Formale Semantik
06. Quantifikation und Modelltheorie

Roland Schäfer

Institut für Germanistische Sprachwissenschaft
Friedrich-Schiller-Universität Jena

Folien in Überarbeitung. Englische Teile (ab Woche 7) sind noch von 2007!
Stets aktuelle Fassungen: `https://github.com/rsling/VL-Semantik`

Inhalt

Von Prädikatenlogik zu natürlicher Sprache

Zur Erinnerung

Semantik von Fragment F1

- Namen referieren auf spezifische Individuen
- intransitive Verben referieren auf Mengen von Individuen
- mehrstellige Verben referieren auf Mengen von Tupeln von Individuen
- Sätze referieren auf Wahrheitswerte!

- F2 | Integration von Erkenntnissen aus Prädikatenlogik

Alles Wesentliche dieser Sitzung in Chierchia & McConnell-Ginet (2000: Kapitel 3)

Das Problem mit Pronomina

Wie situationsabhängige Namen

This is red.

- Pronomen *this* | syntaktisch eine NP
- … und referiert auf ein spezifisches Objekt (wie Namen)

  keine Quantifikation bzw. Mengenreferenz

- Aber nur in gegebener Situation interpretierbar

  Deixis, im Text auch Anaphorik

- Kein Äquivalent in klassischer Logik

Pronomina und Variablen

Ähnlichkeit von Variablen und Pronominalausdrücken

- Rumpf einer quantifizierten Wff | Wff $P(x)$ aus Wff $(\forall x)Px$
- Ungebundenes x in $P(x)$ ähnlich wie Pronominalbedeutung
  Externe Interpretationsvorschrift erforderlich
- Quantoren | Auswertungsalgorithmus
  Für alle möglichen belegungen von x, $P(x)$
- Pronomina | Kontextuelle Auswertung
  Belegung für x im gegebenen Kontext

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow const, var$ | Individuenausdrücke

$conn \rightarrow \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ | Funktoren

$neg \rightarrow \neg$ | Negation

$Q \rightarrow \exists, \forall$ | nur zwei Quantoren

$pred^1 \rightarrow P, Q$ | einstellige Prädikate

$pred^2 \rightarrow R$ | zweistellige Prädikate

$pred^3 \rightarrow S$ | dreistellige Prädikate

$const \rightarrow b, c$ | nur zwei Individenkonstanten

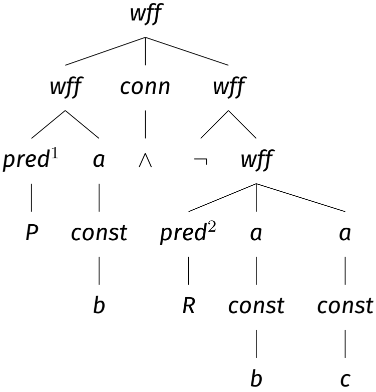
$var \rightarrow x_1, x_2, \cdots x_n$ | beliebig viele Variablen

- Die Formalisierung ist äquivalent zur mengenbasierten von letzter Woche!

Wir nehmen eine Prädikatsnotation ohne Klammern | Px statt $P(x)$ usw.

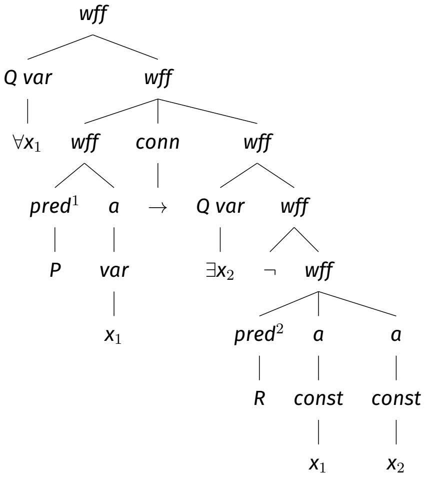
- $wff \rightarrow pred^1\ a_1 \ldots\ a_n$ | n-stellige Prädikate und ihre Argumente
- $wff \rightarrow neg\ wff$ | Applikation von Negation auf Wffs
- $wff \rightarrow wff\ conn\ wff$ | Applikation von anderen Funktoren auf Wffs
- $wff \rightarrow Q\ var\ wff$ | Quantifikation

Zum Beispiel: *Ben (b) paddelt (P) und (∧) Ben rudert (R) nicht (¬) mit Chris (c).*
In PL: $Pb \wedge \neg Rbc$



