Formale Semantik
08. Intensionalität

Roland Schäfer

Institut für Germanistische Sprachwissenschaft
Friedrich-Schiller-Universität Jena

Stets aktuelle Fassungen: `https://github.com/rsling/VL-Semantik`

Inhalt

Kernfragen dieser Woche

Verständnis dafür, dass wir bisher nur über Extensionen sprechen.

Wissen um Konstruktionen, in denen das nicht ausreicht.

Definition des intensionalen Kalküls auf Basis des extensionalen.

Nochmals zurück zu Chierchia,
weil das entsprechende Kapitel wirklich gut ist.

Texte für heute: Chierchia & McConnell-Ginet 2000: Kapitel 5 | Dowty u. a. (1981: Kapitel 5–6)

Wozu Intensionalität?

Intensionalität | Beispiele

- *Stockhausen wird eine andere Oper schreiben.*
- *Hätte Arno Schmidt weniger getrunken, könnte er noch leben.*
- *Gustave Moreau glaubt, dass Ästhetizismus toll ist.*

Probleme mit Extensionen

- *Stockhausen wird eine andere Oper schreiben.*
- *Hätte Arno Schmidt weniger getrunken, könnte er noch leben.*
- *Gustave Moreau glaubt, dass Ästhetizismus toll ist.*

- Syntax der Ausdrücke | Problemlos mit Einführung von Auxiliaren
- Wahrheitsbedingungen | Nicht angebbar
  - in eindimensionalen Modellen ohne Tempus
  - und ohne Modellierung von Möglichkeit und Notwendigkeit
    (Modalverben, modale Adverbiale, *glauben*-Verben)

Was sind Intensionen?

Extension (Bedeutung) und Intension (Sinn)

Synt. Typ	Bedeutung	Sinn	Beispiele
NP	Individuum	Individuenkonzept	*Venus, Helmut Kohl*
VP	Menge von Individuen	Eigenschaftskonzept	*Kolibri, laufen*
S	Wahrheitswert	Proposition (Gedanke)	*Ich mag Kolibris.*

Intensionen

Noch wissen wir nicht viel über Intensionen. Offensichtliche Eigenschaften aber:

- Nicht rein wahrheitsfunktional
  „Was ist in der Welt der Fall?“ reicht nicht aus.
- Wissen über die tatsächlichen, vergangenen und möglichen Zustände der Welt
  PSOA = *possible state of affairs*
  Z. B. alle vergangenen SOAs; die PSOAs, die Horst Lichter für möglich hält usw.
- Sowas wie mehrdimensionale Wahrheitsbedingungen
- Vermitteln zwischen Wissen über Dinge und Wahrheitswerten

Logik von PSOAs

Wir brauchen eine Logik für PSOAs!

- Offensichtliche logische Beschränkungen auf PSOAs
- Solche Sätze scheitern nicht nur, weil sie nicht wahr sind:
  Im Jahr 1985 wird Arno Schmidt planen, „Julia“ bis 1914 fertig zu schreiben.
- Inkompatibel mit unserem Wissen über zulässige/mögliche PSOAs

Paralleluniversen?

Maria könnte Arno Schmidt persönlich kennen.

- Realität | Maria wurde nach dem Tod von AS geboren.
- Vorstellbare alternative Realitäten
  1. AS ist kein Workaholic, trinkt nicht eine Flasche Korn am Tag und hat daher 1979 keinen Infarkt.
  2. Maria wurde zwanzig Jahre früher geboren.
  3. AS ist von den Toten auferstanden.
  4. Im Prinzip unbegrenzt viele Möglichkeiten

Formale Modellierung von Intensionen

Propositionen und PSOAs

Basis der Formalisierung

- Annahme einer Menge von PSOAs (= mögliche Welten)
- Jeder PSOA | Exhaustiv bestimmt durch die in ihm wahren Propositionen
- Jede Proposition | Zwei-Partitionierung der PSOAs:
  - Die, in denen sie wahr ist
  - Die, in denen sie falsch ist

