Formale Semantik
07. Getypte λ-Sprachen höherer Ordnung

Roland Schäfer

Institut für Germanistische Sprachwissenschaft
Friedrich-Schiller-Universität Jena

Stets aktuelle Fassungen: `https://github.com/rsling/VL-Semantik`

Inhalt

Kernfragen in dieser Woche

Kernfragen in dieser Woche

Wie unterscheidet sich Montagues System von GB-Semantik?

Wie unterscheidet sich Montagues System von GB-Semantik?

Welche Rolle spielen Typen?

Kernfragen in dieser Woche

Wie unterscheidet sich Montagues System von GB-Semantik?

Welche Rolle spielen Typen?

Was sind λ-Sprachen?
Und woher kennen Sie den λ-Operator eigentlich schon?

Wie unterscheidet sich Montagues System von GB-Semantik?

Welche Rolle spielen Typen?

Was sind λ-Sprachen?
Und woher kennen Sie den λ-Operator eigentlich schon?

Texte für heute: Dowty u. a. (1981: Kapitel 4) | Chierchia & McConnell-Ginet 2000: Kapitel 7

Einfachere Semantik

Montague vs. Generativismus

Montague vs. Generativismus

Es geht wie immer auch ohne Bewegung.

Montague vs. Generativismus

Es geht wie immer auch ohne Bewegung.

- Chierchia | auf Grundlage von GB-Syntax

Montague vs. Generativismus

Es geht wie immer auch ohne Bewegung.

- Chierchia | auf Grundlage von GB-Syntax
  - Syntax und Semantik in Phrasenstrukturen

Montague vs. Generativismus

Es geht wie immer auch ohne Bewegung.

- Chierchia | auf Grundlage von GB-Syntax
  - Syntax und Semantik in Phrasenstrukturen
  - Sprache wird zu Logik durch unsichtbare Bewegung.

Montague vs. Generativismus

Es geht wie immer auch ohne Bewegung.

- Chierchia | auf Grundlage von GB-Syntax
  - Syntax und Semantik in Phrasenstrukturen
  - Sprache wird zu Logik durch unsichtbare Bewegung.
  - Semantik als eigene Repräsentationsebene

Montague vs. Generativismus

Es geht wie immer auch ohne Bewegung.

- Chierchia | auf Grundlage von GB-Syntax
  - Syntax und Semantik in Phrasenstrukturen
  - Sprache wird zu Logik durch unsichtbare Bewegung.
  - Semantik als eigene Repräsentationsebene
- Montague | Sprache ist Logik!

Montague vs. Generativismus

Es geht wie immer auch ohne Bewegung.

- Chierchia | auf Grundlage von GB-Syntax
  - Syntax und Semantik in Phrasenstrukturen
  - Sprache wird zu Logik durch unsichtbare Bewegung.
  - Semantik als eigene Repräsentationsebene
- Montague | Sprache ist Logik!
  - Direkte Interpretation von Zeichen als logische Symbole

Montague vs. Generativismus

Es geht wie immer auch ohne Bewegung.

- Chierchia | auf Grundlage von GB-Syntax
  - Syntax und Semantik in Phrasenstrukturen
  - Sprache wird zu Logik durch unsichtbare Bewegung.
  - Semantik als eigene Repräsentationsebene
- Montague | Sprache ist Logik!
  - Direkte Interpretation von Zeichen als logische Symbole
  - Logische Form (lf) als Sichtbarmachen logischer Eigenschaften

Montague vs. Generativismus

Es geht wie immer auch ohne Bewegung.

- Chierchia | auf Grundlage von GB-Syntax
  - Syntax und Semantik in Phrasenstrukturen
  - Sprache wird zu Logik durch unsichtbare Bewegung.
  - Semantik als eigene Repräsentationsebene
- Montague | Sprache ist Logik!
  - Direkte Interpretation von Zeichen als logische Symbole
  - Logische Form (lf) als Sichtbarmachen logischer Eigenschaften
  - Keine Übersetzung

Vorbemerkung | Charakteristische Funktionen

Mengen, über Funktionen definiert

Mengen, über Funktionen definiert

- Große Bedeutung von Mengen in formaler Semantik

Vorbemerkung | Charakteristische Funktionen

Mengen, über Funktionen definiert

- Große Bedeutung von Mengen in formaler Semantik
- Charakteristische Funktion von Mengen
  $\mathcal{S}(a) = 1 \textit{ iff } a \in S, \textit{ else } 0$

Mengen, über Funktionen definiert

- Große Bedeutung von Mengen in formaler Semantik
- Charakteristische Funktion von Mengen
  $\mathcal{S}(a) = 1$ *iff* $a \in S$, *else* 0
- CF als Einsortierung in ihre Menge

Mengen, über Funktionen definiert

- Große Bedeutung von Mengen in formaler Semantik
- Charakteristische Funktion von Mengen
  $\mathcal{S}(a) = 1$ *iff* $a \in S$, *else* 0
- CF als Einsortierung in ihre Menge
- CF in Mengendefinitionen
  $S = \{x : x\ mod\ 2 = 0\}$
  $\mathcal{S} = f(x)[x\ mod\ 2 = 0]$

Mengen, über Funktionen definiert

- Große Bedeutung von Mengen in formaler Semantik
- Charakteristische Funktion von Mengen
  $\mathcal{S}(a) = 1 \textit{ iff } a \in S, \textit{ else } 0$
- CF als Einsortierung in ihre Menge
- CF in Mengendefinitionen
  $S = \{x : x \textit{ mod } 2 = 0\}$
  $\mathcal{S} = f(x)[x \textit{ mod } 2 = 0]$
- Äquivalenz von Mengendenotation und CF-Dontation

Vorbemerkung | T-Sätze und Funktionsapplikation

Funktionsapplikation als allgemeiner Kompositionsmechanismus

Vorbemerkung | T-Sätze und Funktionsapplikation

Funktionsapplikation als allgemeiner Kompositionsmechanismus

- Etwas umständliche Interpretation mit T-Sätzen
  $[\![\, [_S\ \mathit{NP}\ \mathit{VP}]\,]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ *iff* $[\![\mathit{NP}]\!]^{\mathcal{M},g} \in [\![\mathit{VP}]\!]^{\mathcal{M},g}$

Funktionsapplikation als allgemeiner Kompositionsmechanismus

- Etwas umständliche Interpretation mit T-Sätzen
  $[\![\, [_S\ NP\ VP]\,]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ *iff* $[\![NP]\!]^{\mathcal{M},g} \in [\![VP]\!]^{\mathcal{M},g}$
- CF statt Mengen | Funktion appliziert direkt!

Vorbemerkung | T-Sätze und Funktionsapplikation

Funktionsapplikation als allgemeiner Kompositionsmechanismus

- Etwas umständliche Interpretation mit T-Sätzen
  $[\![\, [_S\ NP\ VP]\,]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ *iff* $[\![NP]\!]^{\mathcal{M},g} \in [\![VP]\!]^{\mathcal{M},g}$
- CF statt Mengen | Funktion appliziert direkt!
  - $[\![Mary]\!]^{\mathcal{M},g} = Mary\ in\ \mathcal{M}$

Funktionsapplikation als allgemeiner Kompositionsmechanismus

- Etwas umständliche Interpretation mit T-Sätzen
  $[\![[_S \mathit{NP}\ \mathit{VP}]]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ *iff* $[\![\mathit{NP}]\!]^{\mathcal{M},g} \in [\![\mathit{VP}]\!]^{\mathcal{M},g}$
- CF statt Mengen | Funktion appliziert direkt!
  - $[\![\mathit{Mary}]\!]^{\mathcal{M},g} =$ *Mary in* $\mathcal{M}$
  - $[\![\mathit{sleeps}]\!]^{\mathcal{M},g}$ *be the CF of the set of sleepers in* $\mathcal{M}$

Funktionsapplikation als allgemeiner Kompositionsmechanismus

- Etwas umständliche Interpretation mit T-Sätzen
  $[\![\, [_S\ NP\ VP]\,]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ *iff* $[\![NP]\!]^{\mathcal{M},g} \in [\![VP]\!]^{\mathcal{M},g}$
- CF statt Mengen | Funktion appliziert direkt!
  - $[\![Mary]\!]^{\mathcal{M},g} =$ *Mary in* $\mathcal{M}$
  - $[\![sleeps]\!]^{\mathcal{M},g}$ *be the CF of the set of sleepers in* $\mathcal{M}$
  - $[\![S]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![sleeps]\!]^{\mathcal{M},g}([\![Mary]\!]^{\mathcal{M},g})$

Funktionsapplikation als allgemeiner Kompositionsmechanismus

- Etwas umständliche Interpretation mit T-Sätzen
  $[\![[_S \mathit{NP}\ \mathit{VP}]]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ *iff* $[\![\mathit{NP}]\!]^{\mathcal{M},g} \in [\![\mathit{VP}]\!]^{\mathcal{M},g}$
- CF statt Mengen | Funktion appliziert direkt!
  - $[\![\mathit{Mary}]\!]^{\mathcal{M},g} =$ *Mary in* $\mathcal{M}$
  - $[\![\mathit{sleeps}]\!]^{\mathcal{M},g}$ *be the CF of the set of sleepers in* $\mathcal{M}$
  - $[\![S]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\mathit{sleeps}]\!]^{\mathcal{M},g}([\![\mathit{Mary}]\!]^{\mathcal{M},g})$
  - Kein Bedarf an T-Sätzen

Vorbemerkung | Funktionen von Mengen zu Mengen

Vorbemerkung | Funktionen von Mengen zu Mengen

Funktionen von Mengen von (Tupeln von) Individuen zu Ausdrücken usw.

Funktionen von Mengen von (Tupeln von) Individuen zu Ausdrücken usw.

- Funktionen Definitionsbereich $S_1 \rightarrow$ Wertebereich S_2 | ${S_2}^{S_1}$
  $S_2^{S_1}$ | Die Menge aller Funktionen von S_1 zu S_2

Vorbemerkung | Funktionen von Mengen zu Mengen

Funktionen von Mengen von (Tupeln von) Individuen zu Ausdrücken usw.

- Funktionen Definitionsbereich $S_1 \rightarrow$ Wertebereich S_2 | ${S_2}^{S_1}$
  $S_2^{S_1}$ | Die Menge aller Funktionen von S_1 zu S_2
- Beispiel | Einstellige und Zweistellige Prädikate

Funktionen von Mengen von (Tupeln von) Individuen zu Ausdrücken usw.

- Funktionen Definitionsbereich $S_1 \rightarrow$ Wertebereich S_2 | ${S_2}^{S_1}$
  $S_2^{S_1}$ | Die Menge aller Funktionen von S_1 zu S_2
- Beispiel | Einstellige und Zweistellige Prädikate
  - $T = \{0, 1\}$ | Wahrheitswerte

Vorbemerkung | Funktionen von Mengen zu Mengen

Funktionen von Mengen von (Tupeln von) Individuen zu Ausdrücken usw.

- Funktionen Definitionsbereich $S_1 \rightarrow$ Wertebereich S_2 | ${S_2}^{S_1}$
  $S_2^{S_1}$ | Die Menge aller Funktionen von S_1 zu S_2
- Beispiel | Einstellige und Zweistellige Prädikate
  - $T = \{0, 1\}$ | Wahrheitswerte
  - D | Diskursuniversum (Menge aller Individuen)

Vorbemerkung | Funktionen von Mengen zu Mengen

Funktionen von Mengen von (Tupeln von) Individuen zu Ausdrücken usw.

