA exhaustiv kennen,
  wissen wir für jeden Satz, ob er wahr ist.
- Wenn wir wissen, welche Sätze wahr sind,
  kennen wir den aktuellen SOA exhaustiv.
- Sätze denotieren Wahrheitswerte, und die Wahrheit eines Satzes
  hängt nur vom aktuellem SOA ab.

  Eine Funktion von möglichen Welten zu Wahrheitswerten
  charakterisiert daher die Semantik eines Satzes umfassend.
- Was mehr gäbe es über einen Satz zu wissen?

Überlegen Sie sich das mal ...

Sind solche Propositionen als Intensionen wirklich unbefriedigend?

- Wenn wir den aktuellen SOA exhaustiv kennen,
  wissen wir für jeden Satz, ob er wahr ist.
- Wenn wir wissen, welche Sätze wahr sind,
  kennen wir den aktuellen SOA exhaustiv.
- Sätze denotieren Wahrheitswerte, und die Wahrheit eines Satzes hängt nur vom aktuellem SOA ab.

  Eine Funktion von möglichen Welten zu Wahrheitswerten charakterisiert daher die Semantik eines Satzes umfassend.
- Was mehr gäbe es über einen Satz zu wissen?
- Sätze mit derselben Intension $\{0,1\}^{W \times I}$ sind absolut gleichbedeutend.

Mengen von Welten

Implikation und Welten

Implikation und Welten

Satzintensionen | Charakteristische Funktionen – oder Mengen von w bzw. $\langle w, i\rangle$

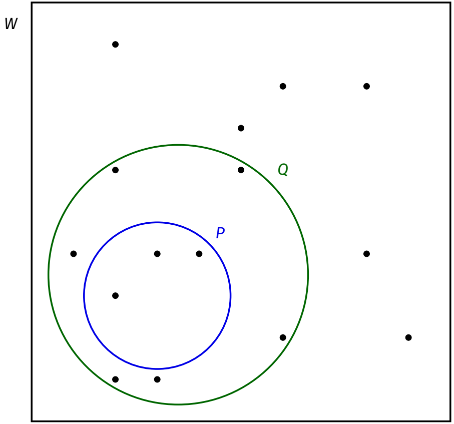
Implikation und Welten

Satzintensionen | Charakteristische Funktionen – oder Mengen von w bzw. $\langle w, i \rangle$

$p \rightarrow q$ entspricht $P \subseteq Q$:

Satzintensionen | Charakteristische Funktionen – oder Mengen von w bzw. $\langle w, i \rangle$

$p \rightarrow q$ entspricht $P \subseteq Q$:



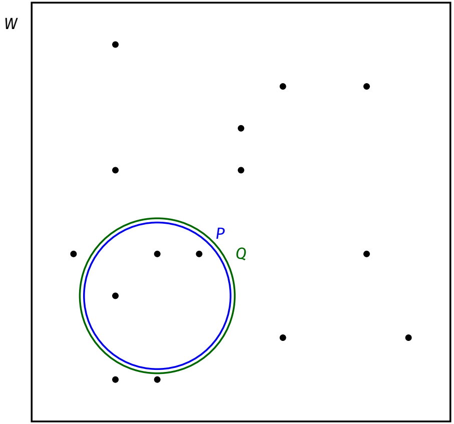
Synonymie und Welten

Synonymie und Welten

$p \leftrightarrow q$ entspricht $P = Q$:

Synonymie und Welten

$p \leftrightarrow q$ entspricht $P = Q$:



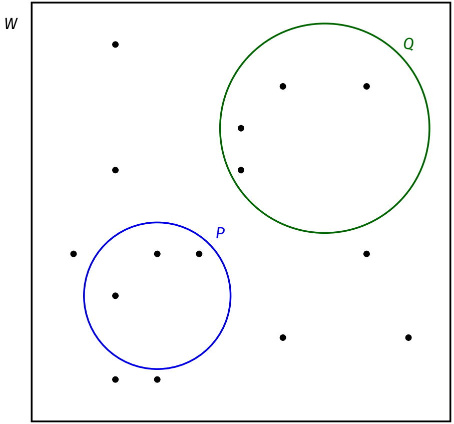
Kontradiktion und Welten

Kontradiktion und Welten

Kontradiktion liegt vor bei $P \cap Q = 0$:

