

# Formale Semantik

## 03. Mengen und Funktionen

Roland Schäfer

Institut für Germanistische Sprachwissenschaft  
Friedrich-Schiller-Universität Jena

**Achtung: Folien in Überarbeitung. Englische Teile sind noch von 2007!**  
Stets aktuelle Fassungen: <https://github.com/rsling/VL-Semantik>

1 Mengen und Funktionen

2 Funktionen und Relationen

3 Mehr über Relationen und Mengen

# Mengen und Funktionen

# Was ist eine Menge?

# Was ist eine Menge?

Eine frei definierbare ungeordnete Sammlung von diskreten Objekten

# Was ist eine Menge?

Eine frei definierbare ungeordnete Sammlung von diskreten Objekten

- Zahlen

# Was ist eine Menge?

Eine frei definierbare ungeordnete Sammlung von diskreten Objekten

- Zahlen
- Menschen

# Was ist eine Menge?

Eine frei definierbare ungeordnete Sammlung von diskreten Objekten

- Zahlen
- Menschen
- Schuhe



# Was ist eine Menge?

Eine frei definierbare ungeordnete Sammlung von diskreten Objekten

- Zahlen
- Menschen
- Schuhe
- Wörter

# Was ist eine Menge?

Eine frei definierbare ungeordnete Sammlung von diskreten Objekten

- Zahlen
- Menschen
- Schuhe
- Wörter
- ...

# Was ist eine Menge?

Eine frei definierbare ungeordnete Sammlung von diskreten Objekten

- Zahlen
- Menschen
- Schuhe
- Wörter
- ...
- nicht unbedingt zweckgebunden

# Was ist eine Menge?

Eine frei definierbare ungeordnete Sammlung von diskreten Objekten

- Zahlen
- Menschen
- Schuhe
- Wörter
- ...
- nicht unbedingt zweckgebunden
- jedes Objekt maximal einmal in jeder Menge

# Was ist eine Menge?

Eine frei definierbare ungeordnete Sammlung von diskreten Objekten

- Zahlen
- Menschen
- Schuhe
- Wörter
- ...
- nicht unbedingt zweckgebunden
- jedes Objekt maximal einmal in jeder Menge

Das Wesentliche von heute in Partee u. a. (1990: Kapitel 1–4)

# Notation und Beispiele für Mengen

# Notation und Beispiele für Mengen

Mengendefinition {}, Elementstatus  $\in$

# Notation und Beispiele für Mengen

Mengendefinition  $\{\}$ , Elementstatus  $\in$

- $M_1 = \{a, b, c\}$  (Menge von Buchstaben)



# Notation und Beispiele für Mengen

Mengendefinition  $\{\}$ , Elementstatus  $\in$

- $M_1 = \{a, b, c\}$  (Menge von Buchstaben)
- $N_1 = \{\text{'my book'}\}$  (einelementige Menge, enthält eine NP)

# Notation und Beispiele für Mengen

Mengendefinition  $\{\}$ , Elementstatus  $\in$

- $M_1 = \{a, b, c\}$  (Menge von Buchstaben)
- $N_1 = \{\text{'my book'}\}$  (einelementige Menge, enthält eine NP)
  - ▶ vs.  $N_2 = \{\text{my book}\}$  (einelementige Menge, enthält mein Buch)

# Notation und Beispiele für Mengen

Mengendefinition  $\{\}$ , Elementstatus  $\in$

- $M_1 = \{a, b, c\}$  (Menge von Buchstaben)
- $N_1 = \{\text{'my book'}\}$  (einelementige Menge, enthält eine NP)
  - ▶ vs.  $N_2 = \{my\ book\}$  (einelementige Menge, enthält mein Buch)
  - ▶ vs.  $N_3 = \{\text{'my'}, \text{'book'}\}$  (Menge von Wörtern)

# Notation und Beispiele für Mengen

Mengendefinition  $\{\}$ , Elementstatus  $\in$

- $M_1 = \{a, b, c\}$  (Menge von Buchstaben)
- $N_1 = \{\text{'my book'}\}$  (einelementige Menge, enthält eine NP)
  - ▶ vs.  $N_2 = \{my\ book\}$  (einelementige Menge, enthält mein Buch)
  - ▶ vs.  $N_3 = \{\text{'my'}, \text{'book'}\}$  (Menge von Wörtern)
- auch möglich:  $N_4 = \{\text{'my'}, book\}$

# Notation und Beispiele für Mengen

Mengendefinition  $\{\}$ , Elementstatus  $\in$

- $M_1 = \{a, b, c\}$  (Menge von Buchstaben)
- $N_1 = \{\text{'my book'}\}$  (einelementige Menge, enthält eine NP)
  - ▶ vs.  $N_2 = \{my\ book\}$  (einelementige Menge, enthält mein Buch)
  - ▶ vs.  $N_3 = \{\text{'my'}, \text{'book'}\}$  (Menge von Wörtern)
- auch möglich:  $N_4 = \{\text{'my'}, book\}$
- definiert über eine Eigenschaft der Elemente (zwei Notationen):  
 $M_2 = \{x: x \text{ is one of the first three letters of the alphabet}\}$   
 $M_2 = \{x | x \text{ is one of the first three letters of the alphabet}\}$

# Notation und Beispiele für Mengen

Mengendefinition  $\{ \}$ , Elementstatus  $\in$

- $M_1 = \{a, b, c\}$  (Menge von Buchstaben)
- $N_1 = \{ 'my\ book' \}$  (einelementige Menge, enthält eine NP)
  - ▶ vs.  $N_2 = \{ my\ book \}$  (einelementige Menge, enthält mein Buch)
  - ▶ vs.  $N_3 = \{ 'my', 'book' \}$  (Menge von Wörtern)
- auch möglich:  $N_4 = \{ 'my', book \}$
- definiert über eine Eigenschaft der Elemente (zwei Notationen):  
 $M_2 = \{ x : x \text{ is one of the first three letters of the alphabet} \}$   
 $M_2 = \{ x | x \text{ is one of the first three letters of the alphabet} \}$
- $U$ : die universelle Menge (alle Objekte)



Zwei Mengen mit exakt den gleichen Elementen sind identisch.



Zwei Mengen mit exakt den gleichen Elementen sind identisch.

- $\{a, b, c\} = \{x: x \text{ is one of the first three letters of the alphabet}\}$

Zwei Mengen mit exakt den gleichen Elementen sind identisch.

- $\{a, b, c\} = \{x: x \text{ is one of the first three letters of the alphabet}\}$
- $\{x: x \text{ is human}\} = \{x: x \text{ is from the Earth, a primate but not an ape}\}$



Teilmenge | Eine Menge  $N$ , die kein Element enthält, das nicht auch in Menge  $M$  enthalten ist (umg. Obermenge).

# Teilmengen und Obermengen

Teilmenge | Eine Menge  $N$ , die kein Element enthält, das nicht auch in Menge  $M$  enthalten ist (umg. Obermenge).

Teilmenge oder Identität  $\subseteq$   
Obermenge oder Identität  $\supseteq$

# Teilmengen und Obermengen

Teilmenge | Eine Menge  $N$ , die kein Element enthält, das nicht auch in Menge  $M$  enthalten ist (umg. Obermenge).

Teilmenge oder Identität  $\subseteq$   
Obermenge oder Identität  $\supseteq$

- $\{a\} \subseteq \{a, b, c\}$  und  $\{a, b, c\} \supseteq \{a\}$

# Teilmengen und Obermengen

Teilmenge | Eine Menge  $N$ , die kein Element enthält, das nicht auch in Menge  $M$  enthalten ist (umg. Obermenge).

Teilmenge oder Identität  $\subseteq$   
Obermenge oder Identität  $\supseteq$

- $\{a\} \subseteq \{a, b, c\}$  und  $\{a, b, c\} \supseteq \{a\}$
- $\{a\} \subseteq \{a, b, c\}$  und  $\{a, b, c\} \supseteq \{a\}$

# Teilmengen und Obermengen

Teilmenge | Eine Menge  $N$ , die kein Element enthält, das nicht auch in Menge  $M$  enthalten ist (umg. Obermenge).

Teilmenge oder Identität  $\subseteq$   
Obermenge oder Identität  $\supseteq$

- $\{a\} \subseteq \{a, b, c\}$  und  $\{a, b, c\} \supseteq \{a\}$
- $\{a\} \subseteq \{a, b, c\}$  und  $\{a, b, c\} \supseteq \{a\}$
- $\{a, b, c\} \subseteq \{a, b, c\}$



# Teilmengen und Obermengen

Teilmenge | Eine Menge  $N$ , die kein Element enthält, das nicht auch in Menge  $M$  enthalten ist (umg. Obermenge).

Teilmenge oder Identität  $\subseteq$   
Obermenge oder Identität  $\supseteq$

- $\{a\} \subseteq \{a, b, c\}$  und  $\{a, b, c\} \supseteq \{a\}$
- $\{a\} \subseteq \{a, b, c\}$  und  $\{a, b, c\} \supseteq \{a\}$
- $\{a, b, c\} \subseteq \{a, b, c\}$
- $\{a, b, c, d\} \not\subseteq \{a, b, c\}$  und  $\{a, b, c\} \not\supseteq \{a, b, c, d\}$

# Teilmengen und Obermengen

Teilmenge | Eine Menge  $N$ , die kein Element enthält, das nicht auch in Menge  $M$  enthalten ist (umg. Obermenge).

Teilmenge oder Identität  $\subseteq$   
Obermenge oder Identität  $\supseteq$

- $\{a\} \subseteq \{a, b, c\}$  und  $\{a, b, c\} \supseteq \{a\}$
- $\{a\} \subseteq \{a, b, c\}$  und  $\{a, b, c\} \supseteq \{a\}$
- $\{a, b, c\} \subseteq \{a, b, c\}$
- $\{a, b, c, d\} \not\subseteq \{a, b, c\}$  und  $\{a, b, c\} \not\supseteq \{a, b, c, d\}$
- $\{x: x \text{ is human}\} \subsetneq \{x: x \text{ is an ape}\}$

# Echte Teilmengen und Obermengen

Echte Teilmenge | Eine Menge  $N$ , die kein Element enthält, das nicht auch in Menge  $M$  enthalten ist, und die nicht mit  $M$  identisch ist.

# Echte Teilmengen und Obermengen

Echte Teilmenge | Eine Menge  $N$ , die kein Element enthält, das nicht auch in Menge  $M$  enthalten ist, und die nicht mit  $M$  identisch ist.

Echte Teilmenge  $\subset$

Echte Obermenge  $\supset$

# Echte Teilmengen und Obermengen

Echte Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält, das nicht auch in Menge M enthalten ist, und die nicht mit M identisch ist.

Echte Teilmenge  $\subset$

Echte Obermenge  $\supset$

- $\{a\} \subset \{a, b, c\}$  und  $\{a\} \subset \{a, b, c\}$

# Echte Teilmengen und Obermengen

Echte Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält, das nicht auch in Menge M enthalten ist, und die nicht mit M identisch ist.

