Formale Semantik
06. Quantifikation und Modelltheorie

Roland Schäfer

Institut für Germanistische Sprachwissenschaft
Friedrich-Schiller-Universität Jena

Folien in Überarbeitung. Englische Teile (ab Woche 7) sind noch von 2007!
Stets aktuelle Fassungen: `https://github.com/rsling/VL-Semantik`

Inhalt

Kernfragen in dieser Woche

Kernfragen in dieser Woche

Wie modelliert man natürliche Sprache als Prädikatenlogik?

Kernfragen in dieser Woche

Wie modelliert man natürliche Sprache als Prädikatenlogik?

Wozu braucht man Quantorenbewegung (LF) in GB-Ansätzen?

Kernfragen in dieser Woche

Wie modelliert man natürliche Sprache als Prädikatenlogik?

Wozu braucht man Quantorenbewegung (LF) in GB-Ansätzen?

Wie sieht eine ausbuchstabierte Modelltheorie aus?
Und wie werden Quantoren und Variablen modelltheoretisch interpretiert?

Von Prädikatenlogik zu natürlicher Sprache

Zur Erinnerung

Zur Erinnerung

Semantik von Fragment F1

Zur Erinnerung

Semantik von Fragment F1

- Namen referieren auf spezifische Individuen

Zur Erinnerung

Semantik von Fragment F1

- Namen referieren auf spezifische Individuen
- intransitive Verben referieren auf Mengen von Individuen

Zur Erinnerung

Semantik von Fragment F1

- Namen referieren auf spezifische Individuen
- intransitive Verben referieren auf Mengen von Individuen
- mehrstellige Verben referieren auf Mengen von Tupeln von Individuen

Zur Erinnerung

Semantik von Fragment F1

- Namen referieren auf spezifische Individuen
- intransitive Verben referieren auf Mengen von Individuen
- mehrstellige Verben referieren auf Mengen von Tupeln von Individuen
- Sätze referieren auf Wahrheitswerte!

Zur Erinnerung

Semantik von Fragment F1

- Namen referieren auf spezifische Individuen
- intransitive Verben referieren auf Mengen von Individuen
- mehrstellige Verben referieren auf Mengen von Tupeln von Individuen
- Sätze referieren auf Wahrheitswerte!

- F2 | Integration von Erkenntnissen aus Prädikatenlogik

Zur Erinnerung

Semantik von Fragment F1

- Namen referieren auf spezifische Individuen
- intransitive Verben referieren auf Mengen von Individuen
- mehrstellige Verben referieren auf Mengen von Tupeln von Individuen
- Sätze referieren auf Wahrheitswerte!

- F2 | Integration von Erkenntnissen aus Prädikatenlogik

Alles Wesentliche dieser Sitzung in Chierchia & McConnell-Ginet (2000: Kapitel 3)

Das Problem mit Pronomina

Das Problem mit Pronomina

Wie situationsabhängige Namen

Das Problem mit Pronomina

Wie situationsabhängige Namen

This is red.

Das Problem mit Pronomina

Wie situationsabhängige Namen

This is red.

- Pronomen *this* | syntaktisch eine NP

Das Problem mit Pronomina

Wie situationsabhängige Namen

This is red.

- Pronomen *this* | syntaktisch eine NP
- … und referiert auf ein spezifisches Objekt (wie Namen)
  keine Quantifikation bzw. Mengenreferenz

Das Problem mit Pronomina

Wie situationsabhängige Namen

This is red.

- Pronomen *this* | syntaktisch eine NP
- … und referiert auf ein spezifisches Objekt (wie Namen)
  keine Quantifikation bzw. Mengenreferenz
- Aber nur in gegebener Situation interpretierbar
  Deixis, im Text auch Anaphorik

Das Problem mit Pronomina

Wie situationsabhängige Namen

This is red.

- Pronomen *this* | syntaktisch eine NP
- … und referiert auf ein spezifisches Objekt (wie Namen)
  keine Quantifikation bzw. Mengenreferenz
- Aber nur in gegebener Situation interpretierbar
  Deixis, im Text auch Anaphorik
- Kein Äquivalent in klassischer Logik

Pronomina und Variablen

Pronomina und Variablen

Ähnlichkeit von Variablen und Pronominalausdrücken

Ähnlichkeit von Variablen und Pronominalausdrücken

- Rumpf einer quantifizierten Wff | Wff $P(x)$ aus Wff $(\forall x)Px$

Pronomina und Variablen

Ähnlichkeit von Variablen und Pronominalausdrücken

- Rumpf einer quantifizierten Wff | Wff $P(x)$ aus Wff $(\forall x)Px$
- Ungebundenes x in $P(x)$ ähnlich wie Pronominalbedeutung
  Externe Interpretationsvorschrift erforderlich

Pronomina und Variablen

Ähnlichkeit von Variablen und Pronominalausdrücken

- Rumpf einer quantifizierten Wff | Wff $P(x)$ aus Wff $(\forall x)Px$
- Ungebundenes x in $P(x)$ ähnlich wie Pronominalbedeutung
  Externe Interpretationsvorschrift erforderlich
- Quantoren | Auswertungsalgorithmus
  Für alle möglichen belegungen von x, $P(x)$

Pronomina und Variablen

Ähnlichkeit von Variablen und Pronominalausdrücken

- Rumpf einer quantifizierten Wff | Wff $P(x)$ aus Wff $(\forall x)Px$
- Ungebundenes x in $P(x)$ ähnlich wie Pronominalbedeutung
  Externe Interpretationsvorschrift erforderlich
- Quantoren | Auswertungsalgorithmus
  Für alle möglichen belegungen von x, $P(x)$
- Pronomina | Kontextuelle Auswertung
  Belegung für x im gegebenen Kontext

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow const, var$ | Individuenausdrücke

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow const, var$ | Individuenausdrücke

$conn \rightarrow \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ | Funktoren

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow const, var$ | Individuenausdrücke

$conn \rightarrow \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ | Funktoren

$neg \rightarrow \neg$ | Negation

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow const, var$ | Individuenausdrücke

$conn \rightarrow \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ | Funktoren

