

Formale Semantik

o6. Quantifikation und Modelltheorie

Roland Schäfer

Institut für Germanistische Sprachwissenschaft
Friedrich-Schiller-Universität Jena

Folien in Überarbeitung. Englische Teile (ab Woche 8) sind noch von 2007!

Stets aktuelle Fassungen: <https://github.com/rsling/VL-Semantik>

1 Von Prädikatenlogik zu natürlicher Sprache

2 Modelltheorie

3 Quantifikation in natürlicher Sprache

4 Aufgaben

Wie modelliert man natürliche Sprache als Prädikatenlogik?

Wozu braucht man **Quantorenbewegung (LF)** in GB-Ansätzen?

Wie sieht eine ausbuchstabierte **Modelltheorie** aus?

Und wie werden Quantoren und Variablen modelltheoretisch interpretiert?

Text für heute: Chierchia & McConnell-Ginet (2000: Kapitel 3)

Von Prädikatenlogik zu natürlicher Sprache

Semantik von Fragment F1

- Namen referieren auf **spezifische Individuen**
- intransitive Verben referieren auf **Mengen von Individuen**
- mehrstellige Verben referieren auf Mengen von **Tupeln von Individuen**
- Sätze referieren auf **Wahrheitswerte!**
- F2 | Integration von Erkenntnissen aus Prädikatenlogik

Wie situationsabhängige Namen

This is red.

- Pronomen *this* | syntaktisch eine NP
- ... und referiert auf **ein spezifisches Objekt** (wie Namen)
keine Quantifikation bzw. Mengenreferenz
- Aber **nur in gegebener Situation interpretierbar**
Deixis, im Text auch Anaphorik
- Kein Äquivalent in klassischer Logik

Ähnlichkeit von Variablen und Pronominalausdrücken

- Rumpf einer quantifizierten Wff | Wff $P(x)$ aus Wff $(\forall x)Px$
- Ungebundenes x in $P(x)$ **ähnlich wie Pronominalbedeutung**

Externe Interpretationsvorschrift erforderlich

- Quantoren | Auswertungsalgorithmus
- Pronomina | Kontextuelle Auswertung

Belegung für x im gegebenen Kontext

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow \text{const}, \text{var}$ | Individuenausdrücke

$\text{conn} \rightarrow \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ | Funktoren

$\text{neg} \rightarrow \neg$ | Negation

$Q \rightarrow \exists, \forall$ | nur zwei Quantoren

$\text{pred}^1 \rightarrow P, Q$ | einstellige Prädikate

$\text{pred}^2 \rightarrow R$ | zweistellige Prädikate

$\text{pred}^3 \rightarrow S$ | dreistellige Prädikate

$\text{const} \rightarrow b, c$ | nur zwei Individuenkonstanten

$\text{var} \rightarrow x_1, x_2, \dots, x_n$ | beliebig viele Variablen

- Die Formalisierung ist äquivalent zur mengenbasierten von letzter Woche!

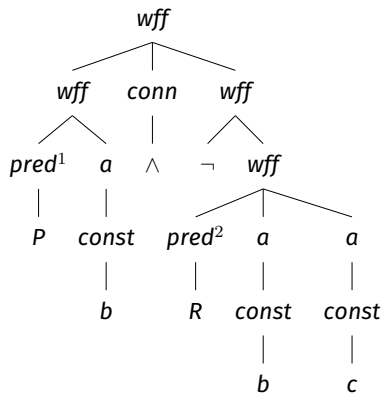
Wir nehmen eine **Prädikatsnotation ohne Klammern** | Px statt $P(x)$ usw.

- $wff \rightarrow pred^1 a_1 \dots a_n$ | n-stellige Prädikate und ihre Argumente
- $wff \rightarrow neg\ wff$ | Applikation von Negation auf Wffs
- $wff \rightarrow wff\ conn\ wff$ | Applikation von anderen Funktoren auf Wffs
- $wff \rightarrow Q\ var\ wff$ | Quantifikation

Eine Wff ohne Quantoren

Zum Beispiel: *Ben (b) paddelt (P) und (\wedge) Ben rudert (R) nicht (\neg) mit Chris (c).*

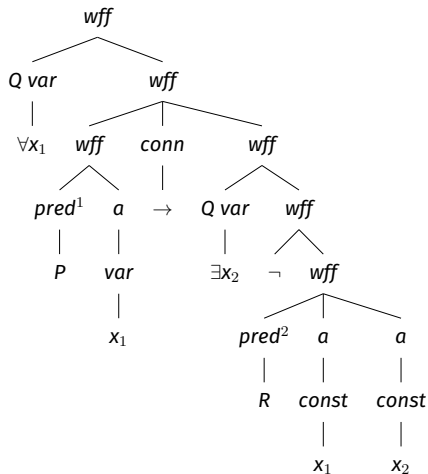
In PL: $Pb \wedge \neg Rbc$



Eine Wff mit Quantoren

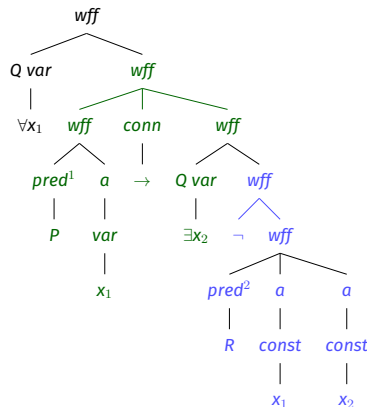
Zum Beispiel: *Als Paddler hat man immer jemanden, mit dem man nicht rudert.*

