Formale Semantik
03. Mengen und Funktionen

Roland Schäfer

Institut für Germanistische Sprachwissenschaft
Friedrich-Schiller-Universität Jena

Folien in Überarbeitung. Englische Teile (ab Woche 8) sind noch von 2007!
Stets aktuelle Fassungen: `https://github.com/rsling/VL-Semantik`

Inhalt

1 Mengen und Funktionen

2 Funktionen und Relationen

3 Mehr über Relationen und Mengen

Kernfragen in dieser Woche

Kernfragen in dieser Woche

Was sind Mengen?

Kernfragen in dieser Woche

Was sind Mengen?

Welche Operationen kann man auf Mengen anwenden?

Kernfragen in dieser Woche

Was sind Mengen?

Welche Operationen kann man auf Mengen anwenden?

Was sind Relationen und Funktionen?
Und wie hängen sie mit Mengen zusammen?

Kernfragen in dieser Woche

Was sind Mengen?

Welche Operationen kann man auf Mengen anwenden?

Was sind Relationen und Funktionen?
Und wie hängen sie mit Mengen zusammen?

Welche Eigenschaften können Funktionen und Relationen haben?

Kernfragen in dieser Woche

Was sind Mengen?

Welche Operationen kann man auf Mengen anwenden?

Was sind Relationen und Funktionen?
Und wie hängen sie mit Mengen zusammen?

Welche Eigenschaften können Funktionen und Relationen haben?

Text für heute: Partee u. a. (1990: Kapitel 1–4)

Mengen und Funktionen

Was ist eine Menge?

Was ist eine Menge?

Eine frei definierbare ungeordnete Sammlung von diskreten Objekten

Was ist eine Menge?

Eine frei definierbare ungeordnete Sammlung von diskreten Objekten

- Zahlen

Was ist eine Menge?

Eine frei definierbare ungeordnete Sammlung von diskreten Objekten

- Zahlen
- Menschen

Was ist eine Menge?

Eine frei definierbare ungeordnete Sammlung von diskreten Objekten

- Zahlen
- Menschen
- Schuhe

Was ist eine Menge?

Eine frei definierbare ungeordnete Sammlung von diskreten Objekten

- Zahlen
- Menschen
- Schuhe
- Wörter

Was ist eine Menge?

Eine frei definierbare ungeordnete Sammlung von diskreten Objekten

- Zahlen
- Menschen
- Schuhe
- Wörter
- ...

Was ist eine Menge?

Eine frei definierbare ungeordnete Sammlung von diskreten Objekten

- Zahlen
- Menschen
- Schuhe
- Wörter
- ...

- nicht unbedingt zweckgebunden

Was ist eine Menge?

Eine frei definierbare ungeordnete Sammlung von diskreten Objekten

- Zahlen
- Menschen
- Schuhe
- Wörter
- ...

- nicht unbedingt zweckgebunden
- jedes Objekt maximal einmal in jeder Menge

Notation und Beispiele für Mengen

Notation und Beispiele für Mengen

Mengendefinition $\{\}$, Elementstatus $\in$

Notation und Beispiele für Mengen

Mengendefinition $\{\}$, Elementstatus $\in$

- $\mathrm{M}_1 = \{a, b, c\}$ (Menge von Buchstaben)

Notation und Beispiele für Mengen

Mengendefinition $\{\}$, Elementstatus $\in$

- $M_1 = \{a, b, c\}$ (Menge von Buchstaben)
- $N_1 = \{\textit{‘my book’}\}$ (einelementige Menge, enthält eine NP)

Notation und Beispiele für Mengen

Mengendefinition $\{\}$, Elementstatus $\in$

- $M_1 = \{a, b, c\}$ (Menge von Buchstaben)
- $N_1 = \{\text{'}\textit{my book}\text{'}\}$ (einelementige Menge, enthält eine NP)
  - vs. $N_2 = \{\textit{my book}\}$ (einelementige Menge, enthält mein Buch)

Notation und Beispiele für Mengen

Mengendefinition $\{\}$, Elementstatus $\in$

- $M_1 = \{a, b, c\}$ (Menge von Buchstaben)
- N_1 = {*‘my book’*} (einelementige Menge, enthält eine NP)
  - vs. N_2 = {*my book*} (einelementige Menge, enthält mein Buch)
  - vs. N_3 = {*‘my’, ‘book’*} (Menge von Wörtern)

Notation und Beispiele für Mengen

Mengendefinition $\{\}$, Elementstatus $\in$

- $M_1 = \{a, b, c\}$ (Menge von Buchstaben)
- N_1 = {*'my book'*} (einelementige Menge, enthält eine NP)
  - vs. N_2 = {*my book*} (einelementige Menge, enthält mein Buch)
  - vs. N_3 = {*'my', 'book'*} (Menge von Wörtern)
- auch möglich: N_4 = {*'my', book*}

Notation und Beispiele für Mengen

Mengendefinition $\{\}$, Elementstatus $\in$

- $M_1 = \{a, b, c\}$ (Menge von Buchstaben)
- N_1 = {*'my book'*} (einelementige Menge, enthält eine NP)
  - vs. N_2 = {*my book*} (einelementige Menge, enthält mein Buch)
  - vs. N_3 = {*'my', 'book'*} (Menge von Wörtern)
- auch möglich: N_4 = {*'my', book*}
- definiert über eine Eigenschaft der Elemente (zwei Notationen):
  M_2 = {*x: x is one of the first three letters of the alphabet*}
  M_2 = {*x|x is one of the first three letters of the alphabet*}

Notation und Beispiele für Mengen

Mengendefinition $\{\}$, Elementstatus $\in$

- $M_1 = \{a, b, c\}$ (Menge von Buchstaben)
- N_1 = {*'my book'*} (einelementige Menge, enthält eine NP)
  - vs. N_2 = {*my book*} (einelementige Menge, enthält mein Buch)
  - vs. N_3 = {*'my', 'book'*} (Menge von Wörtern)
- auch möglich: N_4 = {*'my', book*}
- definiert über eine Eigenschaft der Elemente (zwei Notationen):
  M_2 = {*x: x is one of the first three letters of the alphabet*}
  M_2 = {*x|x is one of the first three letters of the alphabet*}
- U: die universelle Menge (alle Objekte)

Identität von Mengen

Identität von Mengen

Zwei Mengen mit exakt den gleichen Elementen sind identisch.

Identität von Mengen

Zwei Mengen mit exakt den gleichen Elementen sind identisch.

- $\{a, b, c\} = \{x{:}x \textit{ is one of the first three letters of the alphabet}\}$

Identität von Mengen

Zwei Mengen mit exakt den gleichen Elementen sind identisch.

- $\{a, b, c\}$ = $\{$*x:x is one of the first three letters of the alphabet*$\}$
- $\{$*x: x is human*$\}$ = $\{$*x: x is from the Earth, a primate but not an ape*$\}$

Teilmengen und Obermengen

Teilmengen und Obermengen

Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält, das nicht auch in Menge M enthalten ist (umg. Obermenge).

Teilmengen und Obermengen

Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält,
das nicht auch in Menge M enthalten ist (umg. Obermenge).

Teilmenge oder Identität $\subseteq$
Obermenge oder Identität $\supseteq$

Teilmengen und Obermengen

Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält, das nicht auch in Menge M enthalten ist (umg. Obermenge).

Teilmenge oder Identität $\subseteq$
Obermenge oder Identität $\supseteq$

- $\{a\} \subseteq \{a, b, c\}$ und $\{a, b, c\} \supseteq \{a\}$

Teilmengen und Obermengen

Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält, das nicht auch in Menge M enthalten ist (umg. Obermenge).

Teilmenge oder Identität $\subseteq$
Obermenge oder Identität $\supseteq$

- $\{a\} \subseteq \{a, b, c\}$ und $\{a, b, c\} \supseteq \{a\}$
- $\{a\} \subseteq \{a, b, c\}$ und $\{a, b, c\} \supseteq \{a\}$

Teilmengen und Obermengen

Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält,
das nicht auch in Menge M enthalten ist (umg. Obermenge).

Teilmenge oder Identität $\subseteq$
Obermenge oder Identität $\supseteq$

- $\{a\} \subseteq \{a, b, c\}$ und $\{a, b, c\} \supseteq \{a\}$
- $\{a\} \subseteq \{a, b, c\}$ und $\{a, b, c\} \supseteq \{a\}$
- $\{a, b, c\} \subseteq \{a, b, c\}$

Teilmengen und Obermengen

Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält,
das nicht auch in Menge M enthalten ist (umg. Obermenge).

Teilmenge oder Identität $\subseteq$
Obermenge oder Identität $\supseteq$

- $\{a\} \subseteq \{a, b, c\}$ und $\{a, b, c\} \supseteq \{a\}$
- $\{a\} \subseteq \{a, b, c\}$ und $\{a, b, c\} \supseteq \{a\}$
- $\{a, b, c\} \subseteq \{a, b, c\}$
- $\{a, b, c, d\} \not\subseteq \{a, b, c\}$ und $\{a, b, c\} \not\supseteq \{a, b, c, d\}$

Teilmengen und Obermengen

Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält, das nicht auch in Menge M enthalten ist (umg. Obermenge).

Teilmenge oder Identität $\subseteq$
Obermenge oder Identität $\supseteq$

- $\{a\} \subseteq \{a, b, c\}$ und $\{a, b, c\} \supseteq \{a\}$
- $\{a\} \subseteq \{a, b, c\}$ und $\{a, b, c\} \supseteq \{a\}$
- $\{a, b, c\} \subseteq \{a, b, c\}$
- $\{a, b, c, d\} \not\subseteq \{a, b, c\}$ und $\{a, b, c\} \not\supseteq \{a, b, c, d\}$
- $\{x\text{: } x \text{ is human}\} \subseteq \{x\text{: is an ape}\}$

Echte Teilmengen und Obermengen

Echte Teilmengen und Obermengen

Echte Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält,
das nicht auch in Menge M enthalten ist, und die nicht mit M identisch ist.

Echte Teilmengen und Obermengen

Echte Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält, das nicht auch in Menge M enthalten ist, und die nicht mit M identisch ist.

Echte Teilmenge $\subset$
Echte Obermenge $\supset$

Echte Teilmengen und Obermengen

Echte Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält,
das nicht auch in Menge M enthalten ist, und die nicht mit M identisch ist.

Echte Teilmenge $\subset$
Echte Obermenge $\supset$

- $\{a\} \subset \{a, b, c\}$ und $\{a\} \subset \{a, b, c\}$

Echte Teilmengen und Obermengen

Echte Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält,
das nicht auch in Menge M enthalten ist, und die nicht mit M identisch ist.

