

# Formale Semantik

## 08. Intensionalität

Roland Schäfer

Institut für Germanistische Sprachwissenschaft  
Friedrich-Schiller-Universität Jena

Stets aktuelle Fassungen: <https://github.com/rsling/VL-Semantik>

- 1 Wozu Intensionalität?
- 2 Formale Modellierung von Intensionen
- 3 Mengen von Welten
- 4 Intensionale Modelltheorie

Verständnis dafür, dass wir bisher nur über **Extensionen** sprechen.

Wissen um Konstruktionen, in denen das nicht ausreicht.

Definition des intensionalen Kalküls auf Basis des extensionalen.

Nochmals zurück zu Chierchia,  
weil das entsprechende Kapitel wirklich gut ist.

Texte für heute: Chierchia & McConnell-Ginet 2000: Kapitel 5 | Dowty u. a. (1981: Kapitel 5–6)

Wozu Intensionalität?

- Stockhausen *wird* eine andere Oper schreiben.
- *Hätte* Arno Schmidt weniger getrunken, *könnte* er noch leben.
- Gustave Moreau *glaubt*, dass Ästhetizismus toll ist.

- *Stockhausen wird eine andere Oper schreiben.*
- *Hätte Arno Schmidt weniger getrunken, könnte er noch leben.*
- *Gustave Moreau glaubt, dass Ästhetizismus toll ist.*
- **Syntax** der Ausdrücke | Problemlos mit Einführung von Auxiliaren
- **Wahrheitsbedingungen** | **Nicht angebbbar**
  - ▶ in eindimensionalen Modellen ohne Tempus
  - ▶ und ohne Modellierung von Möglichkeit und Notwendigkeit  
(Modalverben, modale Adverbiale, *glauben*-Verben)

# Was sind Intensionen?

Extension (Bedeutung) und Intension (Sinn)

Synt. Typ	Bedeutung	Sinn	Beispiele
NP	Individuum	Individuenkonzept	<i>Venus, Helmut Kohl</i>
VP	Menge von Individuen	Eigenschaftskonzept	<i>Kolibri, laufen</i>
S	Wahrheitswert	Proposition (Gedanke)	<i>Ich mag Kolibris.</i>

Noch wissen wir nicht viel über Intensionen. Offensichtliche Eigenschaften:

- Nicht rein wahrheitsfunktional  
„Was ist in der Welt der Fall?“ reicht nicht aus.
- Wissen über die **tatsächlichen**, **vergangenen** und **möglichen** Zustände der Welt  
PSOA = *possible state of affairs*  
Z. B. alle vergangenen SOAs; die PSOAs, die Horst Lichter für möglich hält usw.
- Sowas wie **mehrdimensionale Wahrheitsbedingungen**
- Vermitteln zwischen Wissen über Dinge und Wahrheitswerten



Wir brauchen eine Logik für PSOAs!

- Offensichtliche **logische Beschränkungen auf PSOAs**
- Solche Sätze scheitern nicht nur, weil sie nicht wahr sind:  
*Im Jahr 1985 wird Arno Schmidt planen, „Julia“ bis 1914 fertig zu schreiben.*
- **Inkompatibel** mit unserem Wissen über **zulässige/mögliche PSOAs**

*Maria könnte Arno Schmidt persönlich kennen.*

- Realität | Maria wurde nach dem Tod von AS geboren.
- Vorstellbare alternative Realitäten
  - 1 AS ist kein Workaholic, trinkt nicht eine Flasche Korn am Tag und hat daher 1979 keinen Infarkt.
  - 2 Maria wurde zwanzig Jahre früher geboren.
  - 3 AS ist von den Toten auferstanden.
  - 4 Im Prinzip unbegrenzt viele Möglichkeiten