$neg \rightarrow \neg$ | Negation

$Q \rightarrow \exists, \forall$ | nur zwei Quantoren

Prädikatenlogik | Syntax

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow const, var$ | Individuenausdrücke

$conn \rightarrow \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ | Funktoren

$neg \rightarrow \neg$ | Negation

$Q \rightarrow \exists, \forall$ | nur zwei Quantoren

$pred^1 \rightarrow P, Q$ | einstellige Prädikate

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow const, var$ | Individuenausdrücke

$conn \rightarrow \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ | Funktoren

$neg \rightarrow \neg$ | Negation

$Q \rightarrow \exists, \forall$ | nur zwei Quantoren

$pred^1 \rightarrow P, Q$ | einstellige Prädikate

$pred^2 \rightarrow R$ | zweistellige Prädikate

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow const, var$ | Individuenausdrücke

$conn \rightarrow \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ | Funktoren

$neg \rightarrow \neg$ | Negation

$Q \rightarrow \exists, \forall$ | nur zwei Quantoren

$pred^1 \rightarrow P, Q$ | einstellige Prädikate

$pred^2 \rightarrow R$ | zweistellige Prädikate

$pred^3 \rightarrow S$ | dreistellige Prädikate

Prädikatenlogik | Syntax

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow const, var$ | Individuenausdrücke

$conn \rightarrow \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ | Funktoren

$neg \rightarrow \neg$ | Negation

$Q \rightarrow \exists, \forall$ | nur zwei Quantoren

$pred^1 \rightarrow P, Q$ | einstellige Prädikate

$pred^2 \rightarrow R$ | zweistellige Prädikate

$pred^3 \rightarrow S$ | dreistellige Prädikate

$const \rightarrow b, c$ | nur zwei Individenkonstanten

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow const, var$ | Individuenausdrücke

$conn \rightarrow \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ | Funktoren

$neg \rightarrow \neg$ | Negation

$Q \rightarrow \exists, \forall$ | nur zwei Quantoren

$pred^1 \rightarrow P, Q$ | einstellige Prädikate

$pred^2 \rightarrow R$ | zweistellige Prädikate

$pred^3 \rightarrow S$ | dreistellige Prädikate

$const \rightarrow b, c$ | nur zwei Individenkonstanten

$var \rightarrow x_1, x_2, \cdots x_n$ | beliebig viele Variablen

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow const, var$ | Individuenausdrücke

$conn \rightarrow \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ | Funktoren

$neg \rightarrow \neg$ | Negation

$Q \rightarrow \exists, \forall$ | nur zwei Quantoren

$pred^1 \rightarrow P, Q$ | einstellige Prädikate

$pred^2 \rightarrow R$ | zweistellige Prädikate

$pred^3 \rightarrow S$ | dreistellige Prädikate

$const \rightarrow b, c$ | nur zwei Individenkonstanten

$var \rightarrow x_1, x_2, \cdots x_n$ | beliebig viele Variablen

- Die Formalisierung ist äquivalent zur mengenbasierten von letzter Woche!

Prädikatenlogik | PS-Regeln

Prädikatenlogik | PS-Regeln

Wir nehmen eine Prädikatsnotation ohne Klammern | Px statt $P(x)$ usw.

Wir nehmen eine Prädikatsnotation ohne Klammern | Px statt $P(x)$ usw.

- $wff \rightarrow pred^1\ a_1 \ldots a_n$ | n-stellige Prädikate und ihre Argumente

Wir nehmen eine Prädikatsnotation ohne Klammern | Px statt $P(x)$ usw.

- $\mathit{wff} \rightarrow \mathit{pred}^1\ a_1 \ldots\ a_n$ | n-stellige Prädikate und ihre Argumente
- $\mathit{wff} \rightarrow \mathit{neg}\ \mathit{wff}$ | Applikation von Negation auf Wffs

Wir nehmen eine Prädikatsnotation ohne Klammern | Px statt $P(x)$ usw.

- $wff \rightarrow pred^1\ a_1 \ldots\ a_n$ | n-stellige Prädikate und ihre Argumente
- $wff \rightarrow neg\ wff$ | Applikation von Negation auf Wffs
- $wff \rightarrow wff\ conn\ wff$ | Applikation von anderen Funktoren auf Wffs

Wir nehmen eine Prädikatsnotation ohne Klammern | Px statt $P(x)$ usw.

- $wff \rightarrow pred^1\ a_1 \ldots\ a_n$ | n-stellige Prädikate und ihre Argumente
- $wff \rightarrow neg\ wff$ | Applikation von Negation auf Wffs
- $wff \rightarrow wff\ conn\ wff$ | Applikation von anderen Funktoren auf Wffs
- $wff \rightarrow Q\ var\ wff$ | Quantifikation

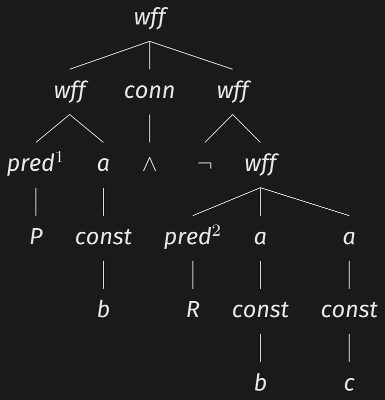
Eine Wff ohne Quantoren

Eine Wff ohne Quantoren

Zum Beispiel: *Ben (b) paddelt (P) und (∧) Ben rudert (R) nicht (¬) mit Chris (c).*
In PL: $Pb \land \neg Rbc$

Eine Wff ohne Quantoren

Zum Beispiel: *Ben (b) paddelt (P) und (∧) Ben rudert (R) nicht (¬) mit Chris (c).*
In PL: $Pb \land \neg Rbc$