Echte Teilmenge  $\subset$

Echte Obermenge  $\supset$

- $\{a\} \subset \{a, b, c\}$  und  $\{a\} \subset \{a, b, c\}$
- $\{a, b, c\} \not\subset \{a, b, c\}$  aber  $\{a, b, c\} \subseteq \{a, b, c\}$

# Elemente vs. Teilmengen



- Achtung bei Mengen von Mengen

- Achtung bei Mengen von Mengen
  - ▶  $\{\{a\}\} \not\subseteq \{a, b, c\}$

- Achtung bei Mengen von Mengen

- ▶  $\{\{a\}\} \not\subseteq \{a, b, c\}$

- ▶  $\{\{a\}\} \not\subseteq \{a, b, c\}$

- Achtung bei Mengen von Mengen

- ▶  $\{\{a\}\} \not\subseteq \{a, b, c\}$
- ▶  $\{\{a\}\} \not\subset \{a, b, c\}$
- ▶  $\{\{a\}\} \notin \{a, b, c\}$

- Achtung bei Mengen von Mengen

- ▶  $\{\{a\}\} \not\subseteq \{a, b, c\}$
- ▶  $\{\{a\}\} \subsetneq \{a, b, c\}$
- ▶  $\{\{a\}\} \not\in \{a, b, c\}$

- für leere Menge  $\{\}$  oder  $\emptyset$

- Achtung bei Mengen von Mengen

- ▶  $\{\{a\}\} \not\subset \{a, b, c\}$
- ▶  $\{\{a\}\} \not\subseteq \{a, b, c\}$
- ▶  $\{\{a\}\} \notin \{a, b, c\}$

- für leere Menge  $\{\}$  oder  $\emptyset$

- ▶  $\{\} \subset$  jede anderen Menge

- Achtung bei Mengen von Mengen

- ▶  $\{\{a\}\} \not\subset \{a, b, c\}$
- ▶  $\{\{a\}\} \not\subseteq \{a, b, c\}$
- ▶  $\{\{a\}\} \notin \{a, b, c\}$

- für leere Menge  $\{\}$  oder  $\emptyset$

- ▶  $\{\} \subset$  jede anderen Menge
- ▶  $\{\} \not\subseteq \{\}$

# Logik mit Mengen, Teilmengen und Elementen



- Logik mit Mengen

- Logik mit Mengen
  - ▶ *Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.  
Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.*

- Logik mit Mengen
  - ▶ *Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.  
Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.*
  - ▶  $w = \text{Herr Webelhuth}$   
 $E = \{x: x \text{ is a professor of English Linguistics}\}$   
 $H = \{x: x \text{ is human}\}$

- Logik mit Mengen
  - ▶ *Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.  
Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.*
  - ▶  $w = \text{Herr Webelhuth}$   
 $E = \{x: x \text{ is a professor of English Linguistics}\}$   
 $H = \{x: x \text{ is human}\}$
  - ▶ Aus  $w \in E$  und  $E \subset H$  folgt  $w \in H$

- Logik mit Mengen
  - ▶ *Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.*  
*Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.*
  - ▶  $w = \text{Herr Webelhuth}$   
 $E = \{x: x \text{ is a professor of English Linguistics}\}$   
 $H = \{x: x \text{ is human}\}$
  - ▶ Aus  $w \in E$  und  $E \subset H$  folgt  $w \in H$
- Aber

- Logik mit Mengen
  - ▶ *Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.  
Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.*
  - ▶  $w = \text{Herr Webelhuth}$   
 $E = \{x: x \text{ is a professor of English Linguistics}\}$   
 $H = \{x: x \text{ is human}\}$
  - ▶ Aus  $w \in E$  und  $E \subset H$  folgt  $w \in H$
- Aber
  - ▶ *Die Anglistikprofessoren sind zahlreich.*

- Logik mit Mengen
  - ▶ *Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.  
Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.*
  - ▶  $w = \text{Herr Webelhuth}$   
 $E = \{x: x \text{ is a professor of English Linguistics}\}$   
 $H = \{x: x \text{ is human}\}$
  - ▶ Aus  $w \in E$  und  $E \subset H$  folgt  $w \in H$
- Aber
  - ▶ *Die Anglistikprofessoren sind zahlreich.*
  - ▶  $N = \{x: x \text{ is a set with many members}\}$

- Logik mit Mengen

- ▶ *Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.  
Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.*
- ▶  $w = \text{Herr Webelhuth}$   
 $E = \{x: x \text{ is a professor of English Linguistics}\}$   
 $H = \{x: x \text{ is human}\}$
- ▶ Aus  $w \in E$  und  $E \subset H$  folgt  $w \in H$

- Aber

- ▶ *Die Anglistikprofessoren sind zahlreich.*
- ▶  $N = \{x: x \text{ is a set with many members}\}$
- ▶ Aus  $w \in E$  und  $E \in N$  folgt nicht  $w \in N$



- Logik mit Mengen

- ▶ *Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.  
Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.*
- ▶  $w = \text{Herr Webelhuth}$   
 $E = \{x: x \text{ is a professor of English Linguistics}\}$   
 $H = \{x: x \text{ is human}\}$
- ▶ Aus  $w \in E$  und  $E \subset H$  folgt  $w \in H$

- Aber

- ▶ *Die Anglistikprofessoren sind zahlreich.*
- ▶  $N = \{x: x \text{ is a set with many members}\}$
- ▶ Aus  $w \in E$  und  $E \in N$  folgt nicht  $w \in N$
- ▶ Vergleiche: *\*Herr Webelhuth ist zahlreich.*

# Potenzmengen (power sets)

# Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge  $\wp(\cdot)$  | Für jede Menge  $M$ :  $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

# Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge  $\wp(\cdot)$  | Für jede Menge  $M$ :  $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel

# Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge  $\wp(\cdot)$  | Für jede Menge  $M$ :  $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel

- ▶  $M = \{a, b, c\}$

# Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge  $\wp(\cdot)$  | Für jede Menge  $M$ :  $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel

- ▶  $M = \{a, b, c\}$
- ▶  $\wp(M) = \{\}$

# Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge  $\wp(\cdot)$  | Für jede Menge  $M$ :  $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel

- ▶  $M = \{a, b, c\}$
- ▶  $\wp(M) = \{\{a\}\}$

# Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge  $\wp(\cdot)$  | Für jede Menge  $M$ :  $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel

- ▶  $M = \{a, b, c\}$
- ▶  $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}\}$



# Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge  $\wp(\cdot)$  | Für jede Menge  $M$ :  $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel

- ▶  $M = \{a, b, c\}$
- ▶  $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}\}$

# Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge  $\wp(\cdot)$  | Für jede Menge  $M$ :  $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel

- ▶  $M = \{a, b, c\}$
- ▶  $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}\}$

# Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge  $\wp(\cdot)$  | Für jede Menge  $M$ :  $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel

- ▶  $M = \{a, b, c\}$
- ▶  $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}\}$

# Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge  $\wp(\cdot)$  | Für jede Menge  $M$ :  $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel

- ▶  $M = \{a, b, c\}$
- ▶  $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}\}$

# Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge  $\wp(\cdot)$  | Für jede Menge  $M$ :  $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel

- ▶  $M = \{a, b, c\}$
- ▶  $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$

# Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge  $\wp(\cdot)$  | Für jede Menge  $M$ :  $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel

- ▶  $M = \{a, b, c\}$
- ▶  $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, \{\}\}$

# Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge  $\wp(\cdot)$  | Für jede Menge  $M$ :  $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel
  - ▶  $M = \{a, b, c\}$
  - ▶  $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, \{\}\}$
- Warum ist die leere Menge in der Potenzmenge jeder Menge?

# Potenzmengen (power sets)

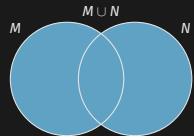
Potenzmenge  $\wp(\cdot)$  | Für jede Menge  $M$ :  $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel
  - ▶  $M = \{a, b, c\}$
  - ▶  $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, \{\}\}$
- Warum ist die leere Menge in der Potenzmenge jeder Menge?
- Warum ist die leere Menge eine echte Teilmenge jeder Menge?



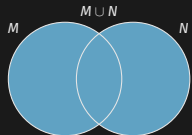
# Vereinigungsmenge und Schnittmenge

# Vereinigungsmenge und Schnittmenge

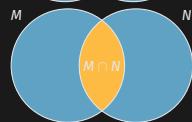


Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N:  $M \cup N = \{x : x \in M \text{ **oder** } x \in N\}$

# Vereinigungsmenge und Schnittmenge



Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N:  $M \cup N = \{x : x \in M \text{ oder } x \in N\}$

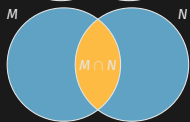


Schnittmenge | Für Mengen M und N:  $M \cap N = \{x : x \in M \text{ und } x \in N\}$

# Vereinigungsmenge und Schnittmenge



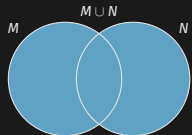
Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N:  $M \cup N = \{x : x \in M \text{ oder } x \in N\}$



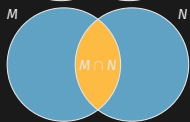
Schnittmenge | Für Mengen M und N:  $M \cap N = \{x : x \in M \text{ und } x \in N\}$

- Beispiel Vereinigungsmenge

# Vereinigungsmenge und Schnittmenge



Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N:  $M \cup N = \{x : x \in M \text{ oder } x \in N\}$

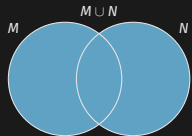


Schnittmenge | Für Mengen M und N:  $M \cap N = \{x : x \in M \text{ und } x \in N\}$

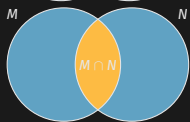
- Beispiel Vereinigungsmenge

- ▶  $M = \{a, b, c\}$

# Vereinigungsmenge und Schnittmenge



Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N:  $M \cup N = \{x : x \in M \text{ **oder** } x \in N\}$

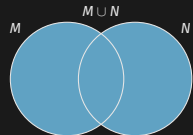


Schnittmenge | Für Mengen M und N:  $M \cap N = \{x : x \in M \text{ **und** } x \in N\}$

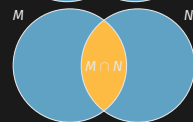
- Beispiel Vereinigungsmenge

- ▶  $M = \{a, b, c\}$
- ▶  $N = \{a, b, d\}$

# Vereinigungsmenge und Schnittmenge



Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N:  $M \cup N = \{x : x \in M \text{ oder } x \in N\}$

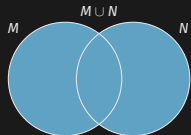


Schnittmenge | Für Mengen M und N:  $M \cap N = \{x : x \in M \text{ und } x \in N\}$

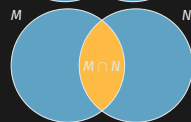
- Beispiel Vereinigungsmenge

- ▶  $M = \{a, b, c\}$
- ▶  $N = \{a, b, d\}$
- ▶  $M \cup N = \{a, b, c, d\}$

# Vereinigungsmenge und Schnittmenge



Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N:  $M \cup N = \{x : x \in M \text{ oder } x \in N\}$



Schnittmenge | Für Mengen M und N:  $M \cap N = \{x : x \in M \text{ und } x \in N\}$

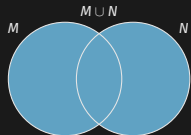
- Beispiel Vereinigungsmenge

- ▶  $M = \{a, b, c\}$
- ▶  $N = \{a, b, d\}$
- ▶  $M \cup N = \{a, b, c, d\}$

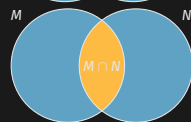
- Beispiel Schnittmenge



# Vereinigungsmenge und Schnittmenge



Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N:  $M \cup N = \{x : x \in M \text{ oder } x \in N\}$



Schnittmenge | Für Mengen M und N:  $M \cap N = \{x : x \in M \text{ und } x \in N\}$