Echte Teilmenge $\subset$
Echte Obermenge $\supset$

- $\{a\} \subset \{a, b, c\}$ und $\{a\} \subset \{a, b, c\}$
- $\{a, b, c\} \not\subset \{a, b, c\}$ aber $\{a, b, c\} \subseteq \{a, b, c\}$

Elemente vs. Teilmengen

Elemente vs. Teilmengen

- Achtung bei Mengen von Mengen

Elemente vs. Teilmengen

- Achtung bei Mengen von Mengen
  - $\{\{a\}\} \not\subset \{a, b, c\}$

Elemente vs. Teilmengen

- Achtung bei Mengen von Mengen
  - $\{\{a\}\} \not\subset \{a, b, c\}$
  - $\{\{a\}\} \not\subseteq \{a, b, c\}$

Elemente vs. Teilmengen

- Achtung bei Mengen von Mengen
  - $\{\{a\}\} \not\subset \{a, b, c\}$
  - $\{\{a\}\} \not\subseteq \{a, b, c\}$
  - $\{\{a\}\} \notin \{a, b, c\}$

Elemente vs. Teilmengen

- Achtung bei Mengen von Mengen
  - $\{\{a\}\} \not\subset \{a, b, c\}$
  - $\{\{a\}\} \not\subseteq \{a, b, c\}$
  - $\{\{a\}\} \notin \{a, b, c\}$
- für leere Menge $\{\}$ oder $\emptyset$

Elemente vs. Teilmengen

- Achtung bei Mengen von Mengen
  - $\{\{a\}\} \not\subset \{a, b, c\}$
  - $\{\{a\}\} \not\subseteq \{a, b, c\}$
  - $\{\{a\}\} \notin \{a, b, c\}$
- für leere Menge $\{\}$ oder $\emptyset$
  - $\{\} \subset$ jede anderen Menge

Elemente vs. Teilmengen

- Achtung bei Mengen von Mengen
  - $\{\{a\}\} \not\subset \{a, b, c\}$
  - $\{\{a\}\} \not\subseteq \{a, b, c\}$
  - $\{\{a\}\} \notin \{a, b, c\}$
- für leere Menge $\{\}$ oder $\emptyset$
  - $\{\} \subset$ jede anderen Menge
  - $\{\} \notin \{\}$

Logik mit Mengen, Teilmengen und Elementen

Logik mit Mengen, Teilmengen und Elementen

- Logik mit Mengen

Logik mit Mengen, Teilmengen und Elementen

- Logik mit Mengen
  - *Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.*
    Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.

Logik mit Mengen, Teilmengen und Elementen

- Logik mit Mengen
  - *Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.*
    Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.
  - w = Herr Webelhuth
    $E = \{x\text{: } x \text{ is a professor of English Linguistics}\}$
    $H = \{x\text{: } x \text{ is human}\}$

Logik mit Mengen, Teilmengen und Elementen

- Logik mit Mengen
  - *Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.*
    Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.
  - w = Herr Webelhuth
    $E = \{x\text{: } x \text{ is a professor of English Linguistics}\}$
    $H = \{x\text{: } x \text{ is human}\}$
  - Aus $w \in E$ und $E \subset H$ folgt $w \in H$

Logik mit Mengen, Teilmengen und Elementen

- Logik mit Mengen
  - *Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.*
    Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.
  - w = Herr Webelhuth
    $E = \{x\text{: } x \text{ is a professor of English Linguistics}\}$
    $H = \{x\text{: } x \text{ is human}\}$
  - Aus $w \in E$ und $E \subset H$ folgt $w \in H$

- Aber

Logik mit Mengen, Teilmengen und Elementen

- Logik mit Mengen
  - *Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.*
    Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.
  - w = Herr Webelhuth
    $E = \{x\text{: } x \text{ is a professor of English Linguistics}\}$
    $H = \{x\text{: } x \text{ is human}\}$
  - Aus $w \in E$ und $E \subset H$ folgt $w \in H$
- Aber
  - *Die Anglistikprofessoren sind zahlreich.*

Logik mit Mengen, Teilmengen und Elementen

- Logik mit Mengen
  - *Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.*
    Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.
  - w = Herr Webelhuth
    $E = \{x\text{: } x \text{ is a professor of English Linguistics}\}$
    $H = \{x\text{: } x \text{ is human}\}$
  - Aus $w \in E$ und $E \subset H$ folgt $w \in H$

- Aber
  - *Die Anglistikprofessoren sind zahlreich.*
  - $N = \{x\text{: } x \text{ is a set with many members}\}$

Logik mit Mengen, Teilmengen und Elementen

- Logik mit Mengen
  - *Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.*
    Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.
  - w = Herr Webelhuth
    $E = \{x\text{: } x \text{ is a professor of English Linguistics}\}$
    $H = \{x\text{: } x \text{ is human}\}$
  - Aus $w \in E$ und $E \subset H$ folgt $w \in H$

- Aber
  - *Die Anglistikprofessoren sind zahlreich.*
  - $N = \{x\text{: } x \text{ is a set with many members}\}$
  - Aus w ∈ E und E ∈ N folgt nicht w ∈ N

Logik mit Mengen, Teilmengen und Elementen

- Logik mit Mengen
  - *Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.*
    Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.
  - w = Herr Webelhuth
    $E = \{x: x \text{ is a professor of English Linguistics}\}$
    $H = \{x: x \text{ is human}\}$
  - Aus $w \in E$ und $E \subset H$ folgt $w \in H$

- Aber
  - *Die Anglistikprofessoren sind zahlreich.*
  - $N = \{x: x \text{ is a set with many members}\}$
  - Aus $\mathrm{w} \in \mathrm{E}$ und $\mathrm{E} \in \mathrm{N}$ folgt nicht $\mathrm{w} \in \mathrm{N}$
  - Vergleiche: **Herr Webelhuth ist zahlreich.*

Potenzmengen (power sets)

Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge $\wp(\cdot)$ | Für jede Menge M: $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge $\wp(\cdot)$ | Für jede Menge M: $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel

Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge $\wp(\cdot)$ | Für jede Menge M: $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel
  - $M = \{a, b, c\}$

Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge $\wp(\cdot)$ | Für jede Menge M: $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $\wp(M) = \{\}$

Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge $\wp(\cdot)$ | Für jede Menge M: $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $\wp(M) = \{\{a\}\}$

Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge $\wp(\cdot)$ | Für jede Menge M: $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}\}$

Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge $\wp(\cdot)$ | Für jede Menge M: $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}\}$

Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge $\wp(\cdot)$ | Für jede Menge M: $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}\}$

Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge $\wp(\cdot)$ | Für jede Menge M: $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}\}$

Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge $\wp(\cdot)$ | Für jede Menge M: $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}\}$

Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge $\wp(\cdot)$ | Für jede Menge M: $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$

Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge $\wp(\cdot)$ | Für jede Menge M: $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, \{\}\}$

Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge $\wp(\cdot)$ | Für jede Menge M: $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, \{\}\}$
- Warum ist die leere Menge in der Potenzmenge jeder Menge?

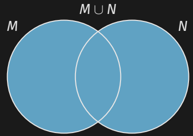
Potenzmengen (power sets)

Potenzmenge $\wp(\cdot)$ | Für jede Menge M: $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, \{\}\}$
- Warum ist die leere Menge in der Potenzmenge jeder Menge?
- Warum ist die leere Menge eine echte Teilmenge jeder Menge?

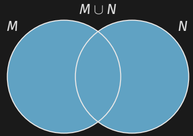
Vereinigungsmenge und Schnittmenge

Vereinigungsmenge und Schnittmenge

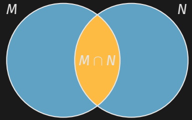


Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N: $M \cup N = \{x : x \in M \textbf{ oder } x \in N\}$

Vereinigungsmenge und Schnittmenge

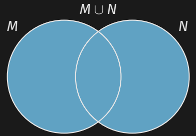


Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N: $M \cup N = \{x : x \in M \textbf{ oder } x \in N\}$

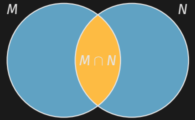


Schnittmenge | Für Mengen M und N: $M \cap N = \{x : x \in M \textbf{ und } x \in N\}$

Vereinigungsmenge und Schnittmenge



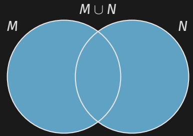
Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N: $M \cup N = \{x : x \in M \textbf{ oder } x \in N\}$



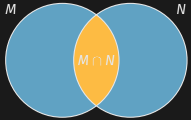
Schnittmenge | Für Mengen M und N: $M \cap N = \{x : x \in M \textbf{ und } x \in N\}$

- Beispiel Vereinigungsmenge

Vereinigungsmenge und Schnittmenge



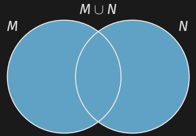
Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N: $M \cup N = \{x : x \in M \textbf{ oder } x \in N\}$



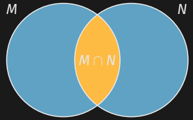
Schnittmenge | Für Mengen M und N: $M \cap N = \{x : x \in M \textbf{ und } x \in N\}$

- Beispiel Vereinigungsmenge
  - $M = \{a, b, c\}$

Vereinigungsmenge und Schnittmenge



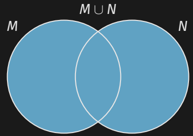
Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N: $M \cup N = \{x : x \in M \textbf{ oder } x \in N\}$



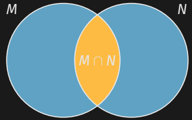
Schnittmenge | Für Mengen M und N: $M \cap N = \{x : x \in M \textbf{ und } x \in N\}$

- Beispiel Vereinigungsmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $N = \{a, b, d\}$

Vereinigungsmenge und Schnittmenge



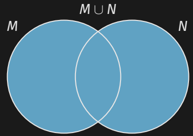
Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N: $M \cup N = \{x : x \in M \textbf{ oder } x \in N\}$



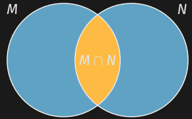
Schnittmenge | Für Mengen M und N: $M \cap N = \{x : x \in M \textbf{ und } x \in N\}$

- Beispiel Vereinigungsmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $N = \{a, b, d\}$
  - $M \cup N = \{a, b, c, d\}$

Vereinigungsmenge und Schnittmenge



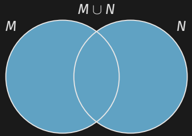
Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N: $M \cup N = \{x : x \in M \textbf{ oder } x \in N\}$



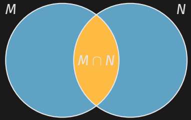
Schnittmenge | Für Mengen M und N: $M \cap N = \{x : x \in M \textbf{ und } x \in N\}$

- Beispiel Vereinigungsmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $N = \{a, b, d\}$
  - $M \cup N = \{a, b, c, d\}$
- Beispiel Schnittmenge

Vereinigungsmenge und Schnittmenge



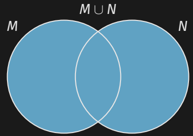
Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N: $M \cup N = \{x : x \in M \textbf{ oder } x \in N\}$



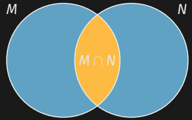
Schnittmenge | Für Mengen M und N: $M \cap N = \{x : x \in M \textbf{ und } x \in N\}$

- Beispiel Vereinigungsmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $N = \{a, b, d\}$
  - $M \cup N = \{a, b, c, d\}$
- Beispiel Schnittmenge
  - $M = \{a, b, c\}$