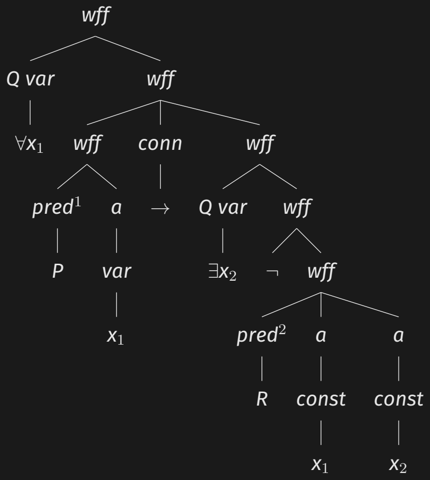
Eine Wff mit Quantoren

Eine Wff mit Quantoren

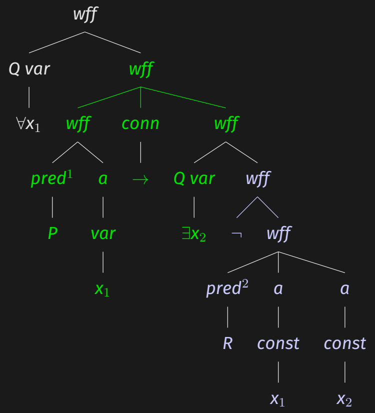
Zum Beispiel: *Als Paddler hat man immer jemanden, mit dem man nicht rudert.*
In PL: $\forall x_1 [P x_1 \rightarrow \exists x_2 \neg P x_1 x_2]$

Eine Wff mit Quantoren

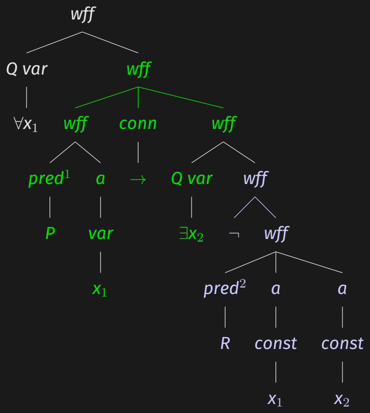
Zum Beispiel: *Als Paddler hat man immer jemanden, mit dem man nicht rudert.*
In PL: $\forall x_1[Px_1 \rightarrow \exists x_2 \neg Px_1x_2]$



Skopus in konfigurationaler Logik-Syntax: c-Kommando
Variablen als gebunden vom nächsten c-kommandierenden koindizierten Quantor

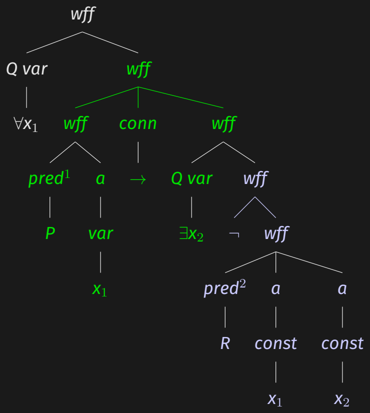


Skopus in konfigurationaler Logik-Syntax: c-Kommando
Variablen als gebunden vom nächsten c-kommandierenden koindizierten Quantor



Skopus/c-Kommando-Domäne von $\exists x_2$

Skopus in konfigurationaler Logik-Syntax: c-Kommando
Variablen als gebunden vom nächsten c-kommandierenden koindizierten Quantor



Skopus/c-Kommando-Domäne von $\exists x_2$ | Skopus/c-Kommando-Domäne von $\forall x_1$ (zgl. derer von $\exists x_2$)

Modelltheorie

Semantik für PL in Vorbereitung auf natürliche Sprache

Semantik für PL in Vorbereitung auf natürliche Sprache

Ziel (zur Erinnerung) | T-Sätze der Form *S aus L ist wahr in v gdw …*

Semantik für PL in Vorbereitung auf natürliche Sprache

Ziel (zur Erinnerung) | T-Sätze der Form *S aus L ist wahr in v gdw …*

- Modell $\mathcal{M}$ | zugängliches Diskursuniversum (bzw. dessen Beschreibung)

Semantik für PL in Vorbereitung auf natürliche Sprache

Ziel (zur Erinnerung) | T-Sätze der Form *S aus L ist wahr in v gdw …*

- Modell $\mathcal{M}$ | zugängliches Diskursuniversum (bzw. dessen Beschreibung)
- Menge D_n | Zugängliche Individuen (*domain*) in $\mathcal{M}_n$

Semantik für PL in Vorbereitung auf natürliche Sprache

Ziel (zur Erinnerung) | T-Sätze der Form *S aus L ist wahr in v gdw* ...

- Modell $\mathcal{M}$ | zugängliches Diskursuniversum (bzw. dessen Beschreibung)
- Menge D_n | Zugängliche Individuen (*domain*) in $\mathcal{M}_n$
- Funktion V_n | Valuation – Zuweisung von

Semantik für PL in Vorbereitung auf natürliche Sprache

Ziel (zur Erinnerung) | T-Sätze der Form *S aus L ist wahr in v gdw ...*

- Modell $\mathcal{M}$ | zugängliches Diskursuniversum (bzw. dessen Beschreibung)
- Menge D_n | Zugängliche Individuen (*domain*) in $\mathcal{M}_n$
- Funktion V_n | Valuation – Zuweisung von
  - Namen zu Individuen in $\mathcal{M}_n$

Semantik für PL in Vorbereitung auf natürliche Sprache

Ziel (zur Erinnerung) | T-Sätze der Form *S aus L ist wahr in v gdw …*

- Modell $\mathcal{M}$ | zugängliches Diskursuniversum (bzw. dessen Beschreibung)
- Menge D_n | Zugängliche Individuen (*domain*) in $\mathcal{M}_n$
- Funktion V_n | Valuation – Zuweisung von
  - Namen zu Individuen in $\mathcal{M}_n$
  - Predikaten zu Tupeln von Individuen

Semantik für PL in Vorbereitung auf natürliche Sprache

Ziel (zur Erinnerung) | T-Sätze der Form *S aus L ist wahr in v gdw …*

- Modell $\mathcal{M}$ | zugängliches Diskursuniversum (bzw. dessen Beschreibung)
- Menge D_n | Zugängliche Individuen (*domain*) in $\mathcal{M}_n$
- Funktion V_n | Valuation – Zuweisung von
  - Namen zu Individuen in $\mathcal{M}_n$
  - Prädikaten zu Tupeln von Individuen
- $\mathcal{M}_n = \langle D_n, V_n \rangle$