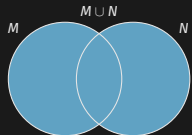
- Beispiel Vereinigungsmenge

- ▶  $M = \{a, b, c\}$
- ▶  $N = \{a, b, d\}$
- ▶  $M \cup N = \{a, b, c, d\}$

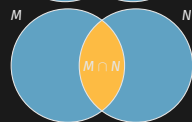
- Beispiel Schnittmenge

- ▶  $M = \{a, b, c\}$

# Vereinigungsmenge und Schnittmenge



Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N:  $M \cup N = \{x : x \in M \text{ oder } x \in N\}$



Schnittmenge | Für Mengen M und N:  $M \cap N = \{x : x \in M \text{ und } x \in N\}$

- Beispiel Vereinigungsmenge

- ▶  $M = \{a, b, c\}$
- ▶  $N = \{a, b, d\}$
- ▶  $M \cup N = \{a, b, c, d\}$

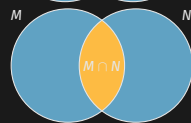
- Beispiel Schnittmenge

- ▶  $M = \{a, b, c\}$
- ▶  $N = \{a, b\}$

# Vereinigungsmenge und Schnittmenge



Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N:  $M \cup N = \{x : x \in M \text{ **oder** } x \in N\}$



Schnittmenge | Für Mengen M und N:  $M \cap N = \{x : x \in M \text{ **und** } x \in N\}$

- Beispiel Vereinigungsmenge

- ▶  $M = \{a, b, c\}$
- ▶  $N = \{a, b, d\}$
- ▶  $M \cup N = \{a, b, c, d\}$

- Beispiel Schnittmenge

- ▶  $M = \{a, b, c\}$
- ▶  $N = \{a, b\}$
- ▶  $M \cap N = \{a, b\}$

# Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$$\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}$$

# Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$$\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}$$

$$\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}$$

# Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$$\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}$$

$$\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}$$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge

# Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$$\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}$$

$$\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}$$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge

- ▶  $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$



# Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$$\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}$$

$$\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}$$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge

- ▶  $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$

- ▶  $\bigcup M = \{a, b, c\}$

# Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$$\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}$$

$$\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}$$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge

- ▶  $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$

- ▶  $\bigcup M = \{a\}$

# Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$$\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}$$

$$\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}$$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge

- ▶  $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$

- ▶  $\bigcup M = \{a, b\}$

# Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$$\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}$$

$$\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}$$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge

- ▶  $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$

- ▶  $\bigcup M = \{a, b, c\}$

# Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$$\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}$$

$$\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}$$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge

- ▶  $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$

- ▶  $\bigcup M = \{a, b, c\}$

- Beispiel generalisierte Schnittmenge

- ▶  $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$

# Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$$\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}$$

$$\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}$$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge

- ▶  $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$

- ▶  $\bigcup M = \{a, b, c\}$

- Beispiel generalisierte Schnittmenge

- ▶  $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$

- ▶  $\bigcap M = \{ \}$

# Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$$\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}$$

$$\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}$$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge

- ▶  $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
- ▶  $\bigcup M = \{a, b, c\}$

- Beispiel generalisierte Schnittmenge

- ▶  $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
- ▶  $\bigcap M = \{a\}$

# Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$$\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}$$

$$\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}$$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge

- ▶  $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$

- ▶  $\bigcup M = \{a, b, c\}$

- Beispiel generalisierte Schnittmenge

- ▶  $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$

- ▶  $\bigcap M = \{a\}$



# Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$$\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}$$

$$\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}$$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge

- ▶  $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$

- ▶  $\bigcup M = \{a, b, c\}$

- Beispiel generalisierte Schnittmenge

- ▶  $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$

- ▶  $\bigcap M = \{a\}$

# Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$$\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}$$

$$\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}$$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge

- ▶  $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
- ▶  $\bigcup M = \{a, b, c\}$

- Beispiel generalisierte Schnittmenge

- ▶  $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
- ▶  $\bigcap M = \{a\}$

# Differenzmenge und Komplementmenge

# Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge |  $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$

# Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge |  $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$

Komplementmenge |  $M \setminus N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$

# Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge |  $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$

Komplementmenge |  $M \setminus N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$

- Beispiel Differenzmenge

# Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge |  $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$

Komplementmenge |  $M \setminus N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$

- Beispiel Differenzmenge

- ▶  $M = \{a, b, c\}$

# Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge |  $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$

Komplementmenge |  $M \setminus N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$

- Beispiel Differenzmenge

- ▶  $M = \{a, b, c\}$

- ▶  $N = \{a\}$



# Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge |  $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$

Komplementmenge |  $M \setminus N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$

- Beispiel Differenzmenge

- ▶  $M = \{a, b, c\}$

- ▶  $N = \{a\}$

- ▶  $M - N = \{b, c\}$

# Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge |  $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$

Komplementmenge |  $M \setminus N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$

- Beispiel Differenzmenge

- ▶  $M = \{a, b, c\}$
- ▶  $N = \{a\}$
- ▶  $M - N = \{b, c\}$

- Beispiel Komplementmenge

# Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge |  $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$

Komplementmenge |  $M \setminus N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$

- Beispiel Differenzmenge

- ▶  $M = \{a, b, c\}$
- ▶  $N = \{a\}$
- ▶  $M - N = \{b, c\}$

- Beispiel Komplementmenge

- ▶  $O = \{a, b, c, k\}$

# Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge |  $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$

Komplementmenge |  $M \setminus N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$

- Beispiel Differenzmenge

- ▶  $M = \{a, b, c\}$
- ▶  $N = \{a\}$
- ▶  $M - N = \{b, c\}$

- Beispiel Komplementmenge

- ▶  $O = \{a, b, c, k\}$
- ▶  $M \setminus O = \{k\}$

# Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge |  $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$

Komplementmenge |  $M \setminus N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$

- Beispiel Differenzmenge

- ▶  $M = \{a, b, c\}$
- ▶  $N = \{a\}$
- ▶  $M - N = \{b, c\}$

- Beispiel Komplementmenge

- ▶  $O = \{a, b, c, k\}$
- ▶  $M \setminus O = \{k\}$

- Universelles Komplement

# Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge |  $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$

Komplementmenge |  $M \setminus N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$

- Beispiel Differenzmenge

- ▶  $M = \{a, b, c\}$
- ▶  $N = \{a\}$
- ▶  $M - N = \{b, c\}$

- Beispiel Komplementmenge

- ▶  $O = \{a, b, c, k\}$
- ▶  $M \setminus O = \{k\}$

- Universelles Komplement

- ▶ die universelle Menge |  $U = \{x: x \text{ is an object}\}$

# Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge |  $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$

Komplementmenge |  $M \setminus N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$

- Beispiel Differenzmenge

- ▶  $M = \{a, b, c\}$
- ▶  $N = \{a\}$
- ▶  $M - N = \{b, c\}$

- Beispiel Komplementmenge

- ▶  $O = \{a, b, c, k\}$
- ▶  $M \setminus O = \{k\}$

- Universelles Komplement

- ▶ die universelle Menge |  $U = \{x : x \text{ is an object}\}$
- ▶  $M' = \{x : x \in U \text{ and } x \notin M\}$

# Triviale Identitäten



# Triviale Identitäten

Idempotenz	$M \cup M$	$=$	$M$
	$M \cap M$	$=$	$M$
Kommutativität	$M \cup N$	$=$	$N \cup M$
	$M \cap N$	$=$	$N \cap M$
Assoziativität	$(M \cup N) \cup O$	$=$	$M \cup (N \cup O)$
	$(M \cap N) \cap O$	$=$	$M \cap (N \cap O)$
Distributivität	$M \cup (N \cap O)$	$=$	$(M \cup N) \cap (M \cup O)$

# Interessante Identitäten

## Komplementgesetze

## Komplementgesetze

- $M \cup \emptyset = M$

## Komplementgesetze

- $M \cup \emptyset = M$
- $M'' = M$

## Komplementgesetze

- $M \cup \emptyset = M$
- $M'' = M$
- $M \cap M' = \emptyset$

## Komplementgesetze

- $M \cup \emptyset = M$
- $M'' = M$
- $M \cap M' = \emptyset$
- $X \cap U = U$

## Komplementgesetze

- $M \cup \emptyset = M$
- $M'' = M$
- $M \cap M' = \emptyset$
- $X \cap U = U$

## DeMorgan



## Komplementgesetze

- $M \cup \emptyset = M$
- $M'' = M$
- $M \cap M' = \emptyset$
- $X \cap U = U$

## DeMorgan

- $(M \cup N)' = M' \cap X'$

## Komplementgesetze

- $M \cup \emptyset = M$
- $M'' = M$
- $M \cap M' = \emptyset$
- $X \cap U = U$

## DeMorgan

- $(M \cup N)' = M' \cap X'$
- DeMorgen begegnet uns in der Logik wieder.

# Funktionen und Relationen

# Tupel (geordnete Paare, Vektoren)

# Tupel (geordnete Paare, Vektoren)

Mengen | **ungeordnet**  $\{a, b, c\} = \{a, c, b\} = \{b, a, c\} = \{b, c, a\} = \{c, a, b\} = \{c, b, a\}$

# Tupel (geordnete Paare, Vektoren)

Mengen | **ungeordnet**  $\{a, b, c\} = \{a, c, b\} = \{b, a, c\} = \{b, c, a\} = \{c, a, b\} = \{c, b, a\}$

Tupel | dasselbe, aber **geordnet**  $\langle a, b \rangle \neq \langle b, a \rangle$

# Tupel (geordnete Paare, Vektoren)

Mengen | **ungeordnet**  $\{a, b, c\} = \{a, c, b\} = \{b, a, c\} = \{b, c, a\} = \{c, a, b\} = \{c, b, a\}$

Tupel | dasselbe, aber geordnet  $\langle a, b \rangle \neq \langle b, a \rangle$

- tion ohne neues Primitiv |  $\langle a, b \rangle \stackrel{def}{=} \{\{a\}, \{a, b\}\}$

# Tupel (geordnete Paare, Vektoren)

Mengen | **ungeordnet**  $\{a, b, c\} = \{a, c, b\} = \{b, a, c\} = \{b, c, a\} = \{c, a, b\} = \{c, b, a\}$

Tupel | dasselbe, aber geordnet  $\langle a, b \rangle \neq \langle b, a \rangle$

- tion ohne neues Primitiv |  $\langle a, b \rangle \stackrel{def}{=} \{\{a\}, \{a, b\}\}$
- Rekursive Anwendung |  $\langle a, b, c \rangle = ???$



# Tupel (geordnete Paare, Vektoren)

Mengen | **ungeordnet**  $\{a, b, c\} = \{a, c, b\} = \{b, a, c\} = \{b, c, a\} = \{c, a, b\} = \{c, b, a\}$

Tupel | dasselbe, aber geordnet  $\langle a, b \rangle \neq \langle b, a \rangle$

- Konstruktion ohne neues Primitiv |  $\langle a, b \rangle \stackrel{\text{def}}{=} \{\{a\}, \{a, b\}\}$
- Rekursive Anwendung |  $\langle a, b, c \rangle = ???$
- in  $\langle a, b \rangle$  |  $a$  erste und  $b$  zweite Koordinate



Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

# Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$

# Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - ▶  $S_2 = \{1, 2, 3\}$

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - ▶  $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - ▶  $S_1 \times S_2 = \{ \}$



# Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{ a, b, c \}$
  - ▶  $S_2 = \{ 1, 2, 3 \}$
  - ▶  $S_1 \times S_2 = \{ \langle a, 1 \rangle \}$

# Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{ a, b, c \}$
  - ▶  $S_2 = \{ 1, 2, 3 \}$
  - ▶  $S_1 \times S_2 = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle \}$

# Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{ a, b, c \}$
  - ▶  $S_2 = \{ 1, 2, 3 \}$
  - ▶  $S_1 \times S_2 = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle \}$

# Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - ▶  $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - ▶  $S_1 \times S_2 = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle \}$

# Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - ▶  $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - ▶  $S_1 \times S_2 = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle \}$

# Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - ▶  $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - ▶  $S_1 \times S_2 = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle \}$

# Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - ▶  $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - ▶  $S_1 \times S_2 = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle \}$

# Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - ▶  $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - ▶  $S_1 \times S_2 = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle \}$



# Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - ▶  $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - ▶  $S_1 \times S_2 = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle \}$

# Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - ▶  $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - ▶  $S_1 \times S_2 = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle \}$
  - ▶ Achtung |  $\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.

# Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - ▶  $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - ▶  $S_1 \times S_2 = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle \}$
  - ▶ Achtung |  $\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$

# Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - ▶  $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - ▶  $S_1 \times S_2 = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle \}$
  - ▶ Achtung |  $\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt |  $S^n = \{ \vec{s} : s_i \in S \text{ for } 1 \leq i \leq n \}$

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - ▶  $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - ▶  $S_1 \times S_2 = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle \}$
  - ▶ Achtung |  $\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt |  $S^n = \{ \vec{s} : s_i \in S \text{ for } 1 \leq i \leq n \}$ 
  - ▶  $S_1^2 = S_1 \times S_1 = \{ \}$

# Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{ a, b, c \}$
  - ▶  $S_2 = \{ 1, 2, 3 \}$
  - ▶  $S_1 \times S_2 = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle \}$
  - ▶ Achtung |  $\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt |  $S^n = \{ \vec{s} : s_i \in S \text{ for } 1 \leq i \leq n \}$ 
  - ▶  $S_1^2 = S_1 \times S_1 = \{ \langle a, a \rangle \}$

# Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{ a, b, c \}$
  - ▶  $S_2 = \{ 1, 2, 3 \}$
  - ▶  $S_1 \times S_2 = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle \}$
  - ▶ Achtung |  $\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt |  $S^n = \{ \vec{s} : s_i \in S \text{ for } 1 \leq i \leq n \}$ 
  - ▶  $S_1^2 = S_1 \times S_1 = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle \}$

# Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{ a, b, c \}$
  - ▶  $S_2 = \{ 1, 2, 3 \}$
  - ▶  $S_1 \times S_2 = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle \}$
  - ▶ Achtung |  $\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt |  $S^n = \{ \vec{s} : s_i \in S \text{ for } 1 \leq i \leq n \}$ 
  - ▶  $S_1^2 = S_1 \times S_1 = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle \}$



# Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - ▶  $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - ▶  $S_1 \times S_2 = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle \}$
  - ▶ Achtung |  $\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt |  $S^n = \{ \vec{s} : s_i \in S \text{ for } 1 \leq i \leq n \}$ 
  - ▶  $S_1^2 = S_1 \times S_1 = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, a \rangle \}$

# Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - ▶  $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - ▶  $S_1 \times S_2 = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle \}$
  - ▶ Achtung |  $\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt |  $S^n = \{ \vec{s} : s_i \in S \text{ for } 1 \leq i \leq n \}$ 
  - ▶  $S_1^2 = S_1 \times S_1 = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle \}$

# Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \dots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - ▶  $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - ▶  $S_1 \times S_2 = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle \}$
  - ▶ Achtung |  $\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt |  $S^n = \{ \vec{s} : s_i \in S \text{ for } 1 \leq i \leq n \}$ 
  - ▶  $S_1^2 = S_1 \times S_1 = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle \}$

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - ▶  $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - ▶  $S_1 \times S_2 = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle \}$
  - ▶ Achtung |  $\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt |  $S^n = \{ \vec{s} : s_i \in S \text{ for } 1 \leq i \leq n \}$ 
  - ▶  $S_1^2 = S_1 \times S_1 = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, a \rangle \}$

# Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - ▶  $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - ▶  $S_1 \times S_2 = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle \}$
  - ▶ Achtung |  $\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt |  $S^n = \{ \vec{s} : s_i \in S \text{ for } 1 \leq i \leq n \}$ 
  - ▶  $S_1^2 = S_1 \times S_1 = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, a \rangle, \langle c, b \rangle \}$

# Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - ▶  $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - ▶  $S_1 \times S_2 = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle \}$
  - ▶ Achtung |  $\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt |  $S^n = \{ \vec{s} : s_i \in S \text{ for } 1 \leq i \leq n \}$ 
  - ▶  $S_1^2 = S_1 \times S_1 = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, a \rangle, \langle c, b \rangle, \langle c, c \rangle \}$

Mengen von Tupeln |  $\{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - ▶  $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - ▶  $S_1 \times S_2 = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle \}$
  - ▶ Achtung |  $\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt |  $S^n = \{ \vec{s} : s_i \in S \text{ for } 1 \leq i \leq n \}$ 
  - ▶  $S_1^2 = S_1 \times S_1 = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, a \rangle, \langle c, b \rangle, \langle c, c \rangle \}$





*a sieht b, a wohnt im selben Stockwerk wie b, a macht b Vorwürfe, ...*

*a sieht b, a wohnt im selben Stockwerk wie b, a macht b Vorwürfe, ...*

- Notationen |  $Rab$ ,  $aRb$ ,  $R(a, b)$ ,  $R(\langle a, b \rangle)$

*a sieht b, a wohnt im selben Stockwerk wie b, a macht b Vorwürfe, ...*

- Notationen |  $Rab$ ,  $aRb$ ,  $R(a, b)$ ,  $R(\langle a, b \rangle)$
- Definitionsmenge (domain)  $A$  |  $a \in A$

*a sieht b, a wohnt im selben Stockwerk wie b, a macht b Vorwürfe, ...*

- Notationen |  $Rab$ ,  $aRb$ ,  $R(a, b)$ ,  $R(\langle a, b \rangle)$
- Definitionsmenge (domain)  $A$  |  $a \in A$
- Zielmenge, Wertemenge (range)  $B$  |  $b \in B$

*a sieht b, a wohnt im selben Stockwerk wie b, a macht b Vorwürfe, ...*

- Notationen |  $Rab$ ,  $aRb$ ,  $R(a, b)$ ,  $R(\langle a, b \rangle)$
- Definitionsmenge (domain)  $A$  |  $a \in A$
- Zielmenge, Wertemenge (range)  $B$  |  $b \in B$
- Zielmenge = Wertemenge  $A$  |  $R$  ist eine Relation in  $A$ .

*a sieht b, a wohnt im selben Stockwerk wie b, a macht b Vorwürfe, ...*

- Notationen |  $Rab$ ,  $aRb$ ,  $R(a, b)$ ,  $R(\langle a, b \rangle)$
- Definitionsmenge (domain)  $A$  |  $a \in A$
- Zielmenge, Wertemenge (range)  $B$  |  $b \in B$
- Zielmenge = Wertemenge  $A$  |  $R$  ist eine Relation in  $A$ .
- Relation  $R$  = eine Menge von Tupeln

*a sieht b, a wohnt im selben Stockwerk wie b, a macht b Vorwürfe, ...*

- Notationen |  $Rab$ ,  $aRb$ ,  $R(a, b)$ ,  $R(\langle a, b \rangle)$
- Definitionsmenge (domain)  $A$  |  $a \in A$
- Zielmenge, Wertemenge (range)  $B$  |  $b \in B$
- Zielmenge = Wertemenge  $A$  |  $R$  ist eine Relation in  $A$ .
- Relation  $R$  = eine Menge von Tupeln
- $R \subseteq A \times B$





# Komplement und Umkehrung

Komplement von  $R$  |  $R' = (A \times B) - R = R \setminus (A \times B) = \{\langle a, b \rangle \notin R\}$  for  $R \subseteq A \times B$

# Komplement und Umkehrung

Komplement von  $R$  |  $R' = (A \times B) - R = R \setminus (A \times B) = \{\langle a, b \rangle \notin R\}$  for  $R \subseteq A \times B$

Umkehrung (inverse) von  $R$  |  $R^{-1} = \{\langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R\}$  for  $R \subseteq A \times B$

# Komplement und Umkehrung

Komplement von  $R$  |  $R' = (A \times B) - R = R \setminus (A \times B) = \{\langle a, b \rangle \notin R\}$  for  $R \subseteq A \times B$

Umkehrung (inverse) von  $R$  |  $R^{-1} = \{\langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R\}$  for  $R \subseteq A \times B$

- Beispiel Komplement

# Komplement und Umkehrung

Komplement von  $R$  |  $R' = (A \times B) - R = R \setminus (A \times B) = \{\langle a, b \rangle \notin R\}$  for  $R \subseteq A \times B$

Umkehrung (inverse) von  $R$  |  $R^{-1} = \{\langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R\}$  for  $R \subseteq A \times B$

- Beispiel Komplement

- ▶  $R \stackrel{\text{def}}{=} \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist Lehrer von } b\}$

# Komplement und Umkehrung

Komplement von  $R$  |  $R' = (A \times B) - R = R \setminus (A \times B) = \{\langle a, b \rangle \notin R\}$  for  $R \subseteq A \times B$

Umkehrung (inverse) von  $R$  |  $R^{-1} = \{\langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R\}$  for  $R \subseteq A \times B$

- Beispiel Komplement

- ▶  $R \stackrel{\text{def}}{=} \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist Lehrer von } b\}$
- ▶  $\langle \text{Herr Webelhuth, Herr Schäfer} \rangle \in R$

# Komplement und Umkehrung

Komplement von  $R$  |  $R' = (A \times B) - R = R \setminus (A \times B) = \{\langle a, b \rangle \notin R\}$  for  $R \subseteq A \times B$

Umkehrung (inverse) von  $R$  |  $R^{-1} = \{\langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R\}$  for  $R \subseteq A \times B$

- Beispiel Komplement

- ▶  $R \stackrel{\text{def}}{=} \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist Lehrer von } b\}$
- ▶  $\langle \text{Herr Webelhuth, Herr Schäfer} \rangle \in R$
- ▶  $R' = \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist nicht Lehrer von } b\}$

# Komplement und Umkehrung

Komplement von  $R$  |  $R' = (A \times B) - R = R \setminus (A \times B) = \{\langle a, b \rangle \notin R\}$  for  $R \subseteq A \times B$

Umkehrung (inverse) von  $R$  |  $R^{-1} = \{\langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R\}$  for  $R \subseteq A \times B$

- Beispiel Komplement

- ▶  $R \stackrel{\text{def}}{=} \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist Lehrer von } b\}$
- ▶  $\langle \text{Herr Webelhuth, Herr Schäfer} \rangle \in R$
- ▶  $R' = \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist nicht Lehrer von } b\}$
- ▶  $\langle \text{Herr Webelhuth, Frau Klenk} \rangle \notin R$ ,  
 $\langle \text{der Garten meiner Eltern, Frau Klenk} \rangle \notin R$  usw.

