Formale Semantik

Roland Schäfer

Institut für Germanistische Sprachwissenschaft
Friedrich-Schiller-Universität Jena

Folien in Überarbeitung. Englische Teile (ab Woche 7) sind noch von 2007!

Stets aktuelle Fassungen: `https://github.com/rsling/VL-Semantik`

Inhalt

Inferenz und Bedeutung

Literatur | Einführungen

Die folgenden drei Bücher sind die Grundlage des Seminars:

- Chierchia & McConnell-Ginet (2000) | GB-orientiert, nur die Kapitel von Chierchia
- Dowty u. a. (1981) | tolle Montague-Einführung von seinen Schülern
- Partee u. a. (1990) | wichtige Grundlagen (Algebra, Logik), viele Druckfehler

Literatur | weitere Empfehlungen

- Bucher (1998) | lesbare Logik-Einführung auf Deutsch
- Carpenter (1997) | prima Hardcore-Einführung mit Kategorialgrammatik
- Gutzmann (2019) | aktuelle Einführung auf Deutsch

Seminarverlauf

1. 9.10.2023 Diskussion: Wie schlussfolgern wir? Wie hängen unser Schlussfolgerungen mit Semantik zusammen?
2. 26.10.2023 Referentielle Semantik (Folien 2)
3. 02.11.2023 Mengen- und Funktionstheorie (Folien 3)
4. 09.11.2023 Aussagenlogik (Folien 4)
- 16.11.2023 Ausfall wegen Dienstreise
5. 23.11.2023 Prädikatenlogik (Folien 5)
6. 30.11.2023 Quantifikation und modelltheoretische Semantik (Folien 6)
7. 07.12.2023 Einfach getypte höherstufige λ-Sprachen (Folien 7)
8. 14.12.2023 Intensionalität (Folien 8)
9. 21.12.2023 Tempus und Modalität (Folien 9)
- 28.12.2023 Weihnachtsferien
- 04.01.2024 Weihnachtsferien
10. 11.01.2024 Montagues intensionale Logik (Folien 10)
11. 18.01.2024 *The Proper Treatment of Quantification in Ordinary English* (Montague 1973)
12. 25.01.2024 *Generalized Quantifiers and Natural Language* (Barwise & Cooper 1981)
13. 01.02.2024 *The Algebra of Events* (Bach 1986)
- 08.02.2024 Klausurenwoche/Einzelbesprechungen

Prüfungen

Einheitlicher Inhalt für alle Modul- und Examensprüfungen:

1. eine oder zwei inhaltlichen Fragen zu den Themen der *Sprachphilosophie*
   Die Liste der relevanten Texte wird rechtzeitig vor den Prüfungen eingeschränkt.
2. eine Logik-Aufgabe (natürliche Deduktion) – außer in mündlichen Prüfungen
3. eine Semantik-Aufgabe (kompositionale Modellierung eines Satzes)

Hausarbeiten nach Absprache.

Die unausweichliche Frage nach ein paar Wochen | WTF???

„Wozu brauchen wir das denn?“

- Nicht zu leugnende logische Eigenschaften von Sprache
- Kleiner Einblick in deren technisch sehr aufwendige Beschreibung
- Wichtige Lernziele
  - Realistische Einschätzung eigener semantischer Intuitionen
  - Erkennen der Grenzen der Möglichkeiten von Logik in der Analyse von Sprache
  - Für zukünftige Forschende | Grundausbildung in formaler Semantik unabdinglich

Was folgt logisch?

Fallen Ihnen logische Schlussfolgerungen aus diesen Aussagen ein?

- Das Semester hat begonnen.
- Olha hat einen sehr leichten ukrainischen Akzent.
- Entweder regnet es gerade, oder die Wasserleitung ist gebrochen.
- Es regnet, oder die Wasserleitung ist gebrochen. Es regnet seit zwei Stunden.
- Falls der Dänemark-Urlaub ausfällt, fahre ich eine Woche zu meinen Eltern. Der Dänemark-Urlaub fällt aus.
- Wenn es regnet, wird die Straße nass. Die Straße ist nicht nass.
- Es ist nicht der Fall, dass der WANG PC keine Festplatten unterstützt hat.

Folgt B aus A?

- A: Ein blauer Renault fährt auf der A9 Richtung Berlin.
  B: Ein Renault fährt auf der A9 Richtung Berlin.
- A: Ich finde Geranien abstoßend.
  B: Ich habe schon mindestens einmal mindestens eine Geranie gesehen.
- A: Der WANG PC ist nicht IBM-kompatibel.
  B: Es existiert mindestens ein WANG PC.
- A: Alle Menschen sind intelligent.
  B: Horst Lichter ist intelligent.
- A: Krister hat mir seinen Volvo Amazon verkauft.
  B: Irgendjemand hat seinen Volvo Amazon verkauft.

Folgt B aus A?

- A: Entweder regnet es, oder die Wasserleitung im Bad ist gebrochen, und die Wasserleitung im Bad ist gebrochen.
  B: Es regnet nicht.
- A: Michelle hat uns den Dobermann für eine Woche zur Pflege überlassen.
  B: Der Dobermann wurde uns für eine Woche zur Pflege überlassen.
- A: Jan glaubt, dass seine Sendung nicht abgesetzt wird.
  B: Jan glaubt nicht, dass seine Sendung abgesetzt wird.
- A: Falls Dr. Kohl jetzt wieder Kanzler der BRD ist, gibt es vermutlich jeden Tag Pfälzer Saumagen zum Dinner.
  B: Es gibt einen Kanzler der BRD.
- A: Ein Mensch betritt den Raum.
  B: Es gibt mindestens einen Menschen.
- A: Ein Mensch, der die Bibel gelesen hat, begeht im Durchschnitt nicht weniger Straftaten als andere.
  B: Es gibt mindestens einen Menschen.
- A: *We don't need no education.*
  B: Yes, you do! You just used a double negative.

Folgt B aus A?

- A: Herr Keydana fährt einen Golf. Alles, was einen Golf fährt, ist entweder menschlich oder eine AI, die auf Deep Learning basiert. Es gibt keine AI, die auf Deep Learning basiert, die einen Golf fährt.
  B: Es gibt mindestens einen Menschen.
- A: Es gibt an der Uni Göttingen mindestens einen Dozenten, der einen Golf fährt. Götz ist Dozent an der Uni Göttingen und Radsportler. Sein Auto ist gerade in der Werkstatt. Jeder Dozent an der Uni Göttingen fährt entweder einen Golf oder ist kein Radsportler, falls sein Auto in der Werkstatt ist.
  B: Götz fährt einen Golf.

Versuchen Sie, eine Definition des Begriffs logische Schlussfolgerung zu geben.

Wann folgt eine Aussage aus einer oder mehreren anderen Aussagen?

Inferenz | Abduktion

Entspricht oft der „Alltagslogik“. Suche nach spontan plausiblen Ursachen.

- A: Der Verdächtige hat kein Alibi und ein Motiv.
  B: Der Verdächtige ist der Täter.
- Ich habe so einen komischen Husten, und die Infektionszahlen steigen wieder.
  B: Oh mein Gott, ich habe Covid!
- A: Es soll eine Impfpflicht eingeführt werden.
  B: George Soros und Bill Gates wollen uns Mikrochips einpflanzen.
- A: In Mikes Büro ist um 22 Uhr noch Licht.
  B: Mike bereitet seine Lehrveranstaltung für morgen vor.

Hochgradig gefährlich, weil nicht formalisierbar und sehr bequem.
Gleichzeitig im Alltag unentbehrlich.

Die meisten „logischen“ Schlussfolgerungen von Vulkaniern sind im besten Fall Abduktionen.

Suche nach allgemeingültigen Aussagen aus Partikularereignissen.

- A_1: Im Zentrum der Galaxis befindet sich ein supermassives schwarzes Loch.
  A_2: Die Galaxis ist eine Galaxie.
  B: Im Zentrum jeder Galaxie befindet sich ein supermassives schwarzes Loch.
- A: Im Zentrum von 1200 Galaxien befindet sich ein supermassives schwarzes Loch.
  B: Im Zentrum jeder Galaxie befindet sich ein supermassives schwarzes Loch.
- A: Aus dieser Einmündung kam noch nie ein Auto von rechts.
  B: Aus dieser Einmündung wird in drei Sekunden kein Auto von rechts kommen.

„Besser“ als Abduktion, vor allem je mehr Partikularereignisse zugrundeliegen.

Kann trotzdem gewaltig daneben gehen.

Spielt in der Wissenschaft eine große Rolle, aber ist fundamental nicht ausreichend.

Prämissen (egal, wo diese herkommen) und formale Schlussregeln

- A_1: Götz ist ein Dozent an der Uni Göttingen.
  A_2: Jeder Dozent an der Uni Göttingen ist ein Mensch.
  B: Götz ist ein Mensch.
- A_1: Entweder (wurde die Welt von einem Gebrauchtwagenhändler erschaffen) oder (Rewe verkauft keine Weetabix).
  A_2: Rewe verkauft keine Weetabix.
  B: Die Welt wurde von einem Gebrauchtwagenhändler erschaffen.

Nur Deduktion ist Logik. Nur darum geht es in diesem Semester.
Für die Logik menschlicher Sprache entfällt das Problem absurder Prämissen.

Ganz trivial ist das nicht ...

A: Herr Keydana fährt einen Golf. Alles, was einen Golf fährt, ist entweder menschlich oder eine AI, die auf Deep Learning basiert. Es gibt keine AI, die auf Deep Learning basiert, die einen Golf fährt.
B: Es gibt mindestens einen Menschen.

Hier ist der Beweis (vgl. Woche 5):

1	$G(k)$	
2	$(\forall x)[(G(x) \rightarrow M(x) \vee A(x)]$	
3	$\neg(\exists y)[A(y) \wedge G(y)]$	$\vdash (\exists z)M(z)$
4	$(\forall y)\neg[A(y) \wedge G(y)]$	3,QN
5	$(\forall y)[\neg A(y) \vee \neg G(y)]$	4,DeM
6	$(\forall y)[G(y) \rightarrow \neg A(y)]$	5,Komm.,Impl.
7	$G(k) \rightarrow \neg A(k)$	6,$-\forall(1)$
8	$\neg A(k)$	1,7,MP
9	$G(k) \rightarrow M(k) \vee A(k)$	2,$-\forall(1)$
10	$M(k) \vee A(k)$	1,9,MP
11	$M(k)$	8,10,DS
12	$(\exists z)M(z)$	11,$+\exists$ $\blacksquare$

Begriffe von „Bedeutung“

Die Bedeutung eines Ausdrucks ist …

- … die Idee, die er vermittelt
- … die mentale Repräsentation, die er erzeugt
- … was mit ihm bewirkt werden soll
- … die Menge der Dinge, auf die er verweist

Mögliche „Semantiken“

Semantik untersucht …

- … intellektuelle Konzepte, die überwiegend introspektiv erforschbar sind
- … die kognitive Verarbeitung und Repräsentation von Bedeutung
- … die Funktion von Ausdrücken in Kommunikationssituationen
- … Beziehungen zwischen Ausdrücken und Objekten und
  die Art der Kombination von Ausdrücken zur komplexeren Ausdrücken

Konkrete Fragen in diesem Seminar

Es dreht sich alles um die Beziehung von Sprache zur Welt!

- Auf welche Klassen von Objekten referieren auf welche Klassen von Ausdrücken?
- Wann sind Sätze wahr? (auch als Phänomen der Referenz!)
- Wie verhält sich die logische Struktur von Sätzen zu ihrem Informationsgehalt?
- Wie können Sätze eindeutig interpretiert werden,
  auch wenn sie mehrere Lesarten haben?

Keine Fragen in diesem Seminar

- Was ist die „Bedeutung“ von Wörtern und Sätzen jenseits ihrer Referenz?
- Wie verarbeitet das Gehirn Bedeutungen?
- Wie sind Diskurse strukturiert?

Programmatisches Schlussbild | Frage

Sind Sie nun kognitiver Linguist,
der sich für (probabilistische) mentale Kategorien interessiert,

oder glauben Sie daran,
dass Sprache unabhängig vom Menschen logische Eigenschaften hat?

Beides gleichzeitig geht ja nun wirklich nicht!

Kognition

- basierend auf Ähnlichkeiten von wahrgenommenen Objekten
- optimiert für schnelle Mustererkennung in allen Bereichen
- unscharfe Klassenbildung und Segmentierung der Ontologie
- parallele Verarbeitung (meistens mehrere Areale beteiligt)

Symbolische Systeme

- diskrete Symbole, wohldefinierte Semantik
- scharf getrennte Klassen von Symbolen
- eindeutige Referenz auf ontologische Objekte
- intrinsische (nicht emergente) logische Eigenschaften
  (Axiomatik, Schlussregeln usw.)
- sequentielle Verarbeitung/statische Deklaration
  (z. B. Python oder PROLOG; parallele Verarbeitung immer linearisierbar)

Klassisches kognitives Modell: Prototypentheorie (Rosch 1973)

Diskretes Symbol: Vogel … und demgegenüber …
Graduelles kognitives Konzept basierend auf Ähnlichkeiten/Prototypen:

>

Programmatisches Schlussbild | Antwort

Die ewige Schwachsinnsfrage: Sind Kiwis und Pinguine nun Vögel oder nicht?

Nur getoppt von: Erdbeeren sind gar keine Beeren, sondern Sammelnussfrüchte.

- Kognition | intrinsisch nicht diskret, sondern ähnlichkeitsbasiert und parallel
  - Netzwerkarchitektur
- Symbole = Phone, Morphe, Wörter, Phrasen, …| intrinsisch diskret und linear
  - akustisches Medium | Sagen Sie mal zwei Wörter gleichzeitig!
  - schriftliches Medium | Lesen Sie mal *Zettels Traum*!

→ Da wir nur akustisch oder über schriftliche Artefakte kommunizieren können, muss das Sprachsystem symbolisch sein.

→ Da es architekturbedingt nur nicht-symbolisch verarbeiten kann, muss das Gehirn symbolische Systeme so gut wie nötig und möglich emulieren.

Auch nicht-verschriftete Sprache muss medial bedingt logische Eigenschaften haben.
Kulturell bilden sich stärker symbolische Modi aus, vor allem durch Schrift.

Norm, Selbst- und Fremdkorrektur, Textplanung, intensionale Definitionen, Explizierung, ...

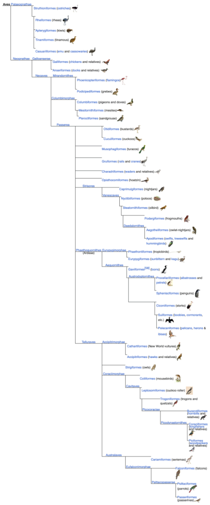
Warum wird das vor allem im Kontext von Schule, Fremdsprache und Bildungssprache diskutiert?

(= spontane Sprachproduktion)
weniger symbolische Eigenschaften
↓
↓
↓
↓
mehr symbolische Eigenschaften
(= reflektierte Sprachproduktion)

informelle Alltagssprache
formelle Alltagssprache
Bildungssprache
Wissenschaftssprache
Orthosprache
formales System

Und was ist denn nun mit Kiwis und Pinguinen?

Unser Verständnis der Welt führt zu genaueren und diskreten Kategorisierungen, wo dies nötig ist. Die Sprache folgt diesem Maß an Genauigkeit und Diskretheit!



Letzte Folie

- Viele Missverständnisse in der Linguistik basieren darauf, dass das eben Gesagte nicht dem allgemeinen Forschungsprogramm zugrundeliegt.
- Die Doppelnatur von Sprache führt dazu, dass sowohl rein formale Linguistik und sogenannte kognitive Linguistik scheinbar erfolgreich sind.
- Im Prinzip läuft aber die Linguistik aktuell weitgehend ins Leere.

- Modelltheoretische Semantik beschreibt einen essentiellen Teil von Sprache!
- Sie modelliert logische Eigenschaften und den Bezug zur realen objektiven Welt.

- Ganz am Rande zu generativer AI ...
  - Erfolg | Sie modelliert völlig natürliche Grammatik.
  - ... also alle Grammatiker (inkl. Chomsky) bitte setzen!
  - Misserfolg | Sie weiß nichts über die Welt, es wirkt nur so wegen des immensen sprachlichen Inputs.
  - ... eine Art fancy Papagei.

Referentielle Semantik

Ein neues semiotisches Dreieck

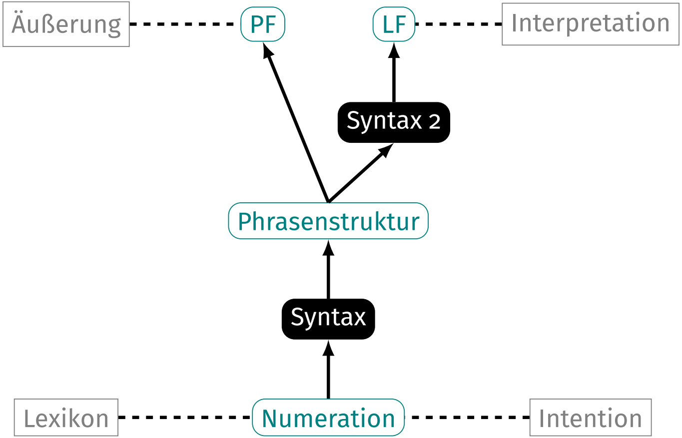
Im Sinn der letzten Woche interessiert uns nur die linke Seite.

Formen

Reale Objekte   Mentale Konzepte

Das Wesentliche von heute in Chierchia & McConnell-Ginet (2000: Kapitel 2)

„Semantik“ im generativen T-Modell



Repräsentationsebenen

Im klassischen generativen Modell:

(In minimalistischen Modellen herrscht – Chomsky muss es mögen! – sowieso Anarchie.)

- keine echte Interpretation auf LF
- Bewegung nachdem der Satz geäußert wurde
- Herstellung einer logisch interpretierbaren Form auf LF
- Grund | Syntax kann nicht alle Interpretationen abbilden

Klassiker Quantorenskopus

Everybody loves somebody.

A Für alle Personen y gilt, dass es eine Person x gibt, für die gilt: y liebt x | $(\forall y)(\exists x)L(y,x)$

B Es gibt eine Person x, sodass für alle Personen y gilt: y liebt x | $(\exists x)(\forall y)L(y,x)$

Montagues direkte Interpretation

Sprache ist Logik ist Sprache …

A Entweder ist die Übersetzung in eine LF trivial und äquivalent zur PF/Syntax, oder sie fügt etwas hinzu, das der Sprache an sich fehlt.