Vereinigungsmenge und Schnittmenge



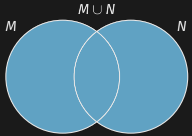
Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N: $M \cup N = \{x : x \in M \textbf{ oder } x \in N\}$



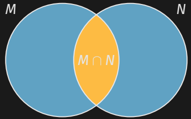
Schnittmenge | Für Mengen M und N: $M \cap N = \{x : x \in M \textbf{ und } x \in N\}$

- Beispiel Vereinigungsmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $N = \{a, b, d\}$
  - $M \cup N = \{a, b, c, d\}$
- Beispiel Schnittmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $N = \{a, b\}$

Vereinigungsmenge und Schnittmenge



Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N: $M \cup N = \{x : x \in M \textbf{ oder } x \in N\}$



Schnittmenge | Für Mengen M und N: $M \cap N = \{x : x \in M \textbf{ und } x \in N\}$

- Beispiel Vereinigungsmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $N = \{a, b, d\}$
  - $M \cup N = \{a, b, c, d\}$
- Beispiel Schnittmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $N = \{a, b\}$
  - $M \cap N = \{a, b\}$

Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$\bigcup M = \{x : x \in Y \textbf{ für irgendeine } Y \in M\}$

Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$\bigcup M = \{x : x \in Y \textbf{ für irgendeine } Y \in M\}$
$\bigcap M = \{x : x \in Y \textbf{ für jede } Y \in M\}$

Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$$\bigcup M = \{x : x \in Y \textbf{ für irgendeine } Y \in M\}$$
$$\bigcap M = \{x : x \in Y \textbf{ für jede } Y \in M\}$$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge

Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$\bigcup M = \{x : x \in Y \textbf{ für irgendeine } Y \in M\}$
$\bigcap M = \{x : x \in Y \textbf{ für jede } Y \in M\}$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$

Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$\bigcup M = \{x : x \in Y \textbf{ für irgendeine } Y \in M\}$
$\bigcap M = \{x : x \in Y \textbf{ für jede } Y \in M\}$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
  - $\bigcup M = \{\}$

Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$\bigcup M = \{x : x \in Y \textbf{ für irgendeine } Y \in M\}$
$\bigcap M = \{x : x \in Y \textbf{ für jede } Y \in M\}$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
  - $\bigcup M = \{a\}$

Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$\bigcup M = \{x : x \in Y \textbf{ für irgendeine } Y \in M\}$
$\bigcap M = \{x : x \in Y \textbf{ für jede } Y \in M\}$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
  - $\bigcup M = \{a, b\}$

Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$\bigcup M = \{x : x \in Y$ **für irgendeine** $Y \in M\}$
$\bigcap M = \{x : x \in Y$ **für jede** $Y \in M\}$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
  - $\bigcup M = \{a, b, c\}$

Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$\bigcup M = \{x : x \in Y$ **für irgendeine** $Y \in M\}$
$\bigcap M = \{x : x \in Y$ **für jede** $Y \in M\}$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
  - $\bigcup M = \{a, b, c\}$
- Beispiel generalisierte Schnittmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$

Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$\bigcup M = \{x : x \in Y \textbf{ für irgendeine } Y \in M\}$
$\bigcap M = \{x : x \in Y \textbf{ für jede } Y \in M\}$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
  - $\bigcup M = \{a, b, c\}$
- Beispiel generalisierte Schnittmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
  - $\bigcap M = \{\}$

Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$\bigcup M = \{x : x \in Y \textbf{ für irgendeine } Y \in M\}$
$\bigcap M = \{x : x \in Y \textbf{ für jede } Y \in M\}$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
  - $\bigcup M = \{a, b, c\}$
- Beispiel generalisierte Schnittmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
  - $\bigcap M = \{a\}$

Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$\bigcup M = \{x : x \in Y \textbf{ für irgendeine } Y \in M\}$
$\bigcap M = \{x : x \in Y \textbf{ für jede } Y \in M\}$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
  - $\bigcup M = \{a, b, c\}$
- Beispiel generalisierte Schnittmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
  - $\bigcap M = \{a\}$

Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$\bigcup M = \{x : x \in Y \textbf{ für irgendeine } Y \in M\}$
$\bigcap M = \{x : x \in Y \textbf{ für jede } Y \in M\}$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
  - $\bigcup M = \{a, b, c\}$
- Beispiel generalisierte Schnittmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
  - $\bigcap M = \{a\}$

Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$\bigcup M = \{x : x \in Y$ **für irgendeine** $Y \in M\}$
$\bigcap M = \{x : x \in Y$ **für jede** $Y \in M\}$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
  - $\bigcup M = \{a, b, c\}$
- Beispiel generalisierte Schnittmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
  - $\bigcap M = \{a\}$

Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge | $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$

Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge | $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$
Komplementmenge | $M \backslash N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$

Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge | $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$
Komplementmenge | $M \backslash N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$

- Beispiel Differenzmenge

Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge | $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$
Komplementmenge | $M \backslash N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$

- Beispiel Differenzmenge
  - $M = \{a, b, c\}$

Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge | $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$
Komplementmenge | $M \backslash N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$

- Beispiel Differenzmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $N = \{a\}$

Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge | $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$
Komplementmenge | $M \backslash N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$

- Beispiel Differenzmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $N = \{a\}$
  - $M - N = \{b, c\}$

Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge | $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$
Komplementmenge | $M \backslash N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$

- Beispiel Differenzmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $N = \{a\}$
  - $M - N = \{b, c\}$
- Beispiel Komplementmenge

Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge | $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$
Komplementmenge | $M \backslash N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$

- Beispiel Differenzmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $N = \{a\}$
  - $M - N = \{b, c\}$
- Beispiel Komplementmenge
  - $O = \{a, b, c, k\}$

Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge | $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$
Komplementmenge | $M \backslash N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$

- Beispiel Differenzmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $N = \{a\}$
  - $M - N = \{b, c\}$
- Beispiel Komplementmenge
  - $O = \{a, b, c, k\}$
  - $M \backslash O = \{k\}$

Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge | $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$
Komplementmenge | $M \backslash N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$

- Beispiel Differenzmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $N = \{a\}$
  - $M - N = \{b, c\}$
- Beispiel Komplementmenge
  - $O = \{a, b, c, k\}$
  - $M \backslash O = \{k\}$
- Universelles Komplement

Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge | $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$
Komplementmenge | $M \backslash N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$

- Beispiel Differenzmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $N = \{a\}$
  - $M - N = \{b, c\}$
- Beispiel Komplementmenge
  - $O = \{a, b, c, k\}$
  - $M \backslash O = \{k\}$
- Universelles Komplement
  - die universelle Menge | $U = \{x\text{: } x \textit{ is an object}\}$

Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge | $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$
Komplementmenge | $M \backslash N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$

- Beispiel Differenzmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $N = \{a\}$
  - $M - N = \{b, c\}$
- Beispiel Komplementmenge
  - $O = \{a, b, c, k\}$
  - $M \backslash O = \{k\}$
- Universelles Komplement
  - die universelle Menge | $U = \{x\text{: } x \textit{ is an object}\}$
  - $M' = \{x : x \in U \text{ and } x \notin M\}$

Triviale Identitäten

Triviale Identitäten

Idempotenz	$M \cup M$	$=$	M
	$M \cap M$	$=$	M
Kommutativität	$M \cup N$	$=$	$N \cup M$
	$M \cap N$	$=$	$N \cap M$
Assoziativität	$(M \cup N) \cup O$	$=$	$M \cup (N \cup O)$
	$(M \cap N) \cap O$	$=$	$M \cap (N \cap O)$
Distributivität	$M \cup (N \cap O)$	$=$	$(M \cup N) \cap (M \cup O)$

Interessante Identitäten

Interessante Identitäten

Komplementgesetze

Interessante Identitäten

Komplementgesetze

- $M \cup \emptyset = M$

Interessante Identitäten

Komplementgesetze

- $M \cup \emptyset = M$
- $M'' = M$

Interessante Identitäten

Komplementgesetze

- $M \cup \emptyset = M$
- $M'' = M$
- $M \cap M' = \emptyset$

Interessante Identitäten

Komplementgesetze

- $M \cup \emptyset = M$
- $M'' = M$
- $M \cap M' = \emptyset$
- $X \cap U = U$

Interessante Identitäten

Komplementgesetze

- $M \cup \emptyset = M$
- $M'' = M$
- $M \cap M' = \emptyset$
- $X \cap U = U$

DeMorgan

Interessante Identitäten

Komplementgesetze

- $M \cup \emptyset = M$
- $M'' = M$
- $M \cap M' = \emptyset$
- $X \cap U = U$

DeMorgan

- $(M \cup N)' = M' \cap X'$

Interessante Identitäten

Komplementgesetze

- $M \cup \emptyset = M$
- $M'' = M$
- $M \cap M' = \emptyset$
- $X \cap U = U$

DeMorgan

- $(M \cup N)' = M' \cap X'$
- DeMorgan begegnet uns in der Logik wieder.

Funktionen und Relationen

Tupel (geordnete Paare, Vektoren)

Tupel (geordnete Paare, Vektoren)

Mengen | ungeordnet $\{a, b, c\} = \{a, c, b\} = \{b, a, c\} = \{b, c, a\} = \{c, a, b\} = \{c, b, a\}$

Tupel (geordnete Paare, Vektoren)

Mengen | ungeordnet $\{a, b, c\} = \{a, c, b\} = \{b, a, c\} = \{b, c, a\} = \{c, a, b\} = \{c, b, a\}$

Tupel | dasselbe, aber geordnet $\langle a, b \rangle \neq \langle b, a \rangle$

Tupel (geordnete Paare, Vektoren)

Mengen | ungeordnet $\{a, b, c\} = \{a, c, b\} = \{b, a, c\} = \{b, c, a\} = \{c, a, b\} = \{c, b, a\}$

Tupel | dasselbe, aber geordnet $\langle a, b \rangle \neq \langle b, a \rangle$

- Definition ohne neues Primitiv | $\langle a, b \rangle \stackrel{def}{=} \{\{a\}, \{a, b\}\}$

Tupel (geordnete Paare, Vektoren)

Mengen | ungeordnet $\{a, b, c\} = \{a, c, b\} = \{b, a, c\} = \{b, c, a\} = \{c, a, b\} = \{c, b, a\}$

Tupel | dasselbe, aber geordnet $\langle a, b\rangle \neq \langle b, a\rangle$

- Definition ohne neues Primitiv | $\langle a, b\rangle \overset{def}{=} \{\{a\}, \{a, b\}\}$
- Rekursive Anwendung | $\langle a, b, c\rangle = ???$

Tupel (geordnete Paare, Vektoren)

Mengen | ungeordnet $\{a, b, c\} = \{a, c, b\} = \{b, a, c\} = \{b, c, a\} = \{c, a, b\} = \{c, b, a\}$

Tupel | dasselbe, aber geordnet $\langle a, b\rangle \neq \langle b, a\rangle$

- Definition ohne neues Primitiv | $\langle a, b\rangle \stackrel{def}{=} \{\{a\}, \{a, b\}\}$
- Rekursive Anwendung | $\langle a, b, c\rangle = ???$
- in $\langle a, b\rangle$ | a erste und b zweite Koordinate

Kartesische Produkte

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle : x_i \in S_i\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n\rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y\rangle \| x \in S_1 \text{ and } y \in S_2\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\langle a, 1 \rangle\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle \| x \in S_1 \text{ and } y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n\rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y\rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\langle a, 1\rangle, \langle a, 2\rangle, \langle a, 3\rangle, \langle b, 1\rangle, \langle b, 2\rangle, \langle b, 3\rangle, \langle c, 1\rangle, \langle c, 2\rangle, \langle c, 3\rangle\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n\rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y\rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\langle a, 1\rangle, \langle a, 2\rangle, \langle a, 3\rangle, \langle b, 1\rangle, \langle b, 2\rangle, \langle b, 3\rangle, \langle c, 1\rangle, \langle c, 2\rangle, \langle c, 3\rangle\}$
  - Achtung | $\langle 1, a\rangle \notin S_1 \times S_2$ usw.