Semantik für PL in Vorbereitung auf natürliche Sprache

Ziel (zur Erinnerung) | T-Sätze der Form *S aus L ist wahr in v gdw ...*

- Modell $\mathcal{M}$ | zugängliches Diskursuniversum (bzw. dessen Beschreibung)
- Menge D_n | Zugängliche Individuen (*domain*) in $\mathcal{M}_n$
- Funktion V_n | Valuation – Zuweisung von
  - Namen zu Individuen in $\mathcal{M}_n$
  - Predikaten zu Tupeln von Individuen
- $\mathcal{M}_n = \langle D_n, V_n \rangle$
- Funktion g_n | Zuweisung von Variablen zu Individuen in $\mathcal{M}_n$

Semantik für PL in Vorbereitung auf natürliche Sprache

Ziel (zur Erinnerung) | T-Sätze der Form *S aus L ist wahr in v gdw ...*

- Modell $\mathcal{M}$ | zugängliches Diskursuniversum (bzw. dessen Beschreibung)
- Menge D_n | Zugängliche Individuen (*domain*) in $\mathcal{M}_n$
- Funktion V_n | Valuation – Zuweisung von
  - Namen zu Individuen in $\mathcal{M}_n$
  - Prädikaten zu Tupeln von Individuen
- $\mathcal{M}_n = \langle D_n, V_n \rangle$
- Funktion g_n | Zuweisung von Variablen zu Individuen in $\mathcal{M}_n$
- Allgemeine Evaluation in $\mathcal{M}_n$ | $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M}_n, g_n}$
  Lies: *Die Extension von Ausdruck α relativ zu $\mathcal{M}_n$ und g_n*

Unterschied zwischen V_n und g_n

Unterschied zwischen V_n und g_n

Feste und variable Denotation

Unterschied zwischen V_n und g_n

Feste und variable Denotation

- V_n evaluiert statisch im Modell.
  Wenn das Modell einmal feststeht, evaluiert V_n jede Konstante stets gleich.

Unterschied zwischen V_n und g_n

Feste und variable Denotation

- V_n evaluiert statisch im Modell.
  Wenn das Modell einmal feststeht, evaluiert V_n jede Konstante stets gleich.
- Variablen (gebunden durch Quantoren) werden volatil interpretiert.

Unterschied zwischen V_n und g_n

Feste und variable Denotation

- V_n evaluiert statisch im Modell.
  Wenn das Modell einmal feststeht, evaluiert V_n jede Konstante stets gleich.
- Variablen (gebunden durch Quantoren) werden volatil interpretiert.
- Iteration durch Universum D_n durch g_n

Unterschied zwischen V_n und g_n

Feste und variable Denotation

- V_n evaluiert statisch im Modell.
  Wenn das Modell einmal feststeht, evaluiert V_n jede Konstante stets gleich.
- Variablen (gebunden durch Quantoren) werden volatil interpretiert.
- Iteration durch Universum D_n durch g_n
- Eine Modifikation der Belegung pro Iteration

Unterschied zwischen V_n und g_n

Feste und variable Denotation

- V_n evaluiert statisch im Modell.
  Wenn das Modell einmal feststeht, evaluiert V_n jede Konstante stets gleich.

- Variablen (gebunden durch Quantoren) werden volatil interpretiert.
- Iteration durch Universum D_n durch g_n
- Eine Modifikation der Belegung pro Iteration
  - Modifizierte *assignment function* $g_n[d_i/x_m]$
    Lies: *relativ zu* g_n*, wobei die Referenz von Variable* x_m *auf Individuum* d_i *gesetzt wird*

Evaluation von Variablen

Evaluation von Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm-Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$

Evaluation von Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(P) = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Prädikat P (z. B. *ist ein physikalisches Objekt*) in $\mathcal{M}_1$

Evaluation von Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm-Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(P) = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm-Mensa\}$ | Prädikat P (z. B. *ist ein physikalisches Objekt*) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1}$

Evaluation von Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(P) = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Prädikat P (z. B. *ist ein physikalisches Objekt*) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = Herr\ Webelhuth$

  $$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_2 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$

  $[\![Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 1$

Evaluation von Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(P) = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Prädikat P (z. B. *ist ein physikalisches Objekt*) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1}$

- Initiale Belegung $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1} = Herr\ Webelhuth$

  $g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_2 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$

  $[\![Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1} = 1$

- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1[Klenk/x_1]} = Frau\ Klenk$

  $g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Frau\ Klenk \\ x_2 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$

  $[\![Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1[Klenk/x_1]} = 1$

Evaluation von Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm-Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(P) = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm-Mensa\}$ | Prädikat P (z. B. *ist ein physikalisches Objekt*) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1}$

- Initiale Belegung $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1} = Herr\ Webelhuth$

  $$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_2 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$

  $[\![Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1} = 1$

- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1[Klenk/x_1]} = Frau\ Klenk$

  $$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Frau\ Klenk \\ x_2 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$

  $[\![Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1[Klenk/x_1]} = 1$

- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1[Turm-Mensa/X_1]} = Turm-Mensa$

  $$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Turm-Mensa \\ x_2 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$

  $[\![Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1[Mensa/x_1]} = 1$

Evaluation von Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(P) = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Prädikat P (z. B. *ist ein physikalisches Objekt*) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1} = 1$ weil keiner Belegung $[\![Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1} = 0$

- Initiale Belegung $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1} = Herr\ Webelhuth$

  $$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \to Herr\ Webelhuth \\ x_2 \to Herr\ Webelhuth \\ x_3 \to Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$

  $[\![Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1} = 1$

- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1[Klenk/x_1]} = Frau\ Klenk$

  $$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \to Frau\ Klenk \\ x_2 \to Herr\ Webelhuth \\ x_3 \to Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$

  $[\![Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1[Klenk/x_1]} = 1$

- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1[Turm-Mensa/X_1]} = Turm - Mensa$

  $$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \to Turm - Mensa \\ x_2 \to Herr\ Webelhuth \\ x_3 \to Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$