# Komplement und Umkehrung

Komplement von  $R$  |  $R' = (A \times B) - R = R \setminus (A \times B) = \{\langle a, b \rangle \notin R \text{ for } R \subseteq A \times B\}$

Umkehrung (inverse) von  $R$  |  $R^{-1} = \{\langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R\} \text{ for } R \subseteq A \times B$

- Beispiel Komplement

- ▶  $R \stackrel{\text{def}}{=} \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist Lehrer von } b\}$
- ▶  $\langle \text{Herr Webelhuth, Herr Schäfer} \rangle \in R$
- ▶  $R' = \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist nicht Lehrer von } b\}$
- ▶  $\langle \text{Herr Webelhuth, Frau Klenk} \rangle \notin R$ ,  
 $\langle \text{der Garten meiner Eltern, Frau Klenk} \rangle \notin R$  usw.

- Beispiel Umkehrung



# Komplement und Umkehrung

Komplement von  $R$  |  $R' = (A \times B) - R = R \setminus (A \times B) = \{\langle a, b \rangle \notin R\}$  for  $R \subseteq A \times B$

Umkehrung (inverse) von  $R$  |  $R^{-1} = \{\langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R\}$  for  $R \subseteq A \times B$

- Beispiel Komplement

- ▶  $R \stackrel{\text{def}}{=} \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist Lehrer von } b\}$
- ▶  $\langle \text{Herr Webelhuth, Herr Schäfer} \rangle \in R$
- ▶  $R' = \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist nicht Lehrer von } b\}$
- ▶  $\langle \text{Herr Webelhuth, Frau Klenk} \rangle \notin R$ ,  
 $\langle \text{der Garten meiner Eltern, Frau Klenk} \rangle \notin R$  usw.

- Beispiel Umkehrung

- ▶  $R^{-1} = \{\langle a, b \rangle : b \text{ ist Lehrer von } a\}$

# Komplement und Umkehrung

Komplement von  $R$  |  $R' = (A \times B) - R = R \setminus (A \times B) = \{\langle a, b \rangle \notin R \text{ for } R \subseteq A \times B\}$

Umkehrung (inverse) von  $R$  |  $R^{-1} = \{\langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R\} \text{ for } R \subseteq A \times B$

- Beispiel Komplement

- ▶  $R \stackrel{\text{def}}{=} \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist Lehrer von } b\}$
- ▶  $\langle \text{Herr Webelhuth, Herr Schäfer} \rangle \in R$
- ▶  $R' = \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist nicht Lehrer von } b\}$
- ▶  $\langle \text{Herr Webelhuth, Frau Klenk} \rangle \notin R,$   
 $\langle \text{der Garten meiner Eltern, Frau Klenk} \rangle \notin R$  usw.

- Beispiel Umkehrung

- ▶  $R^{-1} = \{\langle a, b \rangle : b \text{ ist Lehrer von } a\}$
- ▶  $= \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist Schüler von } b\}$

# Komplement und Umkehrung

Komplement von  $R$  |  $R' = (A \times B) - R = R \setminus (A \times B) = \{\langle a, b \rangle \notin R \text{ for } R \subseteq A \times B\}$

Umkehrung (inverse) von  $R$  |  $R^{-1} = \{\langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R\} \text{ for } R \subseteq A \times B$

- Beispiel Komplement

- ▶  $R \stackrel{\text{def}}{=} \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist Lehrer von } b\}$
- ▶  $\langle \text{Herr Webelhuth, Herr Schäfer} \rangle \in R$
- ▶  $R' = \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist nicht Lehrer von } b\}$
- ▶  $\langle \text{Herr Webelhuth, Frau Klenk} \rangle \notin R,$   
 $\langle \text{der Garten meiner Eltern, Frau Klenk} \rangle \notin R$  usw.

- Beispiel Umkehrung

- ▶  $R^{-1} = \{\langle a, b \rangle : b \text{ ist Lehrer von } a\}$
- ▶  $= \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist Schüler von } b\}$
- ▶  $\langle \text{Herr Schäfer, Herr Webelhuth} \rangle \in R^{-1}$



*a hat Vater b, zugelassenes Auto a hat Kennzeichen b, b ist der Logarithmus von a, ...*

*a hat Vater b, zugelassenes Auto a hat Kennzeichen b, b ist der Logarithmus von a, ...*

Funktion  $f$  | eine Relation, sodass für jedes  $a \in A$  genau ein  $\langle a, b \rangle \in A \times B$  existiert

*a hat Vater b, zugelassenes Auto a hat Kennzeichen b, b ist der Logarithmus von a, ...*

Funktion  $f$  | eine Relation, sodass für jedes  $a \in A$  genau ein  $\langle a, b \rangle \in A \times B$  existiert

- partielle Funktion | Funktion in  $A \times B$  sodass für mindestens ein  $a \in A$  kein  $\langle a, b \rangle \in A \times B$  existiert

*a hat Vater b, zugelassenes Auto a hat Kennzeichen b, b ist der Logarithmus von a, ...*

Funktion  $f$  | eine Relation, sodass für jedes  $a \in A$  genau ein  $\langle a, b \rangle \in A \times B$  existiert

- partielle Funktion | Funktion in  $A \times B$  sodass für mindestens ein  $a \in A$  kein  $\langle a, b \rangle \in A \times B$  existiert
- formal meistens |  $\bar{f} \subseteq A \times (B \cup \{\perp\})$  mit  $\perp$  als *undefiniert*





*b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor),  
a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...*

# Funktionskomposition

*b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor),  
a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...*

Funktionsverknüpfung (composition) | Für  $F_1 \subseteq A \times B$  und  $F_2 \subseteq A \times C$ :  $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

*b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor),*

*a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...*

Funktionsverknüpfung (composition) | Für  $F_1 \subseteq A \times B$  und  $F_2 \subseteq A \times C$ :  $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- farmor |  $F = \text{Vater} \circ \text{Mutter}$  und  $F \subseteq \text{Menschen} \times \text{Frauen}$

*b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor),*

*a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...*

Funktionsverknüpfung (composition) | Für  $F_1 \subseteq A \times B$  und  $F_2 \subseteq A \times C$ :  $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- *farmor* |  $F = \text{Vater} \circ \text{Mutter}$  und  $F \subseteq \text{Menschen} \times \text{Frauen}$ 
  - ▶ *Männer* = {Ulrich Schäfer, Roland Schäfer, Jan Böhmermann, ...}

*b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor),*

*a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...*

Funktionsverknüpfung (composition) | Für  $F_1 \subseteq A \times B$  und  $F_2 \subseteq A \times C$ :  $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- *farmor* |  $F = \text{Vater} \circ \text{Mutter}$  und  $F \subseteq \text{Menschen} \times \text{Frauen}$ 
  - ▶ *Männer* = {Ulrich Schäfer, Roland Schäfer, Jan Böhmermann, ...}
  - ▶ *Frauen* = {Maria Schäfer, Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel, ...}

*b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor),*

*a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...*

Funktionsverknüpfung (composition) | Für  $F_1 \subseteq A \times B$  und  $F_2 \subseteq A \times C$ :  $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- *farmor* |  $F = \text{Vater} \circ \text{Mutter}$  und  $F \subseteq \text{Menschen} \times \text{Frauen}$ 
  - ▶ *Männer* = {Ulrich Schäfer, Roland Schäfer, Jan Böhmermann, ...}
  - ▶ *Frauen* = {Maria Schäfer, Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel, ...}
  - ▶ *Menschen* = *Männer*  $\cup$  *Frauen*

*b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor),*

*a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...*

Funktionsverknüpfung (composition) | Für  $F_1 \subseteq A \times B$  und  $F_2 \subseteq A \times C$ :  $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- *farmor* |  $F = \text{Vater} \circ \text{Mutter}$  und  $F \subseteq \text{Menschen} \times \text{Frauen}$ 
  - ▶ *Männer* = {*Ulrich Schäfer, Roland Schäfer, Jan Böhmermann, ...*}
  - ▶ *Frauen* = {*Maria Schäfer, Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel, ...*}
  - ▶ *Menschen* = *Männer*  $\cup$  *Frauen*
  - ▶ *Vater*  $\subseteq$  { $\langle$ *Roland Schäfer, Ulrich Schäfer* $\rangle$ ,  
 $\langle$ *Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel, Jan Böhmermann* $\rangle$ , ...}



*b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor),*

*a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...*

Funktionsverknüpfung (composition) | Für  $F_1 \subseteq A \times B$  und  $F_2 \subseteq A \times C$ :  $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- *farmor* |  $F = \text{Vater} \circ \text{Mutter}$  und  $F \subseteq \text{Menschen} \times \text{Frauen}$

- ▶ *Männer* = {*Ulrich Schäfer, Roland Schäfer, Jan Böhmermann, ...*}
- ▶ *Frauen* = {*Maria Schäfer, Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel, ...*}
- ▶ *Menschen* = *Männer*  $\cup$  *Frauen*
- ▶ *Vater*  $\subseteq$  { $\langle$ *Roland Schäfer, Ulrich Schäfer* $\rangle$ ,  
 $\langle$ *Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel, Jan Böhmermann* $\rangle$ , ... }
- ▶ *Mutter*  $\subseteq$  { $\langle$ *Ulrich Schäfer, Maria Schäfer* $\rangle$ ,  
 $\langle$ *Jan Böhmermann, Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel* $\rangle$ , ... }

*b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor),*

*a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...*

Funktionsverknüpfung (composition) | Für  $F_1 \subseteq A \times B$  und  $F_2 \subseteq A \times C$ :  $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- *farmor* |  $F = \text{Vater} \circ \text{Mutter}$  und  $F \subseteq \text{Menschen} \times \text{Frauen}$

- ▶ *Männer* = {*Ulrich Schäfer, Roland Schäfer, Jan Böhmermann, ...*}
- ▶ *Frauen* = {*Maria Schäfer, Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel, ...*}
- ▶ *Menschen* = *Männer*  $\cup$  *Frauen*
- ▶ *Vater*  $\subseteq$  { $\langle$ *Roland Schäfer, Ulrich Schäfer* $\rangle$ ,  
 $\langle$ *Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel, Jan Böhmermann* $\rangle$ , ... }
- ▶ *Mutter*  $\subseteq$  { $\langle$ *Ulrich Schäfer, Maria Schäfer* $\rangle$ ,  
 $\langle$ *Jan Böhmermann, Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel* $\rangle$ , ... }
- ▶  $F(\text{Roland Schäfer}) = \text{Vater} \circ \text{Mutter}(\text{Roland Schäfer}) = \text{Maria Schäfer}$

*b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor),*

*a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...*

Funktionsverknüpfung (composition) | Für  $F_1 \subseteq A \times B$  und  $F_2 \subseteq A \times C$ :  $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- *farmor* |  $F = \text{Vater} \circ \text{Mutter}$  und  $F \subseteq \text{Menschen} \times \text{Frauen}$

- ▶ *Männer* = {*Ulrich Schäfer, Roland Schäfer, Jan Böhmermann, ...*}
- ▶ *Frauen* = {*Maria Schäfer, Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel, ...*}
- ▶ *Menschen* = *Männer*  $\cup$  *Frauen*
- ▶ *Vater*  $\subseteq$  { $\langle \text{Roland Schäfer}, \text{Ulrich Schäfer} \rangle$ ,  
 $\langle \text{Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel}, \text{Jan Böhmermann} \rangle, \dots$ }
- ▶ *Mutter*  $\subseteq$  { $\langle \text{Ulrich Schäfer}, \text{Maria Schäfer} \rangle$ ,  
 $\langle \text{Jan Böhmermann}, \text{Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel} \rangle, \dots$ }
- ▶  $F(\text{Roland Schäfer}) = \text{Vater} \circ \text{Mutter}(\text{Roland Schäfer}) = \text{Maria Schäfer}$