B Sätze haben aber auch mit LF-Übersetzung nur die Bedeutungen, die sie sowieso haben (keine Hinzufügung).

→ Also ist die Übersetzung in LF trivial und äquivalent zur PF/Syntax.

→ Wir können Sätze direkt interpretieren (wie sie gesprochen/geschrieben werden).

- Montagues *lf* | direkte Übersetzung von sprachlichen in logische Ausdrücke

Interessante Eigenschaften von Sprache

- Aussagen über die / Teile der Welt
- Ausdrücke bezeichnen / referieren auf Dinge i. w. S.
- Informativität
- objektiv beurteilbar (z. B. Wahrheit von Sätzen)

- Aber welche sprachlichen Einheiten referieren auf was?

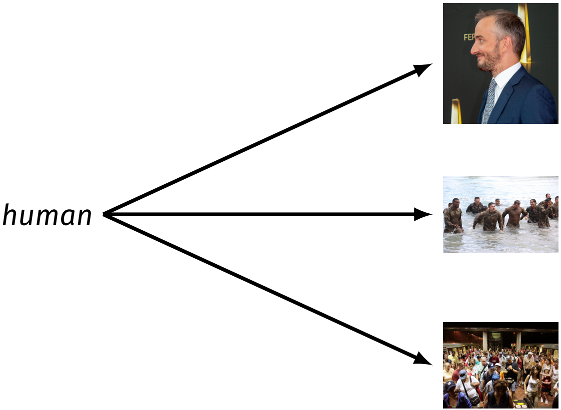
Ein Eigenname → genau ein Objekt in der Welt

Jan Böhmermann →

Ein normales Nomen → eine Menge von Objekten in der Welt

soldier ⟶ 

Ein (intersektives) Adjektiv oder ein Verb → eine Menge von Objekten in der Welt



Ein Satz → in erster Näherung ein Sachverhalt

A humming bird is hovering over a red flower.

Nein! falsche Art von Objekt

(als Individuum)

Bedeutung ist kompositional!

- *humming bird* → die Menge der Kolibri-Objekte
- *a* → Existenzaussage für ein Element aus einer Menge
- *a humming bird* → Existenzaussage für ein Element *x* aus der Menge der Kolibri-Objekte
- *is hovering* → die Menge der schwebenden Objekten
- *a humming bird is hovering* → das existierende Kolibri-Objekt *x* ist auch ein Element der Menge der schwebenden Objekte
- *a red flower* → Existenzaussage für ein Element *y* aus der Schnittmenge der roten Objekte und der Blumen-Objekte
- *over* → die Relation zwischen Objekten (s. nächste Woche), die sich übereinander befinden
- *A Humming is hovering over a red flower.* →
  Es gibt ein Objekt *x* aus der Schnittmenge der Kolibri- und der schwebenden Objekte,
  und es gibt ein Objekt *y* aus der Schnittmenge der roten und der Blumen-Objekte,
  und *x* befindet sich über *y*.

Mengen von Aussagesätzen implizieren andere Sätze.
Sätze (Implikationen) lassen sich aus anderen Sätzen (Axiome) beweisen.

A *Jan Böhmermann ist ein Mensch.*

B *Jan Böhmermann ist leutselig.*

C *Jan Böhmermann ist ein leutseliger Mensch.*

$A, B \vdash C$ | A und B implizieren C. (C ist beweisbar aus A und B.)

$A \nvdash C$ | A impliziert nicht C.

$B \nvdash C$ | B impliziert nicht C.

$A \vdash A \wedge A$ | *Jan Böhmermann ist ein Mensch und Jan Böhmermann ist ein Mensch.*

D *Irgendetwas ist ein Mensch.*

$A \vdash D$

Tests auf Implikation

Wenn diese Kriterien zutreffen, impliziert A B:

- Wenn A wahr ist, ist B auch immer wahr.
- Eine Situation, die von B beschrieben wird, wird auch von A beschrieben.
- Die Information in B ist vollständig in der Information in A enthalten.
- Man kann unter keinen Umständen sagen: *A ist wahr, aber B ist nicht wahr.*

Übung | Sind das Implikationen?

- Böhmermann ist Showmaster. ⊢ Böhmermann ist menschlich.
- Böhmermann ist nicht sehr groß. ⊢ Irgendjemand ist nicht sehr groß.
- Böhmermann ist nicht sehr groß. ⊢ Irgendjemand ist sehr groß.
- Manche Menschen sind leutselig. ⊢ Böhmermann ist leutselig.
- Ich habe das neue drip-133-Album gehört. ⊢ drip-133 hat ein neues Album veröffentlicht.
- Nachdem ich einen Sherry getrunken habe, habe ich den Kondensator getauscht.
  ⊢ Ich habe einen Sherry getrunken.
- Nachdem Linux nicht mehr startete, habe ich einen weiteren Sherry getrunken.
  ⊢ Linux ist noch nie gestartet.
- Mein ehemaliger Mitbewohner mag Becks.
  ⊢ Mein ehemaliger Mitbewohner könnte Sherry mögen.
- Böhmermann hat das heutige ZDF Magazin beendet.
  ⊢ Das heutige ZDF Magazin wurde beendet.

Präsuppositionen sind schwächer als Implikationen.

A *Willy Brandt ist der gegenwärtige Kanzler Deutschlands.*

B *Wenn Willy Brandt der gegenwärtige Kanzler Deutschlands ist, trägt er eine große Verantwortung.*

C *Willy Brandt ist nicht der gegenwärtige Kanzler Deutschlands.*

D *Willy Brandt lebt.*

E *Es gibt einen Kanzler Deutschlands.*

- A und B präsupponieren D. = D ist eine Voraussetzung für eine erfolgreiche Interpretation von A und B.
- C präsupponiert nicht D.
- A, B und C präsupponieren E.

Tests auf Präsupposition

Die Unterschiede zur Implikation sind relevant.

- Nicht nur Aussagesätze haben Präsuppositionen (Modale, Konditionale, ...)
- Negierte Sätze haben oft gleiche Präsuppositionen wie nicht-negierte.
- Präsuppositionen können negiert werden, und der Ausgangssatz bleibt wahr.
  (Geht nicht mit Implikationen.)

  F *Willy Brandt ist nicht der Kanzler Deutschlands.*
  G *Es gibt einen Kanzler Deutschlands.*
  F präsupponiert G, bleibt aber wahr, wenn G falsch ist.

Synonymie

Synonyme Ausdrücke haben exakt die gleiche Referenz.

- lexikalische Synonymie | *humming bird* $\overset{lex}{\equiv}$ *colibri*
- kompositionale Synonymie

  Mulder traf seine entführte Schwester, nachdem er in die geheime Militärbasis eingebrochen war.

  $\equiv$ *Bevor er seine entführte Schwester traf, brach Mulder in die geheime Militärbasis ein.*

- $A \equiv B$ gdw $A \vdash B$ und $B \vdash A$ (gegenseitige Implikation)
- *gdw = genau dann wenn | iff = if and only if*

Natürliche Sprache und Implikation

Referentielle Semantik $\neq$ *einfaches Zeigen auf Objekte durch Sprache*.

Zusätzliche Logik für Fälle wie diesen (und viele andere):

	Die Lieblingsblume meines Kolibris	*ist rot.*
$\vdash$	*Eine Blume*	*ist rot.*

Sätze referieren aus Wahrheitswerte!

Um zu der gewünschten Logik zu kommen, zeigen wir jetzt,
dass Sätze auf Wahrheitswerte referieren.

Wahrheitswerte sind nur *wahr* und *falsch*.

Die Verben *denotieren* und *referieren auf* sind hier erst einmal synonym.

Warten Sie bitte ein paar Wochen, wenn Sie diese Darstellung reduktionistisch finden.

Synonyme NPs

a *colibri*

b *humming bird*

$a \overset{lex}{\equiv} b$

c *a brunette lady*

d *a brown-haired dame*

$c \equiv d$

e *the primates*

f *the apes and humans*

$e \equiv f$

Synonymie von Konstituenten und Sätzen

Synonymie von Konstituenten im Satzkontext → Satzsynonymie

A *A colibri is hovering over a red flower.*

B *A humming bird is hovering over a red flower.*

$A \equiv B$ weil $a \equiv b$ und Satzkontext identisch

$[_A a] \equiv [_B b]$ wenn $a \equiv b$ und $[_A \_] = [_B \_]$

C *Lauren Bacall was a brunette lady.*

D *Lauren Bacall was a brown-haired dame.*

$C \equiv D$ weil $c \equiv d$ und Satzkontext identisch

E *Primates are intelligent.*

F *The apes and humans are intelligent.*

$E \equiv F$ weil $e \equiv f$ und Satzkontext identisch

Zwei Axiome

Referenz/Denotat eines Ausdrucks A als $[\![A]\!]$
$[\![\cdot]\!]$ ist eine Funktion!

Erinnerung: Synonymität von Sätzen ist gegenseitige Implikation.

Ax1 Synonyme Ausdrücke (NPs, Verben, Sätze, ...) haben dieselbe Referenz.
Formal: $A \equiv B \leftrightarrow [\![A]\!] = [\![B]\!]$

Ax2 Wenn wir in Ausdruck C einen Ausdruck A durch
einen synonymen Ausdruck B ersetzen, behält C seine Referenz.
Formal: $[\![A]\!] = [\![B]\!] \rightarrow [\![[_C\ A]]\!] = [\![[_C\ B]]\!]$

Zwei wahre Sätze

Wahrheitswert von A und B | 1 bzw. *wahr* bzw. *true* oder *T*

A *Lauren Bacall was a brunette lady.*

B *My humming bird's favourite flower is red.*

Diese Sätze haben außer ihrem Wahrheitswert semantisch nichts gemein!

Erste Schlussfolgerung

Einsetzen von A und B in Satzkontext T bzw. $[_{\mathrm{T}}\_]$ (Aussage über Wahrheitswert)

T *The truth value of '_' is 1.*

$[_{\mathrm{T}}\mathrm{A}]$ *The truth value of 'Lauren Bacall was a brunette lady.' is 1.*

$[_{\mathrm{T}}\mathrm{B}]$ *The truth value of 'My humming bird's favourite flower is red.' is 1.*

Da aus A $[_TA]$ folgt und umgekehrt: $A \equiv [_{\mathrm{T}}A]$ und $B \equiv [_{\mathrm{T}}B]$
und daher mit Ax1 $[\![\mathrm{A}]\!] = [\![[_{\mathrm{T}}\mathrm{A}]]\!]$ und $[\![\mathrm{B}]\!] = [\![[_{\mathrm{T}}\mathrm{B}]]\!]$

Bitte bedenken: A und $[_{\mathrm{T}}A]$ haben auch intuitiv „denselben Inhalt“.

Zweite Schlussfolgerung

In $[_\mathrm{T} A]$ und $[_\mathrm{T} B]$ sind A und B jeweils in einer NP eingebettet.

- $[\![$the truth value of A$]\!] = [\![$the truth value of B$]\!] = 1$
  mit Ax2 $[\![[_\mathrm{T}\mathrm{A}]]\!] = [\![[_\mathrm{T}\mathrm{B}]]\!]$
  damit $[\![\mathrm{A}]\!] = [\![[_\mathrm{T}\mathrm{A}]]\!] = [\![[_\mathrm{T}\mathrm{B}]]\!] = [\![\mathrm{B}]\!] = 1$
- Sätze referieren auf Wahrheitswerte.
  (Denn man kann das mit zwei beliebigen wahren Sätzen machen.)
- Achtung | Wahrheitswerte sind auch nur realweltliche Objekte.

Adäquatheit von Wahrheitswerten als Satzreferenten

Nicht so sinnlos, schwachsinnig, inhaltsleer, … wie oft vermutet

- Referentielle Semantik
  - Analyse der Referenten verschiedener Typen von Ausdrücken
  - Komposition von Sätzen
  - deduktive Logik für Sätze
  - Benennen der Wahrheitsbedingungen (→ Modelltheorie)
- minimale Gemeinsamkeit aller Sätze
- gut formal berechenbar (Binarität)
- reichhaltigere Semantik später (basierend auf Wahrheitswerten)

Grammatik- und Semantikfragmente

Konstruktive, schrittweise Annäherungen an sprachliche Modellierung

- Grammatikfragment | Ausschnitt einer Gesamtgrammatik
- erwünschte schrittweise Erweiterung von Fragmenten (vgl. HPSG)

- Konstruktion eines Semantik-Fragments
  - grammatische Kategorien und Referenzen von Wörtern
  - Grammatikmechanismen und zugehörige Bedeutungskonstruktion
  - Ergebnis | Semantik von Sätzen und Beitrag aller Konstituenten dazu

- T-Sätze
  - L eine Sprache, S ein Satz, v ein Sachverhalt, p eine Aussage über Wahrheitsbedingungen
  - S aus L ist wahr in v gdw p.

Das Lexikon

Die folgenden simplexen Ausdrücke sind Teil von F_1.
Kein anderer simplexer Ausdruck ist Teil von F_1.

1. N $\rightarrow$ *Herr Webelhuth, Frau Klenk, the Turm-Mensa*
2. V_i $\rightarrow$ *is relaxed, is creative, is stupid*
3. V_t $\rightarrow$ *prefers*
4. conj $\rightarrow$ *and, or*
5. neg $\rightarrow$ *it is not the case that*

Die Phrasenstrukturgrammatik von F_1

Folgende Kompositionsregeln sind Teil von F_1.
Keine andere Kompositionsregel ist Teil von F_1.

1. S $\rightarrow$ N VP
2. S $\rightarrow$ S conj S
3. S $\rightarrow$ neg S
4. VP $\rightarrow$ V_i
5. VP $\rightarrow$ V_t N

Referenz simplexer Ausdrücke

- $[\![\text{Herr Webelhuth}]\!]$ = Herr Webelhuth
- $[\![\text{Frau Klenk}]\!]$ = Frau Klenk
- $[\![\text{the Turm-Mensa}]\!]$ = the Turm-Mensa
- $[\![\text{is relaxed}]\!] = \{x : x \textit{ is relaxed}\}$
- $[\![\text{is creative}]\!] = \{x : x \textit{ is creative}\}$
- $[\![\text{is stupid}]\!] = \{x : x \textit{ is stupid}\}$
- $[\![\text{prefers}]\!] = \{\langle x, y\rangle : x \textit{ prefers } y\}$

Referenz von Funktionswörtern

Funktionswörter referieren auf Funktionen.

- $[\![\mathit{neg}]\!] = \begin{bmatrix} 1 \rightarrow 0 \\ 0 \rightarrow 1 \end{bmatrix}$
- $[\![\mathit{and}]\!] = \begin{bmatrix} \langle 1,1 \rangle \rightarrow 1 \\ \langle 1,0 \rangle \rightarrow 0 \\ \langle 0,1 \rangle \rightarrow 0 \\ \langle 0,0 \rangle \rightarrow 0 \end{bmatrix}$
- $[\![\mathit{or}]\!] = \begin{bmatrix} \langle 1,1 \rangle \rightarrow 1 \\ \langle 1,0 \rangle \rightarrow 1 \\ \langle 0,1 \rangle \rightarrow 1 \\ \langle 0,0 \rangle \rightarrow 0 \end{bmatrix}$

T-Sätze für F_1

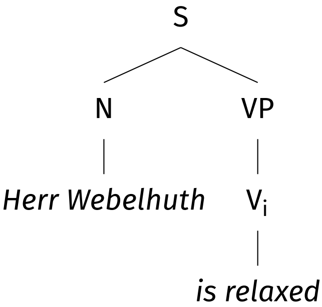
- $[\![[_S \text{ N VP}]]\!]$ = 1 iff $[\![\text{N}]\!] \in [\![\text{VP}]\!]$, else 0
- $[\![[_S \text{ S1 conj S2}]]\!]$ = $[\![\text{conj}]\!](\langle[\![\text{S1}]\!], [\![\text{S2}]\!]\rangle)$
- $[\![[_S \text{ neg S}]]\!]$ = $[\![\text{neg}]\!]([\![\text{S}]\!])$
- $[\![[_{VP} \text{ V}_t \text{ N}]]\!]$ = $\{x : \langle x, [\![\text{N}]\!]\rangle \in [\![\text{V}_t]\!]\}$
- für einen nicht verzweigenden Knoten K und seine Tochter D: $[\![[_K D]]\!] = [\![D]\!]$
- Das geht alles eleganter. Bitte etwas Geduld!

Schritt 1 | Syntax parsen

Ist folgendes ein Satz aus F_1? *Herr Webelhuth is relaxed.*

- $[_N$ *Herr Webelhuth*] mit Lexikonregel 1
- $[_{V_i}$ *is relaxed*] mit Lexikonregel 2
- $[_{VP}$ $[_{V_i}$ *is relaxed*]] mit Syntaxregel 4
- $[_S$ $[_N$ *Herr Webelhuth*] $_{VP}$ $[_{V_i}$ *is relaxed*]] mit Syntax 1

Syntax als Baum



v (Sachverhalt) | Herr Webelhuth (das ontologische Objekt) $\in \{x : x \textit{ is relaxed}\}$

- für N: $[\![$*Herr Webelhuth*$]\!]$ = Herr Webelhuth (das ontologische Objekt)
- für VP (und V_i): $[\![$*is relaxed*$]\!]$ = $\{x : x \textit{ is relaxed}\}$ (enthält Herrn Webelhuth)
- für S: $[\![[_S \text{ N VP}]]\!] = 1$ iff $[\![\text{N}]\!] \in [\![\text{VP}]\!]$, else 0
- in v daher $[\![[_S$ *Herr Webelhuth is relaxed.*$]]\!]$=1

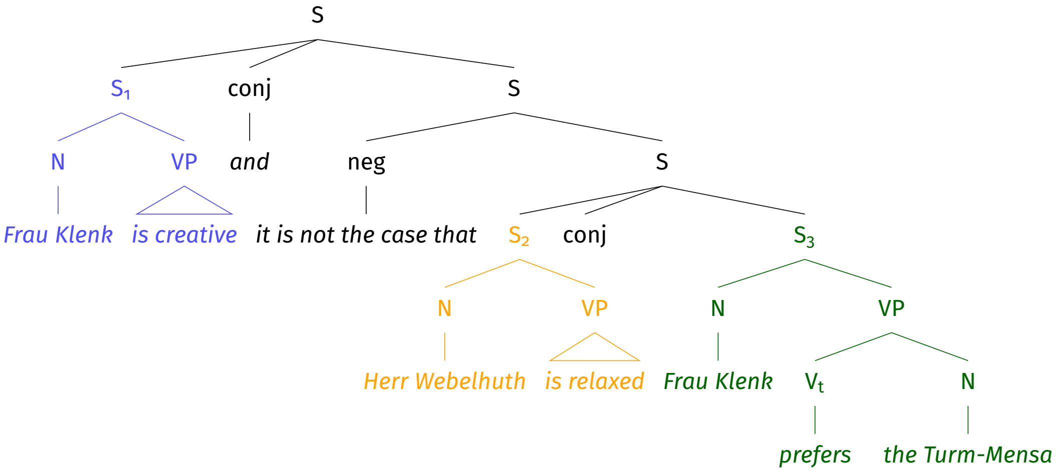
Semantik als Baum

- ⟦S⟧
  - ⟦N⟧
    - ⟦*Herr Webelhuth*⟧
  - ⟦VP⟧
    - ⟦V_i⟧
      - ⟦*is relaxed*⟧

- 1 because Herr Webelhuth∈{x:x is relaxed}
  - Herr Webelhuth
    - Herr Webelhuth
  - {x:x is relaxed}
    - {x:x is relaxed}
      - {x:x is relaxed}

Komplexere Phrasenstrukturen

[$_{S_1}$ *Frau Klenk is creative*] *and it is not the case that* [$_{S_2}$ *Herr Webelhuth is relaxed*] and [$_{S_3}$ *Frau Klenk prefers the Turm-Mensa*].