  $[\![Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1[Mensa/x_1]} = 1$

Evaluation mit zwei Variablen

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm-Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(Q) = \{\langle Webelhuth, Klenk\rangle, \langle Webelhuth, Mensa\rangle, \langle Klenk, Webelhuth\rangle\}$ | Prädikat Q (z. B. *x besucht y*) in $\mathcal{M}_1$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(Q) = \{\langle Webelhuth, Klenk\rangle, \langle Webelhuth, Mensa\rangle, \langle Klenk, Webelhuth\rangle\}$ | Prädikat Q (z. B. *x besucht y*) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 \exists x_2 Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1}$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(Q) = \{\langle Webelhuth, Klenk\rangle, \langle Webelhuth, Mensa\rangle, \langle Klenk, Webelhuth\rangle\}$ | Prädikat Q (z. B. x *besucht* y) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 \exists x_2 Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1}$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Frau\ Klenk \\ x_2 \rightarrow Turm - Mensa \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{\mathit{Herr\ Webelhuth}, \mathit{Frau\ Klenk}, \mathit{Turm-Mensa}\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(Q) = \{\langle \mathit{Webelhuth}, \mathit{Klenk}\rangle, \langle \mathit{Webelhuth}, \mathit{Mensa}\rangle, \langle \mathit{Klenk}, \mathit{Webelhuth}\rangle\}$ | Prädikat Q (z. B. *x besucht y*) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 \exists x_2 Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = \mathit{Frau\ Klenk}$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow \mathit{Frau\ Klenk} \\ x_2 \rightarrow \mathit{Turm-Mensa} \\ x_3 \rightarrow \mathit{Herr\ Webelhuth} \end{bmatrix}$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(Q) = \{\langle Webelhuth, Klenk\rangle, \langle Webelhuth, Mensa\rangle, \langle Klenk, Webelhuth\rangle\}$ | Prädikat Q (z. B. *x besucht y*) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 \exists x_2 Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = Frau\ Klenk$
  - $[\![Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Frau\ Klenk \\ x_2 \rightarrow Turm - Mensa \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(Q) = \{\langle Webelhuth, Klenk\rangle, \langle Webelhuth, Mensa\rangle, \langle Klenk, Webelhuth\rangle\}$ | Prädikat Q (z. B. x *besucht* y) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 \exists x_2 Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = Frau\ Klenk$
  - $[\![Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
  - $[\![Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Klenk/x_2]} = 0$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Frau\ Klenk \\ x_2 \rightarrow Frau\ Klenk \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(Q) = \{\langle Webelhuth, Klenk\rangle, \langle Webelhuth, Mensa\rangle, \langle Klenk, Webelhuth\rangle\}$ | Prädikat Q (z. B. *x besucht y*) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 \exists x_2 Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = Frau\ Klenk$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Klenk/x_2]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_2]} = 1$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Frau\ Klenk \\ x_2 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(Q) = \{\langle Webelhuth, Klenk\rangle, \langle Webelhuth, Mensa\rangle, \langle Klenk, Webelhuth\rangle\}$ | Prädikat Q (z. B. x *besucht* y) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 \exists x_2 Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = Frau\ Klenk$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Klenk/x_2]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_2]} = 1$
- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1]} = Turm - Mensa$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Frau\ Klenk \\ x_2 \rightarrow Turm - Mensa \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(Q) = \{\langle Webelhuth, Klenk\rangle, \langle Webelhuth, Mensa\rangle, \langle Klenk, Webelhuth\rangle\}$ | Prädikat Q (z. B. *x besucht y*) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 \exists x_2 Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = Frau\ Klenk$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Klenk/x_2]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_2]} = 1$
- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1]} = Turm - Mensa$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1]} = 0$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Turm - Mensa \\ x_2 \rightarrow Turm - Mensa \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(Q) = \{\langle Webelhuth, Klenk\rangle, \langle Webelhuth, Mensa\rangle, \langle Klenk, Webelhuth\rangle\}$ | Prädikat Q (z. B. *x besucht y*) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 \exists x_2 Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = Frau\ Klenk$
  - $[\![Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
  - $[\![Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Klenk/x_2]} = 0$
  - $[\![Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_2]} = 1$
- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1]} = Turm - Mensa$
  - $[\![Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1]} = 0$
  - $[\![Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1, Klenk/x_2]} = 0$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Turm - Mensa \\ x_2 \rightarrow Frau\ Klenk \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(Q) = \{\langle Webelhuth, Klenk\rangle, \langle Webelhuth, Mensa\rangle, \langle Klenk, Webelhuth\rangle\}$ | Prädikat Q (z. B. x *besucht* y) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 \exists x_2 Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = Frau\ Klenk$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Klenk/x_2]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_2]} = 1$
- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1]} = Turm - Mensa$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1, Klenk/x_2]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1, Webelhuth/x_2]} = 0$
    Abbruch!

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Turm - Mensa \\ x_2 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm-Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(Q) = \{\langle Webelhuth, Klenk\rangle, \langle Webelhuth, Mensa\rangle, \langle Klenk, Webelhuth\rangle\}$ | Prädikat Q (z. B. x *besucht* y) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 \exists x_2 Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = Frau\ Klenk$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Klenk/x_2]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_2]} = 1$
- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1]} = Turm-Mensa$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1, Klenk/x_2]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1, Webelhuth/x_2]} = 0$
    Abbruch!
- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_1]} = Herr\ Webelhuth$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Frau\ Klenk \\ x_2 \rightarrow Turm-Mensa \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(Q) = \{\langle Webelhuth, Klenk\rangle, \langle Webelhuth, Mensa\rangle, \langle Klenk, Webelhuth\rangle\}$ | Prädikat Q (z. B. x *besucht* y) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 \exists x_2 Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = Frau\ Klenk$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Klenk/x_2]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_2]} = 1$
- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1]} = Turm - Mensa$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1, Klenk/x_2]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1, Webelhuth/x_2]} = 0$
    Abbruch!
- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_1]} = Herr\ Webelhuth$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_1]} = 1$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_2 \rightarrow Turm - Mensa \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(Q) = \{\langle Webelhuth, Klenk\rangle, \langle Webelhuth, Mensa\rangle, \langle Klenk, Webelhuth\rangle\}$ | Prädikat Q (z. B. x *besucht* y) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 \exists x_2 Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1}$