Mögliche Welten und Zeiten in Koordinaten

- Für jede Proposition p_n | Welten, in der $[\![p_n]\!] = 1$ | $w \in W$
- Für jeden Zeitpunkt | Ein möglicher Zustand jeder Welt | $i \in I$
- Also zeitlich geordnete Welt-Zeit-Koordinaten | $\langle w, i \rangle \in W \times I$

w						
	...	...	...	...	...	...
	$\langle 5, 1 \rangle$	$\langle 5, 2 \rangle$	$\langle 5, 3 \rangle$	$\langle 5, 4 \rangle$	$\langle 5, 5 \rangle$	...
	$\langle 4, 1 \rangle$	$\langle 4, 2 \rangle$	$\langle 4, 3 \rangle$	$\langle 4, 4 \rangle$	$\langle 4, 5 \rangle$	...
	$\langle 3, 1 \rangle$	$\langle 3, 2 \rangle$	$\langle 3, 3 \rangle$	$\langle 3, 4 \rangle$	$\langle 3, 5 \rangle$	...
	$\langle 2, 1 \rangle$	$\langle 2, 2 \rangle$	$\langle 2, 3 \rangle$	$\langle 2, 4 \rangle$	$\langle 2, 5 \rangle$	...
	$\langle 1, 1 \rangle$	$\langle 1, 2 \rangle$	$\langle 1, 3 \rangle$	$\langle 1, 4 \rangle$	$\langle 1, 5 \rangle$	...
						i

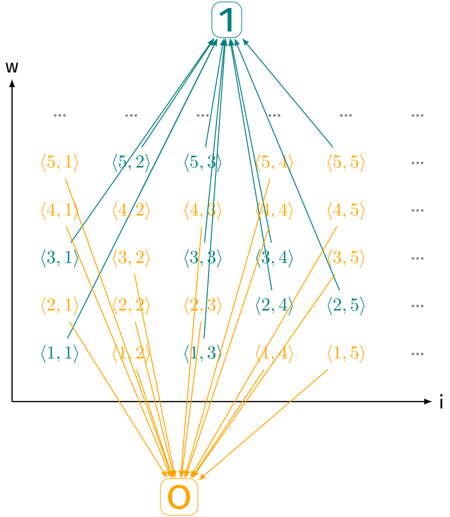
Propositionen und Welten

Propositionen sind die Intensionen von Formeln bzw. Sätzen!

- Maximal alle Welten für jede Proposition als wahr, permutiert mit allen anderen
  w_1: p_1 wahr, alle anderen p_n falsch
  w_{12}: p_1 und p_2 wahr, alle anderen p_n falsch
  w_2: p_2 wahr, alle anderen p_n falsch usw.
- Exhaustive Charakterisierung eines Satzes | Alle Welten, in denen er wahr ist
- Intension eines Satzes | Alle Welten, in denen er wahr ist
- Proposition eines Satzes | Charakteristische Funktion der Menge
  der Welten, in denen er wahr ist zu den Zeitpunkten, zu denen er wahr ist

Propositionen als Funktionen

Propositionen sind Funktionen $\{0,1\}^{W\times I}$



Überlegen Sie sich das mal …

Sind solche Propositionen als Intensionen wirklich unbefriedigend?

- Wenn wir den aktuellen SOA exhaustiv kennen,
  wissen wir für jeden Satz, ob er wahr ist.
- Wenn wir wissen, welche Sätze wahr sind,
  kennen wir den aktuellen SOA exhaustiv.
- Sätze denotieren Wahrheitswerte, und die Wahrheit eines Satzes hängt nur vom aktuellem SOA ab.

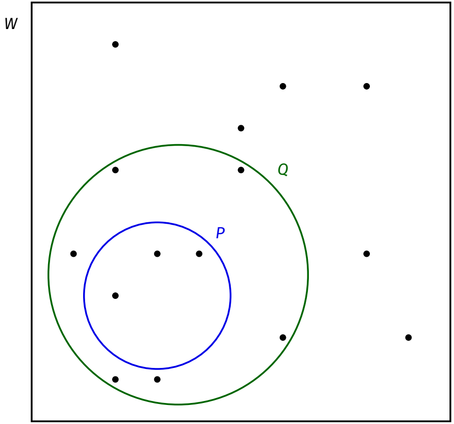
  Eine Funktion von möglichen Welten zu Wahrheitswerten charakterisiert daher die Semantik eines Satzes umfassend.
- Was mehr gäbe es über einen Satz zu wissen?
- Sätze mit derselben Intension $\{0, 1\}^{W \times I}$ sind absolut gleichbedeutend.