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle\}$
  - Achtung | $\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$ usw.

- Nomenklatur | $\vec{x}$ für $\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n\rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y\rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\langle a, 1\rangle, \langle a, 2\rangle, \langle a, 3\rangle, \langle b, 1\rangle, \langle b, 2\rangle, \langle b, 3\rangle, \langle c, 1\rangle, \langle c, 2\rangle, \langle c, 3\rangle\}$
  - Achtung | $\langle 1, a\rangle \notin S_1 \times S_2$ usw.
- Nomenklatur | $\vec{x}$ für $\langle x_1, x_2, \ldots, x_n\rangle$
- n-faches Produkt | $S^n = \{\vec{s} : s_i \in S$ for $1 \leq i \leq n\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle\}$
  - Achtung | $\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$ usw.

- Nomenklatur | $\vec{x}$ für $\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle$

- n-faches Produkt | $S^n = \{\vec{s} : s_i \in S$ for $1 \leq i \leq n\}$
  - $S_1^2 = S_1 \times S_1 = \{\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\langle a, 1\rangle, \langle a, 2\rangle, \langle a, 3\rangle, \langle b, 1\rangle, \langle b, 2\rangle, \langle b, 3\rangle, \langle c, 1\rangle, \langle c, 2\rangle, \langle c, 3\rangle\}$
  - Achtung | $\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$ usw.
- Nomenklatur | $\vec{x}$ für $\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt | $S^n = \{\vec{s} : s_i \in S$ for $1 \leq i \leq n\}$
  - $S_1^2 = S_1 \times S_1 = \{\langle a, a \rangle\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\langle a, 1\rangle, \langle a, 2\rangle, \langle a, 3\rangle, \langle b, 1\rangle, \langle b, 2\rangle, \langle b, 3\rangle, \langle c, 1\rangle, \langle c, 2\rangle, \langle c, 3\rangle\}$
  - Achtung | $\langle 1, a\rangle \notin S_1 \times S_2$ usw.

- Nomenklatur | $\vec{x}$ für $\langle x_1, x_2, \ldots, x_n\rangle$

- n-faches Produkt | $S^n = \{\vec{s} : s_i \in S$ for $1 \leq i \leq n\}$
  - $S_1^2 = S_1 \times S_1 = \{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n\rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y\rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\langle a, 1\rangle, \langle a, 2\rangle, \langle a, 3\rangle, \langle b, 1\rangle, \langle b, 2\rangle, \langle b, 3\rangle, \langle c, 1\rangle, \langle c, 2\rangle, \langle c, 3\rangle\}$
  - Achtung | $\langle 1, a\rangle \notin S_1 \times S_2$ usw.
- Nomenklatur | $\vec{x}$ für $\langle x_1, x_2, \ldots, x_n\rangle$
- n-faches Produkt | $S^n = \{\vec{s} : s_i \in S$ for $1 \leq i \leq n\}$
  - $S_1^2 = S_1 \times S_1 = \{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle a, c\rangle\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle\}$
  - Achtung | $\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$ usw.

- Nomenklatur | $\vec{x}$ für $\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle$

- n-faches Produkt | $S^n = \{\vec{s} : s_i \in S$ for $1 \leq i \leq n\}$
  - $S_1^2 = S_1 \times S_1 = \{\langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, a \rangle\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n\rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y\rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\langle a, 1\rangle, \langle a, 2\rangle, \langle a, 3\rangle, \langle b, 1\rangle, \langle b, 2\rangle, \langle b, 3\rangle, \langle c, 1\rangle, \langle c, 2\rangle, \langle c, 3\rangle\}$
  - Achtung | $\langle 1, a\rangle \notin S_1 \times S_2$ usw.

- Nomenklatur | $\vec{x}$ für $\langle x_1, x_2, \ldots, x_n\rangle$

- n-faches Produkt | $S^n = \{\vec{s} : s_i \in S$ for $1 \leq i \leq n\}$
  - $S_1^2 = S_1 \times S_1 = \{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle a, c\rangle, \langle b, a\rangle, \langle b, b\rangle\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n\rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y\rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\langle a, 1\rangle, \langle a, 2\rangle, \langle a, 3\rangle, \langle b, 1\rangle, \langle b, 2\rangle, \langle b, 3\rangle, \langle c, 1\rangle, \langle c, 2\rangle, \langle c, 3\rangle\}$
  - Achtung | $\langle 1, a\rangle \notin S_1 \times S_2$ usw.

- Nomenklatur | $\vec{x}$ für $\langle x_1, x_2, \ldots, x_n\rangle$

- n-faches Produkt | $S^n = \{\vec{s} : s_i \in S$ for $1 \leq i \leq n\}$
  - $S_1^2 = S_1 \times S_1 = \{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle a, c\rangle, \langle b, a\rangle, \langle b, b\rangle, \langle b, c\rangle\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle\}$
  - Achtung | $\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$ usw.

- Nomenklatur | $\vec{x}$ für $\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle$

- n-faches Produkt | $S^n = \{\vec{s} : s_i \in S$ for $1 \leq i \leq n\}$
  - $S_1^2 = S_1 \times S_1 = \{\langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, a \rangle\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle\}$
  - Achtung | $\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$ usw.

- Nomenklatur | $\vec{x}$ für $\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle$

- n-faches Produkt | $S^n = \{\vec{s} : s_i \in S$ for $1 \leq i \leq n\}$
  - $S_1^2 = S_1 \times S_1 = \{\langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, a \rangle, \langle c, b \rangle\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n\rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y\rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\langle a, 1\rangle, \langle a, 2\rangle, \langle a, 3\rangle, \langle b, 1\rangle, \langle b, 2\rangle, \langle b, 3\rangle, \langle c, 1\rangle, \langle c, 2\rangle, \langle c, 3\rangle\}$
  - Achtung | $\langle 1, a\rangle \notin S_1 \times S_2$ usw.
- Nomenklatur | $\vec{x}$ für $\langle x_1, x_2, \ldots, x_n\rangle$
- n-faches Produkt | $S^n = \{\vec{s} : s_i \in S$ for $1 \leq i \leq n\}$
  - $S_1^2 = S_1 \times S_1 = \{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle a, c\rangle, \langle b, a\rangle, \langle b, b\rangle, \langle b, c\rangle, \langle c, a\rangle, \langle c, b\rangle, \langle c, c\rangle\}$

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n\rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y\rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\langle a, 1\rangle, \langle a, 2\rangle, \langle a, 3\rangle, \langle b, 1\rangle, \langle b, 2\rangle, \langle b, 3\rangle, \langle c, 1\rangle, \langle c, 2\rangle, \langle c, 3\rangle\}$
  - Achtung | $\langle 1, a\rangle \notin S_1 \times S_2$ usw.

- Nomenklatur | $\vec{x}$ für $\langle x_1, x_2, \ldots, x_n\rangle$

- n-faches Produkt | $S^n = \{\vec{s} : s_i \in S$ for $1 \leq i \leq n\}$
  - $S_1^2 = S_1 \times S_1 = \{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle a, c\rangle, \langle b, a\rangle, \langle b, b\rangle, \langle b, c\rangle, \langle c, a\rangle, \langle c, b\rangle, \langle c, c\rangle\}$

Relationen

Relationen

a sieht b, a wohnt im selben Stockwerk wie b, a macht b Vorwürfe, ...

Relationen

a sieht b, a wohnt im selben Stockwerk wie b, a macht b Vorwürfe, ...

- Notationen | Rab, aRb, $R(a, b)$, $R(\langle a, b\rangle)$

Relationen

a sieht b, a wohnt im selben Stockwerk wie b, a macht b Vorwürfe, …

- Notationen | Rab, aRb, $R(a,b)$, $R(\langle a,b\rangle)$
- Definitionsmenge (domain) A | $a \in A$

Relationen

a sieht b, a wohnt im selben Stockwerk wie b, a macht b Vorwürfe, ...

- Notationen | Rab, aRb, $R(a, b)$, $R(\langle a, b \rangle)$
- Definitionsmenge (domain) A | $a \in A$
- Zielmenge, Wertemenge (range) B | $b \in B$

Relationen

a sieht b, a wohnt im selben Stockwerk wie b, a macht b Vorwürfe, ...

- Notationen | Rab, aRb, $R(a, b)$, $R(\langle a, b\rangle)$
- Definitionsmenge (domain) A | $a \in A$
- Zielmenge, Wertemenge (range) B | $b \in B$
- Zielmenge = Wertemenge A | *R ist eine Relation in A.*

Relationen

a sieht b, a wohnt im selben Stockwerk wie b, a macht b Vorwürfe, …

- Notationen | Rab, aRb, $R(a, b)$, $R(\langle a, b\rangle)$
- Definitionsmenge (domain) A | $a \in A$
- Zielmenge, Wertemenge (range) B | $b \in B$
- Zielmenge = Wertemenge A | *R ist eine Relation in A.*
- Relation R = eine Menge von Tupeln

Relationen

a sieht b, a wohnt im selben Stockwerk wie b, a macht b Vorwürfe, ...