- Initiale Belegung $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1} = Frau\ Klenk$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1[Klenk/x_2]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1[Webelhuth/x_2]} = 1$
- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1[Turm-Mensa/x_1]} = Turm - Mensa$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1[Turm-Mensa/x_1]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1[Turm-Mensa/x_1,Klenk/x_2]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1[Turm-Mensa/x_1,Webelhuth/x_2]} = 0$
    Abbruch!
- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1[Webelhuth/x_1]} = Herr\ Webelhuth$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1[Webelhuth/x_1]} = 1$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1,g_1[Webelhuth/x_1,Klenk/x_2]} = 1$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_2 \rightarrow Frau\ Klenk \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(Q) = \{\langle Webelhuth, Klenk\rangle, \langle Webelhuth, Mensa\rangle, \langle Klenk, Webelhuth\rangle\}$ | Prädikat Q (z. B. x *besucht* y) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 \exists x_2 Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = Frau\ Klenk$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Klenk/x_2]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_2]} = 1$
- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1]} = Turm - Mensa$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1, Klenk/x_2]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1, Webelhuth/x_2]} = 0$
    Abbruch!
- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_1]} = Herr\ Webelhuth$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_1]} = 1$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_1, Klenk/x_2]} = 1$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_1, Webelhuth/x_2]} = 0$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_2 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(Q) = \{\langle Webelhuth, Klenk\rangle, \langle Webelhuth, Mensa\rangle, \langle Klenk, Webelhuth\rangle\}$ | Prädikat Q (z. B. *x besucht y*) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 \exists x_2 Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$ weil nicht für jede Belegung von x_1 mindestens einmal 1

- Initiale Belegung $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = Frau\ Klenk$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Klenk/x_2]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_2]} = 1$
- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1]} = Turm - Mensa$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1, Klenk/x_2]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1, Webelhuth/x_2]} = 0$
    Abbruch!
- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_1]} = Herr\ Webelhuth$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_1]} = 1$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_1, Klenk/x_2]} = 1$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_1, Webelhuth/x_2]} = 0$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Frau\ Klenk \\ x_2 \rightarrow Turm - Mensa \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$

Quantifikation in natürlicher Sprache

Seltsame Quantoren

Wie quantifiziert *meist*?

Seltsame Quantoren

Wie quantifiziert *meist*?

- Kleineres Problem | $\exists$ sowohl *mindestens ein* als auch *einige*

Seltsame Quantoren

Wie quantifiziert *meist*?

- Kleineres Problem | $\exists$ sowohl *mindestens ein* als auch *einige*
- Grundsätzliches Problem | *meist* (und andere)

Seltsame Quantoren

Wie quantifiziert *meist*?

- Kleineres Problem | $\exists$ sowohl *mindestens ein* als auch *einige*
- Grundsätzliches Problem | *meist* (und andere)

  Die meisten Patienten sind zufrieden.

Seltsame Quantoren

Wie quantifiziert *meist*?

- Kleineres Problem | $\exists$ sowohl *mindestens ein* als auch *einige*
- Grundsätzliches Problem | *meist* (und andere)

  Die meisten Patienten sind zufrieden.

  - Hypothetischer Quantor W | $WxPx \rightarrow Zx$

    Für die meisten Objekte gilt, dass sie zufrieden sind, wenn sie Patienten sind.

Wie quantifiziert *meist*?

- Kleineres Problem | $\exists$ sowohl *mindestens ein* als auch *einige*
- Grundsätzliches Problem | *meist* (und andere)

  Die meisten Patienten sind zufrieden.
  - Hypothetischer Quantor W | $WxPx \rightarrow Zx$

    Für die meisten Objekte gilt, dass sie zufrieden sind, wenn sie Patienten sind.
  - Falsche Interpretation| Domäne = $[\![P]\!]^{\mathcal{M}_1}\{x : x \textit{ ist Patient}\}$, nicht D_1

Seltsame Quantoren

Wie quantifiziert *meist*?

- Kleineres Problem | $\exists$ sowohl *mindestens ein* als auch *einige*
- Grundsätzliches Problem | *meist* (und andere)

  Die meisten Patienten sind zufrieden.
  - Hypothetischer Quantor W | $WxPx \rightarrow Zx$

    Für die meisten Objekte gilt, dass sie zufrieden sind, wenn sie Patienten sind.
  - Falsche Interpretation | Domäne = $[\![P]\!]^{\mathcal{M}_1} \{x : x \textit{ ist Patient}\}$, nicht D_1
- Korrekte Lösung | Generalisierte Quantoren (am Ende des Seminars)

Natürliche Sprache | Ambiger Skopus

Natürliche Sprache | Ambiger Skopus

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat

Natürliche Sprache | Ambiger Skopus

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat
- Natürliche Sprache ohne pränexe Normalform (PNF), Quantor in situ

Natürliche Sprache | Ambiger Skopus

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat
- Natürliche Sprache ohne pränexe Normalform (PNF), Quantor in situ
- Außerdem Ambiguität = mehrere Lesarten

Natürliche Sprache | Ambiger Skopus

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat
- Natürliche Sprache ohne pränexe Normalform (PNF), Quantor in situ
- Außerdem Ambiguität = mehrere Lesarten
  - *Everybody loves somebody.* (*ELS*)

Natürliche Sprache | Ambiger Skopus

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat
- Natürliche Sprache ohne pränexe Normalform (PNF), Quantor in situ
- Außerdem Ambiguität = mehrere Lesarten
  - *Everybody loves somebody.* (*ELS*)
  - $\forall x_1 \exists x_2 L x_1 x_2$

Natürliche Sprache | Ambiger Skopus

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat
- Natürliche Sprache ohne pränexe Normalform (PNF), Quantor in situ
- Außerdem Ambiguität = mehrere Lesarten
  - *Everybody loves somebody.* (*ELS*)
  - $\forall x_1 \exists x_2 L x_1 x_2$
  - $\exists x_2 \forall x_1 L x_1 x_2$

Natürliche Sprache | Ambiger Skopus

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat
- Natürliche Sprache ohne pränexe Normalform (PNF), Quantor in situ
- Außerdem Ambiguität = mehrere Lesarten
  - *Everybody loves somebody.* (*ELS*)
  - $\forall x_1 \exists x_2 L x_1 x_2$
  - $\exists x_2 \forall x_1 L x_1 x_2$

- Für eine strukturelle Modellierung (c-Kommando) | LF-Bewegung

Natürliche Sprache | Ambiger Skopus

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat
- Natürliche Sprache ohne pränexe Normalform (PNF), Quantor in situ
- Außerdem Ambiguität = mehrere Lesarten
  - *Everybody loves somebody.* (*ELS*)
  - $\forall x_1 \exists x_2 Lx_1x_2$
  - $\exists x_2 \forall x_1 Lx_1x_2$