Kontradiktion und Welten

Kontradiktion liegt vor bei $P \cap Q = 0$:

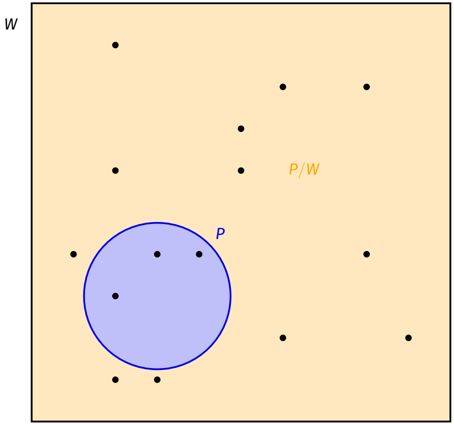


Negation und Welten

Negation und Welten

$\neg p$ entspricht P/W:

$\neg p$ entspricht P/W:



Modalität = Quantifikation über Welten

Modalität = Quantifikation über Welten

Was heißt notwendigerweise und möglicherweise?

Modalität = Quantifikation über Welten

Was heißt notwendigerweise und möglicherweise?

- Notwendigkeit

Modalität = Quantifikation über Welten

Was heißt notwendigerweise und möglicherweise?

- Notwendigkeit
  - Es muss so sein, dass *p*.

Modalität = Quantifikation über Welten

Was heißt notwendigerweise und möglicherweise?

- Notwendigkeit
  - Es muss so sein, dass *p*.
  - In allen möglichen/denkbaren Welten gilt *p*.

Modalität = Quantifikation über Welten

Was heißt notwendigerweise und möglicherweise?

- Notwendigkeit
  - Es muss so sein, dass *p*.
  - In allen möglichen/denkbaren Welten gilt *p*.
  - $\Box p \equiv \forall w \in W([\![p]\!]^{w} = 1)$

Modalität = Quantifikation über Welten

Was heißt notwendigerweise und möglicherweise?

- Notwendigkeit
  - Es muss so sein, dass *p*.
  - In allen möglichen/denkbaren Welten gilt *p*.
  - $\Box p \equiv \forall w \in W(\llbracket p \rrbracket^{w} = 1)$
- Möglichkeit

Modalität = Quantifikation über Welten

Was heißt notwendigerweise und möglicherweise?

- Notwendigkeit
  - Es muss so sein, dass *p*.
  - In allen möglichen/denkbaren Welten gilt *p*.
  - $\Box p \equiv \forall w \in W(\llbracket p \rrbracket^{w} = 1)$
- Möglichkeit
  - Es kann so sein, dass *p*.

Modalität = Quantifikation über Welten

Was heißt notwendigerweise und möglicherweise?

- Notwendigkeit
  - Es muss so sein, dass *p*.
  - In allen möglichen/denkbaren Welten gilt *p*.
  - $\Box p \equiv \forall w \in W(\llbracket p \rrbracket^{w} = 1)$
- Möglichkeit
  - Es kann so sein, dass *p*.
  - In mindestens einer möglichen/denkbaren Welt gilt *p*.

Modalität = Quantifikation über Welten

Was heißt notwendigerweise und möglicherweise?

- Notwendigkeit
  - Es muss so sein, dass *p*.
  - In allen möglichen/denkbaren Welten gilt *p*.
  - $\Box p \equiv \forall w \in W([\![p]\!]^w = 1)$
- Möglichkeit
  - Es kann so sein, dass *p*.
  - In mindestens einer möglichen/denkbaren Welt gilt *p*.
  - $\Diamond p \equiv \exists w \in W([\![p]\!]^w = 1)$

Modalität = Quantifikation über Welten

Was heißt notwendigerweise und möglicherweise?