Mengen von Welten

Implikation und Welten

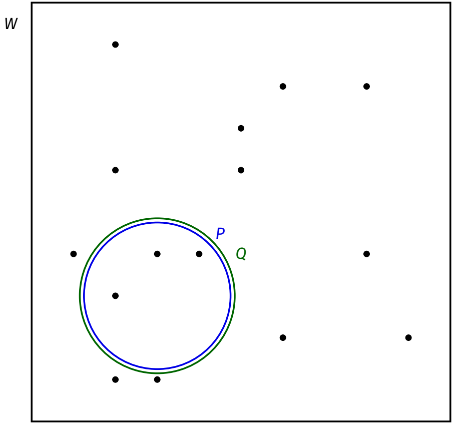
Satzintensionen | Charakteristische Funktionen – oder Mengen von w bzw. $\langle w, i \rangle$

$p \rightarrow q$ entspricht $P \subseteq Q$:



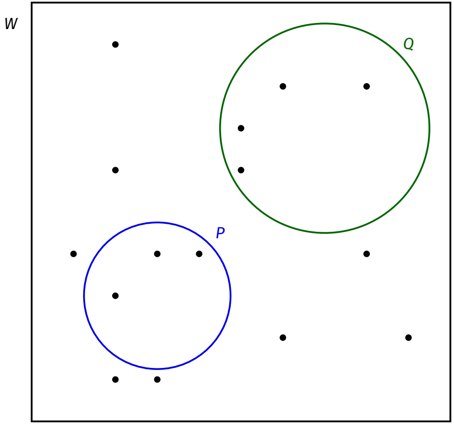
Synonymie und Welten

$p \leftrightarrow q$ entspricht $P = Q$:



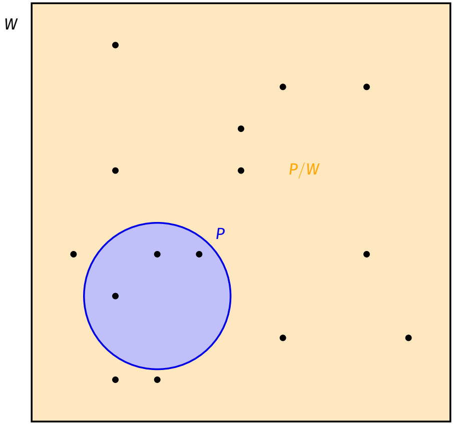
Kontradiktion und Welten

Kontradiktion liegt vor bei $P \cap Q = 0$:



Negation und Welten

$\neg p$ entspricht P/W:



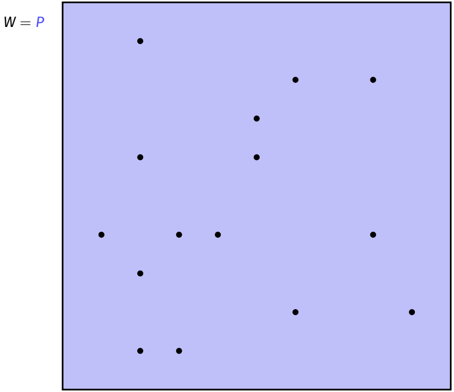
Modalität = Quantifikation über Welten

Was heißt notwendigerweise und möglicherweise?

- Notwendigkeit
  - Es muss so sein, dass *p*.
  - In allen möglichen/denkbaren Welten gilt *p*.
  - $\Box p \equiv \forall w \in W(\llbracket p \rrbracket^{w} = 1)$
- Möglichkeit
  - Es kann so sein, dass *p*.
  - In mindestens einer möglichen/denkbaren Welt gilt *p*.
  - $\Diamond p \equiv \exists w \in W(\llbracket p \rrbracket^{w} = 1)$
- Für alle Wffs $\phi \in Wff$ sind $\Box\phi$ und $\Diamond\phi$ ebenfalls in Wff.