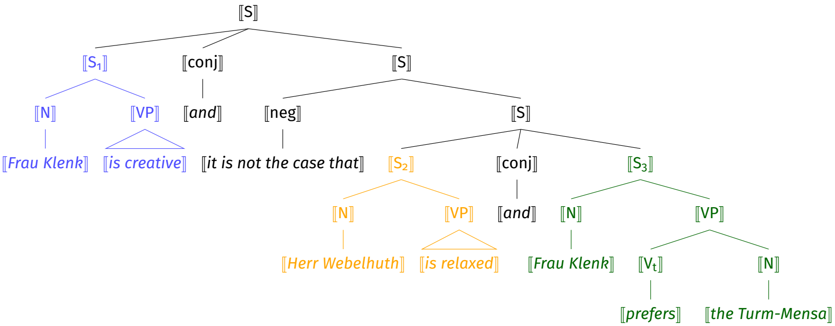
Interpretation

Die Situation/die Umstände v sind:

- Herr Webelhuth $\in \{x : x \text{ is relaxed}\}$
- Frau Klenk $\in \{x : x \text{ is creative}\}$
- $\langle$Frau Klenk, Turm-Mensa$\rangle \notin \{\langle x, y\rangle : x \text{ prefers } y\}$

Die Interpretation komplexerer Phrasenstrukturen ist einfach!

- Herr Webelhuth $\in \{x : x \text{ is relaxed}\}$
- Frau Klenk $\in \{x : x \text{ is creative}\}$
- $\langle$Frau Klenk, Turm-Mensa$\rangle \notin \{\langle x, y\rangle : x \text{ prefers } y\}$



Das war aber nicht alles

Der zuletzt analysierte Satz ist strukturell ambig, und
und mit der strukturellen geht eine semantische Ambiguität einher.

Hausaufgabe: Analysieren Sie die Syntax und Semantik des Satzes
in der anderen Lesart nur mit den Mitteln von F_1.

Zusatzaufgabe

Entwickeln Sie ein ähnliches Fragment D_1 für das Deutsche mit Lexikon, Syntax und Semantik das die folgenden Sätze generiert. Lexikon und Konstituentenstruktur können Sie frei wählen.

Es hat einen guten Grund, dass wir oft Englisch als Objektsprache nehmen. Sie können für dieses Fragment des Deutschen Kasus entweder ignorieren, oder Sie probieren, Kasusunterschiede zu modellieren.

- Herr Müller ist Aktivist.
- Frau Klann ist intelligent.
- Frau Klann begrüßt Herrn Müller.
- Frau Klann hustet.
- Frau Klann schreibt ein gutes Buch.

Mengen und Funktionen

Was ist eine Menge?

Eine frei definierbare ungeordnete Sammlung von diskreten Objekten

- Zahlen
- Menschen
- Schuhe
- Wörter
- ...

- nicht unbedingt zweckgebunden
- jedes Objekt maximal einmal in jeder Menge

Das Wesentliche von heute in Partee u. a. (1990: Kapitel 1–4)

Notation und Beispiele für Mengen

Mengendefinition $\{\}$, Elementstatus $\in$

- $M_1 = \{a, b, c\}$ (Menge von Buchstaben)
- N_1 = {*'my book'*} (einelementige Menge, enthält eine NP)
  - vs. N_2 = {*my book*} (einelementige Menge, enthält mein Buch)
  - vs. N_3 = {*'my', 'book'*} (Menge von Wörtern)
- auch möglich: N_4 = {*'my', book*}
- definiert über eine Eigenschaft der Elemente (zwei Notationen):
  M_2 = {*x: x is one of the first three letters of the alphabet*}
  M_2 = {*x|x is one of the first three letters of the alphabet*}
- U: die universelle Menge (alle Objekte)

Zwei Mengen mit exakt den gleichen Elementen sind identisch.

- $\{a, b, c\}$ = {*x:x is one of the first three letters of the alphabet*}
- {*x: x is human*} = {*x: x is from the Earth, a primate but not an ape*}

Teilmengen und Obermengen

Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält, das nicht auch in Menge M enthalten ist (umg. Obermenge).

Teilmenge oder Identität $\subseteq$
Obermenge oder Identität $\supseteq$

- $\{a\} \subseteq \{a, b, c\}$ und $\{a, b, c\} \supseteq \{a\}$
- $\{a\} \subseteq \{a, b, c\}$ und $\{a, b, c\} \supseteq \{a\}$
- $\{a, b, c\} \subseteq \{a, b, c\}$
- $\{a, b, c, d\} \not\subseteq \{a, b, c\}$ und $\{a, b, c\} \not\supseteq \{a, b, c, d\}$
- $\{x\text{: } x \text{ is human}\} \subseteq \{x\text{: is an ape}\}$

Echte Teilmengen und Obermengen

Echte Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält, das nicht auch in Menge M enthalten ist, und die nicht mit M identisch ist.

Echte Teilmenge $\subset$
Echte Obermenge $\supset$

- $\{a\} \subset \{a, b, c\}$ und $\{a\} \subset \{a, b, c\}$
- $\{a, b, c\} \not\subset \{a, b, c\}$ aber $\{a, b, c\} \subseteq \{a, b, c\}$

Elemente vs. Teilmengen

- Achtung bei Mengen von Mengen
  - $\{\{a\}\} \not\subset \{a, b, c\}$
  - $\{\{a\}\} \not\subseteq \{a, b, c\}$
  - $\{\{a\}\} \notin \{a, b, c\}$
- für leere Menge $\{\}$ oder $\emptyset$
  - $\{\} \subset$ jede anderen Menge
  - $\{\} \notin \{\}$

Logik mit Mengen, Teilmengen und Elementen

- Logik mit Mengen
  - *Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.*
    Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.
  - w = Herr Webelhuth
    $E = \{x\text{: } x \text{ is a professor of English Linguistics}\}$
    $H = \{x\text{: } x \text{ is human}\}$
  - Aus $w \in E$ und $E \subset H$ folgt $w \in H$

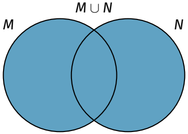
- Aber
  - *Die Anglistikprofessoren sind zahlreich.*
  - $N = \{x\text{: } x \text{ is a set with many members}\}$
  - Aus $\mathrm{w} \in \mathrm{E}$ und $\mathrm{E} \in \mathrm{N}$ folgt nicht $\mathrm{w} \in \mathrm{N}$
  - Vergleiche: **Herr Webelhuth ist zahlreich.*

Potenzmengen (power sets)

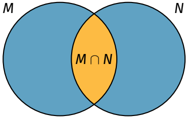
Potenzmenge $\wp(\cdot)$ | Für jede Menge M: $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$

- Beispiel
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, \{\}\}$
- Warum ist die leere Menge in der Potenzmenge jeder Menge?
- Warum ist die leere Menge eine echte Teilmenge jeder Menge?

Vereinigungsmenge und Schnittmenge



Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N: $M \cup N = \{x : x \in M \textbf{ oder } x \in N\}$



Schnittmenge | Für Mengen M und N: $M \cap N = \{x : x \in M \textbf{ und } x \in N\}$

- Beispiel Vereinigungsmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $N = \{a, b, d\}$
  - $M \cup N = \{a, b, c, d\}$
- Beispiel Schnittmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $N = \{a, b\}$
  - $M \cap N = \{a, b\}$

Generalisierte Vereinigungs- und Schnittmenge

$\bigcup M = \{x : x \in Y \textbf{ für irgendeine } Y \in M\}$
$\bigcap M = \{x : x \in Y \textbf{ für jede } Y \in M\}$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
  - $\bigcup M = \{a, b, c\}$
- Beispiel generalisierte Schnittmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
  - $\bigcap M = \{a\}$

Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge | $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$
Komplementmenge | $M \backslash N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$

- Beispiel Differenzmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $N = \{a\}$
  - $M - N = \{b, c\}$
- Beispiel Komplementmenge
  - $O = \{a, b, c, k\}$
  - $M \backslash O = \{k\}$
- Universelles Komplement
  - die universelle Menge | $U = \{x\text{: } x \textit{ is an object}\}$
  - $M' = \{x : x \in U \text{ and } x \notin M\}$

Triviale Identitäten

Idempotenz	$M \cup M$	$=$	M
	$M \cap M$	$=$	M
Kommutativität	$M \cup N$	$=$	$N \cup M$
	$M \cap N$	$=$	$N \cap M$
Assoziativität	$(M \cup N) \cup O$	$=$	$M \cup (N \cup O)$
	$(M \cap N) \cap O$	$=$	$M \cap (N \cap O)$
Distributivität	$M \cup (N \cap O)$	$=$	$(M \cup N) \cap (M \cup O)$

Interessante Identitäten

Komplementgesetze

- $M \cup \emptyset = M$
- $M'' = M$
- $M \cap M' = \emptyset$
- $X \cap U = U$

DeMorgan

- $(M \cup N)' = M' \cap X'$
- DeMorgan begegnet uns in der Logik wieder.

Tupel (geordnete Paare, Vektoren)

Mengen | ungeordnet $\{a, b, c\} = \{a, c, b\} = \{b, a, c\} = \{b, c, a\} = \{c, a, b\} = \{c, b, a\}$

Tupel | dasselbe, aber geordnet $\langle a, b\rangle \neq \langle b, a\rangle$

- tion ohne neues Primitiv | $\langle a, b\rangle \stackrel{def}{=} \{\{a\}, \{a, b\}\}$
- Rekursive Anwendung | $\langle a, b, c\rangle = ???$
- in $\langle a, b\rangle$ | a erste und b zweite Koordinate

Kartesische Produkte

Mengen von Tupeln | $\{< a, b >, < a, c >, < b, c >\}$ usw.

Kartesisches Produkt | $S_1 \times \dots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \dots, x_n\rangle : x_i \in S_i\}$

- Für zwei Mengen | $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y\rangle \| x \in S_1$ and $y \in S_2\}$
  - $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $S_1 \times S_2 = \{\langle a, 1\rangle, \langle a, 2\rangle, \langle a, 3\rangle, \langle b, 1\rangle, \langle b, 2\rangle, \langle b, 3\rangle, \langle c, 1\rangle, \langle c, 2\rangle, \langle c, 3\rangle\}$
  - Achtung | $\langle 1, a\rangle \notin S_1 \times S_2$ usw.
- Nomenklatur | $\vec{x}$ für $\langle x_1, x_2, \dots, x_n\rangle$
- n-faches Produkt | $S^n = \{\vec{s} : s_i \in S$ for $1 \leq i \leq n\}$
  - $S_1^2 = S_1 \times S_1 = \{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle a, c\rangle, \langle b, a\rangle, \langle b, b\rangle, \langle b, c\rangle, \langle c, a\rangle, \langle c, b\rangle, \langle c, c\rangle\}$

Relationen

a sieht b, a wohnt im selben Stockwerk wie b, a macht b Vorwürfe, ...

- Notationen | Rab, aRb, $R(a, b)$, $R(\langle a, b\rangle)$
- Definitionsmenge (domain) A | $a \in A$
- Zielmenge, Wertemenge (range) B | $b \in B$
- Zielmenge = Wertemenge A | *R ist eine Relation in A.*

- Relation R = eine Menge von Tupeln
- $R \subseteq A \times B$

Komplement und Umkehrung

Komplement von R | $R' = (A \times B) - R = R \backslash (A \times B) = \{\langle a, b\rangle \notin R\}$ for $R \subseteq A \times B$
Umkehrung (inverse) von R | $R^{-1} = \{\langle b, a\rangle : \langle a, b\rangle \in R\}$ for $R \subseteq A \times B$

- Beispiel Komplement
  - $R \stackrel{def}{=} \{\langle a, b\rangle : a$ ist Lehrer von b$\}$
  - $\langle$Herr Webelhuth, Herr Schäfer$\rangle \in R$
  - $R' = \{\langle a, b\rangle : a$ ist nicht Lehrer von $b\}$
  - $\langle$Herr Webelhuth, Frau Klenk$\rangle \notin R$,
    $\langle$der Garten meiner Eltern, Frau Klenk$\rangle \notin R$ usw.

- Beispiel Umkehrung
  - $R^{-1} = \{\langle a, b\rangle : b$ ist Lehrer von $a\}$
  - $= \{\langle a, b\rangle : a$ ist Schüler von $\}$
  - $\langle$Herr Schäfer, Herr Webelhuth$\rangle \in R^{-1}$

Funktionen

a hat Vater b, zugelassenes Auto a hat Kennzeichen b, b ist der Logarithmus von a, ...

Funktion f | eine Relation, sodass für jedes $a \in A$ genau ein $\langle a, b \rangle \in A \times B$ existiert

- partielle Funktion | Funktion in $A \times B$ sodass
  für mindestens ein $a \in A$ kein $\langle a, b \rangle \in A \times B$ existiert
- formal meistens | $\bar{f} \subseteq A \times (B \cup \{\perp\})$ mit $\perp$ als *undefiniert*

Funktionskomposition

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. *farmor*),
a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

Funktionsverknüpfung (composition) | Für $F_1 \subseteq A \times B$ und $F_2 \subseteq A \times C$: $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$

- farmor | $F = Vater \circ Mutter$ und $F \subseteq Menschen \times Frauen$
  - $Männer = \{Ulrich\ Schäfer, Roland\ Schäfer, Jan\ Böhmermann, \cdots\}$
  - $Frauen = \{Maria\ Schäfer, Frau\ Dr.\ Heide$ Rezepa-Zabel$, \cdots\}$
  - $Menschen = Männer \cup Frauen$
  - $Vater \subseteq \{\langle Roland\ Schäfer, Ulrich\ Schäfer\rangle,$
    $\langle Frau\ Dr.\ Heide$ Rezepa-Zabel$, Jan\ Böhmermann\rangle, \cdots\}$
  - $Mutter \subseteq \{\langle Ulrich\ Schäfer, Maria\ Schäfer\rangle,$
    $\langle Jan\ Böhmermann, Frau\ Dr.\ Heide$ Rezepa-Zabel$\rangle, \cdots\}$
  - $F(Roland\ Schäfer) = Vater \circ Mutter(Roland\ Schäfer) = Maria\ Schäfer$

Eine Relation R in A ist …

reflexiv	gdw	für **jedes** $a \in A$: $\langle a, a \rangle \in R$	*ist dasselbe Objekt wie*
irreflexiv	gdw	für **jedes** $a \in A$: $\langle a, a \rangle \notin R$	*ist Vater von*
nichtreflexiv	gdw	für **ein** $a \in A$: $\langle a, a \rangle \notin R$	*hat gesehen*

Eine Relation R in A ist ...

symmetrisch	gdw	für jedes $\langle a, b\rangle \in R : \langle b, a\rangle \in R$	*hat dasselbe Auto wie*
asymmetrisch	gdw	für jedes $\langle a, b\rangle \in R : \langle b, a\rangle \notin R$	*hat ein anderes Auto als*
nichtsymmetrisch	gdw	für ein $\langle a, b\rangle \in R : \langle b, a\rangle \notin R$	*ist Mutter von*[1]
antisymmetrisch	gdw	für jedes $\langle a, b\rangle \in R : \langle b, a\rangle \notin R$ **oder** $a = b$	$\leq$

[1] Wer hat *Dark* gesehen?

Transitivität

Eine Relation R in A ist ...

transitiv	gdw	$\langle a, b\rangle \in R$ and $\langle b, c\rangle \in R : \langle a, c\rangle \in R$	*steht links von*
nichttransitiv	gdw	das Obige stimmt manchmal nicht	*mag*
intransitiv	gdw	das Obige stimmt nie	*ist Mutter von*

Einordnung

Wozu das Ganze?

- Referenzsemantik und Einteilung der Welt in Mengen
- Ausdrücke, die auf Relationen und Funktionen referieren
- andere Grundlage: Logik, denn Sprache=Logik (irgendwie)

Aufgaben I

1. Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
   1. $A = \{a, b, d, e, f, g\}$
   2. $C = \{x\text{: } x \textit{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
   3. $D = \{\textit{Böhmermann, Horst Lichter}, \{\}\}$
   4. $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
   5. $F = \{r\text{: } r \textit{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$

2. Sind folgende Aussagen korrekt?
   1. $\{\} \subseteq \{blau, rot, gelb\}$
   2. $\{x : x \in A\} = A$
   3. $\{Jan, Horst, Heide\} \neq \{Horst, Jan, Heide\}$
   4. Wenn $A = \{x\text{:}x \textit{ ist ein Auto}\}$ und $a \in A$ und außerdem $B = \{x\text{:}x \textit{ ist eine Menge von Dingen, die die Umwelt belasten}\}$ und $A \in B$, dann folgt daraus $a \in B$.
   5. Wenn $A \subseteq B$ und $B \subseteq A$, dann folgt $A = B$.
   6. Wenn $A \subset B$ und $B \subset A$, dann folgt $A \neq B$.
   7. Wenn $a \in A$ und $a \in B$, dann folgt $a \in A \cup B$.
   8. Wenn $a \in A$ und $a \in B$, dann folgt $a \in A \cap B$.
   9. Wenn $a \notin A$ und $a \notin B$, dann folgt $a \in (A \cup B)'$.