- Notwendigkeit
  - Es muss so sein, dass *p*.
  - In allen möglichen/denkbaren Welten gilt *p*.
  - $\Box p \equiv \forall w \in W(\llbracket p \rrbracket^{w} = 1)$
- Möglichkeit
  - Es kann so sein, dass *p*.
  - In mindestens einer möglichen/denkbaren Welt gilt *p*.
  - $\Diamond p \equiv \exists w \in W(\llbracket p \rrbracket^{w} = 1)$
- Für alle Wffs $\phi \in Wff$ sind $\Box\phi$ und $\Diamond\phi$ ebenfalls in Wff.

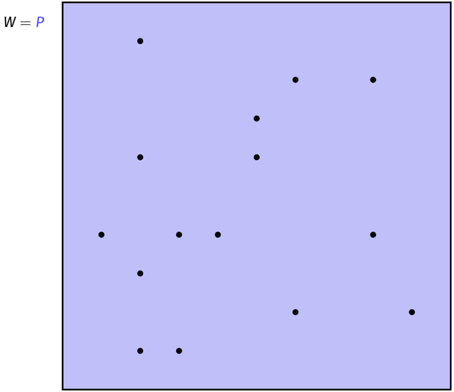
Notwendigkeit als universelle Quantifikation

Notwendigkeit als universelle Quantifikation

$\Box p$ entspricht $P = W$:

Notwendigkeit als universelle Quantifikation

$\Box p$ entspricht $P = W$:



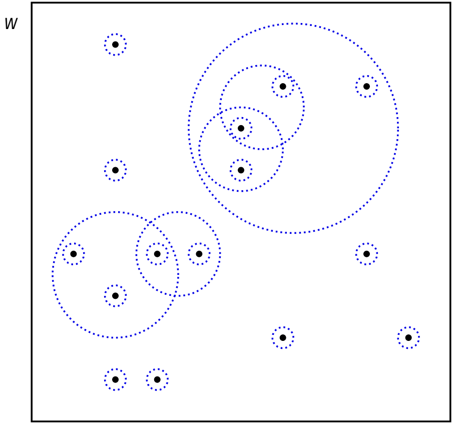
Möglichkeit als existenzielle Quantifikation

Möglichkeit als existenzielle Quantifikation

$\Diamond p$ entspricht $P \neq \emptyset$ in W (nur beispielhaft):

Möglichkeit als existenzielle Quantifikation

$\Diamond p$ entspricht $P \neq \emptyset$ in W (nur beispielhaft):



Intensionale Modelltheorie

Intensionale Modelle

Intensionale Modelle

Die Modelle werden um Welten *w* und Zeitpunkte *i* erweitert.

Intensionale Modelle

Die Modelle werden um Welten *w* und Zeitpunkte *i* erweitert.

- $\mathcal{M} = \langle W, I, <, U, V \rangle$

Intensionale Modelle

Die Modelle werden um Welten *w* und Zeitpunkte *i* erweitert.

- $\mathcal{M} = \langle W, I, <, U, V \rangle$
  - W | Die Menge der Welten

Intensionale Modelle

Die Modelle werden um Welten *w* und Zeitpunkte *i* erweitert.

- $\mathcal{M} = \langle W, I, <, U, V \rangle$
  - W | Die Menge der Welten
  - I | Die Menge der Zeitpunkte/Intervalle

Intensionale Modelle

Die Modelle werden um Welten *w* und Zeitpunkte *i* erweitert.

- $\mathcal{M} = \langle W, I, <, U, V \rangle$
  - W | Die Menge der Welten
  - I | Die Menge der Zeitpunkte/Intervalle
  - $<$ | Eine Ordnung auf I

Intensionale Modelle

Die Modelle werden um Welten *w* und Zeitpunkte *i* erweitert.

- $\mathcal{M} = \langle W, I, <, U, V \rangle$
  - W | Die Menge der Welten
  - I | Die Menge der Zeitpunkte/Intervalle
  - $<$ | Eine Ordnung auf I
  - U | Die Menge der Individuen/Objekte

Intensionale Modelle

Die Modelle werden um Welten *w* und Zeitpunkte *i* erweitert.