In PL: $\forall x_1 [Px_1 \rightarrow \exists x_2 \neg Px_1 x_2]$



Skopus in konfiguraler Logik-Syntax: c-Kommando

Variablen als **gebunden vom nächsten c-kommandierenden koindizierten Quantor**



Skopus/c-Kommando-Domäne von $\exists x_2$ | Skopus/c-Kommando-Domäne von $\forall x_1$ (zgl. derer von $\exists x_2$)

Modelltheorie

Ziel (zur Erinnerung) | T-Sätze der Form *S aus L ist wahr in v gdw ...*

- **Modell \mathcal{M}** | zugängliches Diskursuniversum (bzw. dessen Beschreibung)
- **Menge D_n** | Zugängliche Individuen (*domain*) in \mathcal{M}_n
- **Funktion V_n** | Valuation – Zuweisung von
 - ▶ Namen zu Individuen in \mathcal{M}_n
 - ▶ Predikaten zu Tupeln von Individuen
- $\mathcal{M}_n = \langle D_n, V_n \rangle$
- **Funktion g_n** | Zuweisung von Variablen zu Individuen in \mathcal{M}_n
- **Allgemeine Evaluation in \mathcal{M}_n** | $\llbracket \alpha \rrbracket^{\mathcal{M}_n, g_n}$
Lies: *Die Extension von Ausdruck α relativ zu \mathcal{M}_n und g_n*

Feste und variable Denotation

- V_n evaluiert **statisch** im Modell.

Wenn das Modell einmal feststeht, evaluiert V_n jede Konstante stets gleich.

- Variablen (gebunden durch Quantoren) werden **volatil interpretiert**.
- **Iteration** durch Universum D_n durch g_n
- Eine Modifikation der Belegung pro Iteration
 - ▶ Modifizierte *assignment function* $g_n[d_i/x_m]$
Lies: *relativ zu g_n , wobei die Referenz von Variable x_m auf Individuum d_i gesetzt wird*

Evaluation von Variablen

$D_1 = \{\text{Herr Weibelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Individuen in } \mathcal{M}_1$

$V_1(P) = \{\text{Herr Weibelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Prädikat } P \text{ (z. B. ist ein physikalisches Objekt) in } \mathcal{M}_1$

Evaluere $\llbracket \forall x_1 P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 1$ weil keiner Belegung $\llbracket P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$

- Initiale Belegung $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = \text{Herr Weibelhuth}$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow \text{Herr Weibelhuth} \\ x_2 \rightarrow \text{Herr Weibelhuth} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Weibelhuth} \end{bmatrix}$$

$$\llbracket P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 1$$

- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Klenk}/x_1]} = \text{Frau Klenk}$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow \text{Frau Klenk} \\ x_2 \rightarrow \text{Herr Weibelhuth} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Weibelhuth} \end{bmatrix}$$

$$\llbracket P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Klenk}/x_1]} = 1$$

- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = \text{Turm} - \text{Mensa}$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow \text{Turm} - \text{Mensa} \\ x_2 \rightarrow \text{Herr Weibelhuth} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Weibelhuth} \end{bmatrix}$$

$$\llbracket P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Mensa}/x_1]} = 1$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Individuen in } \mathcal{M}_1$

$V_1(Q) = \{\langle \text{Webelhuth}, \text{Klenk} \rangle, \langle \text{Webelhuth}, \text{Mensa} \rangle, \langle \text{Klenk}, \text{Webelhuth} \rangle\} \mid \text{Prädikat } Q \text{ (z. B. } x \text{ besucht } y) \text{ in } \mathcal{M}_1$

Evaluere $\llbracket \forall x_1 \exists x_2 Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$ weil nicht für jede Belegung von x_1 mindestens einmal 1

- Initiale Belegung $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = \text{Frau Klenk}$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Klenk}/x_2]} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_2]} = 1$
- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = \text{Turm} - \text{Mensa}$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1, \text{Klenk}/x_2]} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1, \text{Webelhuth}/x_2]} = 0$
Abbruch!
- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_1]} = \text{Herr Webelhuth}$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_1]} = 1$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_1, \text{Klenk}/x_2]} = 1$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_1, \text{Webelhuth}/x_2]} = 0$

Quantifikation in natürlicher Sprache

Wie quantifiziert *meist*?