- Funktionen Definitionsbereich $S_1 \rightarrow$ Wertebereich S_2 | ${S_2}^{S_1}$
  $S_2^{S_1}$ | Die Menge aller Funktionen von S_1 zu S_2
- Beispiel | Einstellige und Zweistellige Prädikate
  - $T = \{0, 1\}$ | Wahrheitswerte
  - D | Diskursuniversum (Menge aller Individuen)
  - $D \times D$ | Menge aller 2-Tupel von Individuen

Vorbemerkung | Funktionen von Mengen zu Mengen

Funktionen von Mengen von (Tupeln von) Individuen zu Ausdrücken usw.

- Funktionen Definitionsbereich S_1 $\rightarrow$ Wertebereich S_2 | ${S_2}^{S_1}$
  $S_2^{S_1}$ | Die Menge aller Funktionen von S_1 zu S_2
- Beispiel | Einstellige und Zweistellige Prädikate
  - $T = \{0, 1\}$ | Wahrheitswerte
  - D | Diskursuniversum (Menge aller Individuen)
  - $D \times D$ | Menge aller 2-Tupel von Individuen
  - T^D | Menge aller Funktionen von Individuen zu Wahrheitswerten
    Menge der CFs aller einstelligen Prädikate

Vorbemerkung | Funktionen von Mengen zu Mengen

Funktionen von Mengen von (Tupeln von) Individuen zu Ausdrücken usw.

- Funktionen Definitionsbereich $S_1 \rightarrow$ Wertebereich S_2 | ${S_2}^{S_1}$
  $S_2^{S_1}$ | Die Menge aller Funktionen von S_1 zu S_2
- Beispiel | Einstellige und Zweistellige Prädikate
  - $T = \{0, 1\}$ | Wahrheitswerte
  - D | Diskursuniversum (Menge aller Individuen)
  - $D \times D$ | Menge aller 2-Tupel von Individuen
  - T^D | Menge aller Funktionen von Individuen zu Wahrheitswerten
    Menge der CFs aller einstelligen Prädikate
  - $T^{D \times D}$ | Menge aller Funktionen von 2-Tupeln von Individuen zu Wahrheitswerten
    Menge der CFs aller zweistelligen Prädikate

Getypte Sprachen

Kein Bedarf an Phrasenkategorien

Kein Bedarf an Phrasenkategorien

Logik hat bereits Typensysteme, um Syntax zu strukturieren!

Kein Bedarf an Phrasenkategorien

Logik hat bereits Typensysteme, um Syntax zu strukturieren!

- L_{Type} | Prädikatenlogik L_1 plus Typen

Kein Bedarf an Phrasenkategorien

Logik hat bereits Typensysteme, um Syntax zu strukturieren!

- L_{Type} | Prädikatenlogik L_1 plus Typen
- Typen | Semantisch fundierte Klassen von Ausdrücken

Kein Bedarf an Phrasenkategorien

Logik hat bereits Typensysteme, um Syntax zu strukturieren!

- L_{Type} | Prädikatenlogik L_1 plus Typen
- Typen | Semantisch fundierte Klassen von Ausdrücken
- Einfache Typen

Kein Bedarf an Phrasenkategorien

Logik hat bereits Typensysteme, um Syntax zu strukturieren!

- L_{Type} | Prädikatenlogik L_1 plus Typen
- Typen | Semantisch fundierte Klassen von Ausdrücken

- Einfache Typen
  - Terme | $\langle e \rangle$

Kein Bedarf an Phrasenkategorien

Logik hat bereits Typensysteme, um Syntax zu strukturieren!

- L_{Type} | Prädikatenlogik L_1 plus Typen
- Typen | Semantisch fundierte Klassen von Ausdrücken

- Einfache Typen
  - Terme | $\langle e \rangle$
  - Wffs/Formeln | $\langle t \rangle$ | Ersetzt Startsymbol S der PSG!

Kein Bedarf an Phrasenkategorien

Logik hat bereits Typensysteme, um Syntax zu strukturieren!

- L_{Type} | Prädikatenlogik L_1 plus Typen
- Typen | Semantisch fundierte Klassen von Ausdrücken

- Einfache Typen
  - Terme | $\langle e \rangle$
  - Wffs/Formeln | $\langle t \rangle$ | Ersetzt Startsymbol S der PSG!

- Komplexe/funktionale Typen

Kein Bedarf an Phrasenkategorien

Logik hat bereits Typensysteme, um Syntax zu strukturieren!

- L_{Type} | Prädikatenlogik L_1 plus Typen
- Typen | Semantisch fundierte Klassen von Ausdrücken
- Einfache Typen
  - Terme | $\langle e \rangle$
  - Wffs/Formeln | $\langle t \rangle$ | Ersetzt Startsymbol S der PSG!
- Komplexe/funktionale Typen
  - Einstellige Prädikate | $\langle e, t \rangle$

Kein Bedarf an Phrasenkategorien

Logik hat bereits Typensysteme, um Syntax zu strukturieren!

- L_{Type} | Prädikatenlogik L_1 plus Typen
- Typen | Semantisch fundierte Klassen von Ausdrücken

- Einfache Typen
  - Terme | $\langle e \rangle$
  - Wffs/Formeln | $\langle t \rangle$ | Ersetzt Startsymbol S der PSG!

- Komplexe/funktionale Typen
  - Einstellige Prädikate | $\langle e, t \rangle$
  - Zweistellige Prädikate | $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$

Kein Bedarf an Phrasenkategorien

Logik hat bereits Typensysteme, um Syntax zu strukturieren!

- L_{Type} | Prädikatenlogik L_1 plus Typen
- Typen | Semantisch fundierte Klassen von Ausdrücken
- Einfache Typen
  - Terme | $\langle e \rangle$
  - Wffs/Formeln | $\langle t \rangle$ | Ersetzt Startsymbol S der PSG!
- Komplexe/funktionale Typen
  - Einstellige Prädikate | $\langle e, t \rangle$
  - Zweistellige Prädikate | $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$
- Allgemein | $\langle \sigma, \tau \rangle$-Ausdrücke denotieren Funktionen von Denotaten von $\langle \sigma \rangle$-Ausdrücken zu Denotaten von $\langle \tau \rangle$-Ausdrücken.

Modell | Denotate getypter Ausdrücke

Modell | Denotate getypter Ausdrücke

Homogenes Diskursuniversum D (auch U und bei Dowty u. a. 1981 A)

Homogenes Diskursuniversum D (auch U und bei Dowty u. a. 1981 A)

- Allgemein D_α | Menge von Denotaten von Ausdrücken des Typs α

Modell | Denotate getypter Ausdrücke

Homogenes Diskursuniversum *D* (auch *U* und bei Dowty u. a. 1981 *A*)

- Allgemein D_α | Menge von Denotaten von Ausdrücken des Typs α
- Einfache Typen

Modell | Denotate getypter Ausdrücke

Homogenes Diskursuniversum D (auch U und bei Dowty u. a. 1981 A)

- Allgemein D_α | Menge von Denotaten von Ausdrücken des Typs α
- Einfache Typen
  - $D_{\langle e \rangle} = U$

Modell | Denotate getypter Ausdrücke

Homogenes Diskursuniversum *D* (auch *U* und bei Dowty u. a. 1981 *A*)

- Allgemein D_α | Menge von Denotaten von Ausdrücken des Typs α
- Einfache Typen
  - $D_{\langle e \rangle} = U$
  - $D_{\langle t \rangle} = \{0, 1\}$

Modell | Denotate getypter Ausdrücke

Homogenes Diskursuniversum D (auch U und bei Dowty u. a. 1981 A)

- Allgemein D_α | Menge von Denotaten von Ausdrücken des Typs α
- Einfache Typen
  - $D_{\langle e \rangle} = U$
  - $D_{\langle t \rangle} = \{0, 1\}$
- Komplexe Typen | Rekursiv definierte Denotate

Homogenes Diskursuniversum D (auch U und bei Dowty u. a. 1981 A)

- Allgemein D_α | Menge von Denotaten von Ausdrücken des Typs α
- Einfache Typen
  - $D_{\langle e\rangle} = U$
  - $D_{\langle t\rangle} = \{0, 1\}$
- Komplexe Typen | Rekursiv definierte Denotate
  -

Modell | Denotate getypter Ausdrücke

Homogenes Diskursuniversum D (auch U und bei Dowty u. a. 1981 A)

- Allgemein D_α | Menge von Denotaten von Ausdrücken des Typs α
- Einfache Typen
  - $D_{\langle e\rangle} = U$
  - $D_{\langle t\rangle} = \{0, 1\}$
- Komplexe Typen | Rekursiv definierte Denotate
  -
  - Allgemein | $D_{\langle \alpha,\beta\rangle} = D_{\langle\beta\rangle}^{D_{\langle\alpha\rangle}}$

Homogenes Diskursuniversum D (auch U und bei Dowty u. a. 1981 A)

- Allgemein D_α | Menge von Denotaten von Ausdrücken des Typs α
- Einfache Typen
  - $D_{\langle e\rangle} = U$
  - $D_{\langle t\rangle} = \{0, 1\}$
- Komplexe Typen | Rekursiv definierte Denotate
  -
  - Allgemein | $D_{\langle\alpha,\beta\rangle} = D_{\langle\beta\rangle}^{D_{\langle\alpha\rangle}}$
  - Einstelliuge Prädikate | $D_{\langle e,t\rangle} = D_{\langle t\rangle}^{D_{\langle e\rangle}}$

Homogenes Diskursuniversum D (auch U und bei Dowty u. a. 1981 A)

- Allgemein D_α | Menge von Denotaten von Ausdrücken des Typs α
- Einfache Typen
  - $D_{\langle e \rangle} = U$
  - $D_{\langle t \rangle} = \{0, 1\}$
- Komplexe Typen | Rekursiv definierte Denotate
  -
  - Allgemein | $D_{\langle \alpha, \beta \rangle} = D_{\langle \beta \rangle}^{D_{\langle \alpha \rangle}}$
  - Einstelliuge Prädikate | $D_{\langle e,t \rangle} = D_{\langle t \rangle}^{D_{\langle e \rangle}}$
  - Zweistellige Prädikate | $D_{\langle e, \langle e,t \rangle \rangle} = (D_{\langle t \rangle}^{D_{\langle e \rangle}})^{D_{\langle e \rangle}}$

Modell | Denotate getypter Ausdrücke

Homogenes Diskursuniversum D (auch U und bei Dowty u. a. 1981 A)

- Allgemein D_α | Menge von Denotaten von Ausdrücken des Typs α
- Einfache Typen
  - $D_{\langle e \rangle} = U$
  - $D_{\langle t \rangle} = \{0, 1\}$
- Komplexe Typen | Rekursiv definierte Denotate
  -
  - Allgemein | $D_{\langle \alpha, \beta \rangle} = D_{\langle \beta \rangle}^{D_{\langle \alpha \rangle}}$
  - Einstelliuge Prädikate | $D_{\langle e,t \rangle} = D_{\langle t \rangle}^{D_{\langle e \rangle}}$
  - Zweistellige Prädikate | $D_{\langle e, \langle e,t \rangle \rangle} = (D_{\langle t \rangle}^{D_{\langle e \rangle}})^{D_{\langle e \rangle}}$
- Interpretation weiterhin durch V, g

Komplexe Typen für Funktionen und FA

Komplexe Typen für Funktionen und FA

$\langle\sigma\rangle$-Ausdrücke saturieren $\langle\sigma,\tau\rangle$-Ausdrücke zu $\langle\tau\rangle$-Ausdrücken.