- $\mathcal{M} = \langle W, I, <, U, V \rangle$
  - W | Die Menge der Welten
  - I | Die Menge der Zeitpunkte/Intervalle
  - $<$ | Eine Ordnung auf I
  - U | Die Menge der Individuen/Objekte
  - V | Eine Auswertungsfunktion für Konstanten jeder Ordnung

Intensionale Modelle

Die Modelle werden um Welten *w* und Zeitpunkte *i* erweitert.

- $\mathcal{M} = \langle W, I, <, U, V \rangle$
  - W | Die Menge der Welten
  - I | Die Menge der Zeitpunkte/Intervalle
  - $<$ | Eine Ordnung auf I
  - U | Die Menge der Individuen/Objekte
  - V | Eine Auswertungsfunktion für Konstanten jeder Ordnung

- Ein Ausdruck α wird jetzt evaluiert relativ zu

Intensionale Modelle

Die Modelle werden um Welten *w* und Zeitpunkte *i* erweitert.

- $\mathcal{M} = \langle W, I, <, U, V \rangle$
  - W | Die Menge der Welten
  - I | Die Menge der Zeitpunkte/Intervalle
  - $<$ | Eine Ordnung auf I
  - U | Die Menge der Individuen/Objekte
  - V | Eine Auswertungsfunktion für Konstanten jeder Ordnung

- Ein Ausdruck α wird jetzt evaluiert relativ zu
  - Dem Modell $\mathcal{M}$

Intensionale Modelle

Die Modelle werden um Welten w und Zeitpunkte i erweitert.

- $\mathcal{M} = \langle W, I, <, U, V \rangle$
  - W | Die Menge der Welten
  - I | Die Menge der Zeitpunkte/Intervalle
  - $<$ | Eine Ordnung auf I
  - U | Die Menge der Individuen/Objekte
  - V | Eine Auswertungsfunktion für Konstanten jeder Ordnung
- Ein Ausdruck α wird jetzt evaluiert relativ zu
  - Dem Modell $\mathcal{M}$
  - Einer konkreten Welt w

Intensionale Modelle

Die Modelle werden um Welten *w* und Zeitpunkte *i* erweitert.

- $\mathcal{M} = \langle W, I, <, U, V \rangle$
  - W | Die Menge der Welten
  - I | Die Menge der Zeitpunkte/Intervalle
  - $<$ | Eine Ordnung auf I
  - U | Die Menge der Individuen/Objekte
  - V | Eine Auswertungsfunktion für Konstanten jeder Ordnung

- Ein Ausdruck α wird jetzt evaluiert relativ zu
  - Dem Modell $\mathcal{M}$
  - Einer konkreten Welt w
  - Einem konkreten Zeitpunkt i

Intensionale Modelle

Die Modelle werden um Welten *w* und Zeitpunkte *i* erweitert.

- $\mathcal{M} = \langle W, I, <, U, V \rangle$
  - W | Die Menge der Welten
  - I | Die Menge der Zeitpunkte/Intervalle
  - $<$ | Eine Ordnung auf I
  - U | Die Menge der Individuen/Objekte
  - V | Eine Auswertungsfunktion für Konstanten jeder Ordnung
- Ein Ausdruck α wird jetzt evaluiert relativ zu
  - Dem Modell $\mathcal{M}$
  - Einer konkreten Welt w
  - Einem konkreten Zeitpunkt i
  - Der Belegungsfunktion g

Intensionale Modelle

Die Modelle werden um Welten *w* und Zeitpunkte *i* erweitert.

- $\mathcal{M} = \langle W, I, <, U, V \rangle$
  - W | Die Menge der Welten
  - I | Die Menge der Zeitpunkte/Intervalle
  - $<$ | Eine Ordnung auf I
  - U | Die Menge der Individuen/Objekte
  - V | Eine Auswertungsfunktion für Konstanten jeder Ordnung
- Ein Ausdruck α wird jetzt evaluiert relativ zu
  - Dem Modell $\mathcal{M}$
  - Einer konkreten Welt w
  - Einem konkreten Zeitpunkt i
  - Der Belegungsfunktion g
  - $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}$

Und Individuen?