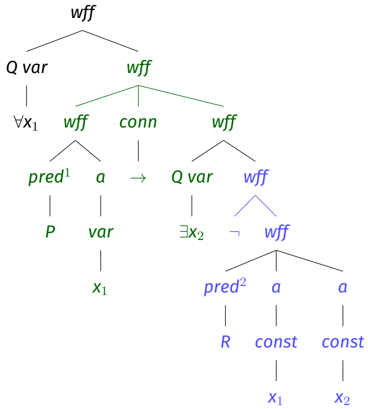
Eine Wff mit Quantoren

Zum Beispiel: *Als Paddler hat man immer jemanden, mit dem man nicht rudert.*
In PL: $\forall x_1[Px_1 \rightarrow \exists x_2 \neg Px_1x_2]$



Skopus und c-Kommando

Skopus in konfigurationaler Logik-Syntax: c-Kommando
Variablen als gebunden vom nächsten c-kommandierenden koindizierten Quantor



Skopus/c-Kommando-Domäne von $\exists x_2$ | Skopus/c-Kommando-Domäne von $\forall x_1$ (zgl. derer von $\exists x_2$)

Modelltheorie

Semantik für PL in Vorbereitung auf natürliche Sprache

Ziel (zur Erinnerung) | T-Sätze der Form *S aus L ist wahr in v gdw …*

- Modell $\mathcal{M}$ | zugängliches Diskursuniversum (bzw. dessen Beschreibung)
- Menge D_n | Zugängliche Individuen (*domain*) in $\mathcal{M}_n$
- Funktion V_n | Valuation – Zuweisung von
    - Namen zu Individuen in $\mathcal{M}_n$
    - Predikaten zu Tupeln von Individuen
- $\mathcal{M}_n = \langle D_n, V_n \rangle$
- Funktion g_n | Zuweisung von Variablen zu Individuen in $\mathcal{M}_n$
- Allgemeine Evaluation in $\mathcal{M}_n$ | $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M}_n, g_n}$
  Lies: *Die Extension von Ausdruck α relativ zu $\mathcal{M}_n$ und g_n*

Unterschied zwischen V_n und g_n

Feste und variable Denotation

- V_n evaluiert statisch im Modell.
  Wenn das Modell einmal feststeht, evaluiert V_n jede Konstante stets gleich.

- Variablen (gebunden durch Quantoren) werden volatil interpretiert.
- Iteration durch Universum D_n durch g_n
- Eine Modifikation der Belegung pro Iteration
  - Modifizierte *assignment function* $g_n[d_i/x_m]$
    Lies: *relativ zu* g_n*, wobei die Referenz von Variable* x_m *auf Individuum* d_i *gesetzt wird*

Evaluation von Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(P) = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Prädikat P (z. B. *ist ein physikalisches Objekt*) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 1$ weil keiner Belegung $[\![Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$

- Initiale Belegung $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = Herr\ Webelhuth$
  $$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_2 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$
  $[\![Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 1$
- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Klenk/x_1]} = Frau\ Klenk$
  $$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Frau\ Klenk \\ x_2 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$
  $[\![Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Klenk/x_1]} = 1$
- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/X_1]} = Turm - Mensa$
  $$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Turm - Mensa \\ x_2 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$
  $[\![Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Mensa/x_1]} = 1$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(Q) = \{\langle Webelhuth, Klenk\rangle, \langle Webelhuth, Mensa\rangle, \langle Klenk, Webelhuth\rangle\}$ | Prädikat Q (z. B. *x besucht y*) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 \exists x_2 Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$ weil nicht für jede Belegung von x_1 mindestens einmal 1

- Initiale Belegung $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = Frau\ Klenk$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Klenk/x_2]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_2]} = 1$
- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1]} = Turm - Mensa$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1, Klenk/x_2]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1, Webelhuth/x_2]} = 0$
    Abbruch!
- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_1]} = Herr\ Webelhuth$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_1]} = 1$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_1, Klenk/x_2]} = 1$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_1, Webelhuth/x_2]} = 0$

$$g_1 = \left[\begin{array}{l} x_1 \rightarrow Frau\ KlenkTurm - MensaHerr\ Webelhu \\ x_2 \rightarrow Turm - MensaFrau\ KlenkHerr\ Webelhu \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{array}\right.$$