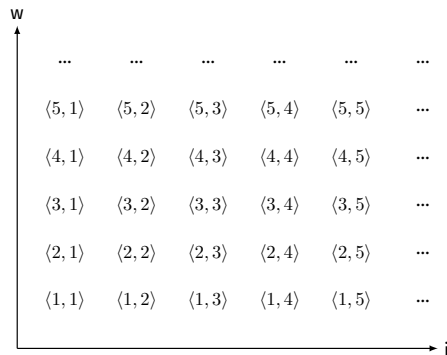
## Formale Modellierung von Intensionen

## Basis der Formalisierung

- Annahme einer Menge von PSOAs (= Welten)
- Jeder PSOA | Exhaustiv bestimmt durch die in ihm wahren Propositionen
- Jede Proposition | Zwei-Partitionierung der PSOAs:
  - ▶ Die, in denen sie wahr ist
  - ▶ Die, in denen sie falsch ist

# Mögliche Welten und Zeiten in Koordinaten

- Für jede Proposition  $p_n$  | Mindestens eine Welt, in der  $\llbracket p_n \rrbracket = 1$  |  $w \in W$
- Für jeden Zeitpunkt | Ein möglicher Zustand jeder Welt |  $i \in I$
- Zeitlich geordnete Welt-Zeit-Koordinaten |  $\langle w, i \rangle \in W \times I$

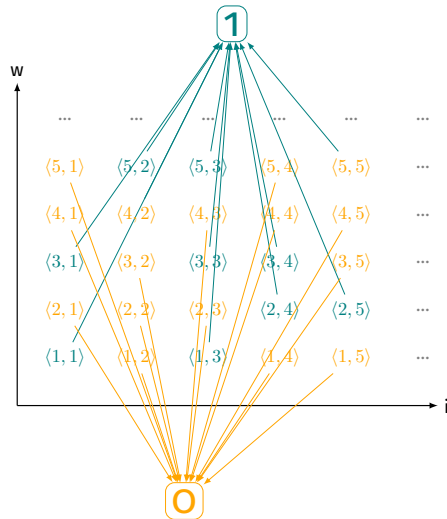


Propositionen sind die Intensionen von Formeln bzw. Sätzen!

- Eine mögliche Welt für jede Proposition als wahr, permutiert mit allen anderen  
 $w_1$ :  $p_1$  wahr, alle anderen  $p_n$  falsch  
 $w_{12}$ :  $p_1$  und  $p_2$  wahr, alle anderen  $p_n$  falsch  
 $w_2$ :  $p_2$  wahr, alle anderen  $p_n$  falsch usw.
- Exhaustive Charakterisierung eines Satzes | Alle Welten, in denen er wahr ist
- Intension eines Satzes | Alle Welten, in denen er wahr ist
- Proposition eines Satzes | Charakteristische Funktion der Menge der Welten, in denen er wahr ist zu den Zeitpunkten, zu denen er wahr ist

# Propositionen als Funktionen

Propositionen sind Funktionen  $\{0, 1\}^{W \times I}$



# Überlegen Sie sich das mal ...

Sind solche Propositionen als Intensionen wirklich unbefriedigend?

- Wenn wir den aktuellen SOA exhaustiv kennen, wissen wir für jeden Satz, ob er wahr ist.
- Wenn wir wissen, welche Sätze wahr sind, kennen wir den aktuellen SOA exhaustiv.
- Sätze denotieren Wahrheitswerte, und die Wahrheit eines Satzes hängt nur vom aktuellen SOA ab.

Eine Funktion von möglichen Welten zu Wahrheitswerten charakterisiert daher die Semantik eines Satzes umfassend.

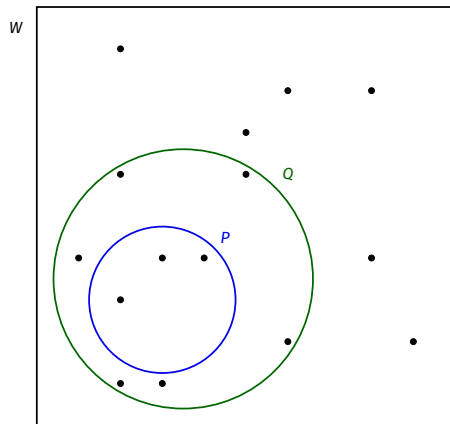
- Was mehr gäbe es über einen Satz zu wissen?
- Sätze mit derselben Intension  $\{0, 1\}^{W \times I}$  sind absolut gleichbedeutend.