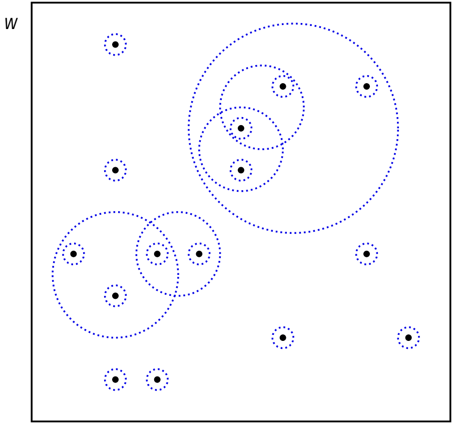
Notwendigkeit als universelle Quantifikation

$\Box p$ entspricht $P = W$:



Möglichkeit als existenzielle Quantifikation

$\Diamond p$ entspricht $P \neq \emptyset$ in W (nur beispielhaft):



Intensionale Modelltheorie

Intensionale Modelle

Die Modelle werden um Welten *w* und Zeitpunkte *i* erweitert.

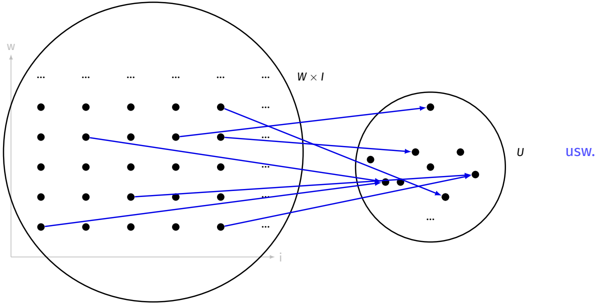
- $\mathcal{M} = \langle W, I, <, U, V \rangle$
  - W | Die Menge der Welten
  - I | Die Menge der Zeitpunkte/Intervalle
  - $<$ | Eine Ordnung auf I
  - U | Die Menge der Individuen/Objekte
  - V | Eine Auswertungsfunktion für Konstanten jeder Ordnung
- Ein Ausdruck α wird jetzt evaluiert relativ zu
  - Dem Modell $\mathcal{M}$
  - Einer konkreten Welt w
  - Einem konkreten Zeitpunkt i
  - Der Belegungsfunktion g
  - $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}$

Und Individuen?

Individuenkonzepte als Funktionen von Welten zu Individuen

- *der Präsident der USA, der Papst, Bond*
  (im Sinn von *der Schauspieler, der gerade Bond spielt*)
- Für $\beta \in Cons_{ind}$ ist $V(\beta)$ eine Funktion aus $U^{W\times I}$.
  Eine Funktion, die für jedes Welt-Zeit-Paar sagt, wer Präsident, Papst, Bond usw. ist.

$[\![\textbf{Bond}]\!] =$



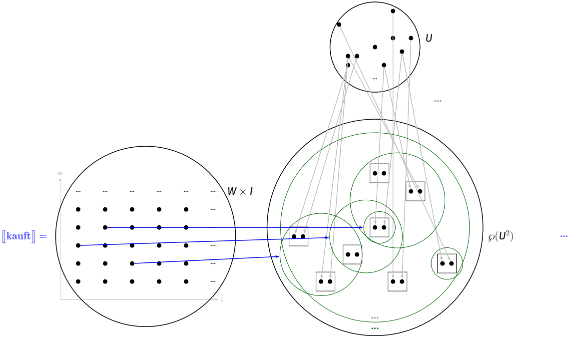
Und Prädikate?

Eigenschaftskonzepte als Funktionen von Welten zu Mengen von Tupeln von Individuen

- Konstanten wie *geht*, *kauft*, *gibt* usw. denotieren unterschiedliche Mengen (bzw. CFs) zu unterschiedlichen $\langle w, i \rangle$-Koordinaten.
- Für $\beta \in Cons_{pred_n}$ ist $V(\beta)$ eine Funktion aus $(\wp U^n)^{W \times I}$.