Aufgaben II

3. Beantworten Sie die folgenden Fragen.
   1. Was ist $\wp\{Horst, Heide, Jan\}$?
   2. Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 74.
   3. Stimmt es, dass $\{Horst, Heide\} \subset \bigcap\{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$?
   4. Stimmt es, dass $\{Heide, Harrisburg\} \subseteq \bigcup\{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}$?
   5. Stimmt es für nicht-leere Mengen A und B, dass $A \setminus B = B - A$?
   6. Und für leere Mengen?
   7. Vervollständigen Sie von Folie 80 $\langle a, b, c\rangle = ???$ (Auflösen von Tupeln in Mengenschreibweise).
   8. Auch wenn es weh tut, dasselbe bitte für $\langle a, b, c, d\rangle$!
   9. Ist Folgendes korrekt: $\langle Horst, Heide\rangle = \langle Heide, Horst\rangle$?
   10. Ist Folgendes korrekt: $\{\langle Horst, Heide\rangle, \langle Jan, Albert\rangle\} = \{\langle Jan, Albert\rangle, \langle Horst, Heide\rangle\}$?
   11. Was muss der Fall sein, damit $A \circ B = B \circ A$?
   12. Finden Sie ein Beispiel für eine nicht-partielle Funktion von Dingen der realen Welt zu Dingen der realen Welt. Warum ist diese Funktion keine Relation? Finden Sie außerdem ein ähnliches Beispiel für eine partielle Funktion.
   13. Finden Sie je eine Relationen zwischen Dingen der realen Welt, die reflexiv, irreflexiv, nichtreflexiv, symmetrisch, asymmetrisch, nichtsymmetrisch, antisymmetrisch, transitiv, nichttransitiv und intransitiv ist. Die Relationen müssen nicht mit einem bestimmten natürlichsprachlichen Wort ausdrückbar sein (vergleiche viele der Beispiele auf den Folien). In einigen Fällen ist das recht schwierig. Versuchen Sie es ohne Google, ChatGPT usw., sonst bringt es Ihnen nichts.

Aussagenlogik

Logik

Wie Logiken funktionieren

- Sammlungen von Aussagen bzw. Propositionen
- Axiome | als wahr angenommene Aussagen
  - eventuell über Induktion gegeben
  - oder aus rein theoretischen Überlegungen abgeleitet
- Deduktion | Ableiten von Aussagen aus Axiomen
- in der Wissenschaft damit Voraussagen aus Axiomen

Alles Wesentliche (und viel mehr) in Partee u. a. (1990: 87-246).
Auch gut zur praktischen Logik ist Bucher (1998)..

Beweise

Status von Aussagen in logischen Beweisen …

- Axiome | atomare Wahrheiten (der Theorie oder des Diskurses)
- Theorem | eine Aussage, die bewiesen werden soll oder bewiesen wurde
- Lemma | ein nebensächliches bewiesenes Theorem
- Korollar | ein minderes Theorem im Rahmen einer Beweisführung

Wozu Logik?

Verständnis von der Welt in eine Form bringen …

- keine neuen Wahrheiten (Informationen) durch Logik
- Verfahren zur Formalisierung von Aussagen
- Schlussregeln zur Ableitung von Theoremen aus Axiomen
- Untersuchung, inwieweit Sprache logischen Prinzipien folgt
- Wissenschaft
  - Hypothesengenerierung durch Induktion und Abduktion
  - Hypothesenprüfung durch Deduktion plus Testung
  - außerdem Prüfen auf Widerspruchsfreiheit

Warum Logik in der Semantik?

Sprache ist nicht ohne Logik.

- Aussagesätze haben Wahrheitsbedingungen!
- Sprache ist systematisch und kompositional!
- Natürlichsprachliche Sätze folgen aus anderen Sätzen!
  ... wie Theoreme aus Axiomen ...
- Was das Gehirn damit macht, ist – wie gesagt – eine parallele Frage.

Aussagenlogik | Formeln als einzige syntaktische Kategorie

- Syntax
  - keine syntaktische Analyse unterhalb der Ebene der Aussagen
  - Atome bzw. atomare Formeln | Aussagen bzw. Propositionen
  - *Herr Keydana is a passionate cyclist.*: *k*
- Wahrheitswert | Semantik einer Formel
  - $[\![k]\!] \in \{0, 1\}$
  - Wenn Herr Keydana passionierter Radsportler ist, dann $[\![k]\!] = 1$
  - ... sonst $[\![k]\!] = 0$
  - *k* ist kontingent | wahr oder falsch je nach Modell
  - Modell | Spezifikation von Wahrheitsbedingungen

Syntax aller wohlgeformten Formeln bzw. Wffs

- Syntax | Wenn p und q Wffs sind, dann sind ebenfalls Wffs:
  - $\neg p$ | *nicht p* | Negation
  - $p \vee q$ | *p oder q* | Disjunktion
  - $p \wedge q$ | *p und q* | Konjunktion
  - $p \rightarrow q$ | *wenn p dann q* | Konditional
  - $p \leftrightarrow q$ | *p genau dann wenn q* | Bikonditional
  - Es gibt keine anderen Wffs in AL.
- Semantik | Funktoren bezeichnen Funktionen

Negation | Semantik von $\neg$

Es ist nicht der Fall, dass p.

- Definition gemäß letzter Woche: $[\![\neg]\!] = \{\langle 1, 0\rangle, \langle 0, 1\rangle\}$
- Typische Definition als Funktion

$$[\![\neg]\!] = \begin{bmatrix} 1 \rightarrow 0 \\ 0 \rightarrow 1 \end{bmatrix}$$

- Typische Darstellung mit Wahrheitstafel

$\neg$	p
0	1
1	0

Es ist der Fall, dass p, dass q, oder dass p und q.

p	$\vee$	q
1	1	1
1	1	0
0	1	1
0	0	0

- *Herr Keydana is a passionate cyclist or we all love logic.*
- $k \vee l$

Es ist der Fall, dass p, und dass q.

p	$\wedge$	q
1	1	1
1	0	0
0	0	1
0	0	0

- *Herr Keydana is a passionate cyclist and we all love logic.*
- $k \wedge l$

Wenn q gilt, dann gilt q.

p	$\rightarrow$	q
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	1	0

- *If it rains, then the streets get wet.*
- $r \rightarrow s$

Ex falso sequitur quodlibet!

If it rains, the streets get wet. ⊢? It doesn't rain, so the streets are dry.

- it is raining (1) , the streets are wet (1) : **1**
- it is raining (1) , the streets are not wet (0) : **0**
- it is not raining (0) , the streets are wet (1) : **1**
- it is not raining (0) , the streets are not wet (0) : **1**

- *Ex falso sequitur quodlibet.* | Modus morons

p ist der Fall genau dann, wenn q der Fall ist.
Wenn p der Fall ist, dann ist q der Fall und umgekehrt.

p	$\leftrightarrow$	q
1	1	1
1	0	0
0	0	1
0	1	0

- *If and only if your score is above 50, then you pass the semantics exam.*
- $s \leftrightarrow p$

Bindungsstärke der Funktoren

$$\text{Skopus} \;\Bigg\downarrow\; \begin{array}{c} \neg \\ \wedge \\ \vee \\ \rightarrow \\ \leftrightarrow \end{array} \;\Bigg\uparrow\; \text{Bindungsstärke}$$

Hilfreiche überflüssige Klammern

Die folgenden Wffs sind alle äquivalent.

$$
\begin{aligned}
& p \wedge \neg q \vee r \rightarrow \neg s \\
\equiv\ & p \wedge (\neg q) \vee r \rightarrow (\neg s) \\
\equiv\ & (p \wedge (\neg q)) \vee r \rightarrow (\neg s) \\
\equiv\ & ((p \wedge (\neg q)) \vee r) \rightarrow (\neg s) \\
\equiv\ & (((p \wedge (\neg q)) \vee r) \rightarrow (\neg s))
\end{aligned}
$$

Große Wahrheitstabellen anlegen

Berechenbarkeit der Länge der Tabelle und volle Abdeckung aller Permutationen

- Länge der Tabelle | 2^n Zeilen für n atomare Wffs
- für jede atomare Wff W_m mit $m \in \{1, ..n\}$
  - $2^{(n-m)}$ Einsen gefolgt von $2^{(n-m)}$ Nullen
- Beispiel mit vier atomaren Wffs p, q, r, s
  - für p als W_m mit $m = 1$ | alternierende Blöcke von $2^{4-1} = 2^3 = 8$ Einsen/Nullen
  - für q als W_m mit $m = 2$ | alternierende Blöcke von $2^{4-2} = 2^2 = 4$ Einsen/Nullen
  - für r als W_m mit $m = 3$ | alternierende Blöcke von $2^{4-3} = 2^1 = 2$ Einsen/Nullen
  - für s als W_m mit $m = 4$ | alternierende Blöcke von $2^{4-4} = 2^0 = 1$ Einsen/Nullen

Ein Beispiel

p	$\wedge$	$\neg$	q	$\vee$	r	$\rightarrow$	$\neg$	s
1	0	0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1	0
1	1	1	0	1	1	0	0	1
1	1	1	0	1	1	1	1	0
1	1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	1	0	1	0	1	1	0
0	0	0	1	1	1	0	0	1
0	0	0	1	1	1	1	1	0
0	0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	0	1	0	0	1	1	0
0	0	1	0	1	1	0	0	1
0	0	1	0	1	1	1	1	0
0	0	1	0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	0	0	1	1	0

- Tabelle vorbereiten
  - für p | $2^{4-1} = 2^3 = 8$ Einsen/Nullen
  - für q | $2^{4-2} = 2^2 = 4$ Einsen/Nullen
  - für r | $2^{4-3} = 2^1 = 2$ Einsen/Nullen
  - für s | $2^{4-4} = 2^0 = 1$ Einsen/Nullen
- Wahrheitswerte ermitteln entsprechend Funktorenskopus
  - für $\neg q$
  - für $\neg s$
  - für $p \wedge \neg q$
  - für $p \wedge \neg q \vee r$
  - für $p \wedge \neg q \vee r \rightarrow \neg s$

Tautologie, Kontradiktion, Kontingenz

Wann können oder müssen Wffs wahr oder falsch sein?

- Tautologie = immer wahr | Beispiel $p \vee \neg p$

p	$\vee$	$\neg$	p
1	1	0	1
0	1	1	0

- Kontradiktion = immer falsch | Beispiel $p \wedge \neg p$

p	$\wedge$	$\neg$	p
1	0	0	1
0	0	1	0

- Kontingenz = je nach Modell wahr oder falsch | Beispiel $p \wedge p$

p	$\wedge$	p
1	1	1
0	0	0

Was heißt Gesetze?

Aus Mengenlehre und Arithmetik bekannt: Assoziativität, Kommutativität usw.
Gesetze als Formulierung bekannter Äquivalenzen ($\equiv$ oder $\Leftrightarrow$)

- Wffs mit stets gleicher Interpretation
  $X \equiv Y$: X hat dieselben Wahrheitsbedingungen wie Y
- Regeln zum wahrheitswertkonservativen Umschreiben komplexer Wffs
- Parallelen zur Mengenlehre offensichtlich
  (mit den zugrundeliegenden algebraischen Formalisierungen erst recht)
- Alle Funktoren lassen sich aus einem Funktor ableiten.

  Scheffer-Strich (NAND, *nicht-und*; vgl. auch Peirce-Funktor)

p	$\mid$	q	$\equiv$	$\neg$	$(p$	$\wedge$	$q)$
1	0	1		0	1	1	1
1	1	0		1	1	0	0
0	1	1		1	0	0	1
0	1	0		1	0	0	0

Eher triviale Äquivalenzregeln

Idempotenz	$p \vee p \equiv p$	$P \cup P = P$	*They talk or they talk.*
	$p \wedge p \equiv p$	$P \cap P = P$	*They talk and they talk.*
Assoziativität	$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$	$(P \cup Q) \cup R = P \cup (Q \cup R)$	*(He walks or (she talks) or we walk).*
	$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$	$(P \cap Q) \cap R = P \cap (Q \cap R)$	*(He walks and (she talks) and we walk).*
Kommutativität	$p \vee q \equiv q \vee p$	$P \cup Q = Q \cup P$	*Peter walks or Sue snores.* $\equiv$ *Sue snores or Peter walks.*
	$p \wedge q \equiv q \wedge p$	$P \cap Q = Q \cap P$	*Peter walks and Sue snores.* $\equiv$ *Sue snores and Peter walks.*
Distributivität	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$	$P \cup (Q \cap R) = (P \cup Q) \cap (P \cup R)$	*(Sue snores) and (Peter walks or we talk).* $\equiv$ *(Sue snores and Peter walks) or (Sue snores and we talk).*
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	$P \cap (Q \cup R) = (P \cap Q) \cup (P \cap R)$	
DeMorgan	$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	$(P \cup Q)' = P' \cap Q'$	
	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$	$(P \cap Q)' = P' \cup Q'$	
Komplementgesetze			
– Tautologie	$p \vee \neg p \equiv \mathbf{T}$		
– Kontradiktion	$p \wedge \neg p \equiv \mathbf{F}$		
– Doppelnegation	$\neg\neg p \equiv p$		

T für Tautologie ($[\![\mathbf{T}]\!] = 1$), **F** für Kontradiktion ($[\![\mathbf{F}]\!] = 0$)

alternative Notation für DeMorgan: $\overline{p \vee q} \equiv \overline{p} \wedge \overline{q}$

folgt aus DeMorgan: $\overline{\overline{p} \vee \overline{q}} \equiv \overline{\overline{p}} \wedge \overline{\overline{q}} \equiv p \wedge q$

Konditionalgesetze

Implikation (Impl.)

P	$\rightarrow$	Q	$\equiv$	$\neg$	P	$\vee$	Q
1	1	1		0	1	1	1
1	0	0		0	1	0	0
0	1	1		1	0	1	1
0	1	0		1	0	1	0

Kontraposition (Kontr.)

P	$\rightarrow$	Q	$\equiv$	$\neg$	Q	$\rightarrow$	$\neg$	P
1	1	1		0	1	1	0	1
1	0	0		1	0	0	0	1
0	1	1		0	1	1	1	0
0	1	0		1	0	1	1	0

Echte Schlussregeln

Feste Regeln für Deduktionsschlüsse aus Prämissen

- alle obigen Regel | Äquivalenzregeln (= Umformungsregeln) für einzelne Wffs
- Schlussregeln
  - Schließen aus Mengen von Prämissen
  - kein neues Wissen, aber Erschließen existierenden Wissens
  - nicht naturgegeben | zahlreiche alternative Logiken

Modus ponens (MP)

Eine Implikation (Antezedens $\rightarrow$ Konsequenz) und ihr Antezedens sind gegeben.

	$p \rightarrow q$	Prämisse 1
	p	Prämisse 2
$\vdash$	q	Schluss

Beispiel mit natürlichsprachlichem Material

(1)	*If It rains, the streets get wet.*	
(2)	*It is raining.*	
$\vdash$	*The streets are getting wet.*	1,2,MP

Eine Illustration des MP an der Wahrheitstabelle

Prämissen werden immer als wahr angenommen! Sonst wären es keine.

p	$\rightarrow$	q
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	1	0

- Prämisse 1 ($p \rightarrow q$) muss wahr sein, ...
- ... also Zeilen mit 0 für streichen!
- Prämisse 2 (p) muss wahr sein, ...
- ... also Zeilen mit 0 streichen
- Es bleibt nur noch eine Zeile, in der $[\![q]\!] = 1$

Modus tollens (MT)

Eine Implikation und die Negation ihrer Konsequenz sind gegeben.

	$p \rightarrow q$	Prämisse 1
	$\neg q$	Prämisse 2
$\vdash$	$\neg p$	Schluss

Illustration an der Wahrheitstafel

P	$\rightarrow$	Q	
1	1	1	ausgeschlossen durch Prämisse 2
1	0	0	ausgeschlossen durch Prämisse 1
0	1	1	ausgeschlossen durch Prämisse 2
0	1	0	

Hypothetischer Syllogismus (HS) | Verkettung von zwei Implikationen

- $p \rightarrow q,\ \ q \rightarrow r \vdash p \rightarrow r$
- Beispiel in natürlicher Sprache
  - *If it rains, the streets get wet.*
  - *If the streets get wet, it smells nice.*
  - $\vdash$ *If it rains, it smells nice.*

Disjunktiver Syllogismus (DS) | Eine Disjunktion und die Negation eines ihrer Disjunkte

- $p \vee q, \neg p \vdash q$
- Beispiel in natürlicher Sprache
  - *Either Peter sleeps or Peter is awake.*
  - *Peter isn't awake.*
  - $\vdash$ *Peter sleeps.*

Triviale Regeln

- Simplifikation (Simp.):
  - $p \wedge q \vdash p, q$
  - *It is raining and the sun is shining.* $\vdash$ *It is raining.*
- Konjunktion (Konj.):
  - $p, q \vdash p \wedge q$
  - *It is raining. The sun is shining.* $\vdash$ *It is raining and the sun is shining.*
- Addition (Add.):
  - $p \vdash p \vee q$
  - *It is raining.* $\vdash$ *It is raining or the sun is shining.*
  - What if Q is instantiated as true or false by another premise?

Ein Beweis

Schritte zur Beweisführung

1. Prämissen formalisieren | eine atomare Wff (Buchstabe) pro atomarer Aussage
2. zu beweisende Aussage (Schlussfolgerung) notieren
3. aus den Prämissen und Schlussregeln versuchen, zur Schlussfolgerung zu kommen

- keine exakte Wissenschaft, erfordert Übung und Intuition
- automatische Schlussverfahren (Tableaux) verfügbar (Partee u. a. 1990)

Ein Beispielbeweis

Wenn es regnet, dann ist es nicht der Fall, dass die Sonne scheint oder der Wind nicht bläst. Es regnet. Zeigen Sie: Die Sonne scheint nicht.

- erste Prämisse | $r \rightarrow \neg(s \vee \neg b)$
- zweite Prämisse | r
- Schlussfolgerung | $\neg s$

1	$r \rightarrow \neg(s \vee \neg b)$	
2	r	$\vdash \neg s$
3	$\neg(s \vee \neg b)$	1,2,MP
4	$\neg s \wedge b$	3,DeM
5	$\neg s$	4,Simp. ■

Aufgaben I

1. Versuchen Sie, nur mittels des Scheffer-Strichs (s. Folie 109) die Wahrheitstabellen für $\neg p$, $p \vee q$, $p \wedge q$ und $p \rightarrow q$ zu rekonstruieren. Das ergibt nur einen Sinn, wenn Sie es selbst versuchen. Sie haben mehr davon, wenn Sie daran scheitern, als wenn Sie gleich Wikipedia nehmen.

Aufgaben II

Versuchen Sie sich an folgenden vier Beweisen.