Und Individuen?

Individuenkonzepte als Funktionen von Welten zu Individuen

Und Individuen?

Individuenkonzepte als Funktionen von Welten zu Individuen

- *der Präsident der USA, der Papst, Bond*
  (im Sinn von *der Schauspieler, der gerade Bond spielt)*

Und Individuen?

Individuenkonzepte als Funktionen von Welten zu Individuen

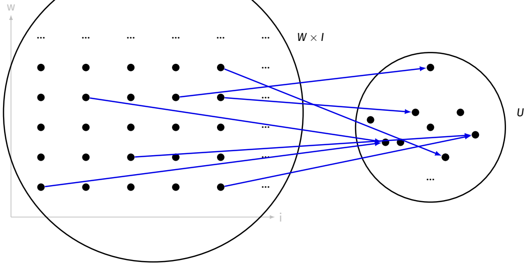
- *der Präsident der USA, der Papst, Bond*
  (im Sinn von *der Schauspieler, der gerade Bond spielt*)
- Für $\beta \in Cons_{ind}$ ist $V(\beta)$ eine Funktion aus $U^{W \times I}$.
  Eine Funktion, die für jedes Welt-Zeit-Paar sagt, wer Präsident, Papst, Bond usw. ist.

Und Individuen?

Individuenkonzepte als Funktionen von Welten zu Individuen

- *der Präsident der USA, der Papst, Bond*
  (im Sinn von *der Schauspieler, der gerade Bond spielt)*
- Für $\beta \in Cons_{ind}$ ist $V(\beta)$ eine Funktion aus $U^{W \times I}$.
  Eine Funktion, die für jedes Welt-Zeit-Paar sagt, wer Präsident, Papst, Bond usw. ist.

$[\![\text{Bond}]\!] =$



usw.

Und Prädikate?

Und Prädikate?

Eigenschaftskonzepte als Funktionen von Welten zu Mengen von Tupeln von Individuen

Und Prädikate?

Eigenschaftskonzepte als Funktionen von Welten zu Mengen von Tupeln von Individuen

- Konstanten wie *geht*, *kauft*, *gibt* usw. denotieren unterschiedliche Mengen (bzw. CFs) zu unterschiedlichen $\langle w, i \rangle$-Koordinaten.

Und Prädikate?

Eigenschaftskonzepte als Funktionen von Welten zu Mengen von Tupeln von Individuen

- Konstanten wie *geht*, *kauft*, *gibt* usw. denotieren unterschiedliche Mengen (bzw. CFs) zu unterschiedlichen $\langle w, i \rangle$-Koordinaten.
- Für $\beta \in Cons_{pred_n}$ ist $V(\beta)$ eine Funktion aus $(\wp U^n)^{W \times I}$.

  Eine Funktion, die für jedes Welt-Zeit-Paar sagt, wer geht, wer was kauft, wer wem was gibt usw.

  Erinnerung | $U^n = U_1 \times U_2 \times \cdots \times U_n$, also z. B. $P^2 = U \times U$

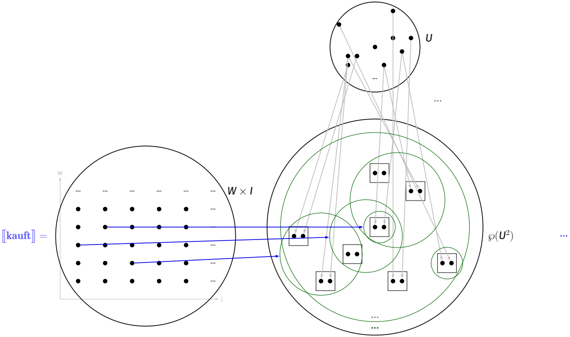
Und Prädikate?