  Eine Funktion, die für jedes Welt-Zeit-Paar sagt, wer geht, wer was kauft, wer wem was gibt usw.

  Erinnerung | $U^n = U_1 \times U_2 \times \cdots \times U_n$, also z. B. $P^2 = U \times U$



Auswertung à la Chierchia

Diese umständlichen T-Sätze!

- Wenn β eine Wff der Form $\delta(t_1, t_2, \cdots, t_n)$ ist
- Dann gilt $[\![\beta]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$ gdw
  - $\langle [\![t_1]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}, [\![t_2]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}, \ldots, [\![t_n]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} \rangle \in [\![\delta]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}$
  - Mit $[\![t_1]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = V(\langle w, i \rangle)(t_1)$

In einer typentheoretischen Sprache wie L_{Type} wäre Funktionsapplikation möglich.

Quantifikation über Individuen

Hier ändert sich eigentlich nichts ...

- Wenn ψ eine Wff der Form $\forall x \phi$ ist
- Dann gilt $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$ gdw
  - Für alle $u \in U$ $[\![\phi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g[u/x]} = 1$
- Und Paralleles für den Existenzquantor

Auswertung von Modalität

Die modalen Funktoren quantifizieren wie gesagt über Welten ...

- Wenn ψ eine Wff der Form $\Box x \phi$ ist
- Dann gilt $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$ gdw
  - Für alle $w' \in W$
  - Und alle $i' \in I$
  - $[\![\phi]\!]^{\mathcal{M},w',i',g} = 1$
- Und Paralleles für den $\Diamond$-Operator mit Existenzquantifikation

Eine Ähnlichkeit zwischen $\forall$ und $\Box$

Modale Möglichkeit distribuiert wie Allquantifikation ...

- Weil $\forall x\,[P(x) \rightarrow Q(x)] \vdash [\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)]$
  aber nicht umgekehrt
- Gilt auch $\Box\,[\psi \rightarrow \phi] \vdash [\Box\psi \rightarrow \Box\phi]$
  aber nicht umgekehrt

Einige Implikationen und Äquivalenzen

Beweistheorie für Modalllogik ist nicht so richtig trivial.

Hier nur einige interessante Implikationen und Äquivalenzen …

	Existenzquantor	**Allquantor**
Notwendigkeit	$\exists x \Box P(x) \rightarrow \Box \exists x P(x)$	$\forall x \Box P(x) \leftrightarrow \Box \forall x P(x)$
Möglichkeit	$\exists x \Diamond P(x) \leftrightarrow \Diamond \exists x P(x)$	$\forall x \Diamond P(x) \rightarrow \Diamond \forall x P(x)$

- Wenn es ein x gibt, dass notwendigerweise P ist,
  dann ist es notwendigerweise der Fall, dass es ein x gibt, dass P ist.
- Wenn es ein x gibt, dass möglicherweise P ist,
  dann ist es möglicherweise der Fall, dass es ein x gibt, dass P ist. Und umgekehrt!
- Carnap-Barcan-Formel Wenn alle x notwendigerweise P ist,
  dass ist es notwendigerweise der Fall, dass alle x P sind. Und umgekehrt!
- Wenn alle x möglicherweise P sind,
  dann ist es möglicherweise der Fall, dass alle x P sind.

Literatur I

Chierchia, Gennaro & Sally McConnell-Ginet. 2000. *Meaning and grammar: An introduction to semantics.* 2. Aufl. Cambridge, MA: MIT Press.

Dowty, David R., Robert E. Wall & Stanley Peters. 1981. *Introduction to Montague semantics.* Dordrecht: Kluwer.

Autor

Kontakt

Prof. Dr. Roland Schäfer
Institut für Germanistische Sprachwissenschaft
Friedrich-Schiller-Universität Jena
Fürstengraben 30
07743 Jena

https://rolandschaefer.net
roland.schaefer@uni-jena.de

Lizenz