*b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor),*

*a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...*

Funktionsverknüpfung (composition) | Für  $F_1 \subseteq A \times B$  und  $F_2 \subseteq A \times C$ :  $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- *farmor* |  $F = \text{Vater} \circ \text{Mutter}$  und  $F \subseteq \text{Menschen} \times \text{Frauen}$

- ▶ *Männer* = {*Ulrich Schäfer, Roland Schäfer, Jan Böhmermann, ...*}
- ▶ *Frauen* = {*Maria Schäfer, Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel, ...*}
- ▶ *Menschen* = *Männer*  $\cup$  *Frauen*
- ▶ *Vater*  $\subseteq$  { $\langle$ *Roland Schäfer, Ulrich Schäfer* $\rangle$ ,  
 $\langle$ *Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel, Jan Böhmermann* $\rangle$ , ... }
- ▶ *Mutter*  $\subseteq$  { $\langle$ *Ulrich Schäfer, Maria Schäfer* $\rangle$ ,  
 $\langle$ *Jan Böhmermann, Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel* $\rangle$ , ... }
- ▶  $F(\text{Roland Schäfer}) = \text{Vater} \circ \text{Mutter}(\text{Roland Schäfer}) = \text{Maria Schäfer}$

*b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor),*

*a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...*

Funktionsverknüpfung (composition) | Für  $F_1 \subseteq A \times B$  und  $F_2 \subseteq A \times C$ :  $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- *farmor* |  $F = \text{Vater} \circ \text{Mutter}$  und  $F \subseteq \text{Menschen} \times \text{Frauen}$

- ▶ *Männer* = {*Ulrich Schäfer, Roland Schäfer, Jan Böhmermann, ...*}
- ▶ *Frauen* = {*Maria Schäfer, Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel, ...*}
- ▶ *Menschen* = *Männer*  $\cup$  *Frauen*
- ▶ *Vater*  $\subseteq$  { $\langle$ *Roland Schäfer, Ulrich Schäfer* $\rangle$ ,  
 $\langle$ *Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel, Jan Böhmermann* $\rangle$ , ... }
- ▶ *Mutter*  $\subseteq$  { $\langle$ *Ulrich Schäfer, Maria Schäfer* $\rangle$ ,  
 $\langle$ *Jan Böhmermann, Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel* $\rangle$ , ... }
- ▶  $F(\text{Roland Schäfer}) = \text{Vater} \circ \text{Mutter}(\text{Roland Schäfer}) = \text{Maria Schäfer}$

*b* ist die Mutter des Vaters von *a* (schwed. *farmor*),

*a* ist der Kehrwert des Logarithmus von *b*, ...

Funktionsverknüpfung (composition) | Für  $F_1 \subseteq A \times B$  und  $F_2 \subseteq A \times C$ :  $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- *farmor* |  $F = \text{Vater} \circ \text{Mutter}$  und  $F \subseteq \text{Menschen} \times \text{Frauen}$ 
  - ▶ *Männer* = {*Ulrich Schäfer*, *Roland Schäfer*, *Jan Böhmermann*, ...}
  - ▶ *Frauen* = {*Maria Schäfer*, *Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel*, ...}
  - ▶ *Menschen* = *Männer*  $\cup$  *Frauen*
  - ▶ *Vater*  $\subseteq$  { $\langle \text{Roland Schäfer}, \text{Ulrich Schäfer} \rangle$ ,  
 $\langle \text{Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel}, \text{Jan Böhmermann} \rangle$ , ...}
  - ▶ *Mutter*  $\subseteq$  { $\langle \text{Ulrich Schäfer}, \text{Maria Schäfer} \rangle$ ,  
 $\langle \text{Jan Böhmermann}, \text{Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel} \rangle$ , ...}
  - ▶  $F(\text{Roland Schäfer}) = \text{Vater} \circ \text{Mutter}(\text{Roland Schäfer}) = \text{Maria Schäfer}$

*b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor),*

*a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...*

Funktionsverknüpfung (composition) | Für  $F_1 \subseteq A \times B$  und  $F_2 \subseteq A \times C$ :  $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- *farmor* |  $F = \text{Vater} \circ \text{Mutter}$  und  $F \subseteq \text{Menschen} \times \text{Frauen}$ 
  - ▶ *Männer* = {*Ulrich Schäfer*, *Roland Schäfer*, *Jan Böhmermann*, ...}
  - ▶ *Frauen* = {*Maria Schäfer*, *Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel*, ...}
  - ▶ *Menschen* = *Männer*  $\cup$  *Frauen*
  - ▶ *Vater*  $\subseteq$  { $\langle \text{Roland Schäfer}, \text{Ulrich Schäfer} \rangle$ ,  
 $\langle \text{Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel}, \text{Jan Böhmermann} \rangle$ , ...}
  - ▶ *Mutter*  $\subseteq$  { $\langle \text{Ulrich Schäfer}, \text{Maria Schäfer} \rangle$ ,  
 $\langle \text{Jan Böhmermann}, \text{Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel} \rangle$ , ...}
  - ▶  $F(\text{Roland Schäfer}) = \text{Vater} \circ \text{Mutter}(\text{Roland Schäfer}) = \text{Maria Schäfer}$

## Mehr über Relationen und Mengen





Eine Relation  $R$  in  $A$  ist ...

Eine Relation  $R$  in  $A$  ist ...

**reflexiv**      gdw    für **jedes**  $a \in A$ :  $\langle a, a \rangle \in R$     *ist dasselbe Objekt wie*

Eine Relation  $R$  in  $A$  ist ...

<b>reflexiv</b>	gdw	für <b>jedes</b> $a \in A$ : $\langle a, a \rangle \in R$	<i>ist dasselbe Objekt wie</i>
<b>irreflexiv</b>	gdw	für <b>jedes</b> $a \in A$ : $\langle a, a \rangle \notin R$	<i>ist Vater von</i>

Eine Relation  $R$  in  $A$  ist ...

reflexiv	gdw	für <b>jedes</b> $a \in A$ : $\langle a, a \rangle \in R$	<i>ist dasselbe Objekt wie</i>
irreflexiv	gdw	für <b>jedes</b> $a \in A$ : $\langle a, a \rangle \notin R$	<i>ist Vater von</i>
nichtreflexiv	gdw	für <b>ein</b> $a \in A$ : $\langle a, a \rangle \notin R$	<i>hat gesehen</i>



Eine Relation  $R$  in  $A$  ist ...

Eine Relation  $R$  in  $A$  ist ...

**symmetrisch**

gdw für jedes  $\langle a, b \rangle \in R : \langle b, a \rangle \in R$

*hat dasselbe Auto wie*



Eine Relation  $R$  in  $A$  ist ...

**symmetrisch**

gdw für jedes  $\langle a, b \rangle \in R : \langle b, a \rangle \in R$

*hat dasselbe Auto wie*

asymmetrisch

gdw für jedes  $\langle a, b \rangle \in R : \langle b, a \rangle \notin R$

*hat ein anderes Auto als*

Eine Relation  $R$  in  $A$  ist ...

**symmetrisch**

gdw für jedes  $\langle a, b \rangle \in R : \langle b, a \rangle \in R$

*hat dasselbe Auto wie*

asymmetrisch

gdw für jedes  $\langle a, b \rangle \in R : \langle b, a \rangle \notin R$

*hat ein anderes Auto als*

**nichtsymmetrisch**

gdw für ein  $\langle a, b \rangle \in R : \langle b, a \rangle \notin R$

*ist Mutter von*

Eine Relation  $R$  in  $A$  ist ...

<b>symmetrisch</b>	gdw	für jedes $\langle a, b \rangle \in R : \langle b, a \rangle \in R$	<i>hat dasselbe Auto wie</i>
asymmetrisch	gdw	für jedes $\langle a, b \rangle \in R : \langle b, a \rangle \notin R$	<i>hat ein anderes Auto als</i>
nichtsymmetrisch	gdw	für ein $\langle a, b \rangle \in R : \langle b, a \rangle \notin R$	<i>ist Mutter von</i>
antisymmetrisch	gdw	für jedes $\langle a, b \rangle \in R : \langle b, a \rangle \notin R$ <b>oder</b> $a = b$	$\leq$

Eine Relation  $R$  in  $A$  ist ...

<b>symmetrisch</b>	gdw	für jedes $\langle a, b \rangle \in R : \langle b, a \rangle \in R$	<i>hat dasselbe Auto wie</i>
asymmetrisch	gdw	für jedes $\langle a, b \rangle \in R : \langle b, a \rangle \notin R$	<i>hat ein anderes Auto als</i>
nichtsymmetrisch	gdw	für ein $\langle a, b \rangle \in R : \langle b, a \rangle \notin R$	<i>ist Mutter von<sup>1</sup></i>
antisymmetrisch	gdw	für jedes $\langle a, b \rangle \in R : \langle b, a \rangle \notin R$ <b>oder</b> $a = b$	$\leq$

<sup>1</sup> Wer hat *Dark* gesehen?



Eine Relation  $R$  in  $A$  ist ...

Eine Relation  $R$  in  $A$  ist ...

**transitiv**      gdw     $\langle a, b \rangle \in R$  and  $\langle b, c \rangle \in R : \langle a, c \rangle \in R$     *steht links von*

Eine Relation  $R$  in  $A$  ist ...

transitiv	gdw	$\langle a, b \rangle \in R$ and $\langle b, c \rangle \in R : \langle a, c \rangle \in R$	<i>steht links von</i>
nichttransitiv	gdw	das Obige stimmt manchmal nicht	<i>mag</i>



Eine Relation  $R$  in  $A$  ist ...

transitiv	gdw	$\langle a, b \rangle \in R$ and $\langle b, c \rangle \in R : \langle a, c \rangle \in R$	<i>steht links von</i>
nichttransitiv	gdw	das Obige stimmt manchmal nicht	<i>mag</i>
intransitiv	gdw	das Obige stimmt nie	<i>ist Mutter von</i>



Wozu das Ganze?

Wozu das Ganze?

- Referenzsemantik und Einteilung der Welt in Mengen

Wozu das Ganze?

- Referenzsemantik und Einteilung der Welt in Mengen
- Ausdrücke, die auf Relationen und Funktionen referieren

Wozu das Ganze?

- Referenzsemantik und Einteilung der Welt in Mengen
- Ausdrücke, die auf Relationen und Funktionen referieren
- andere Grundlage: Logik, denn Sprache=Logik (irgendwie)



1 Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?



1 Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?

1  $A = \{a, b, d, e, f, g\}$

1 Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?

1  $A = \{a, b, d, e, f, g\}$

2  $C = \{x: x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$

1 Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?

1  $A = \{a, b, d, e, f, g\}$

2  $C = \{x: x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$

3  $D = \{\text{Böhmermann, Horst Lichter, \{\}}\}$

1 Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?

- 1  $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
- 2  $C = \{x: x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
- 3  $D = \{\text{Böhmermann, Horst Lichter, \{\}}\}$
- 4  $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$

1 Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?

- 1  $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
- 2  $C = \{x: x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
- 3  $D = \{\text{Böhmermann, Horst Lichter, \{\}}\}$
- 4  $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
- 5  $F = \{r: r \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$

# Aufgaben I

1 Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?

- 1  $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
- 2  $C = \{x: x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
- 3  $D = \{\text{Böhmermann, Horst Lichter, \{\}}\}$
- 4  $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
- 5  $F = \{r: r \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$

2 Sind folgende Aussagen korrekt?

# Aufgaben I

1 Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?