Eigenschaftskonzepte als Funktionen von Welten zu Mengen von Tupeln von Individuen

- Konstanten wie *geht*, *kauft*, *gibt* usw. denotieren unterschiedliche Mengen (bzw. CFs) zu unterschiedlichen $\langle w, i \rangle$-Koordinaten.
- Für $\beta \in Cons_{pred_n}$ ist $V(\beta)$ eine Funktion aus $(\wp U^n)^{W \times I}$.

  Eine Funktion, die für jedes Welt-Zeit-Paar sagt, wer geht, wer was kauft, wer wem was gibt usw.

  Erinnerung | $U^n = U_1 \times U_2 \times \cdots \times U_n$, also z. B. $P^2 = U \times U$



Auswertung à la Chierchia

Auswertung à la Chierchia

Diese umständlichen T-Sätze!

Auswertung à la Chierchia

Diese umständlichen T-Sätze!

- Wenn β eine Wff der Form $\delta(t_1, t_2, \cdots, t_n)$ ist

Auswertung à la Chierchia

Diese umständlichen T-Sätze!

- Wenn β eine Wff der Form $\delta(t_1, t_2, \cdots, t_n)$ ist
- Dann gilt $[\![\beta]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$ gdw

Auswertung à la Chierchia

Diese umständlichen T-Sätze!

- Wenn β eine Wff der Form $\delta(t_1, t_2, \cdots, t_n)$ ist
- Dann gilt $[\![\beta]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$ gdw
  - $\langle [\![t_1]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}, [\![t_2]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}, \ldots, [\![t_n]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} \rangle \in [\![\delta]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}$

Auswertung à la Chierchia

Diese umständlichen T-Sätze!

- Wenn β eine Wff der Form $\delta(t_1, t_2, \cdots, t_n)$ ist
- Dann gilt $[\![\beta]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$ gdw
  - $\langle [\![t_1]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}, [\![t_2]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}, \ldots, [\![t_n]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} \rangle \in [\![\delta]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}$
  - Mit $[\![t_1]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = V(\langle w, i \rangle)(t_1)$

Diese umständlichen T-Sätze!

- Wenn β eine Wff der Form $\delta(t_1, t_2, \cdots, t_n)$ ist
- Dann gilt $[\![\beta]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$ gdw
  - $\langle [\![t_1]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}, [\![t_2]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}, \ldots, [\![t_n]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} \rangle \in [\![\delta]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}$
  - Mit $[\![t_1]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = V(\langle w, i \rangle)(t_1)$

In einer typentheoretischen Sprache wie L_{Type} wäre Funktionsapplikation möglich.

Quantifikation über Individuen

Quantifikation über Individuen

Hier ändert sich eigentlich nichts …

Quantifikation über Individuen

Hier ändert sich eigentlich nichts …

- Wenn ψ eine Wff der Form $\forall \boldsymbol{x}\phi$ ist

Quantifikation über Individuen

Hier ändert sich eigentlich nichts …

- Wenn ψ eine Wff der Form $\forall x \phi$ ist
- Dann gilt $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$ gdw

Quantifikation über Individuen

Hier ändert sich eigentlich nichts …

- Wenn ψ eine Wff der Form $\forall x \phi$ ist
- Dann gilt $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$ gdw
  - Für alle $u \in U$ $[\![\phi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g[u/x]} = 1$

Quantifikation über Individuen

Hier ändert sich eigentlich nichts ...

- Wenn ψ eine Wff der Form $\forall x \phi$ ist
- Dann gilt $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$ gdw
  - Für alle $u \in U$ $[\![\phi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g[u/x]} = 1$
- Und Paralleles für den Existenzquantor

Auswertung von Modalität

Auswertung von Modalität

Die modalen Funktoren quantifizieren wie gesagt über Welten …

Auswertung von Modalität

Die modalen Funktoren quantifizieren wie gesagt über Welten ...

- Wenn ψ eine Wff der Form $\Box x \phi$ ist

Auswertung von Modalität

Die modalen Funktoren quantifizieren wie gesagt über Welten …

- Wenn ψ eine Wff der Form $\Box x\phi$ ist
- Dann gilt $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$ gdw

Auswertung von Modalität

Die modalen Funktoren quantifizieren wie gesagt über Welten ...