Komplexe Typen für Funktionen und FA

$\langle\sigma\rangle$-Ausdrücke saturieren $\langle\sigma,\tau\rangle$-Ausdrücke zu $\langle\tau\rangle$-Ausdrücken.

- Beispiel für Saturierung durch Funktionsapplikation (FA)

Komplexe Typen für Funktionen und FA

$\langle\sigma\rangle$-Ausdrücke saturieren $\langle\sigma,\tau\rangle$-Ausdrücke zu $\langle\tau\rangle$-Ausdrücken.

- Beispiel für Saturierung durch Funktionsapplikation (FA)
  - Wenn P vom Typ $\langle e,\langle e,t\rangle\rangle$, Q vom Typ $\langle e,t\rangle$ und x,y vom Typ $\langle e\rangle$

Komplexe Typen für Funktionen und FA

$\langle\sigma\rangle$-Ausdrücke saturieren $\langle\sigma,\tau\rangle$-Ausdrücke zu $\langle\tau\rangle$-Ausdrücken.

- Beispiel für Saturierung durch Funktionsapplikation (FA)
  - Wenn P vom Typ $\langle e,\langle e,t\rangle\rangle$, Q vom Typ $\langle e,t\rangle$ und x,y vom Typ $\langle e\rangle$
  - dann ist $Q(x)$ vom Typ $\langle t\rangle$

Komplexe Typen für Funktionen und FA

$\langle\sigma\rangle$-Ausdrücke saturieren $\langle\sigma,\tau\rangle$-Ausdrücke zu $\langle\tau\rangle$-Ausdrücken.

- Beispiel für Saturierung durch Funktionsapplikation (FA)
  - Wenn P vom Typ $\langle e,\langle e,t\rangle\rangle$, Q vom Typ $\langle e,t\rangle$ und x,y vom Typ $\langle e\rangle$
  - dann ist $Q(x)$ vom Typ $\langle t\rangle$
  - und $P(x)$ vom Typ $\langle e,t\rangle$ sowie $P(x)(y)$ vom Typ $\langle t\rangle$

Komplexe Typen für Funktionen und FA

$\langle\sigma\rangle$-Ausdrücke saturieren $\langle\sigma,\tau\rangle$-Ausdrücke zu $\langle\tau\rangle$-Ausdrücken.

- Beispiel für Saturierung durch Funktionsapplikation (FA)
  - Wenn P vom Typ $\langle e,\langle e,t\rangle\rangle$, Q vom Typ $\langle e,t\rangle$ und x, y vom Typ $\langle e\rangle$
  - dann ist $Q(x)$ vom Typ $\langle t\rangle$
  - und $P(x)$ vom Typ $\langle e,t\rangle$ sowie $P(x)(y)$ vom Typ $\langle t\rangle$

- Funktionale Typen von Funktoren

Komplexe Typen für Funktionen und FA

$\langle\sigma\rangle$-Ausdrücke saturieren $\langle\sigma,\tau\rangle$-Ausdrücke zu $\langle\tau\rangle$-Ausdrücken.

- Beispiel für Saturierung durch Funktionsapplikation (FA)
  - Wenn P vom Typ $\langle e,\langle e,t\rangle\rangle$, Q vom Typ $\langle e,t\rangle$ und x,y vom Typ $\langle e\rangle$
  - dann ist $Q(x)$ vom Typ $\langle t\rangle$
  - und $P(x)$ vom Typ $\langle e,t\rangle$ sowie $P(x)(y)$ vom Typ $\langle t\rangle$
- Funktionale Typen von Funktoren
  - Negation $\neg$ | Typ $\langle t,t\rangle$

Komplexe Typen für Funktionen und FA

$\langle\sigma\rangle$-Ausdrücke saturieren $\langle\sigma,\tau\rangle$-Ausdrücke zu $\langle\tau\rangle$-Ausdrücken.

- Beispiel für Saturierung durch Funktionsapplikation (FA)
  - Wenn P vom Typ $\langle e,\langle e,t\rangle\rangle$, Q vom Typ $\langle e,t\rangle$ und x, y vom Typ $\langle e\rangle$
  - dann ist $Q(x)$ vom Typ $\langle t\rangle$
  - und $P(x)$ vom Typ $\langle e,t\rangle$ sowie $P(x)(y)$ vom Typ $\langle t\rangle$

- Funktionale Typen von Funktoren
  - Negation $\neg$ | Typ $\langle t,t\rangle$
  - Andere Funktoren $\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ | Typ $\langle t,\langle t,t\rangle\rangle$

Allgemeine Semantik für getypte Sprachen

Allgemeine Semantik für getypte Sprachen

Wirklich keine T-Sätze mehr!

Allgemeine Semantik für getypte Sprachen

Wirklich keine T-Sätze mehr!

- Semantik für $\langle e \rangle$-Typen (Terme)
  $[\![a_n]\!]^{\mathcal{M},g} = V(a_n)$
  $[\![x_n]\!]^{\mathcal{M},g} = g(x_n)$

Allgemeine Semantik für getypte Sprachen

Wirklich keine T-Sätze mehr!

- Semantik für $\langle e \rangle$-Typen (Terme)
  $[\![a_n]\!]^{\mathcal{M},g} = V(a_n)$
  $[\![x_n]\!]^{\mathcal{M},g} = g(x_n)$
- Ansonsten nur FA
  $[\![\delta(\alpha)]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\delta]\!]^{\mathcal{M},g}([\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g})$

Verallgemeinerung und Sprachen höherer Ordnung

Verallgemeinerung und Sprachen höherer Ordnung

Sprache höherer Ordnung = Sprache mit Variablen über höhere Typen $\langle\sigma, \tau\rangle$

Verallgemeinerung und Sprachen höherer Ordnung

Sprache höherer Ordnung = Sprache mit Variablen über höhere Typen $\langle\sigma,\tau\rangle$

- *Type* ist die Menge aller Typen

Verallgemeinerung und Sprachen höherer Ordnung

Sprache höherer Ordnung = Sprache mit Variablen über höhere Typen $\langle\sigma, \tau\rangle$

- *Type* ist die Menge aller Typen
  - $\langle e \rangle, \langle t \rangle \in$ *Type*

Verallgemeinerung und Sprachen höherer Ordnung

Sprache höherer Ordnung = Sprache mit Variablen über höhere Typen $\langle\sigma,\tau\rangle$

- *Type* ist die Menge aller Typen
  - $\langle e\rangle, \langle t\rangle \in \mathit{Type}$
  - Wenn $\langle\sigma\rangle, \langle\tau\rangle \in \mathit{Type}$, dann $\langle\sigma,\tau\rangle \in \mathit{Type}$

Verallgemeinerung und Sprachen höherer Ordnung

Sprache höherer Ordnung = Sprache mit Variablen über höhere Typen $\langle\sigma, \tau\rangle$

- *Type* ist die Menge aller Typen
  - $\langle e\rangle, \langle t\rangle \in$ *Type*
  - Wenn $\langle\sigma\rangle, \langle\tau\rangle \in$ *Type*, dann $\langle\sigma, \tau\rangle \in$ *Type*
  - Nichts sonst ist in *Type*.

Verallgemeinerung und Sprachen höherer Ordnung

Sprache höherer Ordnung = Sprache mit Variablen über höhere Typen $\langle\sigma,\tau\rangle$

- *Type* ist die Menge aller Typen
  - $\langle e\rangle, \langle t\rangle \in$ *Type*
  - Wenn $\langle\sigma\rangle, \langle\tau\rangle \in$ *Type*, dann $\langle\sigma,\tau\rangle \in$ *Type*
  - Nichts sonst ist in *Type*.
- *ME* ist die Menge aller bedeutungsvollen Ausdrücke

Verallgemeinerung und Sprachen höherer Ordnung

Sprache höherer Ordnung = Sprache mit Variablen über höhere Typen $\langle\sigma,\tau\rangle$

- *Type* ist die Menge aller Typen
  - $\langle e\rangle, \langle t\rangle \in \mathit{Type}$
  - Wenn $\langle\sigma\rangle, \langle\tau\rangle \in \mathit{Type}$, dann $\langle\sigma,\tau\rangle \in \mathit{Type}$
  - Nichts sonst ist in *Type*.
- *ME* ist die Menge aller bedeutungsvollen Ausdrücke
  - ME_σ ist die Menge der Ausdrücke vom Typ σ | $\mathit{ME} = \bigcup \mathit{ME}_\sigma$ mit $\sigma \in \mathit{Type}$

Verallgemeinerung und Sprachen höherer Ordnung

Sprache höherer Ordnung = Sprache mit Variablen über höhere Typen $\langle\sigma,\tau\rangle$

- *Type* ist die Menge aller Typen
  - $\langle e \rangle, \langle t \rangle \in \mathit{Type}$
  - Wenn $\langle\sigma\rangle, \langle\tau\rangle \in \mathit{Type}$, dann $\langle\sigma,\tau\rangle \in \mathit{Type}$
  - Nichts sonst ist in *Type*.
- *ME* ist die Menge aller bedeutungsvollen Ausdrücke
  - ME_σ ist die Menge der Ausdrücke vom Typ σ | $ME = \bigcup ME_\sigma$ mit $\sigma \in \mathit{Type}$
  - *Ty* ist eine Funktion von Ausdrücken zu ihren Typen | $Ty(a) = \sigma$ *iff* $a \in ME_\sigma$

Verallgemeinerung und Sprachen höherer Ordnung

Sprache höherer Ordnung = Sprache mit Variablen über höhere Typen $\langle\sigma,\tau\rangle$

- *Type* ist die Menge aller Typen
  - $\langle e\rangle, \langle t\rangle \in \mathit{Type}$
  - Wenn $\langle\sigma\rangle, \langle\tau\rangle \in \mathit{Type}$, dann $\langle\sigma,\tau\rangle \in \mathit{Type}$
  - Nichts sonst ist in *Type*.
- *ME* ist die Menge aller bedeutungsvollen Ausdrücke
  - ME_σ ist die Menge der Ausdrücke vom Typ σ | $ME = \bigcup ME_\sigma$ mit $\sigma \in \mathit{Type}$
  - *Ty* ist eine Funktion von Ausdrücken zu ihren Typen | $Ty(a) = \sigma$ *iff* $a \in ME_\sigma$
- Höhere Ordnung | Variablen über Ausdrücke von funktionalen Typen

Verallgemeinerung und Sprachen höherer Ordnung

Sprache höherer Ordnung = Sprache mit Variablen über höhere Typen $\langle\sigma,\tau\rangle$

- *Type* ist die Menge aller Typen
  - $\langle e\rangle, \langle t\rangle \in Type$
  - Wenn $\langle\sigma\rangle, \langle\tau\rangle \in Type$, dann $\langle\sigma,\tau\rangle \in Type$
  - Nichts sonst ist in *Type*.
- *ME* ist die Menge aller bedeutungsvollen Ausdrücke
  - ME_σ ist die Menge der Ausdrücke vom Typ σ | $ME = \bigcup ME_\sigma$ mit $\sigma \in Type$
  - *Ty* ist eine Funktion von Ausdrücken zu ihren Typen | $Ty(a) = \sigma$ *iff* $a \in ME_\sigma$
- Höhere Ordnung | Variablen über Ausdrücke von funktionalen Typen
  - $P_{\langle e,t\rangle}$ und $Q_{\langle e,\langle e,t\rangle\rangle}$ | Bekannte Konstanten höherer (=funktionaler) Typen