- Notationen | Rab, aRb, $R(a,b)$, $R(\langle a,b\rangle)$
- Definitionsmenge (domain) A | $a \in A$
- Zielmenge, Wertemenge (range) B | $b \in B$
- Zielmenge = Wertemenge A | *R ist eine Relation in A.*
- Relation R = eine Menge von Tupeln
- $R \subseteq A \times B$

Komplement und Umkehrung

Komplement und Umkehrung

Komplement von R | $R' = (A \times B) - R = R \backslash (A \times B) = \{\langle a, b \rangle \ \notin R\}$ for $R \subseteq A \times B$

Komplement und Umkehrung

Komplement von R | $R' = (A \times B) - R = R \backslash (A \times B) = \{\langle a, b \rangle \ \notin R\}$ for $R \subseteq A \times B$
Umkehrung (inverse) von R | $R^{-1} = \{\langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R\}$ for $R \subseteq A \times B$

Komplement und Umkehrung

Komplement von R | $R' = (A \times B) - R = R \backslash (A \times B) = \{\langle a, b \rangle \ \notin R\}$ for $R \subseteq A \times B$
Umkehrung (inverse) von R | $R^{-1} = \{\langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R\}$ for $R \subseteq A \times B$

- Beispiel Komplement

Komplement und Umkehrung

Komplement von R | $R' = (A \times B) - R = R \backslash (A \times B) = \{\langle a, b \rangle \notin R\}$ for $R \subseteq A \times B$
Umkehrung (inverse) von R | $R^{-1} = \{\langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R\}$ for $R \subseteq A \times B$

- Beispiel Komplement
  - $R \overset{def}{=} \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist Lehrer von b}\}$

Komplement und Umkehrung

Komplement von R | $R' = (A \times B) - R = R \backslash (A \times B) = \{\langle a, b \rangle \notin R\}$ for $R \subseteq A \times B$
Umkehrung (inverse) von R | $R^{-1} = \{\langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R\}$ for $R \subseteq A \times B$

- Beispiel Komplement
  - $R \overset{def}{=} \{\langle a, b \rangle : a$ ist Lehrer von b$\}$
  - $\langle$Herr Webelhuth, Herr Schäfer$\rangle \in R$

Komplement und Umkehrung

Komplement von R | $R' = (A \times B) - R = R \backslash (A \times B) = \{\langle a, b \rangle \ \notin R\}$ for $R \subseteq A \times B$
Umkehrung (inverse) von R | $R^{-1} = \{\langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R\}$ for $R \subseteq A \times B$

- Beispiel Komplement
  - $R \overset{def}{=} \{\langle a, b \rangle : a$ ist Lehrer von b$\}$
  - $\langle$Herr Webelhuth, Herr Schäfer$\rangle \in R$
  - $R' = \{\langle a, b \rangle : a$ ist nicht Lehrer von $b\}$

Komplement und Umkehrung

Komplement von R | $R' = (A \times B) - R = R \backslash (A \times B) = \{\langle a, b \rangle \ \notin R\}$ for $R \subseteq A \times B$
Umkehrung (inverse) von R | $R^{-1} = \{\langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R\}$ for $R \subseteq A \times B$

- Beispiel Komplement
  - $R \overset{def}{=} \{\langle a, b \rangle : a$ ist Lehrer von b$\}$
  - $\langle$Herr Webelhuth, Herr Schäfer$\rangle \in R$
  - $R' = \{\langle a, b \rangle : a$ ist nicht Lehrer von $b\}$
  - $\langle$Herr Webelhuth, Frau Klenk$\rangle \notin R$,
    $\langle$der Garten meiner Eltern, Frau Klenk$\rangle \notin R$ usw.

Komplement und Umkehrung

Komplement von R | $R' = (A \times B) - R = R \backslash (A \times B) = \{\langle a, b \rangle \ \notin R\}$ for $R \subseteq A \times B$
Umkehrung (inverse) von R | $R^{-1} = \{\langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R\}$ for $R \subseteq A \times B$

- Beispiel Komplement
  - $R \stackrel{def}{=} \{\langle a, b \rangle : a$ ist Lehrer von b$\}$
  - $\langle$Herr Webelhuth, Herr Schäfer$\rangle \in R$
  - $R' = \{\langle a, b \rangle : a$ ist nicht Lehrer von $b\}$
  - $\langle$Herr Webelhuth, Frau Klenk$\rangle \notin R$,
    $\langle$der Garten meiner Eltern, Frau Klenk$\rangle \notin R$ usw.

- Beispiel Umkehrung

Komplement und Umkehrung

Komplement von R | $R' = (A \times B) - R = R \backslash (A \times B) = \{\langle a, b \rangle \notin R\}$ for $R \subseteq A \times B$
Umkehrung (inverse) von R | $R^{-1} = \{\langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R\}$ for $R \subseteq A \times B$

- Beispiel Komplement
  - $R \stackrel{def}{=} \{\langle a, b \rangle$: a ist Lehrer von b$\}$
  - $\langle$Herr Webelhuth, Herr Schäfer$\rangle \in R$
  - $R' = \{\langle a, b \rangle$: a ist nicht Lehrer von $b\}$
  - $\langle$Herr Webelhuth, Frau Klenk$\rangle \notin R$,
    $\langle$der Garten meiner Eltern, Frau Klenk$\rangle \notin R$ usw.
- Beispiel Umkehrung
  - $R^{-1} = \{\langle a, b \rangle$: b ist Lehrer von $a\}$

Komplement und Umkehrung

Komplement von R | $R' = (A \times B) - R = R \backslash (A \times B) = \{\langle a, b\rangle \notin R\}$ for $R \subseteq A \times B$
Umkehrung (inverse) von R | $R^{-1} = \{\langle b, a\rangle : \langle a, b\rangle \in R\}$ for $R \subseteq A \times B$

- Beispiel Komplement
  - $R \overset{def}{=} \{\langle a, b\rangle : a$ ist Lehrer von b$\}$
  - $\langle$Herr Webelhuth, Herr Schäfer$\rangle \in R$
  - $R' = \{\langle a, b\rangle : a$ ist nicht Lehrer von $b\}$
  - $\langle$Herr Webelhuth, Frau Klenk$\rangle \notin R$,
    $\langle$der Garten meiner Eltern, Frau Klenk$\rangle \notin R$ usw.

- Beispiel Umkehrung
  - $R^{-1} = \{\langle a, b\rangle : b$ ist Lehrer von $a\}$
  - $= \{\langle a, b\rangle : a$ ist Schüler von $\}$

Komplement und Umkehrung

Komplement von R | $R' = (A \times B) - R = R \backslash (A \times B) = \{\langle a, b \rangle \notin R\}$ for $R \subseteq A \times B$
Umkehrung (inverse) von R | $R^{-1} = \{\langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R\}$ for $R \subseteq A \times B$

- Beispiel Komplement
  - $R \stackrel{def}{=} \{\langle a, b \rangle : a$ ist Lehrer von b$\}$
  - $\langle$Herr Webelhuth, Herr Schäfer$\rangle \in R$
  - $R' = \{\langle a, b \rangle : a$ ist nicht Lehrer von $b\}$
  - $\langle$Herr Webelhuth, Frau Klenk$\rangle \notin R$,
    $\langle$der Garten meiner Eltern, Frau Klenk$\rangle \notin R$ usw.

- Beispiel Umkehrung
  - $R^{-1} = \{\langle a, b \rangle : b$ ist Lehrer von $a\}$
  - $= \{\langle a, b \rangle : a$ ist Schüler von $\}$
  - $\langle$Herr Schäfer, Herr Webelhuth$\rangle \in R^{-1}$

Funktionen

Funktionen

a hat Vater b, zugelassenes Auto a hat Kennzeichen b, b ist der Logarithmus von a, ...

Funktionen

a hat Vater b, zugelassenes Auto a hat Kennzeichen b, b ist der Logarithmus von a, ...

Funktion f | eine Relation, sodass für jedes $a \in A$ genau ein $\langle a, b \rangle \in A \times B$ existiert

Funktionen

a hat Vater b, zugelassenes Auto a hat Kennzeichen b, b ist der Logarithmus von a, …

Funktion f | eine Relation, sodass für jedes $a \in A$ genau ein $\langle a, b\rangle \in A \times B$ existiert

- partielle Funktion | Funktion in $A \times B$ sodass
  für mindestens ein $a \in A$ kein $\langle a, b\rangle \in A \times B$ existiert

Funktionen

a hat Vater b, zugelassenes Auto a hat Kennzeichen b, b ist der Logarithmus von a, ...

Funktion f | eine Relation, sodass für jedes $a \in A$ genau ein $\langle a, b \rangle \in A \times B$ existiert

- partielle Funktion | Funktion in $A \times B$ sodass
  für mindestens ein $a \in A$ kein $\langle a, b \rangle \in A \times B$ existiert
- formal meistens | $\bar{f} \subseteq A \times (B \cup \{\perp\})$ mit $\perp$ als *undefiniert*

Funktionskomposition

Funktionskomposition

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. *farmor*),
a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, …

Funktionskomposition

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. *farmor*),
a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, …

Funktionsverknüpfung (composition) | Für $F_1 \subseteq A \times B$ und $F_2 \subseteq A \times C$: $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

Funktionskomposition

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. *farmor*),
a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

Funktionsverknüpfung (composition) | Für $F_1 \subseteq A \times B$ und $F_2 \subseteq A \times C$: $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- farmor | $F = Vater \circ Mutter$ und $F \subseteq Menschen \times Frauen$

Funktionskomposition

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. *farmor*),
a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

Funktionsverknüpfung (composition) | Für $F_1 \subseteq A \times B$ und $F_2 \subseteq A \times C$: $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- farmor | $F = Vater \circ Mutter$ und $F \subseteq Menschen \times Frauen$
  - $Männer = \{Ulrich\ Schäfer, Roland\ Schäfer, Jan\ Böhmermann, \cdots\}$

Funktionskomposition

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. *farmor*),
a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, …

Funktionsverknüpfung (composition) | Für $F_1 \subseteq A \times B$ und $F_2 \subseteq A \times C$: $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- farmor | $F = Vater \circ Mutter$ und $F \subseteq Menschen \times Frauen$
  - $Männer = \{Ulrich\ Schäfer, Roland\ Schäfer, Jan\ Böhmermann, \cdots\}$
  - $Frauen = \{Maria\ Schäfer, Frau\ Dr.\ Heide$ Rezepa-Zabel, $\cdots\}$

Funktionskomposition

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. *farmor*),
a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

Funktionsverknüpfung (composition) | Für $F_1 \subseteq A \times B$ und $F_2 \subseteq A \times C$: $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- farmor | $F = Vater \circ Mutter$ und $F \subseteq Menschen \times Frauen$
  - $Männer = \{Ulrich\ Schäfer, Roland\ Schäfer, Jan\ Böhmermann, \cdots\}$
  - $Frauen = \{Maria\ Schäfer, Frau\ Dr.\ Heide$ Rezepa-Zabel$, \cdots\}$
  - $Menschen = Männer \cup Frauen$

Funktionskomposition

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. *farmor*),
a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

Funktionsverknüpfung (composition) | Für $F_1 \subseteq A \times B$ und $F_2 \subseteq A \times C$: $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- farmor | $F = Vater \circ Mutter$ und $F \subseteq Menschen \times Frauen$
  - $Männer = \{Ulrich\ Schäfer, Roland\ Schäfer, Jan\ Böhmermann, \cdots\}$
  - $Frauen = \{Maria\ Schäfer, Frau\ Dr.\ Heide\ \text{Rezepa-Zabel}, \cdots\}$
  - $Menschen = Männer \cup Frauen$
  - $Vater \subseteq \{\langle Roland\ Schäfer, Ulrich\ Schäfer\rangle,$
    $\langle Frau\ Dr.\ Heide\ \text{Rezepa-Zabel}, Jan\ Böhmermann\rangle, \cdots\}$