Hinweis: Sie benötigen, soweit ich sehe, nur die folgenden Schlussregeln:

- Simp. | Simplifikation (auch Konjunktionsreduktion o.ä.)
- MT | Modus Tollens
- MP | Modus Ponens
- DS | Disjunktiver Syllogismus
- Konj. | Konjunktionsregel

1. Der Beweis ist sophistisch, oder Achilles holt die Schildkröte ein. Wenn Achilles die Schildkröte einholt, dann versagt die Logik. Die Mathematiker haben alles geprüft, und die Logik versagt nicht. **Zeigen/Widerlegen Sie: Der Beweis ist sophistisch.**

Aufgaben II

2. Pettenkofer lebte weiter, oder seine Hypothese versagte. Wenn die Hypothese versagte, dann wurde Pettenkofer in der Hygiene abgeschrieben. Er schluckte öffentlich eine Kultur Cholerabakterien und wurde in der Hygiene nicht abgeschrieben. **Zeigen/Widerlegen Sie: Pettenkofer lebte weiter.**
3. Der Fischer trinkt gerne Wein, und der Müller singt im Männerchor. Wenn der Veganladenbesitzer Hausbesitzer ist, dann wählt er nicht die Linkspartei. Der Veganladenbesitzer ist Hausbesitzer, oder der Müller singt nicht im Männerchor. **Zeigen/Widerlegen Sie: Der Fischer trinkt gern ein Glas Wein, und der Veganladenbesitzer wählt nicht die Linkspartei.**
4. Wenn Schopenhauer so früh aufstand wie Kant, dann hat er ihn in dieser Hinsicht gut nachgeahmt. Schopenhauer war eingebildt, liebte die Demokratie nicht, und er hatte Wutanfälle. In einem Wutausbruch warf er die Näherin die Stiege hinunter. Er stand so früh auf wie Kant, oder er war nicht eingebildet. **Zeigen/Widerlegen Sie: Schopenhauer hat die Näherin die Stiege hinuntergeworfen, und er hat Kant im Frühaufstehen gut nachgeahmt.**

Prädikatenlogik

Kompositionalität

Kaum Kompositionalität in der Aussagenlogik

- Kompositionalität beschärnkt auf Ebene des Satzes/der Proposition (und größer)
- keine Generalisierungen über Individuen, Eigenschaften und Quantifikation
- offensichtlicher Informationsverlust
  - *Martin is an expert on inversion and Martin is a good climber.*
  - wird zu $e \wedge c$

Deduktion mit Quantifikation

- alle, einige/mindestens ein, zwei, die meisten, … Individuen
- einige zu formalisierende Schlüsse
  - alle x haben eine Eigenschaft ⊢ einige x haben diese Eigenschaft
  - Martin hat eine Eigenschaft ⊢ mindestens ein x hat diese Eigenschafgt

Atome sind nicht mehr automatisch Wffs.

- (Individuen)-Variablen: $x_1, x_2, y, z, \cdots \in V$
- (Individuen-)Konstanten: $a, b, c, \cdots \in C$
- Terme: Variablen und Konstanten $T = V \cup C$
- Prädikatensymbole: $A, B, C, \cdots \in P$
  - jedes Prädikat mit n Argumenten (n-stellige Prädikate)
  - Mengen $P^1, \ldots, P^n \subset P$
- Quantoren
  - $\exists$ *es gibt mindestens ein __*
  - $\forall$ *für alle __ gilt*
- plus alle Funktoren der Aussagenlogik

Wffs aus Prädikaten, Termen und Quantoren

- $P(t_1, \cdots, t_n)$ ist eine Wff
  wenn $P \in P^n$ und $t_1, \cdots, t_n \in T$
- $(\exists x)\phi$ und $(\forall x)\phi$ sind Wffs
  wenn $x \in V$ und ϕ eine Wff ist
- Wffs lassen sich mit den Funktoren der Aussagenlogik kombinieren
- Nichts anderes ist eine Wff in PL.
  Hinweis | Eigentlich ist Wff auch als Menge aller Wffs definiert.

Modell | Die (Beschreibung der) Welt, relativ zu der Wffs ausgewertet werden

- Model $\mathcal{M}$| enthält Diskursuniversum D = nicht-leere Menge aller Individuen
- Beispiel | $\mathcal{M}_1$ enthält $D = \{Martin, Kilroy, Scully\}$
- Valuationsfunktion | $[\![\cdot]\!]^{\mathcal{M}}$ enthält eine Funktion in $T \times D$
- Beispiel für ein Model $\mathcal{M}_1$
  - für $m, k, s \in C$ und $Martin, Kilroy, Scully \in D$
  - $[\![m]\!]^{\mathcal{M}_1} = Martin$
  - $[\![k]\!]^{\mathcal{M}_1} = Kilroy$
  - $[\![s]\!]^{\mathcal{M}_1} = Scully$

Bedeutung von Prädikaten | Relationen (Mengen von Tupeln)

- Erinnerung | n-stellige Relationen als n-Tupel, hier Teil des Modells
  - *schläft* | $R_1 = \{Martin, Kilroy, Biden, \cdots\}$
  - *Staatsoberhaupt von* | $R_2 = \{\langle Biden, USA\rangle, \langle Xi, China\rangle, \langle Carl\ Gustaf, Schweden\rangle, \cdots\}$
  - *jagt* | $R_3 = \{\langle Kilroy, Martin\rangle, \langle Scully, Kilroy\rangle\}$

- Menge R der Relationen (R^n für n-stellige)
- Semantik eines Prädikats: Relation | $[\![\cdot]\!]^{\mathcal{M}}$ enthält eine Funktion in $P \times \{0, 1\}$
- $[\![P(t_1)]\!]^{\mathcal{M}} = [\![P]\!]^{\mathcal{M}}([\![t_1]\!]^{\mathcal{M}}) = 1$ *iff* $[\![t_1]\!]^{\mathcal{M}} \in [\![P]\!]^{\mathcal{M}}$
  Äquivalente Formulierung mit n-Tupeln für n-stellige Prädikate
  - *Martin (m) schläft (R_1)*: $[\![R_1(m)]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$ weil $[\![m]\!]^{\mathcal{M}_1} = Martin$ und $Martin \in [\![R_1]\!]^{\mathcal{M}_1}$
  - *Martin (m) jagt (R_3) Kilroy (k)*: $[\![R_3(m, k)]\!]^{\mathcal{M}_1} = 0$ weil $[\![m]\!]^{\mathcal{M}_1} = Martin$ und $[\![k]\!]^{\mathcal{M}_1} = Kilroy$ und $\langle Martin, Kilroy\rangle \notin [\![R_3]\!]^{\mathcal{M}_1}$

Synkategorematische Ausdrücke | Modifizieren Bedeutungen, haben aber keine eigene

- wie in AL
  - $\neg\phi$
  - $\phi_1 \vee \phi_2$ und $\phi_1 \wedge \phi_2$
  - $\phi_1 \rightarrow \phi_2$ und $\phi_1 \leftrightarrow \phi_2$
- Allquantor | $[\![(\forall x)\phi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ gdw $[\![\phi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ für alle $c \in C$, eingesetzt anstelle aller Vorkommen von x in ϕ
- Existenzquantor | $[\![(\exists x)\phi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ gdw $[\![\phi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ für mindestens ein $c \in C$, eingesetzt anstelle aller Vorkommen von x in ϕ
- eigentlich ein Algorithmus, der alle Individuenkonstanten durchgeht
- Quantorenskopus von außen nach innen
- extrem enger Skopus über die nächstkleinste Wff (also Klammern!)

Wie werden normale Sätze mit Appellativa und Verben formalisiert?

- *Alle Menschen feiern.*
  - zwei Prädikate: *Mensch* (M) und *feiern* (F)
  - $(\forall x)[M(x) \rightarrow F(x)]$
  - Was würde $(\forall x)[M(x) \wedge F(x)]$ bedeuten?
- *Martin schenkt Scully einen Außerirdischen.*
  - zwei Individuenkonstanten: m , s
  - zwei Prädikate: S, A
  - ein Quantor (mit einer Variable): $\exists x$
  - $(\exists x)[A(x) \wedge S(m, s, x)]$
  - Was würde $(\exists x)[A(x) \rightarrow S(m, s, x)]$ bedeuten?

Details zu Quantoren

- Vertauschbarkeit von Quantoren
  - $(\forall x)(\forall y)\phi \equiv (\forall y)(\forall x)\phi$
  - $(\exists x)(\exists y)\phi \equiv (\exists y)(\exists x)\phi$
  - Sowie $(\exists x)(\forall y)\phi \vdash (\forall y)(\exists x)\phi$
    aber $(\forall x)(\exists y)\phi \nvdash (\exists y)(\forall x)\phi$
- Widersprüche (Kontradiktionen)
  - $(\exists x)[P(x) \wedge \neg P(x)]$ | so wie $P(m) \wedge \neg P(m)$
  - $(\forall x)[W(x) \wedge \neg W(x)]$ | $\forall$ sucht eine leere Menge
- Typische Fehler | Diese Formeln sind falsch!
  - Prädikate direkt am Quantor | $(\forall M) \ldots$ falsch für: *für alle Menschen gilt*
  - Negierte Quantoren | $(\neg\forall x)M(x)$ falsch für: *nicht für alle x gilt*
  - Funktoren vor Termen | $(\exists x)M(x) \wedge F(\neg x)$ falsch für: *Ein Mensch feiert nicht.*
  - Mehrfache Variablenbindung | $(\forall x \exists x)P(x)$
  - Klammern vergessen, ungebundene Variable | $(\forall x)P(x) \rightarrow Q(x)$ statt: $(\forall x)[P(x) \rightarrow Q(x)]$

Alternative Schreibweisen

Äquivalente Ausdrücke in unterschiedlichen Schreibweisen

- Schreibweisen für Quantoren und ihre Skopus
  - $(\forall x)(\exists y)P(x,y)$
  - $\forall x.\exists y.P(x,y)$
  - $\forall x\exists y.P(x,y)$
  - $\forall x\exists y[P(x,y)]$
- Schreibweisen für Prädikate und ihre Argumente
  - $P(x)$, $P(x,y)$
  - $P(x)$, $P(\langle x,y\rangle)$
  - Px, Pxy
  - Px, xPy

Quantorennegation (QN)

In Beweisen oft praktische Äquivalenzen mit negierten Quantoren

- $\neg(\forall x)Px \equiv (\exists x)\neg Px$
  Nicht alle Dinge sind Parkscheiben. $\equiv$ *Es gibt mindestens ein Ding, das keine Parkscheiben ist.*
- $\neg(\exists x)Px \equiv (\forall x)\neg Px$
  Es gibt keine Parkscheibe. $\equiv$ *Alle Dinge sind keine Parkscheiben.*
- $\neg(\forall x)\neg Px \equiv (\exists x)Px$
  Nicht alle Dinge sind keine Parkscheibe. $\equiv$ *Es gibt eine Parkscheibe.*
- $\neg(\exists x)\neg Px \equiv (\forall x)Px$
  Es gibt nichts, das keine Parkscheibe ist. $\equiv$ *Alle Dinge sind Parkscheiben.*

Distributivgesetze (Distr.)

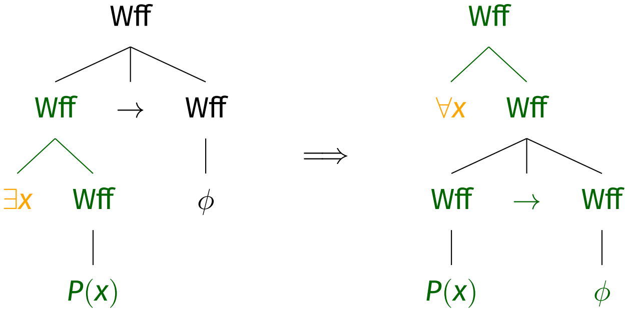
- Allquantordistribution
  $(\forall x)[P(x) \wedge Q(x)] \equiv (\forall x)P(x) \wedge (\forall x)Q(x)$
- Existenzquantordistribution
  $(\exists x)[P(x) \vee Q(x)] \equiv (\exists x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$
- Warum hingegen
  $(\forall x)P(x) \vee (\forall x)Q(x) \vdash (\forall x)[P(x) \vee Q(x)]$
  aber
  $(\forall x)[P(x) \vee Q(x)] \nvdash (\forall x)P(x) \vee (\forall x)Q(x)$

Quantorenbewegung – Nein, nicht in (Spec,CP)!

Wünschenswert: alle Quantoren ganz am Anfang

- Quantorenbewegung aus dem Antezedens von Konditionalen
  $(\exists x)\underline{P(x)} \rightarrow \phi \equiv (\forall x)\underline{[P(x) \rightarrow \phi]}$
  $(\forall x)\underline{P(x)} \rightarrow \phi \equiv (\exists x)\underline{[P(x) \rightarrow \phi]}$
- Quantorenbewegung aus Konjunktionen, Disjunktionen und Konsequenzen von Konditionalen: einfach nach vorne bewegen!
  - $(\exists x)P(x) \rightarrow (\exists y)F(y) \equiv (\forall x)(\exists y)[P(x) \rightarrow F(x)]$
    Wenn es eine Parkscheibe gibt, gibt es einen Falk-Plan. $\equiv$ *Für alle Dinge x gilt, dass es ein Ding y gibt, sodass y ein Falk-Plan ist, wenn x eine Parkscheibe ist.*
  - $S(m) \vee (\exists x)P(x) \equiv (\exists x)[S(m) \vee P(x)]$
    Martin schläft oder es gibt eine Parkscheibe. $\equiv$ *Es gibt ein Ding x, sodass entweder Martin schläft oder dieses Ding eine Parkscheibe ist.*
- Bei Bewegung des Quantors von *x* darf *x* in der restlichen Formel nicht frei sein!

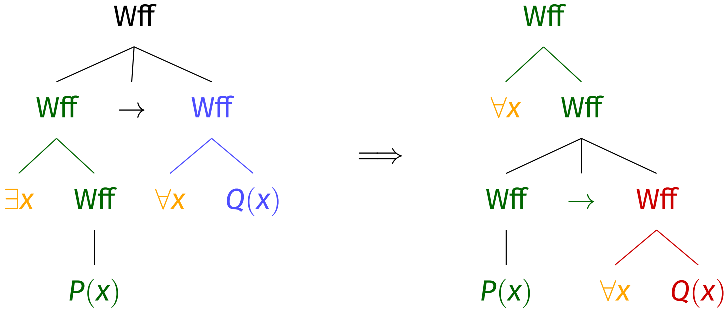
Quantorenbewegung mit Bäumen



Bewegung = Ausweitung des Skopus

Wenn man unbedingt möchte, kann man jetzt von c-Kommando reden.

Was steckt in ϕ?



Links | Unabhängig ausgewertete quantifizierte x mit unabhängigem Skopus
Rechts | Problem! Das x im roten Teilbaum ist doppelt gebunden.

- *drip-133 ist Musiker und mit Dan Bell befreundet.*
- *Wenn es Einhörner gibt, muss Jan singen.*
- *Er hat einen Netzfilter repariert, und nicht alle Komponenten waren verfügbar.*
- *Alle Fernsehpersönlichkeiten sind Menschen, und Heide ist eine Fernsehpersönlichkeit.*
- *Einige Fernsehpersönlichkeiten sind keine Musiker.*
- *Manche sind weder eine Fernsehpersönlichkeit, noch kennen sie Dan Bell.*

Universelle Instanziierung und Generalisierung

Schließen von Allaussagen auf Individualaussagen und umgekehrt

- Universelle Instanziierung $-\forall$
  - $(\forall x)P(x) \vdash P(a)$
    Wenn alle Dinge Eigenschaft P haben, hat Individdum a diese Eigenschaft.
  - Für a: frische oder bereits verwendete Individuenkonstanten
- Universelle Generalisierung $+\forall$
  - $P(a) \vdash (\forall x)P(x)$
  - Nur, wenn a durch $-\forall$ eingeführt wurde!
- Beispiel … Substanzielles wird an Individuen bewiesen.

1	$(\forall x)[P(x) \vee Q(x)]$		*Alles ist entweder eine Parkscheibe oder besteht aus Quarks.*
2	$\neg P(m)$		*Martin ist keine Parkscheibe.*
3	$P(m) \vee Q(m)$	1,$-\forall(2)$	*Martin ist entweder eine Parkscheibe oder besteht aus Quarks.*
4	$Q(m)$	3,DS	*Martin besteht aus Quarks.*
5	$(\forall x)Q(x)$	4,3,$+\forall[1]$	*Alles besteht aus Quarks.*

Existenzielle Generalisierung und Instanziierung

Schließen von Individualaussagen auf Existenzaussagen und umgekehrt

- Existenzielle Generalisierung $+\exists$
  - $P(a) \vdash (\exists x)P(x)$
    Wenn ein benanntes Idividuum Eigenschaft P hat, hat irgendein Individdum diese Eigenschaft.
  - Für x: nur frische Individuenvariablen
- Existenzielle Instanziierung $-\exists$
  - $(\exists x)P(x) \vdash P(a)$
    Wir geben dem minimalen Träger der Eigenschaft einen Namen.
  - Für a: nur frische Individuenkonstanten
- Beispiel

1	$(\exists x)Q(x)$		*Es gibt ein Ding, das aus Quarks besteht.*
2	$(\forall y)[Q(y) \rightarrow P(y)]$		*Alles, was aus Quarks besteht, ist ein physikalisches Objekt.*
3	$Q(h)$	1,$-\exists$	*Ein Objekt, das wir jetzt Hoxnoxno nennen, besteht aus Quarks.*
4	$Q(h) \rightarrow P(h)$	2,$-\forall$	*Wenn Hoxnoxno aus Quarks besteht, ist Hoxnoxno ein physikalisches Objekt.*
5	$P(h)$	3,4,MP	*Hoxnoxno ist ein physikalisches Objekt.*
6	$(\exists z)P(z)$	5,$+\exists$	*Es gibt physikalische Objekte.*

Beispielaufgabe

(1) Herr Keydana fährt einen Golf. (2) Alles, was einen Golf fährt, ist entweder ein Mensch oder eine AI, die auf Deep Learning basiert. Es gibt keine AI, die auf Deep Learning basiert, die einen Golf fährt. **Zeigen oder widerlegen Sie: B: Es gibt mindestens einen Menschen.**

1 $G(k)$

2 $(\forall x)[(G(x) \rightarrow M(x) \vee A(x)]$

3 $\neg(\exists y)[A(y) \wedge G(y)]$

$(\exists z)M(z)$

Der Beweis

1	$G(k)$		*Herr Keydana fährt einen Golf.*
2	$(\forall x)[(G(x) \rightarrow M(x) \vee A(x)]$		*Alles, was einen Golf fährt, ist entweder ein Mensch oder eine AI.*
3	$\neg(\exists y)[A(y) \wedge G(y)]$	$\vdash (\exists z)M(z)$	*Es gibt keine AI, die einen Golf fährt.* $\vdash$ *Es gibt mindestens einen Menschen.*
4	$(\forall y)\neg[A(y) \wedge G(y)]$	3,QN	
5	$(\forall y)[\neg A(y) \vee \neg G(y)]$	4,DeM	
6	$(\forall y)[G(y) \rightarrow \neg A(y)]$	5,Komm.,Impl.	
7	$G(k) \rightarrow \neg A(k)$	6,$-\forall(1)$	
8	$\neg A(k)$	1,7,MP	
9	$G(k) \rightarrow M(k) \vee A(k)$	2,$-\forall(1)$	
10	$M(k) \vee A(k)$	1,9,MP	
11	$M(k)$	8,10,DS	
12	$(\exists z)M(z)$	11,$+\exists$ $\blacksquare$	

1. Treffen die folgenden Behauptungen zu?
   1. $\forall x \neg (P(x) \leftrightarrow Q(x)) \equiv \neg \exists x \neg (P(x) \leftrightarrow Q(x))$
   2. $\neg\neg\forall x (R(x) \vee \neg\neg S(x)) \equiv \neg \exists x \neg (R(x) \vee S(x))$
   3. $\exists x (P(x) \wedge P(x)) \equiv \neg \forall x \neg P(x)$

2. Versuchen Sie, intuitiv zu formulieren, warum die auf Folie 131 besprochene Einschränkung bei der Quantorenvertauschung besteht. Gemeint ist: $(\forall x)(\exists y)\phi \nvdash (\exists y)(\forall x)\phi$

Aufgaben II | Natürliche Deduktion

1. Alle Lügner sind unglaubwürdig. Einige Lügner sind Zugschaffner.
   Zeigen/Widerlegen Sie: Einige Zugschaffner sind unglaubwürdig.
2. Alle Flugzeuge sind Automaten. Einige Automaten sind besorgniserregend.
   Zeigen/Widerlegen Sie: Einige Flugzeuge sind besorgniserregend.
3. Kein Käufer wird betrogen. Einige Käufer sind auch Händler.
   Zeigen/Widerlegen Sie: Einige Händler werden nicht betrogen.