- Für eine strukturelle Modellierung (c-Kommando) | LF-Bewegung
- Beispiele für andere Lösungen, mehr in Montagues lf-Tradition

Natürliche Sprache | Ambiger Skopus

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat
- Natürliche Sprache ohne pränexe Normalform (PNF), Quantor in situ
- Außerdem Ambiguität = mehrere Lesarten
  - *Everybody loves somebody.* (*ELS*)
  - $\forall x_1 \exists x_2 Lx_1x_2$
  - $\exists x_2 \forall x_1 Lx_1x_2$

- Für eine strukturelle Modellierung (c-Kommando) | LF-Bewegung
- Beispiele für andere Lösungen, mehr in Montagues lf-Tradition
  - Cooper Storage (implementiert in HPSG)

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat
- Natürliche Sprache ohne pränexe Normalform (PNF), Quantor in situ
- Außerdem Ambiguität = mehrere Lesarten
  - *Everybody loves somebody.* (*ELS*)
  - $\forall x_1 \exists x_2 L x_1 x_2$
  - $\exists x_2 \forall x_1 L x_1 x_2$
- Für eine strukturelle Modellierung (c-Kommando) | LF-Bewegung
- Beispiele für andere Lösungen, mehr in Montagues lf-Tradition
  - Cooper Storage (implementiert in HPSG)
  - Unterspezifikation (implementiert in HPSG; kognitiv recht plausibel)

Natürliche Sprache | Ambiger Skopus

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat
- Natürliche Sprache ohne pränexe Normalform (PNF), Quantor in situ
- Außerdem Ambiguität = mehrere Lesarten
  - *Everybody loves somebody.* (*ELS*)
  - $\forall x_1 \exists x_2 L x_1 x_2$
  - $\exists x_2 \forall x_1 L x_1 x_2$

- Für eine strukturelle Modellierung (c-Kommando) | LF-Bewegung
- Beispiele für andere Lösungen, mehr in Montagues lf-Tradition
  - Cooper Storage (implementiert in HPSG)
  - Unterspezifikation (implementiert in HPSG; kognitiv recht plausibel)
  - Hypothetische Beweise (implementiert in Kategorialgrammatik)

Für eine strukturelle Lösung | LF-Bewegung

Für eine strukturelle Lösung | LF-Bewegung

Relevante syntaktische Erweiterung zu F_1 | Quantifier Raising (QR) Rule

Für eine strukturelle Lösung | LF-Bewegung

Relevante syntaktische Erweiterung zu F_1 | Quantifier Raising (QR) Rule

$$[_S\, X\ NP\ Y\,] \Longrightarrow [_{S'}\ NP_i\ [_S\, X\ t_i\ Y\,]]$$

Für eine strukturelle Lösung | LF-Bewegung

Relevante syntaktische Erweiterung zu F_1 | Quantifier Raising (QR) Rule

$$[_S\ X\ NP\ Y\ ] \implies [_{S'}\ NP_i\ [_S\ X\ t_i\ Y\ ]]$$

- Phrasenstruktur als Input und Output (= Skopus in Syntax, LF als Syntax)

Für eine strukturelle Lösung | LF-Bewegung

Relevante syntaktische Erweiterung zu F_1 | Quantifier Raising (QR) Rule

$$[_S\, X\ NP\ Y\,] \Longrightarrow [_{S'}\ NP_i\ [_S\, X\ t_i\ Y\,]]$$

- Phrasenstruktur als Input und Output (= Skopus in Syntax, LF als Syntax)
- Koindizierung und Linksadjunktion an S beide Teil einer Regel

Für eine strukturelle Lösung | LF-Bewegung

Relevante syntaktische Erweiterung zu F_1 | Quantifier Raising (QR) Rule

$$[_S\ X\ NP\ Y\ ] \Longrightarrow [_{S'}\ NP_i\ [_S\ X\ t_i\ Y\ ]]$$

- Phrasenstruktur als Input und Output (= Skopus in Syntax, LF als Syntax)
- Koindizierung und Linksadjunktion an S beide Teil einer Regel
- Kein wesentlicher Unterschied, falls CP oder IP statt S

Relevante syntaktische Erweiterung zu F_1 | Quantifier Raising (QR) Rule

$$[_S\, X\ NP\ Y\,] \implies [_{S'}\ NP_i\ [_S\, X\ t_i\ Y\,]]$$

- Phrasenstruktur als Input und Output (= Skopus in Syntax, LF als Syntax)
- Koindizierung und Linksadjunktion an S beide Teil einer Regel
- Kein wesentlicher Unterschied, falls CP oder IP statt S
- Außerdem | $Det \rightarrow every,\ some$ and $NP \rightarrow Det\ N^{count}$

Für eine strukturelle Lösung | LF-Bewegung

Relevante syntaktische Erweiterung zu F_1 | Quantifier Raising (QR) Rule

$$[_S\ X\ NP\ Y\ ] \implies [_{S'}\ NP_i\ [_S\ X\ t_i\ Y\ ]]$$

- Phrasenstruktur als Input und Output (= Skopus in Syntax, LF als Syntax)
- Koindizierung und Linksadjunktion an S beide Teil einer Regel
- Kein wesentlicher Unterschied, falls CP oder IP statt S
- Außerdem | $Det \rightarrow every,\ some$ and $NP \rightarrow Det\ N^{count}$
- Syntax-Problem | Völlig unnötig eine kontextsensitive Regel

Für eine strukturelle Lösung | LF-Bewegung

Relevante syntaktische Erweiterung zu F_1 | Quantifier Raising (QR) Rule

$$[_S\ X\ NP\ Y\ ] \Longrightarrow [_{S'}\ NP_i\ [_S\ X\ t_i\ Y\ ]]$$

- Phrasenstruktur als Input und Output (= Skopus in Syntax, LF als Syntax)
- Koindizierung und Linksadjunktion an S beide Teil einer Regel
- Kein wesentlicher Unterschied, falls CP oder IP statt S
- Außerdem | $Det \rightarrow every,\ some$ and $NP \rightarrow Det\ N^{count}$
- Syntax-Problem | Völlig unnötig eine kontextsensitive Regel
- Semantik-Probleme bei Chierchia