- 1  $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
- 2  $C = \{x: x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
- 3  $D = \{\text{Böhmermann, Horst Lichter, \{\}}\}$
- 4  $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
- 5  $F = \{r: r \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$

2 Sind folgende Aussagen korrekt?

- 1  $\{\} \subseteq \{\text{blau, rot, gelb}\}$

1 Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?

- 1  $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
- 2  $C = \{x: x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
- 3  $D = \{\text{Böhmermann, Horst Lichter, \{\}}\}$
- 4  $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
- 5  $F = \{r: r \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$

2 Sind folgende Aussagen korrekt?

- 1  $\{\} \subseteq \{\text{blau, rot, gelb}\}$
- 2  $\{x : x \in A\} = A$



1 Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?

- 1  $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
- 2  $C = \{x: x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
- 3  $D = \{\text{Böhmermann, Horst Lichter, \{\}}\}$
- 4  $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
- 5  $F = \{r: r \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$

2 Sind folgende Aussagen korrekt?

- 1  $\{\} \subseteq \{\text{blau, rot, gelb}\}$
- 2  $\{x : x \in A\} = A$
- 3  $\{\text{Jan, Horst, Heide}\} \neq \{\text{Horst, Jan, Heide}\}$

1 Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?

- 1  $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
- 2  $C = \{x: x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
- 3  $D = \{\text{Böhmermann, Horst Lichter, \{\}}\}$
- 4  $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
- 5  $F = \{r: r \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$

2 Sind folgende Aussagen korrekt?

- 1  $\{\} \subseteq \{\text{blau, rot, gelb}\}$
- 2  $\{x : x \in A\} = A$
- 3  $\{\text{Jan, Horst, Heide}\} \neq \{\text{Horst, Jan, Heide}\}$
- 4 Wenn  $A = \{x: x \text{ ist ein Auto}\}$  und  $a \in A$  und außerdem  $B = \{x: x \text{ ist eine Menge von Dingen, die die Umwelt belasten}\}$  und  $A \in B$ , dann folgt daraus  $a \in B$ .

1 Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?

- 1  $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
- 2  $C = \{x: x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
- 3  $D = \{\text{Böhmermann, Horst Lichter, \{\}}\}$
- 4  $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
- 5  $F = \{r: r \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$

2 Sind folgende Aussagen korrekt?

- 1  $\{\} \subseteq \{\text{blau, rot, gelb}\}$
- 2  $\{x : x \in A\} = A$
- 3  $\{\text{Jan, Horst, Heide}\} \neq \{\text{Horst, Jan, Heide}\}$
- 4 Wenn  $A = \{x: x \text{ ist ein Auto}\}$  und  $a \in A$  und außerdem  $B = \{x: x \text{ ist eine Menge von Dingen, die die Umwelt belasten}\}$  und  $A \in B$ , dann folgt daraus  $a \in B$ .
- 5 Wenn  $A \subseteq B$  und  $B \subseteq A$ , dann folgt  $A = B$ .

1 Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?

- 1  $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
- 2  $C = \{x: x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
- 3  $D = \{\text{Böhmermann, Horst Lichter, \{\}}\}$
- 4  $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
- 5  $F = \{r: r \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$

2 Sind folgende Aussagen korrekt?

- 1  $\{\} \subseteq \{\text{blau, rot, gelb}\}$
- 2  $\{x : x \in A\} = A$
- 3  $\{\text{Jan, Horst, Heide}\} \neq \{\text{Horst, Jan, Heide}\}$
- 4 Wenn  $A = \{x: x \text{ ist ein Auto}\}$  und  $a \in A$  und außerdem  $B = \{x: x \text{ ist eine Menge von Dingen, die die Umwelt belasten}\}$  und  $A \in B$ , dann folgt daraus  $a \in B$ .
- 5 Wenn  $A \subseteq B$  und  $B \subseteq A$ , dann folgt  $A = B$ .
- 6 Wenn  $A \subset B$  und  $B \subset A$ , dann folgt  $A \neq B$ .

1 Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?

- 1  $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
- 2  $C = \{x : x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
- 3  $D = \{\text{Böhmermann, Horst Lichter, \{\}}\}$
- 4  $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
- 5  $F = \{r : r \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$

2 Sind folgende Aussagen korrekt?

- 1  $\{\} \subseteq \{\text{blau, rot, gelb}\}$
- 2  $\{x : x \in A\} = A$
- 3  $\{\text{Jan, Horst, Heide}\} \neq \{\text{Horst, Jan, Heide}\}$
- 4 Wenn  $A = \{x : x \text{ ist ein Auto}\}$  und  $a \in A$  und außerdem  $B = \{x : x \text{ ist eine Menge von Dingen, die die Umwelt belasten}\}$  und  $A \in B$ , dann folgt daraus  $a \in B$ .
- 5 Wenn  $A \subseteq B$  und  $B \subseteq A$ , dann folgt  $A = B$ .
- 6 Wenn  $A \subset B$  und  $B \subset A$ , dann folgt  $A \neq B$ .
- 7 Wenn  $a \in A$  und  $a \in B$ , dann folgt  $a \in A \cup B$ .

1 Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?

- 1  $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
- 2  $C = \{x: x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
- 3  $D = \{\text{Böhmermann, Horst Lichter, \{\}}\}$
- 4  $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
- 5  $F = \{r: r \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$

2 Sind folgende Aussagen korrekt?

- 1  $\{\} \subseteq \{\text{blau, rot, gelb}\}$
- 2  $\{x : x \in A\} = A$
- 3  $\{\text{Jan, Horst, Heide}\} \neq \{\text{Horst, Jan, Heide}\}$
- 4 Wenn  $A = \{x: x \text{ ist ein Auto}\}$  und  $a \in A$  und außerdem  $B = \{x: x \text{ ist eine Menge von Dingen, die die Umwelt belasten}\}$  und  $A \in B$ , dann folgt daraus  $a \in B$ .
- 5 Wenn  $A \subseteq B$  und  $B \subseteq A$ , dann folgt  $A = B$ .
- 6 Wenn  $A \subset B$  und  $B \subset A$ , dann folgt  $A \neq B$ .
- 7 Wenn  $a \in A$  und  $a \in B$ , dann folgt  $a \in A \cup B$ .
- 8 Wenn  $a \in A$  und  $a \in B$ , dann folgt  $a \in A \cap B$ .

1 Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?

- 1  $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
- 2  $C = \{x : x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
- 3  $D = \{\text{Böhmermann, Horst Lichter, \{\}}\}$
- 4  $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
- 5  $F = \{r : r \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$

2 Sind folgende Aussagen korrekt?

- 1  $\{\} \subseteq \{\text{blau, rot, gelb}\}$
- 2  $\{x : x \in A\} = A$
- 3  $\{\text{Jan, Horst, Heide}\} \neq \{\text{Horst, Jan, Heide}\}$
- 4 Wenn  $A = \{x : x \text{ ist ein Auto}\}$  und  $a \in A$  und außerdem  $B = \{x : x \text{ ist eine Menge von Dingen, die die Umwelt belasten}\}$  und  $A \in B$ , dann folgt daraus  $a \in B$ .
- 5 Wenn  $A \subseteq B$  und  $B \subseteq A$ , dann folgt  $A = B$ .
- 6 Wenn  $A \subset B$  und  $B \subset A$ , dann folgt  $A \neq B$ .
- 7 Wenn  $a \in A$  und  $a \in B$ , dann folgt  $a \in A \cup B$ .
- 8 Wenn  $a \in A$  und  $a \in B$ , dann folgt  $a \in A \cap B$ .
- 9 Wenn  $a \notin A$  und  $a \notin B$ , dann folgt  $a \in (A \cup B)'$ .

3 Beantworten Sie die folgenden Fragen.



# Aufgaben II

3 Beantworten Sie die folgenden Fragen.

1 Was ist  $\varnothing\{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Jan}\}$ ?

# Aufgaben II

3 Beantworten Sie die folgenden Fragen.

- 1 Was ist  $\varnothing\{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Jan}\}$ ?
- 2 Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 9.

# Aufgaben II

3 Beantworten Sie die folgenden Fragen.

- 1 Was ist  $\varnothing\{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Jan}\}$ ?
- 2 Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 9.
- 3 Stimmt es, dass  $\{\text{Horst}, \text{Heide}\} \subset \bigcap\{\{\text{Tschernobyl}, \text{Harrisburg}\}, \{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Albert}\}, \{\text{Horst}, \text{Webelhuth}, \text{Heide}, \text{Fukushima}\}\}$ ?

# Aufgaben II

3 Beantworten Sie die folgenden Fragen.

- 1 Was ist  $\varnothing\{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Jan}\}$ ?
- 2 Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 9.
- 3 Stimmt es, dass  $\{\text{Horst}, \text{Heide}\} \subset \bigcap\{\{\text{Tschernobyl}, \text{Harrisburg}\}, \{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Albert}\}, \{\text{Horst}, \text{Webelhuth}, \text{Heide}, \text{Fukushima}\}\}$ ?
- 4 Stimmt es, dass  $\{\text{Heide}, \text{Harrisburg}\} \subseteq \bigcup\{\{\text{Tschernobyl}, \text{Harrisburg}\}, \{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Albert}\}, \{\text{Horst}, \text{Webelhuth}, \text{Heide}, \text{Fukushima}\}\}$ ?

3 Beantworten Sie die folgenden Fragen.

- 1 Was ist  $\varnothing\{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Jan}\}$ ?
- 2 Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 9.
- 3 Stimmt es, dass  $\{\text{Horst}, \text{Heide}\} \subset \bigcap\{\{\text{Tschernobyl}, \text{Harrisburg}\}, \{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Albert}\}, \{\text{Horst}, \text{Webelhuth}, \text{Heide}, \text{Fukushima}\}\}$ ?
- 4 Stimmt es, dass  $\{\text{Heide}, \text{Harrisburg}\} \subseteq \bigcup\{\{\text{Tschernobyl}, \text{Harrisburg}\}, \{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Albert}\}, \{\text{Horst}, \text{Webelhuth}, \text{Heide}, \text{Fukushima}\}\}$ ?
- 5 Stimmt es für nicht-leere Mengen  $A$  und  $B$ , dass  $A \setminus B = B - A$ ?

# Aufgaben II

3 Beantworten Sie die folgenden Fragen.

- 1 Was ist  $\varnothing\{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Jan}\}$ ?
- 2 Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 9.
- 3 Stimmt es, dass  $\{\text{Horst}, \text{Heide}\} \subset \bigcap\{\{\text{Tschernobyl}, \text{Harrisburg}\}, \{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Albert}\}, \{\text{Horst}, \text{Webelhuth}, \text{Heide}, \text{Fukushima}\}\}$ ?
- 4 Stimmt es, dass  $\{\text{Heide}, \text{Harrisburg}\} \subseteq \bigcup\{\{\text{Tschernobyl}, \text{Harrisburg}\}, \{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Albert}\}, \{\text{Horst}, \text{Webelhuth}, \text{Heide}, \text{Fukushima}\}\}$ ?
- 5 Stimmt es für nicht-leere Mengen  $A$  und  $B$ , dass  $A \setminus B = B - A$ ?
- 6 Und für leere oder nicht-leere Mengen?