Funktionskomposition

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. *farmor*),
a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

Funktionsverknüpfung (composition) | Für $F_1 \subseteq A \times B$ und $F_2 \subseteq A \times C$: $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- farmor | $F = Vater \circ Mutter$ und $F \subseteq Menschen \times Frauen$
    - $Männer = \{Ulrich\ Schäfer, Roland\ Schäfer, Jan\ Böhmermann, \cdots\}$
    - $Frauen = \{Maria\ Schäfer, Frau\ Dr.\ Heide$ Rezepa-Zabel$, \cdots\}$
    - $Menschen = Männer \cup Frauen$
    - $Vater \subseteq \{\langle Roland\ Schäfer, Ulrich\ Schäfer\rangle,$
      $\langle Frau\ Dr.\ Heide$ Rezepa-Zabel$, Jan\ Böhmermann\rangle, \cdots\}$
    - $Mutter \subseteq \{\langle Ulrich\ Schäfer, Maria\ Schäfer\rangle,$
      $\langle Jan\ Böhmermann, Frau\ Dr.\ Heide$ Rezepa-Zabel$\rangle, \cdots\}$

Funktionskomposition

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. *farmor*),
a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

Funktionsverknüpfung (composition) | Für $F_1 \subseteq A \times B$ und $F_2 \subseteq A \times C$: $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- farmor | $F = Vater \circ Mutter$ und $F \subseteq Menschen \times Frauen$
  - $Männer = \{Ulrich\ Schäfer, Roland\ Schäfer, Jan\ Böhmermann, \cdots\}$
  - $Frauen = \{Maria\ Schäfer, Frau\ Dr.\ Heide$ Rezepa-Zabel$, \cdots\}$
  - $Menschen = Männer \cup Frauen$
  - $Vater \subseteq \{\langle Roland\ Schäfer, Ulrich\ Schäfer\rangle,$
    $\langle Frau\ Dr.\ Heide$ Rezepa-Zabel$, Jan\ Böhmermann\rangle, \cdots\}$
  - $Mutter \subseteq \{\langle Ulrich\ Schäfer, Maria\ Schäfer\rangle,$
    $\langle Jan\ Böhmermann, Frau\ Dr.\ Heide$ Rezepa-Zabel$\rangle, \cdots\}$
  - $F(Roland\ Schäfer) = Vater \circ Mutter(Roland\ Schäfer) = Maria\ Schäfer$

Funktionskomposition

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. *farmor*),
a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

Funktionsverknüpfung (composition) | Für $F_1 \subseteq A \times B$ und $F_2 \subseteq A \times C$: $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- farmor | $F = Vater \circ Mutter$ und $F \subseteq Menschen \times Frauen$
  - $Männer = \{Ulrich\ Schäfer, Roland\ Schäfer, Jan\ Böhmermann, \cdots\}$
  - $Frauen = \{Maria\ Schäfer, Frau\ Dr.\ Heide\ \text{Rezepa-Zabel}, \cdots\}$
  - $Menschen = Männer \cup Frauen$
  - $Vater \subseteq \{\langle Roland\ Schäfer, Ulrich\ Schäfer\rangle, \langle Frau\ Dr.\ Heide\ \text{Rezepa-Zabel}, Jan\ Böhmermann\rangle, \cdots\}$
  - $Mutter \subseteq \{\langle Ulrich\ Schäfer, Maria\ Schäfer\rangle, \langle Jan\ Böhmermann, Frau\ Dr.\ Heide\ \text{Rezepa-Zabel}\rangle, \cdots\}$
  - $F(Roland\ Schäfer) = Vater \circ Mutter(Roland\ Schäfer) = Maria\ Schäfer$

Funktionskomposition

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. *farmor*),
a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, …

Funktionsverknüpfung (composition) | Für $F_1 \subseteq A \times B$ und $F_2 \subseteq A \times C$: $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- farmor | $F = Vater \circ Mutter$ und $F \subseteq Menschen \times Frauen$
  - $Männer = \{Ulrich\ Schäfer, Roland\ Schäfer, Jan\ Böhmermann, \cdots\}$
  - $Frauen = \{Maria\ Schäfer, Frau\ Dr.\ Heide$ Rezepa-Zabel$, \cdots\}$
  - $Menschen = Männer \cup Frauen$
  - $Vater \subseteq \{\langle Roland\ Schäfer, Ulrich\ Schäfer\rangle,$
    $\langle Frau\ Dr.\ Heide$ Rezepa-Zabel$, Jan\ Böhmermann\rangle, \cdots\}$
  - $Mutter \subseteq \{\langle Ulrich\ Schäfer, Maria\ Schäfer\rangle,$
    $\langle Jan\ Böhmermann, Frau\ Dr.\ Heide$ Rezepa-Zabel$\rangle, \cdots\}$
  - $F(Roland\ Schäfer) = Vater \circ Mutter(Roland\ Schäfer) = Maria\ Schäfer$

Funktionskomposition

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. *farmor*),
a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

Funktionsverknüpfung (composition) | Für $F_1 \subseteq A \times B$ und $F_2 \subseteq A \times C$: $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- farmor | $F = Vater \circ Mutter$ und $F \subseteq Menschen \times Frauen$
  - $Männer = \{Ulrich\ Schäfer, Roland\ Schäfer, Jan\ Böhmermann, \cdots\}$
  - $Frauen = \{Maria\ Schäfer, Frau\ Dr.\ Heide$ Rezepa-Zabel$, \cdots\}$
  - $Menschen = Männer \cup Frauen$
  - $Vater \subseteq \{\langle Roland\ Schäfer, Ulrich\ Schäfer\rangle,$
    $\langle Frau\ Dr.\ Heide$ Rezepa-Zabel$, Jan\ Böhmermann\rangle, \cdots\}$
  - $Mutter \subseteq \{\langle Ulrich\ Schäfer, Maria\ Schäfer\rangle,$
    $\langle Jan\ Böhmermann, Frau\ Dr.\ Heide$ Rezepa-Zabel$\rangle, \cdots\}$
  - $F(Roland\ Schäfer) = Vater \circ Mutter(Roland\ Schäfer) = Maria\ Schäfer$

Funktionskomposition

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. *farmor*),
a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

Funktionsverknüpfung (composition) | Für $F_1 \subseteq A \times B$ und $F_2 \subseteq A \times C$: $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- farmor | $F = Vater \circ Mutter$ und $F \subseteq Menschen \times Frauen$
  - $Männer = \{Ulrich\ Schäfer, Roland\ Schäfer, Jan\ Böhmermann, \cdots\}$
  - $Frauen = \{Maria\ Schäfer, Frau\ Dr.\ Heide$ Rezepa-Zabel$, \cdots\}$
  - $Menschen = Männer \cup Frauen$
  - $Vater \subseteq \{\langle Roland\ Schäfer, Ulrich\ Schäfer\rangle,$
    $\langle Frau\ Dr.\ Heide$ Rezepa-Zabel$, Jan\ Böhmermann\rangle, \cdots\}$
  - $Mutter \subseteq \{\langle Ulrich\ Schäfer, Maria\ Schäfer\rangle,$
    $\langle Jan\ Böhmermann, Frau\ Dr.\ Heide$ Rezepa-Zabel$\rangle, \cdots\}$
  - $F(Roland\ Schäfer) = Vater \circ Mutter(Roland\ Schäfer) = Maria\ Schäfer$

Funktionskomposition

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. *farmor*),
a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

Funktionsverknüpfung (composition) | Für $F_1 \subseteq A \times B$ und $F_2 \subseteq A \times C$: $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- farmor | $F = \mathit{Vater} \circ \mathit{Mutter}$ und $F \subseteq \mathit{Menschen} \times \mathit{Frauen}$
  - $\mathit{Männer} = \{\mathit{Ulrich\ Schäfer}, \mathit{Roland\ Schäfer}, \mathit{Jan\ Böhmermann}, \cdots\}$
  - $\mathit{Frauen} = \{\mathit{Maria\ Schäfer}, \mathit{Frau\ Dr.\ Heide}\ \text{Rezepa-Zabel}, \cdots\}$
  - $\mathit{Menschen} = \mathit{Männer} \cup \mathit{Frauen}$
  - $\mathit{Vater} \subseteq \{\langle \mathit{Roland\ Schäfer}, \mathit{Ulrich\ Schäfer}\rangle,$
    $\langle \mathit{Frau\ Dr.\ Heide}\ \text{Rezepa-Zabel}, \mathit{Jan\ Böhmermann}\rangle, \cdots\}$
  - $\mathit{Mutter} \subseteq \{\langle \mathit{Ulrich\ Schäfer}, \mathit{Maria\ Schäfer}\rangle,$
    $\langle \mathit{Jan\ Böhmermann}, \mathit{Frau\ Dr.\ Heide}\ \text{Rezepa-Zabel}\rangle, \cdots\}$
  - $F(\mathit{Roland\ Schäfer}) = \mathit{Vater} \circ \mathit{Mutter}(\mathit{Roland\ Schäfer}) = \mathit{Maria\ Schäfer}$

Mehr über Relationen und Mengen

Reflexivität

Reflexivität

Eine Relation R in A ist ...

Reflexivität

Eine Relation R in A ist ...

reflexiv gdw für **jedes** $a \in A$: $\langle a, a \rangle \in R$ *ist dasselbe Objekt wie*

Reflexivität

Eine Relation R in A ist …

reflexiv	gdw	für **jedes** $a \in A$: $\langle a, a \rangle \in R$	*ist dasselbe Objekt wie*
irreflexiv	gdw	für **jedes** $a \in A$: $\langle a, a \rangle \notin R$	*ist Vater von*

Reflexivität

Eine Relation R in A ist ...

reflexiv	gdw	für **jedes** $a \in A$: $\langle a, a \rangle \in R$	*ist dasselbe Objekt wie*
irreflexiv	gdw	für **jedes** $a \in A$: $\langle a, a \rangle \notin R$	*ist Vater von*
nichtreflexiv	gdw	für **ein** $a \in A$: $\langle a, a \rangle \notin R$	*hat gesehen*

Symmetrie

Symmetrie

Eine Relation R in A ist …

Symmetrie

Eine Relation R in A ist ...

symmetrisch gdw für jedes $\langle a, b\rangle \in R : \langle b, a\rangle \in R$ *hat dasselbe Auto wie*

Symmetrie

Eine Relation R in A ist ...

symmetrisch	gdw	für jedes $\langle a, b\rangle \in R : \langle b, a\rangle \in R$	*hat dasselbe Auto wie*
asymmetrisch	gdw	für jedes $\langle a, b\rangle \in R : \langle b, a\rangle \notin R$	*hat ein anderes Auto als*

Symmetrie

Eine Relation R in A ist ...

symmetrisch	gdw	für jedes $\langle a, b\rangle \in R : \langle b, a\rangle \in R$	*hat dasselbe Auto wie*
asymmetrisch	gdw	für jedes $\langle a, b\rangle \in R : \langle b, a\rangle \notin R$	*hat ein anderes Auto als*
nichtsymmetrisch	gdw	für ein $\langle a, b\rangle \in R : \langle b, a\rangle \notin R$	*ist Mutter von*

Symmetrie

Eine Relation R in A ist ...

symmetrisch	gdw	für jedes $\langle a, b\rangle \in R : \langle b, a\rangle \in R$	*hat dasselbe Auto wie*
asymmetrisch	gdw	für jedes $\langle a, b\rangle \in R : \langle b, a\rangle \notin R$	*hat ein anderes Auto als*
nichtsymmetrisch	gdw	für ein $\langle a, b\rangle \in R : \langle b, a\rangle \notin R$	*ist Mutter von*
antisymmetrisch	gdw	für jedes $\langle a, b\rangle \in R : \langle b, a\rangle \notin R$ **oder** $a = b$	$\leq$

Symmetrie

Eine Relation R in A ist ...

symmetrisch	gdw	für jedes $\langle a, b\rangle \in R : \langle b, a\rangle \in R$	*hat dasselbe Auto wie*
asymmetrisch	gdw	für jedes $\langle a, b\rangle \in R : \langle b, a\rangle \notin R$	*hat ein anderes Auto als*
nichtsymmetrisch	gdw	für ein $\langle a, b\rangle \in R : \langle b, a\rangle \notin R$	*ist Mutter von*[1]
antisymmetrisch	gdw	für jedes $\langle a, b\rangle \in R : \langle b, a\rangle \notin R$ **oder** $a = b$	$\leq$

[1] Wer hat *Dark* gesehen?