Sprache höherer Ordnung = Sprache mit Variablen über höhere Typen $\langle\sigma,\tau\rangle$

- *Type* ist die Menge aller Typen
  - $\langle e\rangle, \langle t\rangle \in Type$
  - Wenn $\langle\sigma\rangle, \langle\tau\rangle \in Type$, dann $\langle\sigma,\tau\rangle \in Type$
  - Nichts sonst ist in *Type*.
- *ME* ist die Menge aller bedeutungsvollen Ausdrücke
  - ME_σ ist die Menge der Ausdrücke vom Typ σ | $ME = \bigcup ME_\sigma$ mit $\sigma \in Type$
  - *Ty* ist eine Funktion von Ausdrücken zu ihren Typen | $Ty(a) = \sigma$ *iff* $a \in ME_\sigma$
- Höhere Ordnung | Variablen über Ausdrücke von funktionalen Typen
  - $P_{\langle e,t\rangle}$ und $Q_{\langle e,\langle e,t\rangle\rangle}$ | Bekannte Konstanten höherer (=funktionaler) Typen
  - Parallel $v_{n_{\langle e,t\rangle}}$ | Die n-te Variable über einstellige Prädikate

Verallgemeinerung und Sprachen höherer Ordnung

Sprache höherer Ordnung = Sprache mit Variablen über höhere Typen $\langle\sigma,\tau\rangle$

- *Type* ist die Menge aller Typen
  - $\langle e\rangle, \langle t\rangle \in Type$
  - Wenn $\langle\sigma\rangle, \langle\tau\rangle \in Type$, dann $\langle\sigma,\tau\rangle \in Type$
  - Nichts sonst ist in *Type*.
- *ME* ist die Menge aller bedeutungsvollen Ausdrücke
  - ME_σ ist die Menge der Ausdrücke vom Typ σ | $ME = \bigcup ME_\sigma$ mit $\sigma \in Type$
  - *Ty* ist eine Funktion von Ausdrücken zu ihren Typen | $Ty(a) = \sigma$ *iff* $a \in ME_\sigma$
- Höhere Ordnung | Variablen über Ausdrücke von funktionalen Typen
  - $P_{\langle e,t\rangle}$ und $Q_{\langle e,\langle e,t\rangle\rangle}$ | Bekannte Konstanten höherer (=funktionaler) Typen
  - Parallel $v_{n_{\langle e,t\rangle}}$ | Die n-te Variable über einstellige Prädikate
  - Damit möglich $M = \{v_{1_{\langle e,t\rangle}} : [\![v_{1_{\langle e,t\rangle}}(m)]\!] = 1\}$
    Wenn $[\![m]\!] = Maria$, dann ist M die Menge von Marias Eigenschaften!

Systematische Interpretation zur systematischen Syntax

Systematische Interpretation zur systematischen Syntax

Zusammenfassung | Die Semantik reduziert sich auf FA und Variablenauswertung.

Systematische Interpretation zur systematischen Syntax

Zusammenfassung | Die Semantik reduziert sich auf FA und Variablenauswertung.

- Interpretation von Termen und Funktionsausdrücken

Systematische Interpretation zur systematischen Syntax

Zusammenfassung | Die Semantik reduziert sich auf FA und Variablenauswertung.

- Interpretation von Termen und Funktionsausdrücken
  - Nicht-logische Konstanten | α: $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = V(\alpha)$

Systematische Interpretation zur systematischen Syntax

Zusammenfassung | Die Semantik reduziert sich auf FA und Variablenauswertung.

- Interpretation von Termen und Funktionsausdrücken
  - Nicht-logische Konstanten | α: $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = V(\alpha)$
  - Variablen | α: $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = V(\alpha)$

Systematische Interpretation zur systematischen Syntax

Zusammenfassung | Die Semantik reduziert sich auf FA und Variablenauswertung.

- Interpretation von Termen und Funktionsausdrücken
  - Nicht-logische Konstanten | α: $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = V(\alpha)$
  - Variablen | α: $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = V(\alpha)$
  - Wenn $\alpha \in \langle a, b\rangle$ und $\beta \in a$ dann $[\![\alpha(\beta)]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}([\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g})$

Systematische Interpretation zur systematischen Syntax

Zusammenfassung | Die Semantik reduziert sich auf FA und Variablenauswertung.

- Interpretation von Termen und Funktionsausdrücken
  - Nicht-logische Konstanten | α: $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = V(\alpha)$
  - Variablen | α: $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = V(\alpha)$
  - Wenn $\alpha \in \langle a, b \rangle$ und $\beta \in a$ dann $[\![\alpha(\beta)]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}([\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g})$
- Logische Konstanten (Typen $\langle t, t \rangle$ und $\langle t, \langle t, t \rangle \rangle$) denotieren Funktionen in $\{0, 1\}$.

Systematische Interpretation zur systematischen Syntax

Zusammenfassung | Die Semantik reduziert sich auf FA und Variablenauswertung.

- Interpretation von Termen und Funktionsausdrücken
  - Nicht-logische Konstanten | α: $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = V(\alpha)$
  - Variablen | α: $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = V(\alpha)$
  - Wenn $\alpha \in \langle a, b\rangle$ und $\beta \in a$ dann $[\![\alpha(\beta)]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}([\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g})$
- Logische Konstanten (Typen $\langle t, t\rangle$ und $\langle t, \langle t, t\rangle\rangle$) denotieren Funktionen in $\{0, 1\}$.
- Quantoren

Systematische Interpretation zur systematischen Syntax

Zusammenfassung | Die Semantik reduziert sich auf FA und Variablenauswertung.

- Interpretation von Termen und Funktionsausdrücken
  - Nicht-logische Konstanten | α: $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = V(\alpha)$
  - Variablen | α: $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = V(\alpha)$
  - Wenn $\alpha \in \langle a, b\rangle$ und $\beta \in a$ dann $[\![\alpha(\beta)]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}([\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g})$
- Logische Konstanten (Typen $\langle t, t\rangle$ und $\langle t, \langle t, t\rangle\rangle$) denotieren Funktionen in $\{0, 1\}$.
- Quantoren
  - Für Variable $v_{1_{\langle\alpha\rangle}}$ und Wff $\phi \in ME_t$ ist $[\![(\forall v_1)\phi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ gdw

Systematische Interpretation zur systematischen Syntax

Zusammenfassung | Die Semantik reduziert sich auf FA und Variablenauswertung.

- Interpretation von Termen und Funktionsausdrücken
  - Nicht-logische Konstanten | α: $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = V(\alpha)$
  - Variablen | α: $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = V(\alpha)$
  - Wenn $\alpha \in \langle a, b\rangle$ und $\beta \in a$ dann $[\![\alpha(\beta)]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}([\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g})$
- Logische Konstanten (Typen $\langle t, t\rangle$ und $\langle t, \langle t, t\rangle\rangle$) denotieren Funktionen in $\{0, 1\}$.
- Quantoren
  - Für Variable $v_{1_{\langle\alpha\rangle}}$ und Wff $\phi \in ME_t$ ist $[\![(\forall v_1)\phi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ gdw für alle $a \in D_\alpha$ $[\![\phi]\!]^{\mathcal{M},g[a/v_1]} = 1$

Systematische Interpretation zur systematischen Syntax

Zusammenfassung | Die Semantik reduziert sich auf FA und Variablenauswertung.

- Interpretation von Termen und Funktionsausdrücken
  - Nicht-logische Konstanten | α: $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = V(\alpha)$
  - Variablen | α: $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = V(\alpha)$
  - Wenn $\alpha \in \langle a, b\rangle$ und $\beta \in a$ dann $[\![\alpha(\beta)]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}([\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g})$
- Logische Konstanten (Typen $\langle t, t\rangle$ und $\langle t, \langle t, t\rangle\rangle$) denotieren Funktionen in $\{0, 1\}$.
- Quantoren
  - Für Variable $v_{1_{\langle\alpha\rangle}}$ und Wff $\phi \in ME_t$ ist $[\![(\forall v_1)\phi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ gdw für alle $a \in D_\alpha$ $[\![\phi]\!]^{\mathcal{M},g[a/v_1]} = 1$
  - Für Variable $v_{1_{\langle\alpha\rangle}}$ und Wff $\phi \in ME_t$ ist $[\![(\exists v_1)\phi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ gdw

Systematische Interpretation zur systematischen Syntax

Zusammenfassung | Die Semantik reduziert sich auf FA und Variablenauswertung.

- Interpretation von Termen und Funktionsausdrücken
  - Nicht-logische Konstanten | α: $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = V(\alpha)$
  - Variablen | α: $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = V(\alpha)$
  - Wenn $\alpha \in \langle a, b\rangle$ und $\beta \in a$ dann $[\![\alpha(\beta)]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}([\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g})$
- Logische Konstanten (Typen $\langle t, t\rangle$ und $\langle t, \langle t, t\rangle\rangle$) denotieren Funktionen in $\{0, 1\}$.
- Quantoren
  - Für Variable $v_{1_{\langle\alpha\rangle}}$ und Wff $\phi \in ME_t$ ist $[\![(\forall v_1)\phi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ gdw für alle $a \in D_\alpha$ $[\![\phi]\!]^{\mathcal{M},g[a/v_1]} = 1$
  - Für Variable $v_{1_{\langle\alpha\rangle}}$ und Wff $\phi \in ME_t$ ist $[\![(\exists v_1)\phi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ gdw für mindestens ein $a \in D_\alpha$ $[\![\phi]\!]^{\mathcal{M},g[a/v_1]} = 1$

Beispiel | Quantifikation über Prädikate

Beispiel | Quantifikation über Prädikate

$$\forall v_{0_{\langle e,t \rangle}} \left[v_{0_{\langle e,t \rangle}}(j) \rightarrow v_{0_{\langle e,t \rangle}}(d) \right]$$

Beispiel | Quantifikation über Prädikate

$$\forall v_{0_{\langle e,t\rangle}} \left[v_{0_{\langle e,t\rangle}}(j) \rightarrow v_{0_{\langle e,t\rangle}}(d) \right]$$

- Eine quantifizierbare Variable vom Typ $\langle e,t\rangle$ | $v_{0_{\langle e,t\rangle}}$

Beispiel | Quantifikation über Prädikate

$$\forall v_{0_{\langle e,t \rangle}} \left[v_{0_{\langle e,t \rangle}}(j) \rightarrow v_{0_{\langle e,t \rangle}}(d) \right]$$

- Eine quantifizierbare Variable vom Typ $\langle e, t \rangle$ | $v_{0_{\langle e,t \rangle}}$
- Zwei Individuenkonstanten | $j, d \in ME_{\langle e \rangle}$ z. B. John und Dorothy

$$\forall v_{0_{\langle e,t\rangle}} \left[v_{0_{\langle e,t\rangle}}(j) \rightarrow v_{0_{\langle e,t\rangle}}(d) \right]$$