- Wenn ψ eine Wff der Form $\Box x\phi$ ist
- Dann gilt $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$ gdw
  - Für alle $w' \in W$

Auswertung von Modalität

Die modalen Funktoren quantifizieren wie gesagt über Welten …

- Wenn ψ eine Wff der Form $\Box x \phi$ ist
- Dann gilt $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$ gdw
  - Für alle $w' \in W$
  - Und alle $i' \in I$

Auswertung von Modalität

Die modalen Funktoren quantifizieren wie gesagt über Welten …

- Wenn ψ eine Wff der Form $\Box x \phi$ ist
- Dann gilt $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$ gdw
  - Für alle $w' \in W$
  - Und alle $i' \in I$
  - $[\![\phi]\!]^{\mathcal{M},w',i',g} = 1$

Auswertung von Modalität

Die modalen Funktoren quantifizieren wie gesagt über Welten ...

- Wenn ψ eine Wff der Form $\Box x\phi$ ist
- Dann gilt $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$ gdw
  - Für alle $w' \in W$
  - Und alle $i' \in I$
  - $[\![\phi]\!]^{\mathcal{M},w',i',g} = 1$
- Und Paralleles für den $\Diamond$-Operator mit Existenzquantifikation

Eine Ähnlichkeit zwischen $\forall$ und $\Box$

Eine Ähnlichkeit zwischen $\forall$ und $\Box$

Modale Möglichkeit distribuiert wie Allquantifikation …

Eine Ähnlichkeit zwischen $\forall$ und $\Box$

Modale Möglichkeit distribuiert wie Allquantifikation …

- Weil $\forall x\,[P(x) \rightarrow Q(x)] \vdash [\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)]$
  aber nicht umgekehrt

Eine Ähnlichkeit zwischen $\forall$ und $\Box$

Modale Möglichkeit distribuiert wie Allquantifikation ...

- Weil $\forall x\,[P(x) \rightarrow Q(x)] \vdash [\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)]$
  aber nicht umgekehrt
- Gilt auch $\Box\,[\psi \rightarrow \phi] \vdash [\Box\psi \rightarrow \Box\phi]$
  aber nicht umgekehrt

Einige Implikationen und Äquivalenzen

Einige Implikationen und Äquivalenzen

Beweistheorie für Modalllogik ist nicht so richtig trivial.

Hier nur einige interessante Implikationen und Äquivalenzen …

Einige Implikationen und Äquivalenzen

Beweistheorie für Modallogik ist nicht so richtig trivial.

Hier nur einige interessante Implikationen und Äquivalenzen …

	Existenzquantor	**Allquantor**
Notwendigkeit	$\exists x \Box P(x) \rightarrow \Box \exists x P(x)$	$\forall x \Box P(x) \leftrightarrow \Box \forall x P(x)$
Möglichkeit	$\exists x \Diamond P(x) \leftrightarrow \Diamond \exists x P(x)$	$\forall x \Diamond P(x) \rightarrow \Diamond \forall x P(x)$

Einige Implikationen und Äquivalenzen

Beweistheorie für Modalllogik ist nicht so richtig trivial.

Hier nur einige interessante Implikationen und Äquivalenzen …

	Existenzquantor	**Allquantor**
Notwendigkeit	$\exists x \Box P(x) \rightarrow \Box \exists x P(x)$	$\forall x \Box P(x) \leftrightarrow \Box \forall x P(x)$
Möglichkeit	$\exists x \Diamond P(x) \leftrightarrow \Diamond \exists x P(x)$	$\forall x \Diamond P(x) \rightarrow \Diamond \forall x P(x)$

- Wenn es ein *x* gibt, dass notwendigerweise *P* ist,
  dann ist es notwendigerweise der Fall, dass es ein *x* gibt, dass *P* ist.

Einige Implikationen und Äquivalenzen

Beweistheorie für Modallogik ist nicht so richtig trivial.