Quantifikation und Modelltheorie

Zur Erinnerung

Semantik von Fragment F1

- Namen referieren auf spezifische Individuen
- intransitive Verben referieren auf Mengen von Individuen
- mehrstellige Verben referieren auf Mengen von Tupeln von Individuen
- Sätze referieren auf Wahrheitswerte!

- F2 | Integration von Erkenntnissen aus Prädikatenlogik

Alles Wesentliche dieser Sitzung in Chierchia & McConnell-Ginet (2000: Kapitel 3)

Das Problem mit Pronomina

Wie situationsabhängige Namen

This is red.

- Pronomen *this* | syntaktisch eine NP
- … und referiert auf ein spezifisches Objekt (wie Namen)
  keine Quantifikation bzw. Mengenreferenz
- Aber nur in gegebener Situation interpretierbar
  Deixis, im Text auch Anaphorik
- Kein Äquivalent in klassischer Logik

Pronomina und Variablen

Ähnlichkeit von Variablen und Pronominalausdrücken

- Rumpf einer quantifizierten Wff | Wff $P(x)$ aus Wff $(\forall x)Px$
- Ungebundenes x in $P(x)$ ähnlich wie Pronominalbedeutung
  Externe Interpretationsvorschrift erforderlich
- Quantoren | Auswertungsalgorithmus
  Für alle möglichen belegungen von x, $P(x)$
- Pronomina | Kontextuelle Auswertung
  Belegung für x im gegebenen Kontext

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow const, var$ | Individuenausdrücke

$conn \rightarrow \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ | Funktoren

$neg \rightarrow \neg$ | Negation

$Q \rightarrow \exists, \forall$ | nur zwei Quantoren

$pred^1 \rightarrow P, Q$ | einstellige Prädikate

$pred^2 \rightarrow R$ | zweistellige Prädikate

$pred^3 \rightarrow S$ | dreistellige Prädikate

$const \rightarrow b, c$ | nur zwei Individenkonstanten

$var \rightarrow x_1, x_2, \cdots x_n$ | beliebig viele Variablen

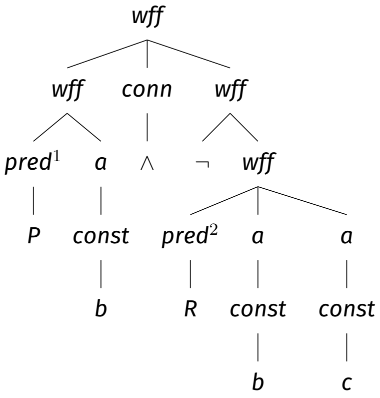
- Die Formalisierung ist äquivalent zur mengenbasierten von letzter Woche!

Wir nehmen eine Prädikatsnotation ohne Klammern | Px statt $P(x)$ usw.

- $wff \rightarrow pred^1\ a_1 \ldots\ a_n$ | n-stellige Prädikate und ihre Argumente
- $wff \rightarrow neg\ wff$ | Applikation von Negation auf Wffs
- $wff \rightarrow wff\ conn\ wff$ | Applikation von anderen Funktoren auf Wffs
- $wff \rightarrow Q\ var\ wff$ | Quantifikation

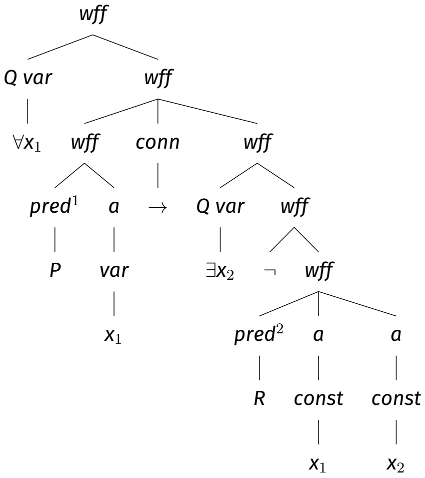
Eine Wff ohne Quantoren

Zum Beispiel: *Ben (b) paddelt (P) und (∧) Ben rudert (R) nicht (¬) mit Chris (c).*
In PL: $Pb \wedge \neg Rbc$



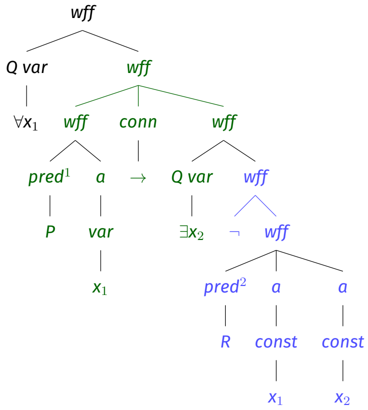
Eine Wff mit Quantoren

Zum Beispiel: *Als Paddler hat man immer jemanden, mit dem man nicht rudert.*
In PL: $\forall x_1 [Px_1 \rightarrow \exists x_2 \neg Px_1 x_2]$



Skopus und c-Kommando

Skopus in konfigurationaler Logik-Syntax: c-Kommando
Variablen als gebunden vom nächsten c-kommandierenden koindizierten Quantor



Skopus/c-Kommando-Domäne von $\exists x_2$ | Skopus/c-Kommando-Domäne von $\forall x_1$ (zgl. derer von $\exists x_2$)

Semantik für PL in Vorbereitung auf natürliche Sprache

Ziel (zur Erinnerung) | T-Sätze der Form *S aus L ist wahr in v gdw …*

- Modell $\mathcal{M}$ | zugängliches Diskursuniversum (bzw. dessen Beschreibung)
- Menge D_n | Zugängliche Individuen (*domain*) in $\mathcal{M}_n$
- Funktion V_n | Valuation – Zuweisung von
  - Namen zu Individuen in $\mathcal{M}_n$
  - Predikaten zu Tupeln von Individuen
- $\mathcal{M}_n = \langle D_n, V_n \rangle$
- Funktion g_n | Zuweisung von Variablen zu Individuen in $\mathcal{M}_n$
- Allgemeine Evaluation in $\mathcal{M}_n$ | $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M}_n, g_n}$
  Lies: *Die Extension von Ausdruck α relativ zu $\mathcal{M}_n$ und g_n*

Unterschied zwischen V_n und g_n

Feste und variable Denotation

- V_n evaluiert statisch im Modell.
  Wenn das Modell einmal feststeht, evaluiert V_n jede Konstante stets gleich.
- Variablen (gebunden durch Quantoren) werden volatil interpretiert.
- Iteration durch Universum D_n durch g_n
- Eine Modifikation der Belegung pro Iteration
  - Modifizierte *assignment function* $g_n[d_i/x_m]$
    Lies: *relativ zu* g_n, *wobei die Referenz von Variable* x_m *auf Individuum* d_i *gesetzt wird*

Evaluation von Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(P) = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Prädikat P (z. B. *ist ein physikalisches Objekt*) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 1$ weil keiner Belegung $[\![Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$

- Initiale Belegung $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = Herr\ Webelhuth$

  $$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_2 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$

  $[\![Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 1$

- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Klenk/x_1]} = Frau\ Klenk$

  $$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Frau\ Klenk \\ x_2 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$

  $[\![Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Klenk/x_1]} = 1$

- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/X_1]} = Turm - Mensa$

  $$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow Turm - Mensa \\ x_2 \rightarrow Herr\ Webelhuth \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{bmatrix}$$

  $[\![Px_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Mensa/x_1]} = 1$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{Herr\ Webelhuth, Frau\ Klenk, Turm - Mensa\}$ | Individuen in $\mathcal{M}_1$
$V_1(Q) = \{\langle Webelhuth, Klenk\rangle, \langle Webelhuth, Mensa\rangle, \langle Klenk, Webelhuth\rangle\}$ | Prädikat Q (z. B. x *besucht* y) in $\mathcal{M}_1$
Evaluiere $[\![\forall x_1 \exists x_2 Q x_1 x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$ weil nicht für jede Belegung von x_1 mindestens einmal 1

- Initiale Belegung $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = Frau\ Klenk$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Klenk/x_2]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_2]} = 1$
- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1]} = Turm - Mensa$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1, Klenk/x_2]} = 0$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Turm-Mensa/x_1, Webelhuth/x_2]} = 0$
    Abbruch!
- $[\![x_1]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_1]} = Herr\ Webelhuth$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_1]} = 1$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_1, Klenk/x_2]} = 1$
  - $[\![Qx_1x_2]\!]^{\mathcal{M}_1, g_1[Webelhuth/x_1, Webelhuth/x_2]} = 0$

$$g_1 = \left[\begin{array}{l} x_1 \rightarrow Frau\ KlenkTurm - MensaHerr\ Webelhu \\ x_2 \rightarrow Turm - MensaFrau\ KlenkHerr\ Webelhu \\ x_3 \rightarrow Herr\ Webelhuth \end{array}\right.$$

Wie quantifiziert *meist*?

- Kleineres Problem | $\exists$ sowohl *mindestens ein* als auch *einige*
- Grundsätzliches Problem | *meist* (und andere)

  Die meisten Patienten sind zufrieden.
  - Potentieller Quantor W | $WxPx \rightarrow Zx$

    Für die meisten Objekte gilt, dass sie zufrieden sind, wenn sie Patienten sind.
  - Falsche Interpretation | Domäne = $[\![P]\!]^{\mathcal{M}_1} \{x : x \textit{ ist Patient}\}$, nicht D_1
- Korrekte Lösung | Generalisierte Quantoren (am Ende des Seminars)

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat
- Natürliche Sprache ohne pränexe Normalform (PNF), Quantor in situ
- Außerdem Ambiguität = mehrere Lesarten
  - *Everybody loves somebody.* (*ELS*)
  - $\forall x_1 \exists x_2 L x_1 x_2$
  - $\exists x_2 \forall x_1 L x_1 x_2$

- Für eine strukturelle Modellierung (c-Kommando) | LF-Bewegung
- Beispiele für andere Lösungen, mehr in Montagues lf-Tradition
  - Cooper Storage (implementiert in HPSG)
  - Unterspezifikation (implementiert in HPSG; kognitiv recht plausibel)
  - Hypothetische Beweise (implementiert in Kategorialgrammatik)

Relevante syntaktische Erweiterung zu F_1 | Quantifier Raising (QR) Rule

$$[_S\, X\ NP\ Y\,] \implies [_{S'}\ NP_i\ [_S\, X\ t_i\ Y\,]]$$

- Phrasenstruktur als Input und Output (= Skopus in Syntax, LF als Syntax)
- Koindizierung und Linksadjunktion an S beide Teil einer Regel
- Kein wesentlicher Unterschied, falls CP oder IP statt S
- Außerdem | $Det \rightarrow every,\ some$ and $NP \rightarrow Det\ N^{count}$
- Syntax-Problem | Völlig unnötig eine kontextsensitive Regel
- Semantik-Probleme bei Chierchia
  - Einführung syntaktischer Typen wird skizzenhaft (s. Montague)
  - Definition zulässiger Modelle unterschlagen (s. Montague)

Semantik für QR mit *every*

$$[\![\,[\,[\mathit{every}\ \beta]_i\ S]]\!]^{\mathcal{M},g} = 1 \text{ iff for all } d \in D:$$
$$\text{if } d \in [\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g} \text{ then } [\![S]\!]^{\mathcal{M},g[u/t_i]}$$

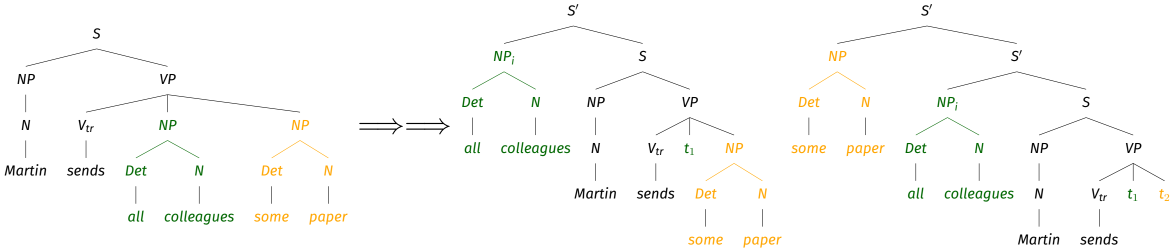
A sentence containing the trace t_i with an adjoined NP_i (which consists of *every* plus the common noun β) extend to 1 iff for each individual d in the universe D which is in the set referred to by the common noun β, S denotes 1 with d assigned to the pronominal trace t_i. g is modified iteratively to check that.

Semantik für QR-Regel mit *some*

$$[\![\,[\,[a\ \beta]_i\ S]\!]^{\mathcal{M},g} = 1 \textit{ iff for some } u \in U:$$
$$u \in [\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g} \textit{ and } [\![S]\!]^{\mathcal{M},g[u/t_i]}$$

Die Interpretation erfolgt nach ähnlichem Schema.

Martin sends all colleagues some paper. in the ∃∀ reading:



Aufgaben I

Einfach getypte höherstufige λ-Sprachen

- Chierchia & McConnell-Ginet, Heim & Kratzer, etc.: GB-ish semantics
- both syntax and LF in phrase structures
- LF as a proper linguistic level of representation
- Montague: direct translation of NL into logic
- Monatgue's LF is just a notational system for NL semantics

Targets for this week

- Learn to tell the difference between the montagovian and generative approach.
- See the advantage of a general theory of typed languages.
- Understand how λ languages allow dramatically elegant formalizations.
- … while keeping in mind that these devices are extensions to our PC representation for NL semantics.

- denotations in set/function-theoretic terms
- a characteristic function (CF) $\mathcal{S}$ of a set S:
  $\mathcal{S}(a) = 1$ *iff* $a \in S$, *else* 0
- a CF 'checks' individuals into a set
- denotations can be stated as sets or their CF

Generalizing combinatory semantic operations

- interpretation for $[_S$ NP VP$]$:
  $[\![\, [_S\ \textit{NP VP}]\,]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ *iff* $[\![\textit{NP}]\!]^{\mathcal{M},g} \in [\![\textit{VP}]\!]^{\mathcal{M},g}$
- Montague generally used CF's in definitions
- evaluating $[_S\ [_{NP}$ *Mary*$]\ [_{VP}$ *sleeps*$]\ ]$ as a matter of functional application (FA):
  - $[\![\textit{Mary}]\!]^{\mathcal{M},g} =$ *Mary in* $\mathcal{M}$
  - $[\![\textit{sleeps}]\!]^{\mathcal{M},g}$ *be the CF of the set of sleepers in* $\mathcal{M}$
  - $[\![\textit{S}]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\textit{sleeps}]\!]^{\mathcal{M},g}([\![\textit{Mary}]\!]^{\mathcal{M},g})$
  - ideally: generalize to all nodes

The superscript notation

- all functions from S_1 to S_2
- $S_2^{S_1}$
- for $T = \{0, 1\}$
  - T^D: all pred$_1$
  - $T^{D \times D}$: all pred$_2$
-

Some new names

- base for Dowty et al.: L_1, a first-order predicate language as we know it
- semantic renaming of types:
  - terms: $\langle e \rangle$ (entity-denoting)
  - formulas: $\langle t \rangle$ (truth-valued)
  - pred_1: $\langle e, t \rangle$
  - pred_2: $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$

Possible denotations of types

- D_α possible denotation (a set) of expressions of type α
- $D_{\langle e\rangle} = U$ (Dowty et al.'s A)
- $D_{\langle t\rangle} = \{0, 1\}$
- recursively: $D_{\langle\alpha,\beta\rangle} = D_{\langle\beta\rangle}^{D_{\langle\alpha\rangle}}$
- e.g., $D_{\langle e,t\rangle} = D_{\langle t\rangle}^{D_{\langle e\rangle}}$
- $D_{\langle e,\langle e,t\rangle\rangle} = (D_{\langle t\rangle}^{D_{\langle e\rangle}})^{D_{\langle e\rangle}}$
- just a systematic way of naming types, model-theoretic interpretations still by V, g

Defining types

- in our PS syntax: S as start symbol
- in the typed system: sentences should be of type $\langle t \rangle$
- complex types: functions from $\langle e \rangle$ to $\langle t \rangle$
  or generally from any (complex) type to any (comlex) type

Complex types as functions

- saturation of complex types by FA:
  - γ *is of type* $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$, δ *of* $\langle e, t\rangle$, α *and* β *of* $\langle e\rangle$
  - then $\gamma(\alpha)$ *is of type* $\langle e, t\rangle$
  - and $\delta(\beta)$ *is of type* $\langle t\rangle$
- for any pred$_2$ P and its arguments a_1, a_2, $P(a_2)(a_1)$ is a wff
- connectives are of types $\langle t, t\rangle$ ($\neg$), $\langle t, \langle t, t\rangle\rangle$ ($\wedge$, etc.)