- Eine quantifizierbare Variable vom Typ $\langle e, t\rangle$ | $v_{0_{\langle e,t\rangle}}$
- Zwei Individuenkonstanten | $j, d \in ME_{\langle e\rangle}$ z. B. John und Dorothy
- *Für alle einstelligen Prädikate gilt: Wenn j die vom Prädikat beschriebene Eigenschaft hat, hat d auch diese Eigenschaft.*

Beispiel | Quantifikation über Prädikate

$$\forall v_{0_{\langle e,t\rangle}} \left[v_{0_{\langle e,t\rangle}}(j) \rightarrow v_{0_{\langle e,t\rangle}}(d) \right]$$

- Eine quantifizierbare Variable vom Typ $\langle e,t\rangle$ | $v_{0_{\langle e,t\rangle}}$
- Zwei Individuenkonstanten | $j, d \in ME_{\langle e\rangle}$ z. B. John und Dorothy
- *Für alle einstelligen Prädikate gilt: Wenn j die vom Prädikat beschriebene Eigenschaft hat, hat d auch diese Eigenschaft.*
- Wann ist diese Wff wahr?

$$\forall v_{0_{\langle e,t \rangle}} \left[v_{0_{\langle e,t \rangle}}(j) \rightarrow v_{0_{\langle e,t \rangle}}(d) \right]$$

- Eine quantifizierbare Variable vom Typ $\langle e, t \rangle$ | $v_{0_{\langle e,t \rangle}}$
- Zwei Individuenkonstanten | $j, d \in ME_{\langle e \rangle}$ z. B. John und Dorothy
- *Für alle einstelligen Prädikate gilt: Wenn j die vom Prädikat beschriebene Eigenschaft hat, hat d auch diese Eigenschaft.*

- Wann ist diese Wff wahr?
  - Wenn *j* und *d* alle benennbaren Eigenschaften teilen?

$$\forall v_{0_{\langle e,t\rangle}} \left[v_{0_{\langle e,t\rangle}}(j) \rightarrow v_{0_{\langle e,t\rangle}}(d) \right]$$

- Eine quantifizierbare Variable vom Typ $\langle e, t\rangle$ | $v_{0_{\langle e,t\rangle}}$
- Zwei Individuenkonstanten | $j, d \in ME_{\langle e\rangle}$ z. B. John und Dorothy
- *Für alle einstelligen Prädikate gilt: Wenn j die vom Prädikat beschriebene Eigenschaft hat, hat d auch diese Eigenschaft.*

- Wann ist diese Wff wahr?
  - Wenn *j* und *d* alle benennbaren Eigenschaften teilen?
  - Eine Eigenschaft jedes Objekts |
    CF der Menge $\{x : x \textit{ is the sole member of this set}\}$ (*union set*)

Beispiel | Quantifikation über Prädikate

$$\forall v_{0_{\langle e,t \rangle}} \left[v_{0_{\langle e,t \rangle}}(j) \rightarrow v_{0_{\langle e,t \rangle}}(d) \right]$$

- Eine quantifizierbare Variable vom Typ $\langle e, t \rangle$ | $v_{0_{\langle e,t \rangle}}$
- Zwei Individuenkonstanten | $j, d \in ME_{\langle e \rangle}$ z. B. John und Dorothy
- *Für alle einstelligen Prädikate gilt: Wenn j die vom Prädikat beschriebene Eigenschaft hat, hat d auch diese Eigenschaft.*
- Wann ist diese Wff wahr?
  - Wenn *j* und *d* alle benennbaren Eigenschaften teilen?
  - Eine Eigenschaft jedes Objekts | CF der Menge $\{x : x \text{ is the sole member of this set}\}$ (*union set*)
  - Einzige Möglichkeit für Wahrheit der Wff also j=d

Beispiel | Wortbildung mit Präfix *non*

Beispiel | Wortbildung mit Präfix *non*

non in Sätzen wie *This function is non-continuous*.

Beispiel | Wortbildung mit Präfix *non*

non in Sätzen wie *This function is non-continuous*.

- Produktives Suffix im Englischen, wie *nicht-* im Deutschen

Beispiel | Wortbildung mit Präfix *non*

non in Sätzen wie *This function is non-continuous*.

- Produktives Suffix im Englischen, wie *nicht-* im Deutschen
- Bedeutungsbeitrag | Invertiert die CF eines Adjektivs

Beispiel | Wortbildung mit Präfix *non*

non in Sätzen wie *This function is non-continuous*.

- Produktives Suffix im Englischen, wie *nicht*- im Deutschen
- Bedeutungsbeitrag | Invertiert die CF eines Adjektivs
- Komplementbildung der Ursprungsmenge in $D_{\langle e,t \rangle}$

Beispiel | Wortbildung mit Präfix *non*

non in Sätzen wie *This function is non-continuous*.

- Produktives Suffix im Englischen, wie *nicht-* im Deutschen
- Bedeutungsbeitrag | Invertiert die CF eines Adjektivs
- Komplementbildung der Ursprungsmenge in $D_{\langle e,t\rangle}$
- Syntax und Semantik von *non*

Beispiel | Wortbildung mit Präfix *non*

non in Sätzen wie *This function is non-continuous*.

- Produktives Suffix im Englischen, wie *nicht-* im Deutschen
- Bedeutungsbeitrag | Invertiert die CF eines Adjektivs
- Komplementbildung der Ursprungsmenge in $D_{\langle e,t \rangle}$
- Syntax und Semantik von *non*
  - Adjektiv *continuous* | Typ $\langle e, t \rangle$

Beispiel | Wortbildung mit Präfix *non*

non in Sätzen wie *This function is non-continuous*.

- Produktives Suffix im Englischen, wie *nicht*- im Deutschen
- Bedeutungsbeitrag | Invertiert die CF eines Adjektivs
- Komplementbildung der Ursprungsmenge in $D_{\langle e,t \rangle}$

- Syntax und Semantik von *non*
  - Adjektiv *continuous* | Typ $\langle e, t \rangle$
  - Typ von *non* | In: Adjektiv / Out: Adjektiv | $\langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$

Beispiel | Wortbildung mit Präfix *non*

non in Sätzen wie *This function is non-continuous*.

- Produktives Suffix im Englischen, wie *nicht-* im Deutschen
- Bedeutungsbeitrag | Invertiert die CF eines Adjektivs
- Komplementbildung der Ursprungsmenge in $D_{\langle e,t\rangle}$

- Syntax und Semantik von *non*
  - Adjektiv *continuous* | Typ $\langle e,t\rangle$
  - Typ von *non* | In: Adjektiv / Out: Adjektiv | $\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$
  - $[\![non]\!]^{\mathcal{M},g} = h$ s. t. $h \in D_{\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle}$ and for every $k \in D_{\langle e,t\rangle}$ and every $d \in D_{\langle e\rangle}$ $(h(k))(d) = 1$ iff $k(d) = 0$ and $(h(k))(d) = 0$ iff $k(d) = 1$

Beispiel | Argumentunterdrückung

Beispiel | Argumentunterdrückung

Optionale Argumente wie in *I eat.* oder *Vanity kills.*

Beispiel | Argumentunterdrückung

Optionale Argumente wie in *I eat.* oder *Vanity kills.*

- Zweistellige Verben wie *eat* in $ME_{\langle e,\langle e,t\rangle\rangle}$

Beispiel | Argumentunterdrückung

Optionale Argumente wie in *I eat.* oder *Vanity kills.*

- Zweistellige Verben wie *eat* in $ME_{\langle e,\langle e,t\rangle\rangle}$
- Aus einem zweistelligen Verb ein einstelliges machen

Beispiel | Argumentunterdrückung

Optionale Argumente wie in *I eat.* oder *Vanity kills.*

- Zweistellige Verben wie *eat* in $ME_{\langle e,\langle e,t\rangle\rangle}$
- Aus einem zweistelligen Verb ein einstelliges machen
  - Phonologisch leere lexikalische Konstante | $R_O \in ME_{\langle\langle e,\langle e,t\rangle\rangle,\langle e,t\rangle\rangle}$
    Ähnlich wie lexikalische Regeln in HPSG

Beispiel | Argumentunterdrückung

Optionale Argumente wie in *I eat.* oder *Vanity kills.*

- Zweistellige Verben wie *eat* in $ME_{\langle e,\langle e,t\rangle\rangle}$
- Aus einem zweistelligen Verb ein einstelliges machen
  - Phonologisch leere lexikalische Konstante | $R_O \in ME_{\langle\langle e,\langle e,t\rangle\rangle,\langle e,t\rangle\rangle}$
    Ähnlich wie lexikalische Regeln in HPSG
  - Semantik | $[\![R_0]\!]^{\mathcal{M},g} = h$ s. t. $h \in D_{\langle\langle e,\langle e,t\rangle\rangle,\langle e,t\rangle\rangle}$ and for all $k \in D_{\langle e,\langle e,t\rangle\rangle}$ and all $d \in D_{\langle e\rangle}$
    $(h(k))(d) = 1$ iff there is some $d' \in D_{\langle e\rangle}$ s. t. $k(d')(d) = 1$

λ-Sprachen

Sie kennen bereits λ-Abstraktionen!

Sie kennen bereits λ-Abstraktionen!

Was bedeutet $f(x) = 3x^2 + 5x + 8$?

Sie kennen bereits λ-Abstraktionen!

Was bedeutet $f(x) = 3x^2 + 5x + 8$?

Sie kennen bereits λ-Abstraktionen!

Was bedeutet $f(x) = 3x^2 + 5x + 8$?

- $3x^2 + 5x + 8$ ist eine Wff mit einer ungebundenen Variable.

Sie kennen bereits λ-Abstraktionen!

Was bedeutet $f(x) = 3x^2 + 5x + 8$?

- $3x^2 + 5x + 8$ ist eine Wff mit einer ungebundenen Variable.
- Die Variable wird gebunden und die Wff wird damit zur Funktion
  x wird zur Eingabevariable und muss bei Anwendung durch Eingabewert ersetzt werden.

Sie kennen bereits λ-Abstraktionen!

Was bedeutet $f(x) = 3x^2 + 5x + 8$?

- $3x^2 + 5x + 8$ ist eine Wff mit einer ungebundenen Variable.
- Die Variable wird gebunden und die Wff wird damit zur Funktion

  x wird zur Eingabevariable und muss bei Anwendung durch Eingabewert ersetzt werden.
- Außerdem wird die Funktion f genannt.

Sie kennen bereits λ-Abstraktionen!

Was bedeutet $f(x) = 3x^2 + 5x + 8$?

- $3x^2 + 5x + 8$ ist eine Wff mit einer ungebundenen Variable.
- Die Variable wird gebunden und die Wff wird damit zur Funktion
  x wird zur Eingabevariable und muss bei Anwendung durch Eingabewert ersetzt werden.
- Außerdem wird die Funktion f genannt.

In λ-Notation: $f \stackrel{def}{=} \lambda x \left[3x^2 + 5x + 8\right]$

Nur ein neuer Variablenbinder

Nur ein neuer Variablenbinder

Mit λ bildet man ad hoc anonyme Funktionen.

Nur ein neuer Variablenbinder

Mit λ bildet man ad hoc anonyme Funktionen.

- Abstraktion über Wffs beliebiger Komplexität

Nur ein neuer Variablenbinder

Mit λ bildet man ad hoc anonyme Funktionen.

- Abstraktion über Wffs beliebiger Komplexität
- λ-Bindung der Variable | Gebundene Variable als Eingabevariable der Funktion

Nur ein neuer Variablenbinder

Mit λ bildet man ad hoc anonyme Funktionen.