Transitivität

Transitivität

Eine Relation R in A ist …

Transitivität

Eine Relation R in A ist ...

transitiv gdw $\langle a,b\rangle \in R$ and $\langle b,c\rangle \in R : \langle a,c\rangle \in R$ *steht links von*

Transitivität

Eine Relation R in A ist …

transitiv	gdw	$\langle a,b\rangle \in R$ and $\langle b,c\rangle \in R : \langle a,c\rangle \in R$	*steht links von*
nichttransitiv	gdw	das Obige stimmt manchmal nicht	*mag*

Transitivität

Eine Relation R in A ist …

transitiv	gdw	$\langle a,b\rangle \in R$ and $\langle b,c\rangle \in R : \langle a,c\rangle \in R$	*steht links von*
nichttransitiv	gdw	das Obige stimmt manchmal nicht	*mag*
intransitiv	gdw	das Obige stimmt nie	*ist Mutter von*

Einordnung

Einordnung

Wozu das Ganze?

Einordnung

Wozu das Ganze?

- Referenzsemantik und Einteilung der Welt in Mengen

Einordnung

Wozu das Ganze?

- Referenzsemantik und Einteilung der Welt in Mengen
- Ausdrücke, die auf Relationen und Funktionen referieren

Einordnung

Wozu das Ganze?

- Referenzsemantik und Einteilung der Welt in Mengen
- Ausdrücke, die auf Relationen und Funktionen referieren
- andere Grundlage: Logik, denn Sprache=Logik (irgendwie)

Aufgaben I

Aufgaben I

1. Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?

Aufgaben I

1. Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
   1. $A = \{a, b, d, e, f, g\}$

Aufgaben I

1. Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
   1. $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
   2. $C = \{x\text{: } x \textit{ ist in keiner Menge enthalten}\}$

Aufgaben I

1. Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
   1. $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
   2. $C = \{x\text{: } x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
   3. $D = \{\text{Böhmermann, Horst Lichter}, \{\}\}$

Aufgaben I

1. Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
   1. $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
   2. $C = \{x\text{: }x \textit{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
   3. $D = \{\textit{Böhmermann, Horst Lichter}, \{\}\}$
   4. $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$

Aufgaben I

1. Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
   1. $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
   2. $C = \{x\text{: } x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
   3. $D = \{\text{Böhmermann, Horst Lichter}, \{\}\}$
   4. $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
   5. $F = \{r\text{: } r \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$

Aufgaben I

1. Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
   1. $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
   2. $C = \{x\text{: } x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
   3. $D = \{\text{Böhmermann, Horst Lichter}, \{\}\}$
   4. $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
   5. $F = \{r\text{: } r \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$
2. Sind folgende Aussagen korrekt?

Aufgaben I

1. Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
   1. $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
   2. $C = \{x\text{: } x \textit{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
   3. $D = \{\textit{Böhmermann, Horst Lichter}, \{\}\}$
   4. $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
   5. $F = \{r\text{: } r \textit{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$
2. Sind folgende Aussagen korrekt?
   1. $\{\} \subseteq \{blau, rot, gelb\}$

Aufgaben I

1. Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
   1. $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
   2. $C = \{x\text{: } x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
   3. $D = \{\text{Böhmermann, Horst Lichter}, \{\}\}$
   4. $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
   5. $F = \{r\text{: } r \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$
2. Sind folgende Aussagen korrekt?
   1. $\{\} \subseteq \{blau, rot, gelb\}$
   2. $\{x : x \in A\} = A$

Aufgaben I

1. Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
   1. $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
   2. $C = \{x$*: x ist in keiner Menge enthalten*$\}$
   3. $D = \{$*Böhmermann, Horst Lichter*$, \{\}\}$
   4. $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
   5. $F = \{$*r: r ist eine rationale Zahl*$\} \cup \mathbb{N}$
2. Sind folgende Aussagen korrekt?
   1. $\{\} \subseteq \{blau, rot, gelb\}$
   2. $\{x : x \in A\} = A$
   3. $\{Jan, Horst, Heide\} \neq \{Horst, Jan, Heide\}$

Aufgaben I

1. Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
   1. $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
   2. $C = \{x\text{: }x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
   3. $D = \{\text{Böhmermann, Horst Lichter}, \{\}\}$
   4. $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
   5. $F = \{r\text{: } r \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$
2. Sind folgende Aussagen korrekt?
   1. $\{\} \subseteq \{blau, rot, gelb\}$
   2. $\{x : x \in A\} = A$
   3. $\{Jan, Horst, Heide\} \neq \{Horst, Jan, Heide\}$
   4. Wenn $A = \{x\text{:}x \text{ ist ein Auto}\}$ und $a \in A$ und außerdem $B = \{x\text{:}x \text{ ist eine Menge von Dingen, die die Umwelt belasten}\}$ und $A \in B$, dann folgt daraus $a \in B$.

Aufgaben I

1. Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
    1. $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
    2. $C = \{x\text{: } x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
    3. $D = \{\text{Böhmermann, Horst Lichter}, \{\}\}$
    4. $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
    5. $F = \{r\text{: } r \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$
2. Sind folgende Aussagen korrekt?
    1. $\{\} \subseteq \{blau, rot, gelb\}$
    2. $\{x : x \in A\} = A$
    3. $\{Jan, Horst, Heide\} \neq \{Horst, Jan, Heide\}$
    4. Wenn $A = \{x\text{:}x \text{ ist ein Auto}\}$ und $a \in A$ und außerdem $B = \{x\text{:}x \text{ ist eine Menge von Dingen, die die Umwelt belasten}\}$ und $A \in B$, dann folgt daraus $a \in B$.
    5. Wenn $A \subseteq B$ und $B \subseteq A$, dann folgt $A = B$.

Aufgaben I

1. Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
    1. $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
    2. $C = \{x\text{: } x \textit{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
    3. $D = \{\textit{Böhmermann, Horst Lichter}, \{\}\}$
    4. $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
    5. $F = \{r\text{: } r \textit{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$
2. Sind folgende Aussagen korrekt?
    1. $\{\} \subseteq \{blau, rot, gelb\}$
    2. $\{x : x \in A\} = A$
    3. $\{Jan, Horst, Heide\} \neq \{Horst, Jan, Heide\}$
    4. Wenn $A = \{x\text{:}x \textit{ ist ein Auto}\}$ und $a \in A$ und außerdem $B = \{x\text{:}x \textit{ ist eine Menge von Dingen, die die Umwelt belasten}\}$ und $A \in B$, dann folgt daraus $a \in B$.
    5. Wenn $A \subseteq B$ und $B \subseteq A$, dann folgt $A = B$.
    6. Wenn $A \subset B$ und $B \subset A$, dann folgt $A \neq B$.

Aufgaben I

1. Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
   1. $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
   2. $C = \{x\text{: } x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
   3. $D = \{\text{Böhmermann, Horst Lichter}, \{\}\}$
   4. $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
   5. $F = \{r\text{: } r \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$
2. Sind folgende Aussagen korrekt?
   1. $\{\} \subseteq \{blau, rot, gelb\}$
   2. $\{x : x \in A\} = A$
   3. $\{Jan, Horst, Heide\} \neq \{Horst, Jan, Heide\}$
   4. Wenn $A = \{x\text{:}x \text{ ist ein Auto}\}$ und $a \in A$ und außerdem $B = \{x\text{:}x \text{ ist eine Menge von Dingen, die die Umwelt belasten}\}$ und $A \in B$, dann folgt daraus $a \in B$.
   5. Wenn $A \subseteq B$ und $B \subseteq A$, dann folgt $A = B$.
   6. Wenn $A \subset B$ und $B \subset A$, dann folgt $A \neq B$.
   7. Wenn $a \in A$ und $a \in B$, dann folgt $a \in A \cup B$.

Aufgaben I

1. Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
   1. $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
   2. $C = \{x\text{: } x \textit{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
   3. $D = \{\textit{Böhmermann, Horst Lichter}, \{\}\}$
   4. $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
   5. $F = \{r\text{: } r \textit{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$
2. Sind folgende Aussagen korrekt?
   1. $\{\} \subseteq \{blau, rot, gelb\}$
   2. $\{x : x \in A\} = A$
   3. $\{Jan, Horst, Heide\} \neq \{Horst, Jan, Heide\}$
   4. Wenn $A = \{x\text{:}x \textit{ ist ein Auto}\}$ und $a \in A$ und außerdem $B = \{x\text{:}x \textit{ ist eine Menge von Dingen, die die Umwelt belasten}\}$ und $A \in B$, dann folgt daraus $a \in B$.
   5. Wenn $A \subseteq B$ und $B \subseteq A$, dann folgt $A = B$.
   6. Wenn $A \subset B$ und $B \subset A$, dann folgt $A \neq B$.
   7. Wenn $a \in A$ und $a \in B$, dann folgt $a \in A \cup B$.
   8. Wenn $a \in A$ und $a \in B$, dann folgt $a \in A \cap B$.