General semantics of typed languages

- generalized CF/FA approach
- $\langle e \rangle$-types (terms):
  $[\![a_n]\!]^{\mathcal{M},g} = V(a_n)$
  $[\![x_n]\!]^{\mathcal{M},g} = g(x_n)$
- the rest: functional application
  $[\![\delta(\alpha)]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\delta]\!]^{\mathcal{M},g}([\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g})$

Refinement

- *Type* is the set of types
- recursively defined complex types $\langle a, b \rangle$: infinite
- type label $\langle \alpha \rangle$
- vs. set of meaningful expressions of that type: $ME_{\langle \alpha \rangle}$

Higher order

- first order languages: variables over individuals ($\langle e \rangle$-types)
- n-order: variables over higher types ($\langle e, t \rangle$-types etc.)
- $P_{\langle e,t \rangle}$ or $Q_{\langle e,\langle e,t \rangle \rangle}$: constants of higher types
- so: $v_{1_{\langle e,t \rangle}} [v_1(m)]$
- if $V(m) = Mary$, v_1 is the set of all of Mary's properties

Typing variables

- we write:
  - $v_{n_{\langle\alpha\rangle}}$ for the n-th variable of type $\langle\alpha\rangle$
  - Dowty et al.: $v_{n,\langle\alpha\rangle}$
- alternatively abbreviated by old symbols x_1, a, P, etc.

Constants, variables, functions

- non-logical constant α: $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = V(\alpha)$
- variable α: $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = V(\alpha)$
- $\alpha \in \langle a, b \rangle,\ \beta \in a$, then $[\![\alpha(\beta)]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}([\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g})$

- logical constants interpreted as functions in {0,1} as usual
- if $v_{1_{\langle\alpha\rangle}}$ is a variable and $\phi \in ME_t$
  then $[\![(\forall v_1)\phi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ *iff*
  for all $a \in D_\alpha$ $[\![\phi]\!]^{\mathcal{M},g[a/v_1]} = 1$

An example

- quantified variable of type $\langle e, t \rangle$: $v_{0_{\langle e,t \rangle}}$
- $\forall v_{0_{\langle e,t \rangle}} \left[v_{0_{\langle e,t \rangle}}(j) \rightarrow v_{0_{\langle e,t \rangle}}(d) \right]$
- for $j, d \in ME_{\langle e \rangle}$
- one property of every individual: being alone in its union set
- hence, $j = d$
- else in $\forall v_{0_{\langle e,t \rangle}}$, $\forall$ wouldn't hold

Defining *non*

- productive adjectival prefix: *non-adjacent*, *non-local*, etc.
- inverting the characteristic function of the adjective
- result denotes complement of the original adjective in $D_{\langle e \rangle}$
- *adjective*: $\langle e, t \rangle$, *non*: $\langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$
- a function h s.t. for every $k \in D_{\langle e,t \rangle}$ and every $d \in D_{\langle e \rangle}$
  $(h(k))(d) = 1$ iff $k(d) = 0$ and
  $(h(k))(d) = 0$ iff $k(d) = 1$

Argument deletion

- understood objects in: *I eat.* - *Vanity kills.* - etc.
- *eat* is in $ME_{\langle e,\langle e,t\rangle\rangle}$
- assume a silent logical constant: R_O in $ME_{\langle\langle e,\langle e,t\rangle\rangle,\langle e,t\rangle\rangle}$
- a function h s.t. for all $k \in D_{\langle e,\langle e,t\rangle\rangle}$ and all $d \in D_{\langle e\rangle}$
  $h(k)(d) = 1$ iff there is some $d' \in D_{\langle e\rangle}$ s.t. k(d′)(d)=1
- passives as similar subject deletion

All there is to λ

- a new variable binder
- allows abstraction over wff's of arbitrary complexity
- similar to $\{x \| \phi\}$ (read as 'the set of all x s.t. ϕ')
- we get $\lambda x\,[\phi]$
- on Montague's typewriter: $\hat{x}\,[\phi]$
- does not create a set but a function which can be taken as the CF of a set

- for every wff ϕ, any $x \in Var$, and any $a \in Con$
- λ abstraction: $\phi \to \lambda x \left[\phi^{[a/x]}\right](a)$
- read $\phi^{(a/x)}$ as '*phi* with every *a* replaced by *x*'
- *x* can be of any type

Two informal examples

- $\lambda x_{\langle e \rangle}\ [L(x)]$ is the characteristic function of the set of those individuals $d \in D_{\langle e \rangle}$ which have property L
- $\lambda x_{\langle e,t \rangle}\ [x(l)]$ is the characteristic function of the set of those properties $k \in D_{\langle e,t \rangle}$ that the individual l has

λ conversion

- $\lambda x\,[L(x)]$ is the abstract of $L(a)$ (with some individual a)
- hence, it holds: $\lambda x\,[L(x)]\,(a) \Leftrightarrow L(a)$
- for every wff ϕ, any $x \in Var$, and any $a \in Con$
- λ conversion: $\lambda x\,[\phi]\,(a) \rightarrow \phi^{[x/a]}$

λ in and out

- $\lambda x\,[\phi]\,(a) \leftrightarrow \phi^{[x/a]}$
- not just syntactically, since truth conditions are equivalent
- $\lambda x\,[\phi]\,(a) \Leftrightarrow \phi^{[x/a]}$
- notice: $\lambda x_{\langle\alpha\rangle}\,[\phi]$ is in $ME_{\langle\alpha,t\rangle}$
- while ϕ (as a wff) is in $ME_{\langle t\rangle}$

- Dowty et al., 102f. (*Syn C.10* and *Sem 10*)
- If $\alpha \in ME_{\alpha}$ and $u \in Var_b$, then $\lambda u\,[\alpha] \in ME_{\langle b,a \rangle}$.
- If $\alpha \in ME_a$ and $u \in Var_b$ then $[\![\lambda u\,[\alpha]]\!]^{\mathcal{M},g}$ is that function h from D_b into D_a s.t. for all objects k in D_b, $h(k)$ is equal to $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g[k/u]}$.

The *non* example revised (Dowty et al., 104)

- $\forall x \forall v_{0\langle e,t\rangle} \left[(\mathbf{non}(v_{0_{\langle e,t\rangle}}))(x) \leftrightarrow \neg(v_{0_{\langle e,t\rangle}}(x)) \right]$
- $\forall v_{0_{\langle e,t\rangle}} \left[\lambda x \left[(\mathbf{non}(v_{0_{\langle e,t\rangle}}))(x) \right] = \lambda x \left[\neg(v_{0_{\langle e,t\rangle}}(x)) \right] \right]$
- $\forall v_{0_{\langle e,t\rangle}} \left[\mathbf{non}(v_{0_{\langle e,t\rangle}}) = \lambda x \left[\neg(v_{0_{\langle e,t\rangle}}(x)) \right] \right]$

  (since $\lambda x \left[\mathbf{non}(v)(x) \right]$ is unnecessarily abstract/η reduction)
- $\lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}} \left[\mathbf{non}(v_{0_{\langle e,t\rangle}}) = \lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}} \left[\lambda x \left[\neg(v_{0_{\langle e,t\rangle}}(x)) \right] \right] \right]$
- and since that is about all assignments for $\lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}}$:

  $\mathbf{non} = \lambda v_{0_{\langle e,t\rangle}} \left[\lambda x \left[\neg v_{0_{\langle e,t\rangle}}(x) \right] \right]$

Mary is non-adjacent.

(translate ‘adjacent’ as $c_{0_{\langle e,t \rangle}}$, ‘Mary’ as $c_{0_{\langle e \rangle}}$, ignore the copula)

- syntactically like referential NPs
- semantically like PC quantifiers
- *Every student walks.*: $\forall v_{0_{\langle e \rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \rightarrow c_{1_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \right]$
- *Some student walks.*: $\forall v_{0_{\langle e \rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \wedge c_{1_{\langle e,t \rangle}}(v_{0_{\langle e \rangle}}) \right]$
- making referential NPs and QNPs the same type?

A higher type

- $\lambda v_{0_{\langle e,t \rangle}} \forall v_{0_{\langle e \rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t \rangle}} (v_{0_{\langle e \rangle}}) \rightarrow v_{0_{\langle e,t \rangle}} (v_{0_{\langle e \rangle}}) \right]$
- a second order function
- characterizes the set of all predicates true of every student
- equally: $\lambda v_{0_{\langle e,t \rangle}} \exists v_{0_{\langle e \rangle}} \left[c_{0_{\langle e,t \rangle}} (v_{0_{\langle e \rangle}}) \wedge v_{0_{\langle e,t \rangle}} (v_{0_{\langle e \rangle}}) \right]$

Combining with some predicate

Intensionalität

Targets for this week

- Understand that we have been exclusively dealing with extensions so far.
- Acknowledge that the approach fails in certain constructions.
- Learn how one can define an intensional calculus on top of the extensional one.
- See how that solves many problems with extensional logic for NL.

Some examples

- Stockhausen will write another opera.
- Had Arno Schmidt cut down on drinking, he would still be alive.
- Gustave Moreau believes that estheticism rules.

Simple extensions?

- syntactic types are no problem
- truth conditions impossible to define for static models (tense)
- … and for just one state of affairs (modals, believe type verbs)

What are intensions?

Type	**Reference**	**Sense**
NP	individuals *Venus*	individual concepts
VP	sets *humming birds*	property concepts
S	1 or 0 *I like cats.*	thoughts or **propositions**

Properties of intensions

- can’t be just truth conditional
- encode knowledge about not just the actual but all possible and/or past/future states of affairs (PSOAs)
- therefore still involved in defining truth conditions
- not mental representations
- mediate between internal knowledge and truth-values

PSOAs have their own logic

- PSOAs are logically constrained
- observe the more than just thruth-valued failure of:
- *In 1985 Arno Schmidt will be planning to have finished 'Julia oder Die Gemälde' by August 1914.*
- incompatible to our knowledge of PSOA logic

A touch of parellel universes?

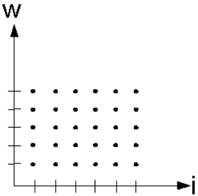
- *Maria could know Arno Schmidt in person.*
- is true not to facts but to an infinite number of optional SOAs s.t.:
  - A.S. is not a workaholic, does not drink 2 liters of coffee in the morning, does not drink a bottle of *Klarer* in the afternoon, consequently has never had any heart attacks
  - nothing of the above, but Maria was born 20 years earlier
  - nothing of the above, but A.S. rose from the dead in 2003, etc.

Propositions and PSOAs

- assume a set of all PSOAs
- PSOAs: determined by which propositions correspond to true sentences within the world they represent
- each proposition splits the set of PSOAs into two subsets:
- ...the SOAs under which its corresponding sentence is true
- ...the subset under which its corresponding sentence is false

Coordinates

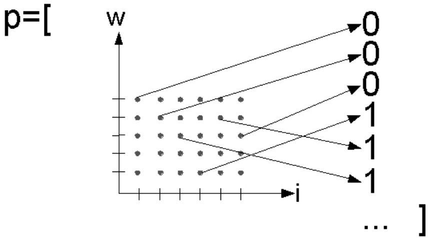
- for each possible distinction in truth values of the whole of the propositional sentences: one possible world ($w \in W$)
- for each point in time: one possible temporal state of each world (instant $i \in I$)
- representation of temporarily ordered world-time coordinates $\langle w, i \rangle \in W \times I$



The nature of propositions

- propositions = intensions of sentences (formulas)
- remember the condition: every possible truth-value configuration for the full set of possible sentences constitutes a member of the set of possible worlds
- hence: every sentence is characterized by the set of worlds in which it is true
- this characterization: its intension
- the proposition of a sentence/formula: the characteristic function of the set of world/world-time pairs in which it is true

- a propositional function *p*
- is a function from $W \times I$ to $\{0, 1\}$

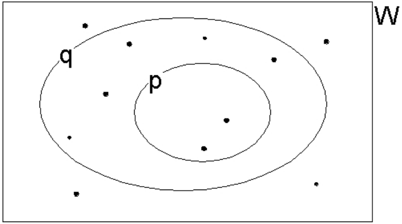


Your evening prayer

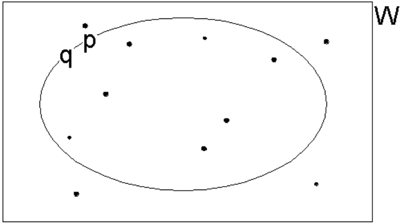
- If we know the state of affairs, we know for every sentence whether it is true!
- If we know which sentences are true, we know the state of affairs!
- It is quite difficult to state what other kind of knowledge (or information) should exist. So for now we assume there isn't any.
- Since we agree that sentences denote truth values, and that the truth of a sentence depends on the state of affairs (=world), the function from all possible worlds to truth values characterizes sentences under all thinkable conditions.
- Hence, we call that function the intension of the sentence.

Entailment

- defintion of intensions of sentences (propositions): characteristic functions
- equivalently: propositions are sets of possible worlds
- entailment turns out as a subset-relation: $p \subseteq q$:

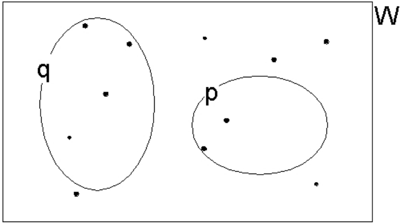


- synonymy turns out as set equivalence:
- $p = q$



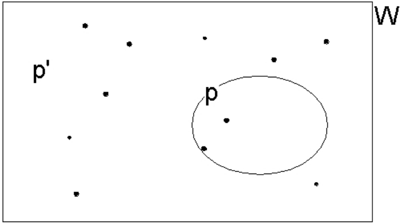
Contradiction

- contradiction turns out as an empty intersection:
- $p \cap q = \emptyset$



Negation

- negation turns out as a complement:
- p/W

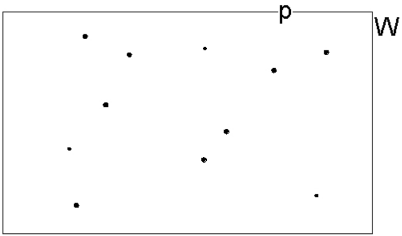


Quantification over worlds

- new modal sentence/wff operators:
  - *necessarily p*: $\Box\mathbf{p}$
  - *possibly p*: $\Diamond\mathbf{p}$
- What does it mean for a proposition to be necessary/possible?

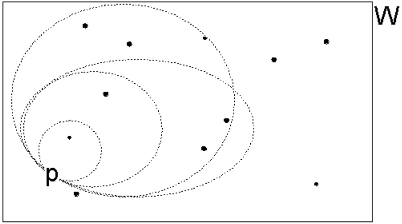
Necessity as universal quantification

- if $\Box p$ then $(\forall w)\ [p(w) = 1]$ (p as characteristic function)
- such that $W = p$ (p as set):



Possibility as existential quantification

- if $\Diamond p$ then $(\exists w)\,[p(w) = 1]$ (characteristic function)
- such that $p \neq \emptyset$ (set):

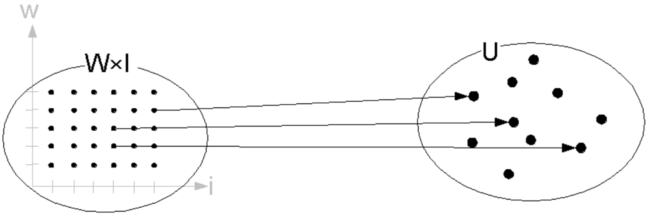


A larger tuple

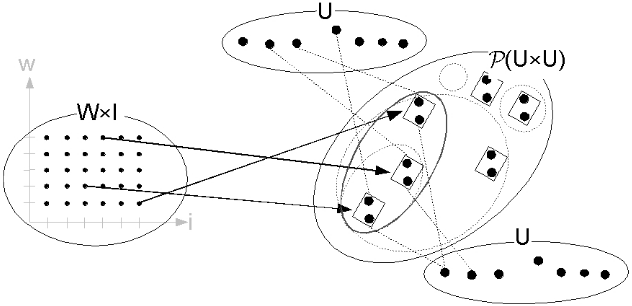
- $\mathcal{M} = \{W, I, <, U, V\}$
  - *W*, a set of worlds
  - *I*, a set of instants
  - $<$, an ordering relation in I
  - *U*, the set of individuals
  - *V*, a valuation function for constants
- evaluate an expression α: $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}$

Intensional interpretation of individual constants

- *the President of the United States*, *the Pope*, *Bond* (in the sense of 'the actor currently playing Bond')
- *for* $\beta \in Cons_{ind}$, $V(\beta)$ is a function from $W \times I$ to U



- *walks* etc. denotes different sets (or CFs) at different $\langle w, i \rangle$ coordinates
- for $\beta \in Cons_{pred_n}$, $V(\beta)$ is a function from $W \times I$ to $\wp U^n$ $(U^n = U_1 \times U_2 \times \ldots \times U_n)$



- simple sentences/predicates: $\beta = \delta(t_1, t_2, \ldots, t_n)$
- $[\![\beta]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$ iff
- $\langle [\![t_1]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}, [\![t_2]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}, \ldots, [\![t_n]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} \rangle \in [\![\delta]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}$
- with: $[\![t_1]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = V(t_1)(\langle w, i\rangle)$, etc.
- In an intensional type-theoretic language, we could define new functional types and try to use FA where possible.

- if $\psi = \forall x \phi$ then
- ...$[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$ iff for all $u \in U$
- ...$[\![\phi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g[u/x]} = 1$
- nothing new here

Modalities

- if $\psi = \Box x \phi$ then
- ...$[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$ iff for all $w' \in W$
- ...and all $i' \in I$
- ...$[\![\phi]\!]^{\mathcal{M},w',i',g} = 1$

A similarity of $\forall$ and $\Box$

- as: $\forall x \, [P(x) \rightarrow Q(x)] \rightarrow [\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)]$
- and not vice-versa
- it holds that: $\Box \, [\psi \rightarrow \phi] \rightarrow [\Box\psi \rightarrow \Box\phi]$
- but not vice-versa!