- Abstraktion über Wffs beliebiger Komplexität
- λ-Bindung der Variable | Gebundene Variable als Eingabevariable der Funktion
- Sehr ähnlich wie Listendefinition

Nur ein neuer Variablenbinder

Mit λ bildet man ad hoc anonyme Funktionen.

- Abstraktion über Wffs beliebiger Komplexität
- λ-Bindung der Variable | Gebundene Variable als Eingabevariable der Funktion
- Sehr ähnlich wie Listendefinition
  - Menge | $\{x : x \textit{ mod } 2 = 0\}$ | allgemein $\{x : \phi\}$

Nur ein neuer Variablenbinder

Mit λ bildet man ad hoc anonyme Funktionen.

- Abstraktion über Wffs beliebiger Komplexität
- λ-Bindung der Variable | Gebundene Variable als Eingabevariable der Funktion
- Sehr ähnlich wie Listendefinition
  - Menge | $\{x : x \; mod \; 2 = 0\}$ | allgemein $\{x : \phi\}$
  - CF dieser Menge | $\lambda x \, [x \; mod \; 2 = 0]$ | allgemein $\lambda x \, [\phi]$

Formale Erweiterung von L_{Type}

Formale Erweiterung von L_{Type}

Nur wenige Erweiterungen in L_{Type}

Formale Erweiterung von L_{Type}

Nur wenige Erweiterungen in L_{Type}

- Für jede Wff ϕ mit $Ty(\phi) = \langle t \rangle$ und jede $x \in Var$ und jede $a \in Con$

Formale Erweiterung von L_{Type}

Nur wenige Erweiterungen in L_{Type}

- Für jede Wff ϕ mit $Ty(\phi) = \langle t \rangle$ und jede $x \in Var$ und jede $a \in Con$
  - Abstraktion | $\phi \implies \lambda x \left[\phi^{[a/x]}\right]$
    Definition $\phi^{[a/x]}$ | Wff ϕ in der alle a durch x getauscht wurden

Formale Erweiterung von L_{Type}

Nur wenige Erweiterungen in L_{Type}

- Für jede Wff ϕ mit $Ty(\phi) = \langle t \rangle$ und jede $x \in Var$ und jede $a \in Con$
  - Abstraktion | $\phi \implies \lambda x \left[\phi^{[a/x]}\right]$
    Definition $\phi^{[a/x]}$ | Wff ϕ in der alle a durch x getauscht wurden
  - Anwendung der Funktion (λ-Konversion) | $\lambda x \left[\phi^{[a/x]}\right](a) = \phi$

Formale Erweiterung von L_{Type}

Nur wenige Erweiterungen in L_{Type}

- Für jede Wff ϕ mit $Ty(\phi) = \langle t \rangle$ und jede $x \in Var$ und jede $a \in Con$
  - Abstraktion | $\phi \implies \lambda x \left[\phi^{[a/x]}\right]$
    Definition $\phi^{[a/x]}$ | Wff ϕ in der alle a durch x getauscht wurden
  - Anwendung der Funktion (λ-Konversion) | $\lambda x \left[\phi^{[a/x]}\right](a) = \phi$

- Es gilt $\lambda x \left[\phi^{a/x}\right](a) \equiv \phi$ für jede Wff ϕ, jede $a \in Con$ und jede $x \in Var$

Formale Erweiterung von L_{Type}

Nur wenige Erweiterungen in L_{Type}

- Für jede Wff ϕ mit $Ty(\phi) = \langle t \rangle$ und jede $x \in Var$ und jede $a \in Con$
  - Abstraktion | $\phi \implies \lambda x \left[\phi^{[a/x]}\right]$
    Definition $\phi^{[a/x]}$ | Wff ϕ in der alle a durch x getauscht wurden
  - Anwendung der Funktion (λ-Konversion) | $\lambda x \left[\phi^{[a/x]}\right](a) = \phi$

- Es gilt $\lambda x \left[\phi^{a/x}\right](a) \equiv \phi$ für jede Wff ϕ, jede $a \in Con$ und jede $x \in Var$
- x kann von einem beliebigen Typ σ sein.

Nur wenige Erweiterungen in L_{Type}

- Für jede Wff ϕ mit $Ty(\phi) = \langle t \rangle$ und jede $x \in Var$ und jede $a \in Con$
  - Abstraktion | $\phi \implies \lambda x \left[\phi^{[a/x]}\right]$
    Definition $\phi^{[a/x]}$ | Wff ϕ in der alle a durch x getauscht wurden
  - Anwendung der Funktion (λ-Konversion) | $\lambda x \left[\phi^{[a/x]}\right](a) = \phi$

- Es gilt $\lambda x \left[\phi^{a/x}\right](a) \equiv \phi$ für jede Wff ϕ, jede $a \in Con$ und jede $x \in Var$
- x kann von einem beliebigen Typ σ sein.
- Es gilt für $\lambda x [\phi]$ mit $x \in ME_{\langle \sigma \rangle}$ stets $\phi \in ME_{\langle t \rangle}$ sowie $\lambda x [\phi] \in ME_{\langle \sigma, t \rangle}$

Zwei Beispiele

Zwei Beispiele

Abstraktion über Individuenvariable und Prädikatsvariable

Zwei Beispiele

Abstraktion über Individuenvariable und Prädikatsvariable

- Individuenvariable $x_{\langle e \rangle}$ alternativ $v_{1_{\langle e \rangle}}$

Zwei Beispiele

Abstraktion über Individuenvariable und Prädikatsvariable

- Individuenvariable $x_{\langle e \rangle}$ alternativ $v_{1_{\langle e \rangle}}$
  - $\lambda x_{\langle e \rangle}\ [L(x)]$

Zwei Beispiele

Abstraktion über Individuenvariable und Prädikatsvariable

- Individuenvariable $x_{\langle e \rangle}$ alternativ $v_{1_{\langle e \rangle}}$
  - $\lambda x_{\langle e \rangle}\ [L(x)]$
  - Mit L z. B. für *laughs*

Zwei Beispiele

Abstraktion über Individuenvariable und Prädikatsvariable

- Individuenvariable $x_{\langle e \rangle}$ alternativ $v_{1_{\langle e \rangle}}$
  - $\lambda x_{\langle e \rangle}\ [L(x)]$
  - Mit L z. B. für *laughs*
  - Die CF der Menge von Individuen $d \in D_{\langle e \rangle}$ mit Eigenschaft L (alle Lachenden)

Zwei Beispiele

Abstraktion über Individuenvariable und Prädikatsvariable

- Individuenvariable $x_{\langle e \rangle}$ alternativ $v_{1_{\langle e \rangle}}$
  - $\lambda x_{\langle e \rangle}\ [L(x)]$
  - Mit L z. B. für *laughs*
  - Die CF der Menge von Individuen $d \in D_{\langle e \rangle}$ mit Eigenschaft L (alle Lachenden)
  - Mengendefinition dazu $\{x : L(x)\}$

Zwei Beispiele

Abstraktion über Individuenvariable und Prädikatsvariable

- Individuenvariable $x_{\langle e \rangle}$ alternativ $v_{1_{\langle e \rangle}}$
  - $\lambda x_{\langle e \rangle} \, [L(x)]$
  - Mit L z. B. für *laughs*
  - Die CF der Menge von Individuen $d \in D_{\langle e \rangle}$ mit Eigenschaft L (alle Lachenden)
  - Mengendefinition dazu $\{x : L(x)\}$
- Prädikatsvariable $P_{\langle e,t \rangle}$ alternativ $v_{1_{\langle e,t \rangle}}$

Zwei Beispiele

Abstraktion über Individuenvariable und Prädikatsvariable

- Individuenvariable $x_{\langle e \rangle}$ alternativ $v_{1_{\langle e \rangle}}$
  - $\lambda x_{\langle e \rangle}\ [L(x)]$
  - Mit L z. B. für *laughs*
  - Die CF der Menge von Individuen $d \in D_{\langle e \rangle}$ mit Eigenschaft L (alle Lachenden)
  - Mengendefinition dazu $\{x : L(x)\}$
- Prädikatsvariable $P_{\langle e,t \rangle}$ alternativ $v_{1_{\langle e,t \rangle}}$
  - $\lambda P_{\langle e,t \rangle}\ [P(l)]$

Zwei Beispiele

Abstraktion über Individuenvariable und Prädikatsvariable

- Individuenvariable $x_{\langle e \rangle}$ alternativ $v_{1_{\langle e \rangle}}$
  - $\lambda x_{\langle e \rangle}\, [L(x)]$
  - Mit L z. B. für *laughs*
  - Die CF der Menge von Individuen $d \in D_{\langle e \rangle}$ mit Eigenschaft L (alle Lachenden)
  - Mengendefinition dazu $\{x : L(x)\}$
- Prädikatsvariable $P_{\langle e,t \rangle}$ alternativ $v_{1_{\langle e,t \rangle}}$
  - $\lambda P_{\langle e,t \rangle}\, [P(l)]$
  - Mit l z. B. für *Horst Lichter*

Zwei Beispiele

Abstraktion über Individuenvariable und Prädikatsvariable

- Individuenvariable $x_{\langle e \rangle}$ alternativ $v_{1_{\langle e \rangle}}$
  - $\lambda x_{\langle e \rangle} \, [L(x)]$
  - Mit L z. B. für *laughs*
  - Die CF der Menge von Individuen $d \in D_{\langle e \rangle}$ mit Eigenschaft L (alle Lachenden)
  - Mengendefinition dazu $\{x : L(x)\}$
- Prädikatsvariable $P_{\langle e,t \rangle}$ alternativ $v_{1_{\langle e,t \rangle}}$
  - $\lambda P_{\langle e,t \rangle} \, [P(l)]$
  - Mit l z. B. für *Horst Lichter*
  - Die CF aller Eigenschaften $k \in D_{\langle e,t \rangle}$ von l (alle Eigenschaften Horst Lichters)

Zwei Beispiele

Abstraktion über Individuenvariable und Prädikatsvariable

- Individuenvariable $x_{\langle e \rangle}$ alternativ $v_{1_{\langle e \rangle}}$
  - $\lambda x_{\langle e \rangle}\ [L(x)]$
  - Mit L z. B. für *laughs*
  - Die CF der Menge von Individuen $d \in D_{\langle e \rangle}$ mit Eigenschaft L (alle Lachenden)
  - Mengendefinition dazu $\{x : L(x)\}$
- Prädikatsvariable $P_{\langle e,t \rangle}$ alternativ $v_{1_{\langle e,t \rangle}}$
  - $\lambda P_{\langle e,t \rangle}\ [P(l)]$
  - Mit l z. B. für *Horst Lichter*
  - Die CF aller Eigenschaften $k \in D_{\langle e,t \rangle}$ von l (alle Eigenschaften Horst Lichters)
  - Mengendefinition dazu $\{P : P(l)\}$

Als wäre das jetzt nicht schon klar ...

Als wäre das jetzt nicht schon klar …

Die vollen Regeln aus Dowty u. a. (1981: 102) (Syn C.10 and Sem 10)

Als wäre das jetzt nicht schon klar ...

Die vollen Regeln aus Dowty u. a. (1981: 102) (Syn C.10 and Sem 10)

- If $\alpha \in ME_\alpha$ and $u \in Var_b$, then $\lambda u\,[\alpha] \in ME_{\langle b,a \rangle}$.