Für eine strukturelle Lösung | LF-Bewegung

Relevante syntaktische Erweiterung zu F_1 | Quantifier Raising (QR) Rule

$$[_S\ X\ NP\ Y\ ] \implies [_{S'}\ NP_i\ [_S\ X\ t_i\ Y\ ]]$$

- Phrasenstruktur als Input und Output (= Skopus in Syntax, LF als Syntax)
- Koindizierung und Linksadjunktion an S beide Teil einer Regel
- Kein wesentlicher Unterschied, falls CP oder IP statt S
- Außerdem | $Det \rightarrow every,\ some$ and $NP \rightarrow Det\ N^{count}$
- Syntax-Problem | Völlig unnötig eine kontextsensitive Regel
- Semantik-Probleme bei Chierchia
  - Einführung syntaktischer Typen wird skizzenhaft (s. Montague)

Für eine strukturelle Lösung | LF-Bewegung

Relevante syntaktische Erweiterung zu F_1 | Quantifier Raising (QR) Rule

$$[_S\ X\ NP\ Y\ ] \implies [_{S'}\ NP_i\ [_S\ X\ t_i\ Y\ ]]$$

- Phrasenstruktur als Input und Output (= Skopus in Syntax, LF als Syntax)
- Koindizierung und Linksadjunktion an S beide Teil einer Regel
- Kein wesentlicher Unterschied, falls CP oder IP statt S
- Außerdem | $Det \rightarrow every$, *some* and $NP \rightarrow Det\ N^{count}$
- Syntax-Problem | Völlig unnötig eine kontextsensitive Regel
- Semantik-Probleme bei Chierchia
    - Einführung syntaktischer Typen wird skizzenhaft (s. Montague)
    - Definition zulässiger Modelle unterschlagen (s. Montague)

Semantik für QR mit *every*

Semantik für QR mit *every*

$$[\![\,[\,[\mathit{every}\ \beta]_i\ S]]\!]^{\mathcal{M},g} = 1 \textit{ iff for all } d \in D:$$
$$\textit{if } d \in [\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g} \textit{ then } [\![S]\!]^{\mathcal{M},g[u/t_i]}$$

Semantik für QR mit *every*

$$[\![\,[\,[every\ \beta]_i\ S]]\!]^{\mathcal{M},g} = 1 \textit{ iff for all } d \in D:$$
$$\textit{if } d \in [\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g} \textit{ then } [\![S]\!]^{\mathcal{M},g[u/t_i]}$$

A sentence containing the trace t_i with an adjoined NP_i (which consists of *every* plus the common noun β) extend to 1 iff for each individual *d* in the universe *D* which is in the set referred to by the common noun β, *S* denotes 1 with *d* assigned to the pronominal trace t_i. *g* is modified iteratively to check that.

Semantik für QR-Regel mit *some*

Semantik für QR-Regel mit *some*

$$[\![\,[\,[a\ \beta]_i\ S]\!]^{\mathcal{M},g} = 1 \text{ iff for some } u \in U:$$
$$u \in [\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g} \text{ and } [\![S]\!]^{\mathcal{M},g[u/t_i]}$$

Semantik für QR-Regel mit *some*

$$[\![\,[\,[a\ \beta]_i\ S]\,]\!]^{\mathcal{M},g} = 1 \textit{ iff for some } u \in U: \\ u \in [\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g} \textit{ and } [\![S]\!]^{\mathcal{M},g[u/t_i]}$$

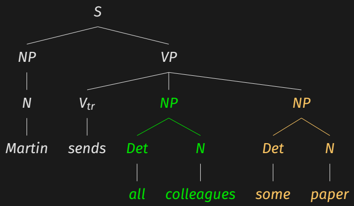
Die Interpretation erfolgt nach ähnlichem Schema.

Bäume

Bäume

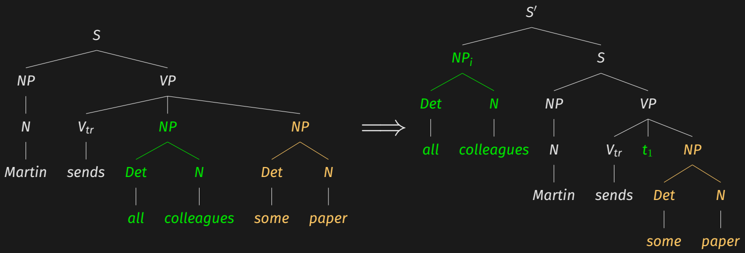
Martin sends all colleagues some paper. in the $\exists\forall$ reading:

Martin sends all colleagues some paper. in the ∃∀ reading:



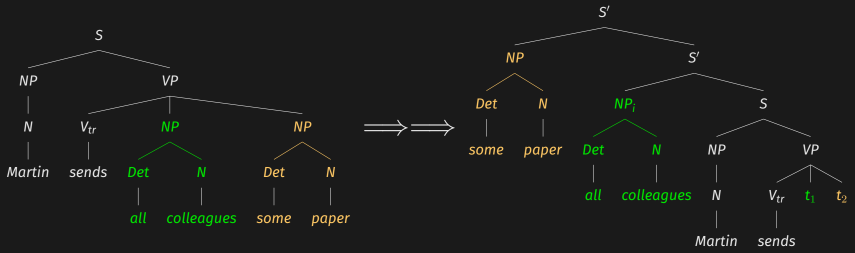
Bäume

Martin sends all colleagues some paper. in the ∃∀ reading:



Bäume

Martin sends all colleagues some paper. in the ∃∀ reading:



Aufgaben

Aufgaben I

Literatur I

Chierchia, Gennaro & Sally McConnell-Ginet. 2000. *Meaning and grammar: An introduction to semantics.* 2. Aufl. Cambridge, MA: MIT Press.

Autor

Kontakt

Prof. Dr. Roland Schäfer
Institut für Germanistische Sprachwissenschaft
Friedrich-Schiller-Universität Jena
Fürstengraben 30
07743 Jena

https://rolandschaefer.net
roland.schaefer@uni-jena.de

Lizenz