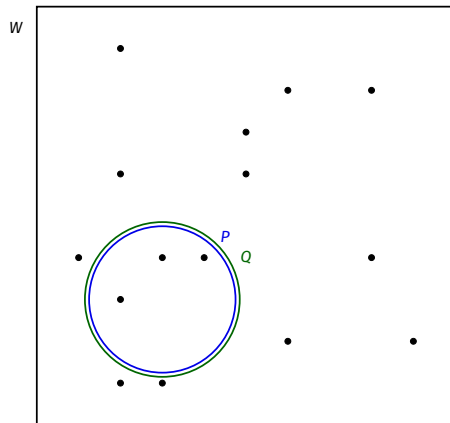
## Mengen von Welten

Satzintensionen | Charakteristische Funktionen – oder Mengen von  $w$  bzw.  $\langle w, i \rangle$

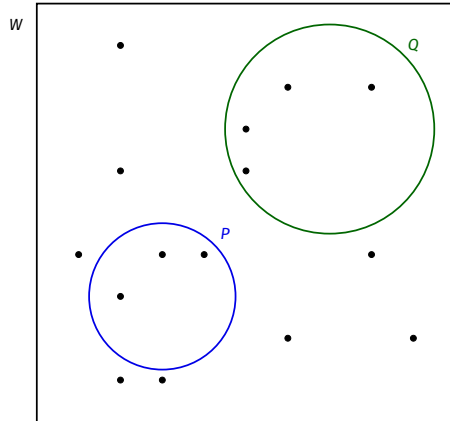
$p \rightarrow q$  entspricht  $P \subseteq Q$ :



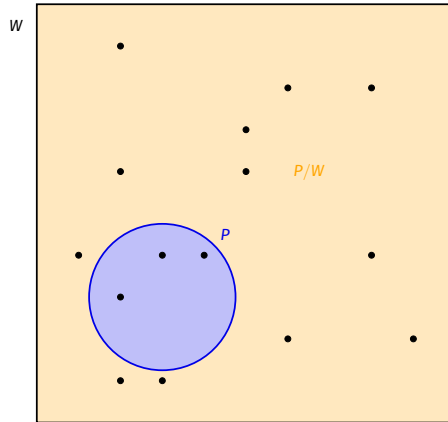
$p \leftrightarrow q$  entspricht  $P = Q$ :



Kontradiktion liegt vor bei  $P \cap Q = 0$ :



$\neg p$  entspricht  $P/W$ :



Was heißt **notwendigerweise** und **möglicherweise**?

- **Notwendigkeit**

- ▶ Es muss so sein, dass  $p$ .
- ▶ In allen möglichen/denkaren Welten gilt  $p$ .
- ▶  $\Box p \equiv \forall w \in W(\llbracket p \rrbracket^w = 1)$

- **Möglichkeit**

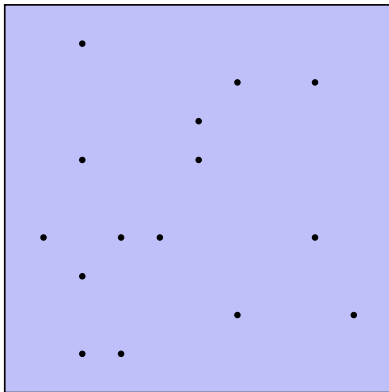
- ▶ Es kann so sein, dass  $p$ .
- ▶ In mindestens einer möglichen/denkaren Welt gilt  $p$ .
- ▶  $\Diamond p \equiv \exists w \in W(\llbracket p \rrbracket^w = 1)$

- Für alle Wffs  $\phi \in Wff$  sind  $\Box\phi$  und  $\Diamond\phi$  ebenfalls in Wff.