- Kleineres Problem | \exists sowohl *mindestens ein* als auch *einige*
- Grundsätzliches Problem | *meist* (und andere)
 - Die meisten Patienten sind zufrieden.*
 - ▶ Hypothetischer Quantor W | $WxPx \rightarrow Zx$
Für die meisten Objekte gilt, dass sie zufrieden sind, wenn sie Patienten sind.
 - ▶ **Falsche Interpretation** | Domäne = $\llbracket P \rrbracket^{\mathcal{M}_1} \{x : x \text{ ist Patient}\}$, nicht D_1
- Korrekte Lösung | **Generalisierte Quantoren** (am Ende des Seminars)

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat
- Natürliche Sprache ohne **präfixe Normalform** (PNF), Quantor in situ
- Außerdem **Ambiguität = mehrere Lesarten**
 - ▶ *Everybody loves somebody.* (ELS)
 - ▶ $\forall x_1 \exists x_2 Lx_1 x_2$
 - ▶ $\exists x_2 \forall x_1 Lx_1 x_2$
- Für eine strukturelle Modellierung (c-Kommando) | **LF-Bewegung**
- Beispiele für andere Lösungen, mehr in Montagues lf-Tradition
 - ▶ **Cooper Storage** (implementiert in HPSG)
 - ▶ **Unterspezifikation** (implementiert in HPSG; kognitiv recht plausibel)
 - ▶ **Hypothetische Beweise** (implementiert in Kategorialgrammatik)

Relevante syntaktische Erweiterung zu F_1 | Quantifier Raising (QR) Rule

$$[_S X NP Y] \implies [_{S'} NP_i [_S X t_i Y]]$$

- Phrasenstruktur als Input und Output (= Skopus in Syntax, LF als Syntax)
- Koindizierung und Linksadjunktion an S beide Teil einer Regel
- Kein wesentlicher Unterschied, falls CP oder IP statt S
- Außerdem | $Det \rightarrow every, some$ and $NP \rightarrow Det N^{count}$
- Syntax-Problem | Völlig unnötig eine kontextsensitive Regel
- Semantik-Probleme bei Chierchia
 - ▶ Einführung syntaktischer Typen wird skizzenhaft (s. Montague)
 - ▶ Definition zulässiger Modelle unterschlagen (s. Montague)

$$\begin{aligned} \llbracket [\textit{every } \beta]_i S \rrbracket^{\mathcal{M},g} = 1 \text{ iff for all } d \in D : \\ \text{if } d \in \llbracket \beta \rrbracket^{\mathcal{M},g} \text{ then } \llbracket S \rrbracket^{\mathcal{M},g[u/t_i]} \end{aligned}$$

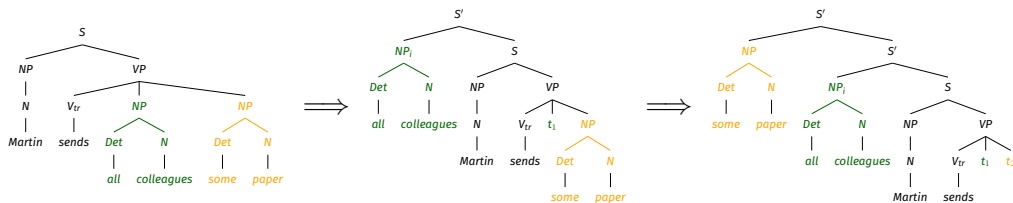
A sentence containing the trace t_i with an adjoined NP_i (which consists of *every* plus the common noun β) extend to 1 iff for each individual d in the universe D which is in the set referred to by the common noun β , S denotes 1 with d assigned to the pronominal trace t_i . g is modified iteratively to check that.

$$\begin{aligned} \llbracket [[a \beta]_i S] \rrbracket^{\mathcal{M},g} = 1 \text{ iff for some } u \in U : \\ u \in \llbracket \beta \rrbracket^{\mathcal{M},g} \text{ and } \llbracket S \rrbracket^{\mathcal{M},g[u/t_i]} \end{aligned}$$

Die Interpretation erfolgt nach ähnlichem Schema.

Martin sends all colleagues some paper.

This is the $\exists\forall$ reading:



Aufgaben

Unvollständig!

Chierchia, Gennaro & Sally McConnell-Ginet. 2000. *Meaning and grammar: An introduction to semantics*. 2. Aufl. Cambridge, MA: MIT Press.

Kontakt

Prof. Dr. Roland Schäfer
Institut für Germanistische Sprachwissenschaft
Friedrich-Schiller-Universität Jena
Fürstengraben 30
07743 Jena

<https://rolandschaefer.net>
roland.schaefer@uni-jena.de

Creative Commons BY-SA-3.0-DE

Dieses Werk ist unter einer Creative Commons Lizenz vom Typ *Namensnennung - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 3.0 Deutschland* zugänglich. Um eine Kopie dieser Lizenz einzusehen, konsultieren Sie

<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/de/> oder wenden Sie sich brieflich an Creative Commons, Postfach 1866, Mountain View, California, 94042, USA.