Aufgaben I

1. Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
   1. $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
   2. $C = \{x\text{: } x \textit{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
   3. $D = \{\textit{Böhmermann, Horst Lichter}, \{\}\}$
   4. $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
   5. $F = \{r\text{: } r \textit{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$
2. Sind folgende Aussagen korrekt?
   1. $\{\} \subseteq \{blau, rot, gelb\}$
   2. $\{x : x \in A\} = A$
   3. $\{Jan, Horst, Heide\} \neq \{Horst, Jan, Heide\}$
   4. Wenn $A = \{x\text{:}x \textit{ ist ein Auto}\}$ und $a \in A$ und außerdem $B = \{x\text{:}x \textit{ ist eine Menge von Dingen, die die Umwelt belasten}\}$ und $A \in B$, dann folgt daraus $a \in B$.
   5. Wenn $A \subseteq B$ und $B \subseteq A$, dann folgt $A = B$.
   6. Wenn $A \subset B$ und $B \subset A$, dann folgt $A \neq B$.
   7. Wenn $a \in A$ und $a \in B$, dann folgt $a \in A \cup B$.
   8. Wenn $a \in A$ und $a \in B$, dann folgt $a \in A \cap B$.
   9. Wenn $a \notin A$ und $a \notin B$, dann folgt $a \in (A \cup B)'$.

Aufgaben II

3. Beantworten Sie die folgenden Fragen.

Aufgaben II

3. Beantworten Sie die folgenden Fragen.
   1. Was ist $\wp\{Horst, Heide, Jan\}$?

Aufgaben II

3. Beantworten Sie die folgenden Fragen.
   1. Was ist $\wp\{Horst, Heide, Jan\}$?
   2. Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 10.

Aufgaben II

3. Beantworten Sie die folgenden Fragen.
   1. Was ist $\wp\{Horst, Heide, Jan\}$?
   2. Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 10.
   3. Stimmt es, dass $\{Horst, Heide\} \subset \bigcap\{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$?

Aufgaben II

3. Beantworten Sie die folgenden Fragen.
   1. Was ist $\wp\{Horst, Heide, Jan\}$?
   2. Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 10.
   3. Stimmt es, dass $\{Horst, Heide\} \subset \bigcap\{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$?
   4. Stimmt es, dass $\{Heide, Harrisburg\} \subseteq \bigcup\{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$?

Aufgaben II

3. Beantworten Sie die folgenden Fragen.
    1. Was ist $\wp\{Horst, Heide, Jan\}$?
    2. Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 10.
    3. Stimmt es, dass $\{Horst, Heide\} \subset \bigcap\{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$?
    4. Stimmt es, dass $\{Heide, Harrisburg\} \subseteq \bigcup\{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$?
    5. Stimmt es für nicht-leere Mengen A und B, dass $A \backslash B = B - A$?

Aufgaben II

3 Beantworten Sie die folgenden Fragen.

1. Was ist $\wp\{Horst, Heide, Jan\}$?
2. Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 10.
3. Stimmt es, dass $\{Horst, Heide\} \subset \bigcap\{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$?
4. Stimmt es, dass $\{Heide, Harrisburg\} \subseteq \bigcup\{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$?
5. Stimmt es für nicht-leere Mengen A und B, dass $A \backslash B = B - A$?
6. Und für leere Mengen?

Aufgaben II

3. Beantworten Sie die folgenden Fragen.
   1. Was ist $\wp\{Horst, Heide, Jan\}$?
   2. Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 10.
   3. Stimmt es, dass $\{Horst, Heide\} \subset \bigcap\{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$?
   4. Stimmt es, dass $\{Heide, Harrisburg\} \subseteq \bigcup\{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$?
   5. Stimmt es für nicht-leere Mengen A und B, dass $A \setminus B = B - A$?
   6. Und für leere Mengen?
   7. Vervollständigen Sie von Folie 16 $\langle a, b, c \rangle = ???$ (Auflösen von Tupeln in Mengenschreibweise).

Aufgaben II

3. Beantworten Sie die folgenden Fragen.
   1. Was ist $\wp\{Horst, Heide, Jan\}$?
   2. Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 10.
   3. Stimmt es, dass $\{Horst, Heide\} \subset \bigcap\{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$?
   4. Stimmt es, dass $\{Heide, Harrisburg\} \subseteq \bigcup\{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$?
   5. Stimmt es für nicht-leere Mengen A und B, dass $A \backslash B = B - A$?
   6. Und für leere Mengen?
   7. Vervollständigen Sie von Folie 16 $\langle a, b, c\rangle = ???$ (Auflösen von Tupeln in Mengenschreibweise).
   8. Auch wenn es weh tut, dasselbe bitte für $\langle a, b, c, d\rangle$!

Aufgaben II

3. Beantworten Sie die folgenden Fragen.
   1. Was ist $\wp\{Horst, Heide, Jan\}$?
   2. Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 10.
   3. Stimmt es, dass $\{Horst, Heide\} \subset \bigcap\{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$?
   4. Stimmt es, dass $\{Heide, Harrisburg\} \subseteq \bigcup\{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$?
   5. Stimmt es für nicht-leere Mengen A und B, dass $A \backslash B = B - A$?
   6. Und für leere Mengen?
   7. Vervollständigen Sie von Folie 16 $\langle a, b, c\rangle = ???$ (Auflösen von Tupeln in Mengenschreibweise).
   8. Auch wenn es weh tut, dasselbe bitte für $\langle a, b, c, d\rangle$!
   9. Ist Folgendes korrekt: $\langle Horst, Heide\rangle = \langle Heide, Horst\rangle$?

Aufgaben II

3. Beantworten Sie die folgenden Fragen.
   1. Was ist $\wp\{Horst, Heide, Jan\}$?
   2. Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 10.
   3. Stimmt es, dass $\{Horst, Heide\} \subset \bigcap\{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$?
   4. Stimmt es, dass $\{Heide, Harrisburg\} \subseteq \bigcup\{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$?
   5. Stimmt es für nicht-leere Mengen A und B, dass $A \backslash B = B - A$?
   6. Und für leere Mengen?
   7. Vervollständigen Sie von Folie 16 $\langle a, b, c\rangle = ???$ (Auflösen von Tupeln in Mengenschreibweise).
   8. Auch wenn es weh tut, dasselbe bitte für $\langle a, b, c, d\rangle$!
   9. Ist Folgendes korrekt: $\langle Horst, Heide\rangle = \langle Heide, Horst\rangle$?
   10. Ist Folgendes korrekt: $\{\langle Horst, Heide\rangle, \langle Jan, Albert\rangle\} = \{\langle Jan, Albert\rangle, \langle Horst, Heide\rangle\}$?

Aufgaben II

3. Beantworten Sie die folgenden Fragen.
   1. Was ist $\wp\{Horst, Heide, Jan\}$?
   2. Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 10.
   3. Stimmt es, dass $\{Horst, Heide\} \subset \bigcap\{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$?
   4. Stimmt es, dass $\{Heide, Harrisburg\} \subseteq \bigcup\{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$?
   5. Stimmt es für nicht-leere Mengen A und B, dass $A \backslash B = B - A$?
   6. Und für leere Mengen?
   7. Vervollständigen Sie von Folie 16 $\langle a, b, c\rangle = ???$ (Auflösen von Tupeln in Mengenschreibweise).
   8. Auch wenn es weh tut, dasselbe bitte für $\langle a, b, c, d\rangle$!
   9. Ist Folgendes korrekt: $\langle Horst, Heide\rangle = \langle Heide, Horst\rangle$?
   10. Ist Folgendes korrekt: $\{\langle Horst, Heide\rangle, \langle Jan, Albert\rangle\} = \{\langle Jan, Albert\rangle, \langle Horst, Heide\rangle\}$?
   11. Was muss der Fall sein, damit $A \circ B = B \circ A$?

Aufgaben II

3. Beantworten Sie die folgenden Fragen.
   1. Was ist $\wp\{Horst, Heide, Jan\}$?
   2. Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 10.
   3. Stimmt es, dass $\{Horst, Heide\} \subset \bigcap\{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$?
   4. Stimmt es, dass $\{Heide, Harrisburg\} \subseteq \bigcup\{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$?
   5. Stimmt es für nicht-leere Mengen A und B, dass $A \backslash B = B - A$?
   6. Und für leere Mengen?
   7. Vervollständigen Sie von Folie 16 $\langle a, b, c\rangle = ???$ (Auflösen von Tupeln in Mengenschreibweise).
   8. Auch wenn es weh tut, dasselbe bitte für $\langle a, b, c, d\rangle$!
   9. Ist Folgendes korrekt: $\langle Horst, Heide\rangle = \langle Heide, Horst\rangle$?
   10. Ist Folgendes korrekt: $\{\langle Horst, Heide\rangle, \langle Jan, Albert\rangle\} = \{\langle Jan, Albert\rangle, \langle Horst, Heide\rangle\}$?
   11. Was muss der Fall sein, damit $A \circ B = B \circ A$?
   12. Finden Sie ein Beispiel für eine nicht-partielle Funktion von Dingen der realen Welt zu Dingen der realen Welt. Warum ist diese Funktion keine Relation? Finden Sie außerdem ein ähnliches Beispiel für eine partielle Funktion.

Aufgaben II

3. Beantworten Sie die folgenden Fragen.
   1. Was ist $\wp\{Horst, Heide, Jan\}$?
   2. Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 10.
   3. Stimmt es, dass $\{Horst, Heide\} \subset \bigcap\{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$?
   4. Stimmt es, dass $\{Heide, Harrisburg\} \subseteq \bigcup\{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$?
   5. Stimmt es für nicht-leere Mengen A und B, dass $A \backslash B = B - A$?
   6. Und für leere Mengen?
   7. Vervollständigen Sie von Folie 16 $\langle a, b, c\rangle = ???$ (Auflösen von Tupeln in Mengenschreibweise).
   8. Auch wenn es weh tut, dasselbe bitte für $\langle a, b, c, d\rangle$!
   9. Ist Folgendes korrekt: $\langle Horst, Heide\rangle = \langle Heide, Horst\rangle$?
   10. Ist Folgendes korrekt: $\{\langle Horst, Heide\rangle, \langle Jan, Albert\rangle\} = \{\langle Jan, Albert\rangle, \langle Horst, Heide\rangle\}$?
   11. Was muss der Fall sein, damit $A \circ B = B \circ A$?
   12. Finden Sie ein Beispiel für eine nicht-partielle Funktion von Dingen der realen Welt zu Dingen der realen Welt. Warum ist diese Funktion keine Relation? Finden Sie außerdem ein ähnliches Beispiel für eine partielle Funktion.
   13. Finden Sie je eine Relationen zwischen Dingen der realen Welt, die reflexiv, irreflexiv, nichtreflexiv, symmetrisch, asymmetrisch, nichtsymmetrisch, antisymmetrisch, transitiv, nichttransitiv und intransitiv ist. Die Relationen müssen nicht mit einem bestimmten natürlichsprachlichen Wort ausdrückbar sein (vergleiche viele der Beispiele auf den Folien). In einigen Fällen ist das recht schwierig. Versuchen Sie es ohne Google, ChatGPT usw., sonst bringt es Ihnen nichts.

Literatur I

Partee, Barbara, Alice ter Meulen & Robert E. Wall. 1990. *Mathematical methods in linguistics*. Dordrecht: Kluwer.

Autor

Kontakt

Prof. Dr. Roland Schäfer
Institut für Germanistische Sprachwissenschaft
Friedrich-Schiller-Universität Jena
Fürstengraben 30
07743 Jena

https://rolandschaefer.net
roland.schaefer@uni-jena.de

Lizenz

Creative Commons BY-SA-3.0-DE