Als wäre das jetzt nicht schon klar …

Die vollen Regeln aus Dowty u. a. (1981: 102) (Syn C.10 and Sem 10)

- If $\alpha \in ME_\alpha$ and $u \in Var_b$, then $\lambda u\,[\alpha] \in ME_{\langle b,a \rangle}$.
- If $\alpha \in ME_a$ and $u \in Var_b$ then $[\![\lambda u\,[\alpha]\,]\!]^{\mathcal{M},g}$ is that function h from D_b into D_a ($h \in D_a^{D_b}$) s. t. for all objects k in D_b, $h(k)$ is equal to $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g[k/u]}$.

Konversionen

Konversionen

Konversionen/Reduktionen | Arten, λ-Ausdrücke umzuschreiben

Konversionen

Konversionen/Reduktionen | Arten, λ-Ausdrücke umzuschreiben

- α-Konversion | Umbenennung von Variablen

Konversionen

Konversionen/Reduktionen | Arten, λ-Ausdrücke umzuschreiben

- α-Konversion | Umbenennung von Variablen
  - $\lambda x\,[\phi] \overset{\alpha}{\equiv} \lambda y\,\left[\phi^{[x/y]}\right]$ gdw y in ϕ nicht vorkommt

Konversionen

Konversionen/Reduktionen | Arten, λ-Ausdrücke umzuschreiben

- α-Konversion | Umbenennung von Variablen
  - $\lambda x\,[\phi] \stackrel{\alpha}{\equiv} \lambda y\,\left[\phi^{[x/y]}\right]$ gdw y in ϕ nicht vorkommt
- β-Reduktion | Funktionsapplikation

Konversionen

Konversionen/Reduktionen | Arten, λ-Ausdrücke umzuschreiben

- α-Konversion | Umbenennung von Variablen
  - $\lambda x\,[\phi] \stackrel{\alpha}{\equiv} \lambda y\,\left[\phi^{[x/y]}\right]$ gdw y in ϕ nicht vorkommt
- β-Reduktion | Funktionsapplikation
  - $\lambda x\,[\phi]\,(a) \stackrel{\beta}{\equiv} \phi^{[x/a]}$

Konversionen

Konversionen/Reduktionen | Arten, λ-Ausdrücke umzuschreiben

- α-Konversion | Umbenennung von Variablen
  - $\lambda x\,[\phi] \overset{\alpha}{\equiv} \lambda y\,\left[\phi^{[x/y]}\right]$ gdw y in ϕ nicht vorkommt
- β-Reduktion | Funktionsapplikation
  - $\lambda x\,[\phi]\,(a) \overset{\beta}{\equiv} \phi^{[x/a]}$
  - Ausdrucke mit nicht realisierten, aber möglichen β-Reduktionen: β-Redex

Konversionen

Konversionen/Reduktionen | Arten, λ-Ausdrücke umzuschreiben

- α-Konversion | Umbenennung von Variablen
  - $\lambda x\,[\phi] \stackrel{\alpha}{\equiv} \lambda y\,\left[\phi^{[x/y]}\right]$ gdw y in ϕ nicht vorkommt
- β-Reduktion | Funktionsapplikation
  - $\lambda x\,[\phi]\,(a) \stackrel{\beta}{\equiv} \phi^{[x/a]}$
  - Ausdrucke mit nicht realisierten, aber möglichen β-Reduktionen: β-Redex
- η-Reduktion | Entfernen von leeren Abstraktionen

Konversionen

Konversionen/Reduktionen | Arten, λ-Ausdrücke umzuschreiben

- α-Konversion | Umbenennung von Variablen
  - $\lambda x\,[\phi] \overset{\alpha}{\equiv} \lambda y\,\left[\phi^{[x/y]}\right]$ gdw y in ϕ nicht vorkommt
- β-Reduktion | Funktionsapplikation
  - $\lambda x\,[\phi]\,(a) \overset{\beta}{\equiv} \phi^{[x/a]}$
  - Ausdrucke mit nicht realisierten, aber möglichen β-Reduktionen: β-Redex
- η-Reduktion | Entfernen von leeren Abstraktionen
  - $\lambda x\,[F(x)] \overset{\eta}{\equiv} F$ gdw $Ty(F) = Ty(\lambda x\,[F(x)])$ (und x nicht frei in F ist)

Konversionen/Reduktionen | Arten, λ-Ausdrücke umzuschreiben

- α-Konversion | Umbenennung von Variablen
  - $\lambda x\,[\phi] \stackrel{\alpha}{\equiv} \lambda y\,\left[\phi^{[x/y]}\right]$ gdw y in ϕ nicht vorkommt
- β-Reduktion | Funktionsapplikation
  - $\lambda x\,[\phi]\,(a) \stackrel{\beta}{\equiv} \phi^{[x/a]}$
  - Ausdrucke mit nicht realisierten, aber möglichen β-Reduktionen: β-Redex
- η-Reduktion | Entfernen von leeren Abstraktionen
  - $\lambda x\,[F(x)] \stackrel{\eta}{\equiv} F$ gdw $Ty(F) = Ty(\lambda x\,[F(x)])$ (und x nicht frei in F ist)
  - Ausdruck mit nicht realisierten, aber möglichen η-Reduktionen: η-Redex

Konversionen

Konversionen/Reduktionen | Arten, λ-Ausdrücke umzuschreiben

- α-Konversion | Umbenennung von Variablen
  - $\lambda x\,[\phi] \stackrel{\alpha}{\equiv} \lambda y\,[\phi^{[x/y]}]$ gdw y in ϕ nicht vorkommt
- β-Reduktion | Funktionsapplikation
  - $\lambda x\,[\phi]\,(a) \stackrel{\beta}{\equiv} \phi^{[x/a]}$
  - Ausdrucke mit nicht realisierten, aber möglichen β-Reduktionen: β-Redex
- η-Reduktion | Entfernen von leeren Abstraktionen
  - $\lambda x\,[F(x)] \stackrel{\eta}{\equiv} F$ gdw $Ty(F) = Ty(\lambda x\,[F(x)])$ (und x nicht frei in F ist)
  - Ausdruck mit nicht realisierten, aber möglichen η-Reduktionen: η-Redex
  - Mäßige Semantiker | η-Redex-Fetisch mit $\lambda x \lambda y \lambda z\,[gibt'(x, y, z)]$ usw.

The *non* example revised (Dowty u. a. 1981: 104)

The *non* example revised (Dowty u. a. 1981: 104)

Das können Sie jetzt nachvollziehen!

The *non* example revised (Dowty u. a. 1981: 104)

Das können Sie jetzt nachvollziehen!

- $\forall x \forall v_{0\langle e,t\rangle} \left[(\mathbf{non}(v_{0_{\langle e,t\rangle}}))(x) \leftrightarrow \neg(v_{0_{\langle e,t\rangle}}(x)) \right]$

The *non* example revised (Dowty u. a. 1981: 104)

Das können Sie jetzt nachvollziehen!

- $\forall x \forall v_{0\langle e,t\rangle} \left[(\mathbf{non}(v_{0_{\langle e,t\rangle}}))(x) \leftrightarrow \neg(v_{0_{\langle e,t\rangle}}(x)) \right]$
- $\forall v_{0_{\langle e,t\rangle}} \left[\lambda x \left[(\mathbf{non}(v_{0_{\langle e,t\rangle}}))(x) \right] = \lambda x \left[\neg(v_{0_{\langle e,t\rangle}}(x)) \right] \right]$

Das können Sie jetzt nachvollziehen!

- $\forall x \forall v_{0_{\langle e,t\rangle}} \left[(\mathbf{non}(v_{0_{\langle e,t\rangle}}))(x) \leftrightarrow \neg(v_{0_{\langle e,t\rangle}}(x))\right]$
- $\forall v_{0_{\langle e,t\rangle}} \left[\lambda x \left[(\mathbf{non}(v_{0_{\langle e,t\rangle}}))(x)\right] = \lambda x \left[\neg(v_{0_{\langle e,t\rangle}}(x))\right]\right]$
- $\lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}} \left[\mathbf{non}(v_{0_{\langle e,t\rangle}}) = \lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}} \left[\lambda x \left[\neg(v_{0_{\langle e,t\rangle}}(x))\right]\right]\right]$

The *non* example revised (Dowty u. a. 1981: 104)

Das können Sie jetzt nachvollziehen!

- $\forall x \forall v_{0\langle e,t\rangle} \left[(\mathbf{non}(v_{0_{\langle e,t\rangle}}))(x) \leftrightarrow \neg(v_{0_{\langle e,t\rangle}}(x)) \right]$
- $\forall v_{0_{\langle e,t\rangle}} \left[\lambda x \left[(\mathbf{non}(v_{0_{\langle e,t\rangle}}))(x) \right] = \lambda x \left[\neg(v_{0_{\langle e,t\rangle}}(x)) \right] \right]$
- $\lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}} \left[\mathbf{non}(v_{0_{\langle e,t\rangle}}) = \lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}} \left[\lambda x \left[\neg(v_{0_{\langle e,t\rangle}}(x)) \right] \right] \right]$
- $\mathbf{non} = \lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}} \left[\lambda x \left[\neg v_{0_{\langle e,t\rangle}}(x) \right] \right]$

Example with *non*

Example with *non*

Mary is non-belligerent.

Translate 'belligerent' as $c_{0_{\langle e,t\rangle}}$, 'Mary' as $c_{0_{\langle e\rangle}}$, ignore the copula.

Mary is non-belligerent.

Translate 'belligerent' as $c_{0_{\langle e,t\rangle}}$, 'Mary' as $c_{0_{\langle e\rangle}}$, ignore the copula.

$$\neg c_{0_{\langle e,t\rangle}}(c_{0_{\langle e\rangle}}) \text{ (by } \lambda \text{ conv.)}$$

$$\lambda v_{0_{\langle e\rangle}}\left[\neg c_{0_{\langle e,t\rangle}}(v_{0_{\langle e\rangle}})\right](c_{0_{\langle e\rangle}}) \text{ (by FA)}$$

$$c_{0_{\langle e\rangle}} \qquad \lambda v_{0_{\langle e\rangle}}\left[\neg c_{0_{\langle e,t\rangle}}(v_{0_{\langle e\rangle}})\right] \text{ (by } \lambda \text{ conv.)}$$

$$\lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}}\left[\lambda v_{0_{\langle e\rangle}}\left[\neg v_{0_{\langle e,t\rangle}}(v_{0_{\langle e\rangle}})\right]\right](c_{0_{\langle e,t\rangle}}) \text{ (by FA)}$$

$$\lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}}\left[\lambda v_{0_{\langle e\rangle}}\left[\neg v_{0_{\langle e,t\rangle}}(v_{0_{\langle e\rangle}})\right]\right] \qquad c_{0_{\langle e,t\rangle}}$$

Ausblick auf Quantifikation bei Montague

Quantifizierte NPs bei Montague

Quantifizierte NPs bei Montague

Können referentielle und quantifizierte NPs denselben Typ haben?

Quantifizierte NPs bei Montague

Können referentielle und quantifizierte NPs denselben Typ haben?

- Quantoren-NP-Syntax | Wie die referentieller NPs

Quantifizierte NPs bei Montague

Können referentielle und quantifizierte NPs denselben Typ haben?

- Quantoren-NP-Syntax | Wie die referentieller NPs
- Quantoren-NP-Semantik | Wie die von prädikatenlogischen Quantoren

Quantifizierte NPs bei Montague

Können referentielle und quantifizierte NPs denselben Typ haben?