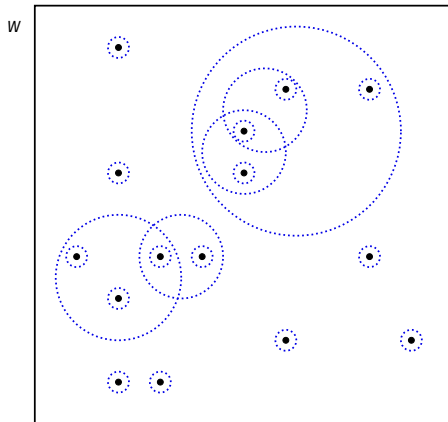
# Notwendigkeit als universelle Quantifikation

$\Box p$  entspricht  $P = W$ :

$W = P$



$\Diamond p$  entspricht  $P \neq \emptyset$  in  $W$  (nur beispielhaft):





## Intensionale Modelltheorie

Die Modelle werden um Welten  $w$  und Zeitpunkte  $i$  erweitert.

- $\mathcal{M} = \langle W, I, <, U, V \rangle$ 
  - ▶  $W$  | Die Menge der Welten
  - ▶  $I$  | Die Menge der Zeitpunkte/Intervalle
  - ▶  $<$  | Eine Ordnung auf  $I$
  - ▶  $U$  | Die Menge der Individuen/Objekte
  - ▶  $V$  | Eine Auswertungsfunktion für Konstanten jeder Ordnung
- Ein Ausdruck  $\alpha$  wird jetzt evaluiert relativ zu
  - ▶ Dem Modell  $\mathcal{M}$
  - ▶ Einer konkreten Welt  $w$
  - ▶ Einem konkreten Zeitpunkt  $i$
  - ▶ Der Belegungsfunktion  $g$
  - ▶  $\llbracket \alpha \rrbracket^{\mathcal{M}, w, i, g}$

## Individuenkonzepte als Funktionen von Welten zu Individuen

- *der Präsident der USA, der Papst, Bond*  
(im Sinn von *der Schauspieler, der gerade Bond spielt*)
- Für  $\beta \in \text{Cons}_{ind}$  ist  $V(\beta)$  eine Funktion aus  $U^{W \times I}$ .  
Eine Funktion, die für jedes Welt-Zeit-Paar sagt, wer Präsident, Papst, Bond usw. ist.

(Grafik fehlt)

## Eigenschaftskonzepte als Funktionen von Welten zu Mengen von Tupeln von Individuen

- Konstanten wie *geht*, *kauft*, *gibt* usw. denotieren unterschiedliche Mengen (bzw. CFs) zu unterschiedlichen  $\langle w, i \rangle$ -Koordinaten.
- Für  $\beta \in \text{Cons}_{pred_n}$  ist  $V(\beta)$  eine Funktion aus  $(\wp U^n)^{W \times I}$ .  
Eine Funktion, die für jedes Welt-Zeit-Paar sagt, wer geht, wer was kauft, wer wem was gibt usw.  
Erinnerung |  $U^n = U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$

(Grafik fehlt)

Diese umständlichen T-Sätze!

- Wenn  $\beta$  eine Wff der Form  $\delta(t_1, t_2, \dots, t_n)$  ist
- Dann gilt  $\llbracket \beta \rrbracket^{\mathcal{M}, w, i, g} = 1$  gdw
  - ▶  $\langle \llbracket t_1 \rrbracket^{\mathcal{M}, w, i, g}, \llbracket t_2 \rrbracket^{\mathcal{M}, w, i, g}, \dots, \llbracket t_n \rrbracket^{\mathcal{M}, w, i, g} \rangle \in \llbracket \delta \rrbracket^{\mathcal{M}, w, i, g}$
  - ▶ Mit  $\llbracket t_1 \rrbracket^{\mathcal{M}, w, i, g} = V(\langle w, i \rangle)(t_1)$

In einer typentheoretischen Sprache wie  $L_{Type}$  wäre Funktionsapplikation möglich.