# Aufgaben II

3 Beantworten Sie die folgenden Fragen.

- 1 Was ist  $\varnothing\{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Jan}\}$ ?
- 2 Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 9.
- 3 Stimmt es, dass  $\{\text{Horst}, \text{Heide}\} \subset \bigcap\{\{\text{Tschernobyl}, \text{Harrisburg}\}, \{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Albert}\}, \{\text{Horst}, \text{Webelhuth}, \text{Heide}, \text{Fukushima}\}\}$ ?
- 4 Stimmt es, dass  $\{\text{Heide}, \text{Harrisburg}\} \subseteq \bigcup\{\{\text{Tschernobyl}, \text{Harrisburg}\}, \{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Albert}\}, \{\text{Horst}, \text{Webelhuth}, \text{Heide}, \text{Fukushima}\}\}$ ?
- 5 Stimmt es für nicht-leere Mengen  $A$  und  $B$ , dass  $A \setminus B = B - A$ ?
- 6 Und für leere oder nicht-leere Mengen?
- 7 Vervollständigen Sie von Folie 15  $\langle a, b, c \rangle = ???$  (Auflösen von Tupeln in Mengenschreibweise).

# Aufgaben II

3 Beantworten Sie die folgenden Fragen.

- 1 Was ist  $\varnothing\{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Jan}\}$ ?
- 2 Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 9.
- 3 Stimmt es, dass  $\{\text{Horst}, \text{Heide}\} \subset \bigcap\{\{\text{Tschernobyl}, \text{Harrisburg}\}, \{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Albert}\}, \{\text{Horst}, \text{Webelhuth}, \text{Heide}, \text{Fukushima}\}\}$ ?
- 4 Stimmt es, dass  $\{\text{Heide}, \text{Harrisburg}\} \subseteq \bigcup\{\{\text{Tschernobyl}, \text{Harrisburg}\}, \{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Albert}\}, \{\text{Horst}, \text{Webelhuth}, \text{Heide}, \text{Fukushima}\}\}$ ?
- 5 Stimmt es für nicht-leere Mengen  $A$  und  $B$ , dass  $A \setminus B = B - A$ ?
- 6 Und für leere oder nicht-leere Mengen?
- 7 Vervollständigen Sie von Folie 15  $\langle a, b, c \rangle = ???$  (Auflösen von Tupeln in Mengenschreibweise).
- 8 Auch wenn es weh tut, dasselbe bitte für  $\langle a, b, c, d \rangle$ !



# Aufgaben II

3 Beantworten Sie die folgenden Fragen.

- 1 Was ist  $\varnothing\{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Jan}\}$ ?
- 2 Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 9.
- 3 Stimmt es, dass  $\{\text{Horst}, \text{Heide}\} \subset \bigcap\{\{\text{Tschernobyl}, \text{Harrisburg}\}, \{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Albert}\}, \{\text{Horst}, \text{Webelhuth}, \text{Heide}, \text{Fukushima}\}\}$ ?
- 4 Stimmt es, dass  $\{\text{Heide}, \text{Harrisburg}\} \subseteq \bigcup\{\{\text{Tschernobyl}, \text{Harrisburg}\}, \{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Albert}\}, \{\text{Horst}, \text{Webelhuth}, \text{Heide}, \text{Fukushima}\}\}$ ?
- 5 Stimmt es für nicht-leere Mengen  $A$  und  $B$ , dass  $A \setminus B = B - A$ ?
- 6 Und für leere oder nicht-leere Mengen?
- 7 Vervollständigen Sie von Folie 15  $\langle a, b, c \rangle = ???$  (Auflösen von Tupeln in Mengenschreibweise).
- 8 Auch wenn es weh tut, dasselbe bitte für  $\langle a, b, c, d \rangle$ !
- 9 Ist Folgendes korrekt:  $\langle \text{Horst}, \text{Heide} \rangle = \langle \text{Heide}, \text{Horst} \rangle$ ?

# Aufgaben II

3 Beantworten Sie die folgenden Fragen.

- 1 Was ist  $\varnothing \{Horst, Heide, Jan\}$ ?
- 2 Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 9.
- 3 Stimmt es, dass  $\{Horst, Heide\} \subset \bigcap \{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$ ?
- 4 Stimmt es, dass  $\{Heide, Harrisburg\} \subseteq \bigcup \{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$ ?
- 5 Stimmt es für nicht-leere Mengen  $A$  und  $B$ , dass  $A \setminus B = B - A$ ?
- 6 Und für leere oder nicht-leere Mengen?
- 7 Vervollständigen Sie von Folie 15  $\langle a, b, c \rangle = ???$  (Auflösen von Tupeln in Mengenschreibweise).
- 8 Auch wenn es weh tut, dasselbe bitte für  $\langle a, b, c, d \rangle$ !
- 9 Ist Folgendes korrekt:  $\langle Horst, Heide \rangle = \langle Heide, Horst \rangle$ ?
- 10 Ist Folgendes korrekt:  $\{\langle Horst, Heide \rangle, \langle Jan, Albert \rangle\} = \{\langle Jan, Albert \rangle, \langle Horst, Heide \rangle\}$ ?

# Aufgaben II

3 Beantworten Sie die folgenden Fragen.

- 1 Was ist  $\varnothing \{Horst, Heide, Jan\}$ ?
- 2 Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 9.
- 3 Stimmt es, dass  $\{Horst, Heide\} \subset \bigcap \{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$ ?
- 4 Stimmt es, dass  $\{Heide, Harrisburg\} \subseteq \bigcup \{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$ ?
- 5 Stimmt es für nicht-leere Mengen  $A$  und  $B$ , dass  $A \setminus B = B - A$ ?
- 6 Und für leere oder nicht-leere Mengen?
- 7 Vervollständigen Sie von Folie 15  $\langle a, b, c \rangle = ???$  (Auflösen von Tupeln in Mengenschreibweise).
- 8 Auch wenn es weh tut, dasselbe bitte für  $\langle a, b, c, d \rangle$ !
- 9 Ist Folgendes korrekt:  $\langle Horst, Heide \rangle = \langle Heide, Horst \rangle$ ?
- 10 Ist Folgendes korrekt:  $\{\langle Horst, Heide \rangle, \langle Jan, Albert \rangle\} = \{\langle Jan, Albert \rangle, \langle Horst, Heide \rangle\}$ ?
- 11 Was muss der Fall sein, damit  $A \circ B = B \circ A$ ?

# Aufgaben II

3 Beantworten Sie die folgenden Fragen.

- 1 Was ist  $\varnothing\{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Jan}\}$ ?
- 2 Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 9.
- 3 Stimmt es, dass  $\{\text{Horst}, \text{Heide}\} \subset \bigcap\{\{\text{Tschernobyl}, \text{Harrisburg}\}, \{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Albert}\}, \{\text{Horst}, \text{Webelhuth}, \text{Heide}, \text{Fukushima}\}\}$ ?
- 4 Stimmt es, dass  $\{\text{Heide}, \text{Harrisburg}\} \subseteq \bigcup\{\{\text{Tschernobyl}, \text{Harrisburg}\}, \{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Albert}\}, \{\text{Horst}, \text{Webelhuth}, \text{Heide}, \text{Fukushima}\}\}$ ?
- 5 Stimmt es für nicht-leere Mengen  $A$  und  $B$ , dass  $A \setminus B = B - A$ ?
- 6 Und für leere oder nicht-leere Mengen?
- 7 Vervollständigen Sie von Folie 15  $\langle a, b, c \rangle = ???$  (Auflösen von Tupeln in Mengenschreibweise).
- 8 Auch wenn es weh tut, dasselbe bitte für  $\langle a, b, c, d \rangle$ !
- 9 Ist Folgendes korrekt:  $\langle \text{Horst}, \text{Heide} \rangle = \langle \text{Heide}, \text{Horst} \rangle$ ?
- 10 Ist Folgendes korrekt:  $\{\langle \text{Horst}, \text{Heide} \rangle, \langle \text{Jan}, \text{Albert} \rangle\} = \{\langle \text{Jan}, \text{Albert} \rangle, \langle \text{Horst}, \text{Heide} \rangle\}$ ?
- 11 Was muss der Fall sein, damit  $A \circ B = B \circ A$ ?
- 12 Finden Sie ein Beispiel für eine nicht-partielle Funktion von Dingen der realen Welt zu Dingen der realen Welt. Warum ist diese Funktion keine Relation? Finden Sie außerdem ein ähnliches Beispiel für eine partielle Funktion.

# Aufgaben II

3 Beantworten Sie die folgenden Fragen.

- 1 Was ist  $\varnothing\{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Jan}\}$ ?
- 2 Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 9.
- 3 Stimmt es, dass  $\{\text{Horst}, \text{Heide}\} \subset \bigcap\{\{\text{Tschernobyl}, \text{Harrisburg}\}, \{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Albert}\}, \{\text{Horst}, \text{Webelhuth}, \text{Heide}, \text{Fukushima}\}\}$ ?
- 4 Stimmt es, dass  $\{\text{Heide}, \text{Harrisburg}\} \subseteq \bigcup\{\{\text{Tschernobyl}, \text{Harrisburg}\}, \{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Albert}\}, \{\text{Horst}, \text{Webelhuth}, \text{Heide}, \text{Fukushima}\}\}$ ?
- 5 Stimmt es für nicht-leere Mengen  $A$  und  $B$ , dass  $A \setminus B = B - A$ ?
- 6 Und für leere oder nicht-leere Mengen?
- 7 Vervollständigen Sie von Folie 15  $\langle a, b, c \rangle = ???$  (Auflösen von Tupeln in Mengenschreibweise).
- 8 Auch wenn es weh tut, dasselbe bitte für  $\langle a, b, c, d \rangle$ !
- 9 Ist Folgendes korrekt:  $\langle \text{Horst}, \text{Heide} \rangle = \langle \text{Heide}, \text{Horst} \rangle$ ?
- 10 Ist Folgendes korrekt:  $\{\langle \text{Horst}, \text{Heide} \rangle, \langle \text{Jan}, \text{Albert} \rangle\} = \{\langle \text{Jan}, \text{Albert} \rangle, \langle \text{Horst}, \text{Heide} \rangle\}$ ?
- 11 Was muss der Fall sein, damit  $A \circ B = B \circ A$ ?
- 12 Finden Sie ein Beispiel für eine nicht-partielle Funktion von Dingen der realen Welt zu Dingen der realen Welt. Warum ist diese Funktion keine Relation? Finden Sie außerdem ein ähnliches Beispiel für eine partielle Funktion.
- 13 Finden Sie je eine Relationen zwischen Dingen der realen Welt, die reflexiv, irreflexiv, nichtreflexiv, symmetrisch, asymmetrisch, nichtsymmetrisch, antisymmetrisch, transitiv, nichttransitiv und intransitiv ist. Die Relationen müssen nicht mit einem bestimmten natürlichsprachlichen Wort ausdrückbar sein (vergleiche viele der Beispiele auf den Folien). In einigen Fällen ist das recht schwierig. Versuchen Sie es ohne Google, ChatGPT usw., sonst bringt es Ihnen nichts.

Partee, Barbara, Alice ter Meulen & Robert E. Wall. 1990. *Mathematical methods in linguistics*. Dordrecht: Kluwer.

## Kontakt

Prof. Dr. Roland Schäfer  
Institut für Germanistische Sprachwissenschaft  
Friedrich-Schiller-Universität Jena  
Fürstengraben 30  
07743 Jena

<https://rolandschaefer.net>  
[roland.schaefer@uni-jena.de](mailto:roland.schaefer@uni-jena.de)

## Creative Commons BY-SA-3.0-DE

Dieses Werk ist unter einer Creative Commons Lizenz vom Typ *Namensnennung - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 3.0 Deutschland* zugänglich. Um eine Kopie dieser Lizenz einzusehen, konsultieren Sie

<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/de/> oder wenden Sie sich brieflich an Creative Commons, Postfach 1866, Mountain View, California, 94042, USA.