Hier nur einige interessante Implikationen und Äquivalenzen …

	Existenzquantor	**Allquantor**
Notwendigkeit	$\exists x \Box P(x) \rightarrow \Box \exists x P(x)$	$\forall x \Box P(x) \leftrightarrow \Box \forall x P(x)$
Möglichkeit	$\exists x \Diamond P(x) \leftrightarrow \Diamond \exists x P(x)$	$\forall x \Diamond P(x) \rightarrow \Diamond \forall x P(x)$

- Wenn es ein *x* gibt, dass notwendigerweise *P* ist,
  dann ist es notwendigerweise der Fall, dass es ein *x* gibt, dass *P* ist.
- Wenn es ein *x* gibt, dass möglicherweise *P* ist,
  dann ist es möglicherweise der Fall, dass es ein *x* gibt, dass *P* ist. Und umgekehrt!

Einige Implikationen und Äquivalenzen

Beweistheorie für Modalllogik ist nicht so richtig trivial.

Hier nur einige interessante Implikationen und Äquivalenzen ...

	Existenzquantor	**Allquantor**
Notwendigkeit	$\exists x \Box P(x) \rightarrow \Box \exists x P(x)$	$\forall x \Box P(x) \leftrightarrow \Box \forall x P(x)$
Möglichkeit	$\exists x \Diamond P(x) \leftrightarrow \Diamond \exists x P(x)$	$\forall x \Diamond P(x) \rightarrow \Diamond \forall x P(x)$

- Wenn es ein *x* gibt, dass notwendigerweise *P* ist,
  dann ist es notwendigerweise der Fall, dass es ein *x* gibt, dass *P* ist.
- Wenn es ein *x* gibt, dass möglicherweise *P* ist,
  dann ist es möglicherweise der Fall, dass es ein *x* gibt, dass *P* ist. Und umgekehrt!
- Carnap-Barcan-Formel Wenn alle *x* notwendigerweise *P* ist,
  dass ist es notwendigerweise der Fall, dass alle *x* *P* sind. Und umgekehrt!

Einige Implikationen und Äquivalenzen

Beweistheorie für Modallogik ist nicht so richtig trivial.

Hier nur einige interessante Implikationen und Äquivalenzen …

	Existenzquantor	**Allquantor**
Notwendigkeit	$\exists x \Box P(x) \rightarrow \Box \exists x P(x)$	$\forall x \Box P(x) \leftrightarrow \Box \forall x P(x)$
Möglichkeit	$\exists x \Diamond P(x) \leftrightarrow \Diamond \exists x P(x)$	$\forall x \Diamond P(x) \rightarrow \Diamond \forall x P(x)$

- Wenn es ein *x* gibt, dass notwendigerweise *P* ist,
  dann ist es notwendigerweise der Fall, dass es ein *x* gibt, dass *P* ist.
- Wenn es ein *x* gibt, dass möglicherweise *P* ist,
  dann ist es möglicherweise der Fall, dass es ein *x* gibt, dass *P* ist. Und umgekehrt!
- Carnap-Barcan-Formel Wenn alle *x* notwendigerweise *P* ist,
  dass ist es notwendigerweise der Fall, dass alle *x* *P* sind. Und umgekehrt!
- Wenn alle *x* möglicherweise *P* sind,
  dann ist es möglicherweise der Fall, dass alle *x* *P* sind.

Literatur I

Chierchia, Gennaro & Sally McConnell-Ginet. 2000. *Meaning and grammar: An introduction to semantics.* 2. Aufl. Cambridge, MA: MIT Press.

Dowty, David R., Robert E. Wall & Stanley Peters. 1981. *Introduction to Montague semantics.* Dordrecht: Kluwer.

Autor

Kontakt

Prof. Dr. Roland Schäfer
Institut für Germanistische Sprachwissenschaft
Friedrich-Schiller-Universität Jena
Fürstengraben 30
07743 Jena

https://rolandschaefer.net
roland.schaefer@uni-jena.de

Lizenz