Hier ändert sich eigentlich nichts ...

- Wenn  $\psi$  eine Wff der Form  $\forall x \phi$  ist
- Dann gilt  $\llbracket \psi \rrbracket^{\mathcal{M}, w, i, g} = 1$  gdw
  - ▶ Für alle  $u \in U$   $\llbracket \phi \rrbracket^{\mathcal{M}, w, i, g[u/x]} = 1$
- Und Paralleles für den Existenzquantor

Die modalen Funktoren quantifizieren wie gesagt über Welten ...

- Wenn  $\psi$  eine Wff der Form  $\Box x\phi$  ist
- Dann gilt  $\llbracket \psi \rrbracket^{\mathcal{M}, w, i, g} = 1$  gdw
  - ▶ Für alle  $w' \in W$
  - ▶ Und alle  $i' \in I$
  - ▶  $\llbracket \phi \rrbracket^{\mathcal{M}, w', i', g} = 1$
- Und Paralleles für den  $\Diamond$ -Operator mit Existenzquantifikation

# Eine Ähnlichkeit zwischen $\forall$ und $\Box$

Möglichkeit distribuiert wie Allquantifikation ...

- Weil  $\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)] \vdash [\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)]$   
aber nicht umgekehrt
- Gilt auch  $\Box [\psi \rightarrow \phi] \vdash [\Box \psi \rightarrow \Box \phi]$   
aber nicht umgekehrt



# Einige Implikationen und Äquivalenzen

Beweistheorie für Modallogik ist alles andere als trivial.

Hier nur einige interessante Implikationen und Äquivalenzen ...

	Existenzquantor	Allquantor
<b>Notwendigkeit</b>	$\exists x \Box P(x) \rightarrow \Box \exists x P(x)$	$\forall x \Box P(x) \leftrightarrow \Box \forall x P(x)$
<b>Möglichkeit</b>	$\exists x \Diamond P(x) \leftrightarrow \Diamond \exists x P(x)$	$\forall x \Diamond P(x) \rightarrow \Diamond \forall x P(x)$

- Wenn es ein  $x$  gibt, dass notwendigerweise  $P$  ist, dann ist es notwendigerweise der Fall, dass es ein  $x$  gibt, dass  $P$  ist.
- Wenn es ein  $x$  gibt, dass möglicherweise  $P$  ist, dann ist es möglicherweise der Fall, dass es ein  $x$  gibt, dass  $P$  ist. Und umgekehrt!
- **Carnap-Barcan-Formel** Wenn alle  $x$  notwendigerweise  $P$  ist, dann ist es notwendigerweise der Fall, dass alle  $x$   $P$  sind. Und umgekehrt!
- Wenn alle  $x$  möglicherweise  $P$  sind, dann ist es möglicherweise der Fall, dass alle  $x$   $P$  sind.

- Chierchia, Gennaro & Sally McConnell-Ginet. 2000. *Meaning and grammar: An introduction to semantics*. 2. Aufl. Cambridge, MA: MIT Press.
- Dowty, David R., Robert E. Wall & Stanley Peters. 1981. *Introduction to Montague semantics*. Dordrecht: Kluwer.

## Kontakt

Prof. Dr. Roland Schäfer  
Institut für Germanistische Sprachwissenschaft  
Friedrich-Schiller-Universität Jena  
Fürstengraben 30  
07743 Jena

<https://rolandschaefer.net>  
[roland.schaefer@uni-jena.de](mailto:roland.schaefer@uni-jena.de)

## Creative Commons BY-SA-3.0-DE

Dieses Werk ist unter einer Creative Commons Lizenz vom Typ *Namensnennung - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 3.0 Deutschland* zugänglich. Um eine Kopie dieser Lizenz einzusehen, konsultieren Sie

<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/de/> oder wenden Sie sich brieflich an Creative Commons, Postfach 1866, Mountain View, California, 94042, USA.