- Quantoren-NP-Syntax | Wie die referentieller NPs
- Quantoren-NP-Semantik | Wie die von prädikatenlogischen Quantoren
- Erstmal nicht aufregend bzw. erwartbar in L_{Type}

Quantifizierte NPs bei Montague

Können referentielle und quantifizierte NPs denselben Typ haben?

- Quantoren-NP-Syntax | Wie die referentieller NPs
- Quantoren-NP-Semantik | Wie die von prädikatenlogischen Quantoren
- Erstmal nicht aufregend bzw. erwartbar in L_{Type}
  - *Every student walks.*: $\forall v_{0_{\langle e \rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \rightarrow c_{1_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \right]$

Quantifizierte NPs bei Montague

Können referentielle und quantifizierte NPs denselben Typ haben?

- Quantoren-NP-Syntax | Wie die referentieller NPs
- Quantoren-NP-Semantik | Wie die von prädikatenlogischen Quantoren

- Erstmal nicht aufregend bzw. erwartbar in L_{Type}
  - *Every student walks.*: $\forall v_{0_{\langle e \rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \rightarrow c_{1_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \right]$
  - *Some student walks.*: $\forall v_{0_{\langle e \rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \wedge c_{1_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \right]$

Ein höherer Typ

Ein höherer Typ

Die Macht höherstufiger λ-Sprachen

Ein höherer Typ

Die Macht höherstufiger λ-Sprachen

- Versuchen Sie, diese Ausdrücke zu verstehen

Ein höherer Typ

Die Macht höherstufiger λ-Sprachen

- Versuchen Sie, diese Ausdrücke zu verstehen
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}} \forall v_{0_{\langle e\rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t\rangle}}(v_{0_{\langle e\rangle}}) \rightarrow v_{0_{\langle e,t\rangle}}(v_{0_{\langle e\rangle}})\right]$

Ein höherer Typ

Die Macht höherstufiger λ-Sprachen

- Versuchen Sie, diese Ausdrücke zu verstehen
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t \rangle}} \forall v_{0_{\langle e \rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \rightarrow v_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \right]$
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t \rangle}} \exists v_{0_{\langle e \rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \wedge v_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \right]$

Ein höherer Typ

Die Macht höherstufiger λ-Sprachen

- Versuchen Sie, diese Ausdrücke zu verstehen
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t \rangle}} \forall v_{0_{\langle e \rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \rightarrow v_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \right]$
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t \rangle}} \exists v_{0_{\langle e \rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \wedge v_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \right]$
- Denken Sie daran:

Ein höherer Typ

Die Macht höherstufiger λ-Sprachen

- Versuchen Sie, diese Ausdrücke zu verstehen
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}} \forall v_{0_{\langle e\rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t\rangle}}(v_{0_{\langle e\rangle}}) \rightarrow v_{0_{\langle e,t\rangle}}(v_{0_{\langle e\rangle}})\right]$
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}} \exists v_{0_{\langle e\rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t\rangle}}(v_{0_{\langle e\rangle}}) \wedge v_{0_{\langle e,t\rangle}}(v_{0_{\langle e\rangle}})\right]$
- Denken Sie daran:
  - $c_{0_{\langle e,t\rangle}}$ | Das Prädikat für *students*

Ein höherer Typ

Die Macht höherstufiger λ-Sprachen

- Versuchen Sie, diese Ausdrücke zu verstehen
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t \rangle}} \forall v_{0_{\langle e \rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \rightarrow v_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \right]$
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t \rangle}} \exists v_{0_{\langle e \rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \wedge v_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \right]$
- Denken Sie daran:
  - $c_{0_{\langle e,t \rangle}}$ | Das Prädikat für *students*
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t \rangle}}$ | Variable über einstellige Prädikate

Ein höherer Typ

Die Macht höherstufiger λ-Sprachen

- Versuchen Sie, diese Ausdrücke zu verstehen
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t \rangle}} \forall v_{0_{\langle e \rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \rightarrow v_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \right]$
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t \rangle}} \exists v_{0_{\langle e \rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \wedge v_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \right]$
- Denken Sie daran:
  - $c_{0_{\langle e,t \rangle}}$ | Das Prädikat für *students*
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t \rangle}}$ | Variable über einstellige Prädikate
  - $v_{0_{\langle e \rangle}}$ | Variable über Individuen

Ein höherer Typ

Die Macht höherstufiger λ-Sprachen

- Versuchen Sie, diese Ausdrücke zu verstehen
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}} \forall v_{0_{\langle e\rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t\rangle}}(v_{0_{\langle e\rangle}}) \rightarrow v_{0_{\langle e,t\rangle}}(v_{0_{\langle e\rangle}})\right]$
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}} \exists v_{0_{\langle e\rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t\rangle}}(v_{0_{\langle e\rangle}}) \wedge v_{0_{\langle e,t\rangle}}(v_{0_{\langle e\rangle}})\right]$
- Denken Sie daran:
  - $c_{0_{\langle e,t\rangle}}$ | Das Prädikat für *students*
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}}$ | Variable über einstellige Prädikate
  - $v_{0_{\langle e\rangle}}$ | Variable über Individuen
- Funktionen zweiter Ordnung (Prädikate als Eingabewerte)

Ein höherer Typ

Die Macht höherstufiger λ-Sprachen

- Versuchen Sie, diese Ausdrücke zu verstehen
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t \rangle}} \forall v_{0_{\langle e \rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t \rangle}} (v_{0_{\langle e \rangle}}) \rightarrow v_{0_{\langle e,t \rangle}} (v_{0_{\langle e \rangle}}) \right]$
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t \rangle}} \exists v_{0_{\langle e \rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t \rangle}} (v_{0_{\langle e \rangle}}) \wedge v_{0_{\langle e,t \rangle}} (v_{0_{\langle e \rangle}}) \right]$
- Denken Sie daran:
  - $c_{0_{\langle e,t \rangle}}$ | Das Prädikat für *students*
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t \rangle}}$ | Variable über einstellige Prädikate
  - $v_{0_{\langle e \rangle}}$ | Variable über Individuen

- Funktionen zweiter Ordnung (Prädikate als Eingabewerte)

Ein höherer Typ

Die Macht höherstufiger λ-Sprachen

- Versuchen Sie, diese Ausdrücke zu verstehen
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t \rangle}} \forall v_{0_{\langle e \rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t \rangle}} (v_{0_{\langle e \rangle}}) \rightarrow v_{0_{\langle e,t \rangle}} (v_{0_{\langle e \rangle}}) \right]$
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t \rangle}} \exists v_{0_{\langle e \rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t \rangle}} (v_{0_{\langle e \rangle}}) \wedge v_{0_{\langle e,t \rangle}} (v_{0_{\langle e \rangle}}) \right]$
- Denken Sie daran:
  - $c_{0_{\langle e,t \rangle}}$ | Das Prädikat für *students*
  - $\lambda v_{0_{\langle e,t \rangle}}$ | Variable über einstellige Prädikate
  - $v_{0_{\langle e \rangle}}$ | Variable über Individuen
- Funktionen zweiter Ordnung (Prädikate als Eingabewerte)
- CFs der Mengen von Prädikaten die auf alle/einige Studierende zutreffen

Kombination mit Prädikat

Kombination mit Prädikat

$$\exists v_{0_{\langle e \rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \wedge c_{1_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \right] \text{ (by } \lambda \text{ conv.)}$$

$$\lambda v_{0_{\langle e,t \rangle}} \exists v_{0_{\langle e \rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \wedge v_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \right] (c_{1_{\langle e,t \rangle}}) \text{ (by FA)}$$

$$\lambda v_{0_{\langle e,t \rangle}} \exists v_{0_{\langle e \rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \wedge v_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \right] \qquad c_{1_{\langle e,t \rangle}}$$

Aufgaben

Aufgaben I

Überlegen Sie, wie die Semantik folgender Sätze in einer λ-Sprache kompositional modelliert werden kann. Sie können ein vollständiges Fragment entwickeln, müssen es aber nicht. Übersetzen Sie gerne auch einfach einzelne relevante Ausdrücke „plausibel“ in Prädikatenlogik höherer Ordnung mit λ-Abstraktion. Die relevanten Konstituenten, bei denen Sie über die Vorteile einer λ-Sprache nachdenken sollten, sind jeweils farblich hervorgehoben.

1. *Martin und Maria laufen.*
2. *Maria schwimmt oder taucht.*
3. *Eine Linguistin schwimmt und läuft.*
4. *Martin macht irgendwas.*
5. *Das Buch brennt auf dem Tisch.*
6. *Das Buch liegt auf dem Tisch.*
7. *Herr Webelhuth legt das Buch auf oder neben den Tisch.*

Aufgaben II

Versuchen Sie, die Affixe bzw. den Kompositionsvorgang in folgenden Wortpaaren in einer λ-Prädikatenlogik höherer Ordnung zu modellieren. (Das gleiche wie auf der letzten Folie, nur für Wortbildung statt für Syntax.) Das ist längst nicht alles trivial, und einiges wird nicht funktionieren, je nachdem wie genau Sie es nehmen.

1. *Linguist – Linguistin*

   mit und ohne „generische" Form
2. *streichen – rotstreichen*

   Versuchen Sie, die temporalen/aspektuellen Besonderheiten irgendwie zu umschiffen.
3. *gehen – begehen*
4. *schreiben – verschreiben*
5. *lesen – Leser*
6. *Leser – Kartenleser*

Aufgaben III

Wie kann man Passiv in L_{Type} modellieren?

1. Modellieren Sie zunächst die Semantik des passivierten Verbs auf Basis einer Semantik des Aktivverbs.
2. Versuchen Sie, für das Deutsche ein minimales Fragment im Stil von L_{Type} zu bauen, das die folgenden beiden Sätze modelliert:
   - Maria grüßt Martin.
3. Geben Sie ein minimales Modell an, in dem beide Sätze wahr sind.
4. Geben Sie ein minimales Modell an, in dem nur der Aktivsatz, nicht aber der Passivsatz wahr ist.

Aufgaben III

Wie kann man Passiv in L_{Type} modellieren?

1. Modellieren Sie zunächst die Semantik des passivierten Verbs auf Basis einer Semantik des Aktivverbs.
2. Versuchen Sie, für das Deutsche ein minimales Fragment im Stil von L_{Type} zu bauen, das die folgenden beiden Sätze modelliert:
   - Maria grüßt Martin.
   - Martin wird gegrüßt.
3. Geben Sie ein minimales Modell an, in dem beide Sätze wahr sind.
4. Geben Sie ein minimales Modell an, in dem nur der Aktivsatz, nicht aber der Passivsatz wahr ist.

Literatur I

Chierchia, Gennaro & Sally McConnell-Ginet. 2000. *Meaning and grammar: An introduction to semantics.* 2. Aufl. Cambridge, MA: MIT Press.

Dowty, David R., Robert E. Wall & Stanley Peters. 1981. *Introduction to Montague semantics.* Dordrecht: Kluwer.

Autor

Kontakt

Prof. Dr. Roland Schäfer
Institut für Germanistische Sprachwissenschaft
Friedrich-Schiller-Universität Jena
Fürstengraben 30
07743 Jena

https://rolandschaefer.net
roland.schaefer@uni-jena.de

Lizenz

Creative Commons BY-SA-3.0-DE