Some validities

- $\exists x \Box P(x) \rightarrow \Box \exists x P(x)$
- $\exists x \Diamond P(x) \leftrightarrow \Diamond \exists x P(x)$
- $\forall x \Box P(x) \leftrightarrow \Box \forall x P(x)$ (Carnap-Barcan)
- $\forall x \Diamond P(x) \rightarrow \Diamond \forall x P(x)$

Tempus und Modalität

Targets for this week

- Understand how simple tense logic can be represented by operators shifting *i* indices.
- See why tense operators are sentence operators.
- See why a multi-dimensional theory of tenses and a better handling of tense embedding are required.
- See how we restrict (different types of) propositional backgrounds.
- Understand how opaque contexts affect meaning (incl. *believe* type verbs).
- Get a first idea of why we need the *up* operator $^\wedge$.

Will, was… and always

- present: no operator (ϕ 'it is the case that ϕ')
- past: $\mathbf{P}$ ($\mathbf{P}\phi$ 'it was the case that ϕ')
- future: $\mathbf{F}$ ($\mathbf{F}\phi$ 'it will be the case that ϕ')
- it will always be the case… ($\mathbf{G} = \neg\mathbf{F}\neg\phi$)
- it was always the case… ($\mathbf{H} = \neg\mathbf{P}\neg\phi$)

Evaluation

- $\mathbf{P}D(a)$ 'Arno Schmidt (has?) died.'
- relative to the current $\langle w, i \rangle$: $[\![\mathbf{P}D(a)]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}$
- ...is true iff there is some i', $\langle i', i \rangle \in <$ and
- $[\![\mathbf{P}D(a)]\!]^{\mathcal{M},w,i',g} = 1$

Like it or not...

- tense operators (TOp) are sentence (wff) Op's
- raise it to sentence-scopal position
- TP/IP position is motivated by copular/auxiliary elements
- *He **is** stupid.* vs. *Kare-wa bakarashi-**i**.*
- *He **was** stupid.* vs. *Kare-wa bakarashi-**katta**.*
- *What$_i$ **did** you expect t$_i$?* vs. *Nani-o yokishi-**ta**-ka.*

New ps rules

- $T' \rightarrow T VP$ (adds tense to VP)
- $TP \rightarrow NP\ T'$
- $TP \rightarrow TP\ conj\ TP$
- $TP \rightarrow neg\ TP$
- $[_{TP}\ NP\ T\ VP] \Rightarrow [_{TP}\ T\ NP\ VP]$ (T raising)

Quantification over instants

- $[\![\mathbf{P}\,TP]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$
- iff among all $\langle i_n, i\rangle \in <$
- there is at least one s.t. $[\![TP]\!]^{\mathcal{M},w,i',g} = 1$

Valuations as in Chierchia's M_3

- U: domain of quantification
- $V(\beta)$: non-relativized function for all β which are not a proper name
- $V(\beta)(\langle w, i\rangle)$: V valuates β to a function from world-time pairs to the denotata of the predicate (sets of individuals, tuples of them, etc.)

Natural tenses

- NL tenses beyond TOp's:
- *Arno Schmidt had already read Poe when he started writing 'Zettels Traum'.*
- *Gosh, I forgot to feed the cat.*
- shifts of evaluation time

Reichenbach

	past (R<S)	present (R,S)	future (S<R)
anterior(E<R)	E<R<S *er war gegangen*	E<R,S *er ist gegangen*	S<E<R S,E<R E<S<R *er wird gegangen sein*
simple(E,R)	E,R<S *er ging*	E,R,S *er geht*	S<E,R *er wird gehen*
posterior(R<E)	R<E<S R<S,E R<S,E R<S<E **er würde gehen*	R,S<E *er wird gehen*	S<R<E **er wird gehen werden*

Embedded tenses and adverbials

- *A man was born who will be king.*
- **P**(a man is born **F**(who be king)) ?
- *Yesterday, Maria woke up happy.*
- **Y**(**P**(Maria wake up happy)) ?

Types of modal expressions

- tense forms: *I eat up to 100 nachos a minute.*
- mood: *Responderet alius minus sapienter.*
- modal auxiliaries: *Herr Webelhuth can look like Michael Moore.*
- adverbs: *Maybe Herr Keydana will show up.*
- affixes: *Frau Eckardt is recognizable.*

The logical form of modal operators

- like tense: sentence operators
- modal *Aux* in English is tense-insensitive (evidence for *Infl*)
- $\Box$ and $\Diamond$ in intensional predicate calculi (IPC): exploit the full set of possible worlds
- in NL: evaluation of modal expressions against restricted conversational backgrounds

The background

- different sets of possible worlds under consideration for different types of modal expressions
- different types of modality: different sets of admitted possible worlds
- we call the conversationally relevant background the set of $\langle w, i \rangle$ pairs relevant to the interpretation of the sentence

Root/Logical modality

- *Agent Cooper cannot solve the mystery.*
- translated into root modal IPC: $\neg\Diamond S(c, m)$
- wrong interpretation: Under no possible circumstances can Cooper solve the mystery.
- usually, some obvious facts constitute the background:
    - he could, but some relevant information is missing
    - he could, but is sick
    - he could, but ...

Epistemic modality

- *Leo Johnson must be the murderer of Laura Palmer.*
- in accordance with the known facts (e.g., in episode 7 of *Twin Peaks*):
  - Leo Johnson is a violent person.
  - Leo smuggles cocaine, Laura was addicted to it.
  - Leo is connected to Jacques Renault who is the bartender of *One Eyed Jack's* where Laura worked as a prostitute.
  - …
- which constitute the epistemic background, the sentence is true
- known facts narrow down the root background

Deontic modality

- *Agent Cooper must not solve the mystery.*
- assume:
  - there is some U.S. law which allows a local sheriff to ask the FBI to keep out of local murder investigations
  - Sheriff Truman has asked the FBI headquarters to keep out of the Palmer investigation
  - as a special agent, Cooper is required to obey Bureau policy
- Deontic backgrounds are narrowed down by normative rules and moral ideals.
- statable in propositional form (ten commandments, law, ...)

Sets of propositions

- specify the kind of background against which you evaluate under the given situation
- we need:
  a function from $\langle w, i \rangle$ to the relevant background set of $\langle w_n, i_m \rangle$
- reuse g:
  $g(\langle w, i \rangle) = \{p_1, p_2, \ldots, p_n\} = \{\langle w, i \rangle_1, \langle w, i \rangle_2, \ldots, \langle w, i \rangle_n\}$
- such that all possible worlds are: $\bigcap g(\langle w, i \rangle)$

CP structures: *that*

- *that* is a complementizer, it turns a sentence into an argument.
- ps rule: *CP* $\rightarrow$ *C IP*
- *[$_{IP}$ Racine believes [$_{CP}$ that [$_{IP}$ theatre rules]]]*
- CP (fully fledged sentence) receives theta role by *believe* under government.

Weak *Infl* and *PRO*

- gerunds:
  [$_{IP}$ Stockhausen has plans [$_{IP}$ to write another 29 hour opera]]
- incomplete embedded IP, no subject
- internal theta role of *has plans*: to IP
- external theta role of *write*: to ?
- PRO, controlled by the subject of *has plans*:
  [$_{IP}$ Stockhausen has plans [$_{IP}$ PRO to write another 29 hour opera]]

- verbs like *believe*: propositional attitude verbs
- content of the believe: a pice of information held to be true by the believer, hence a proposition, a $\langle w_n, i_m \rangle$
- signalling one element in the background assumed by the believer
- belief: $\langle w, i \rangle$ is an element of the proposition of CP

Translating *that* as ^

- value of propositional attitude (PA) verbs: functions $[\langle w, i\rangle \rightarrow \langle u_n, p\rangle]$ with $u_n \in U$, p a proposition (set of $\langle w_n, i_m\rangle$) and compatible to u$_n$'s background
- *up* ($^\wedge\chi$): an operator which gives the intension of an expression χ
- the full logic of ^ and ˇ as designed by Montague next week
- ^rids us of the problem that the belief content looks truth-conditional (a sentence) but doesn't contribute to the embedding sentence's truth-value. PA verbs take intensions as arguments.

Meet B.J. Ortcutt

- Quine's story: Ralph knows...
- Bernard J.Ortcutt, the nice guy on the beach.
- He sees a strange guy with a hat in the dark alley - a spy?
- Ortcutt just likes to behave funny on the way to his pub...
- and actually is sinister guy in the alley!
- Only Ralph doesn't know.

Is Ralph insane?

- What's the truth value of...
- *Ralph believes that the guy from the beach is a spy.*
- true: since Ortcutt and the guy in the hat are one individual
- false: since Ralph doesn't know that and in a way 'doesn't believe it'

de dicto and *de re*

- the Russelian interpretation for *the* like $\exists$ with a uniqueness condition (as a GQ): $\lambda Q \lambda P\,[\exists x\,[Q(x) \wedge P(x)] \wedge \forall y\,[Q(y) \leftrightarrow y = x]]$
- in a raising framework: ambiguity between *THE* and *believe*
- $[_{IP}$ the guy from the beach$_i$ $[_{IP}$ Ralph believes $[_{CP}$ that x_i is a spy$]]]$
- makes the sentence true: the *de re* reading
- Ralph believes $[_{CP}$ that $[_{IP}$ the guy from the beach$_i$ $[_{IP}$ x_i is a spy$]]]$
- makes the sentence false: the *de dicto* reading

Rigid designators

- *Yuri Gagarin might now have been the first man in space.*
- some Mickey Mouse LFs:
- $\Diamond$ THE(first-man-in-space)(not-be-Gagarin)
- at some $\langle w_n, i_m \rangle$ the first individual in space is not Y.G.
- THE(first-man-in-space)($\Diamond$[not-be-Gagarin])
- at $\langle w, i \rangle$ the first individual in space (definitely Y.G.) is not Y.G. in an accessible world
- Names are rigid designators across world-time-pairs, definite descriptions aren't.

Chierchia's formalization

- CP has its own subject, *to*-IPs don't (PRO)
- PRO must be interpreted, in our examples by coindexation with the matrix subject
- infinitive embedding verbs: functions from world-time pairs to sets of individuals which have a certain property, the intension of a predicate $^\wedge P$
- *John tries to sing.*
- $try(j, {^\wedge}swim)$

Montagues intentionale Logik

Beyond truth functionality

- $[\![\phi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}$ and $[\![\mathbf{P}]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}$ don't truth conditionally determine $[\![\mathbf{P}\phi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}$
- *Iceland was once covered with a glacier.*
- **F**, **B**, $\Diamond$, $\Box$ are not fully truth functional
- Leibnitz Law of identity of individuals for logics containing '=' failing in opaque contexts
- 'former', 'alleged', etc. are not intersective adjectives like 'red'
- Frege: sometimes expressions **denote a sense**
- again: individual concepts (variable function on indices) vs. names (constant)

- intension relative to models
- for a name *d*: $[\![d]\!]^{\mathcal{M},g}_{\not{c}} = \begin{bmatrix} \langle w_1, t_1 \rangle & \rightarrow & b \\ \langle w_2, t_1 \rangle & \rightarrow & b \\ \langle w_1, t_2 \rangle & \rightarrow & b \\ \langle w_2, t_2 \rangle & \rightarrow & b \\ \langle w_1, t_3 \rangle & \rightarrow & b \\ \langle w_2, t_3 \rangle & \rightarrow & b \end{bmatrix}$

- for an individual concept denoting expression *m*:
- $[\![m]\!]^{\mathcal{M},g}_{\not{c}} = \begin{bmatrix} \langle w_1, t_1\rangle & \rightarrow & a \\ \langle w_2, t_1\rangle & \rightarrow & c \\ \langle w_1, t_2\rangle & \rightarrow & b \\ \langle w_2, t_2\rangle & \rightarrow & c \\ \langle w_1, t_3\rangle & \rightarrow & c \\ \langle w_2, t_3\rangle & \rightarrow & b \end{bmatrix}$

- for a one place predicate B:
- $$[\![B]\!]^{\mathcal{M},g}_{¢} = \begin{bmatrix} \langle w_1, t_1 \rangle & \rightarrow & \{a, b\} \\ \langle w_2, t_1 \rangle & \rightarrow & \{b, c\} \\ \langle w_1, t_2 \rangle & \rightarrow & \{a, c\} \\ \langle w_2, t_2 \rangle & \rightarrow & \{a\} \\ \langle w_1, t_3 \rangle & \rightarrow & \{b, c\} \\ \langle w_2, t_3 \rangle & \rightarrow & \{a, b, c\} \end{bmatrix}$$

Intensions of formulas

- formula ϕ: $[\![\phi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\not{c}}$ is a function from indices to truth values
- $[\![B(m)]\!]^{\mathcal{M},g}_{\not{c}} = \begin{bmatrix} \langle w_1, t_1\rangle & \rightarrow & 1 \\ \langle w_2, t_1\rangle & \rightarrow & 1 \\ \langle w_1, t_2\rangle & \rightarrow & 0 \\ \langle w_2, t_2\rangle & \rightarrow & 0 \\ \langle w_1, t_3\rangle & \rightarrow & 1 \\ \langle w_2, t_3\rangle & \rightarrow & 1 \end{bmatrix}$
- $[\![B(n)]\!]^{\mathcal{M},g}_{\not{c}} = \begin{bmatrix} \langle w_1, t_1\rangle & \rightarrow & 0 \\ \langle w_2, t_1\rangle & \rightarrow & 1 \\ \langle w_1, t_2\rangle & \rightarrow & 1 \\ \langle w_2, t_2\rangle & \rightarrow & 0 \\ \langle w_1, t_3\rangle & \rightarrow & 1 \\ \langle w_2, t_3\rangle & \rightarrow & 1 \end{bmatrix}$

Intensions of formulas

- again, the proposition $[\![Bm]\!]_{\not{c}}^{\mathcal{M},g}$ is a set of indices ($\langle w_i, t_j \rangle$)
- from the extension at all indices, compute the intension
- $[\![\alpha]\!]_{\not{c}}^{\mathcal{M},g}(\langle w_i, t_j \rangle) = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w_i,t_j,g}$

Intensions of variables

- constant function on indices
- will play a great role, so remember!
- $[\![u]\!]^{\mathcal{M},g}_{\not{c}}(\langle w_i, t_j\rangle) = g(u)$

What expressions denote

- sometimes expressions denote individuals, sets of individuals, truth values...
- and sometimes they denote intensions (functions)
- alternatively: introduce rules which access an expression's extension/intension as appropriate

- Church/Montague: for an extension-denoting expression α, $\hat{}\alpha$ denotes α's intension
- $[\![\hat{}Bm]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = [\![Bm]\!]^{\mathcal{M},g}_{\not{c}}$
- α and $\hat{}\alpha$ are just denoting expressions
- for an intension-denoting expression α: $[\![\check{}\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}(\langle w, t\rangle)$

Down-up and up-down

- observe: $[\![{}^{\vee}{}^{\wedge}\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}$ for any $\langle w, t\rangle$
- but not always: $[\![{}^{\wedge}{}^{\vee}\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}$ for any $\langle w, t\rangle$
- can easily be the case for intension-denoting expressions

Non-equality

- *k*' intension: $[\![k]\!]^{\mathcal{M},g}_{\not{c}} = \begin{bmatrix} \langle w_1, t_1 \rangle & \rightarrow & \begin{bmatrix} \langle w_1, t_1 \rangle & \rightarrow & a \\ \langle w_1, t_2 \rangle & \rightarrow & a \\ \langle w_2, t_1 \rangle & \rightarrow & a \\ \langle w_2, t_2 \rangle & \rightarrow & a \end{bmatrix} \\ \langle w_1, t_2 \rangle & \rightarrow & \begin{bmatrix} \langle w_1, t_1 \rangle & \rightarrow & a \\ \langle w_1, t_2 \rangle & \rightarrow & b \\ \langle w_2, t_1 \rangle & \rightarrow & c \\ \langle w_2, t_2 \rangle & \rightarrow & d \end{bmatrix} \\ \langle w_2, t_1 \rangle & \rightarrow & \begin{bmatrix} \langle w_1, t_1 \rangle & \rightarrow & c \\ \langle w_1, t_2 \rangle & \rightarrow & b \\ \langle w_2, t_1 \rangle & \rightarrow & d \\ \langle w_2, t_2 \rangle & \rightarrow & a \end{bmatrix} \\ \langle w_2, t_2 \rangle & \rightarrow & \begin{bmatrix} \langle w_1, t_1 \rangle & \rightarrow & c \\ \langle w_1, t_2 \rangle & \rightarrow & d \\ \langle w_2, t_1 \rangle & \rightarrow & a \\ \langle w_2, t_2 \rangle & \rightarrow & b \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

Non-equality

- k' extension (e.g., at $\langle w_1, t_2 \rangle$): $[\![k]\!]^{\mathcal{M},g}_{\not{c}}(\langle w_1, t_2 \rangle) =$
- $[\![k]\!]^{\mathcal{M},w_1,t_2,g} = \begin{bmatrix} \langle w_1, t_1 \rangle & \rightarrow & a \\ \langle w_1, t_2 \rangle & \rightarrow & b \\ \langle w_2, t_1 \rangle & \rightarrow & c \\ \langle w_2, t_2 \rangle & \rightarrow & d \end{bmatrix}$
- however: $[\![{\sim}k]\!]^{\mathcal{M},w_1,t_2,g} = \begin{bmatrix} \langle w_1, t_1 \rangle & \rightarrow & a \\ \langle w_1, t_2 \rangle & \rightarrow & b \\ \langle w_2, t_1 \rangle & \rightarrow & d \\ \langle w_2, t_2 \rangle & \rightarrow & b \end{bmatrix}$
- since: $[\![\breve{}k]\!]^{\mathcal{M},w_1,t_1,g} = a$
  $[\![\breve{}k]\!]^{\mathcal{M},w_1,t_2,g} = b$
  $[\![\breve{}k]\!]^{\mathcal{M},w_2,t_1,g} = d$
  $[\![\breve{}k]\!]^{\mathcal{M},w_2,t_2,g} = b$

A typed higher order λ language with = and ˆ / ˇ

- $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$, $\mathbf{F}$, $\mathbf{P}$, $\Box$, $=$ (syncategorematically)
- $t, e \in Type$ (Con_{type}, Var_{type})
- if $a, b \in Type$, then $\langle a, b\rangle \in Type$
- if $a \in Type$, then $\langle s, a\rangle \in Type$
- $s \notin Type$

Meaningful expressions

- ME_{type}
- abstraction: if $\alpha \in ME_a$, $\beta \in Var_b$, $\lambda\beta\alpha \in ME_{\langle b,a\rangle}$
- FA: if $\alpha \in ME_{\langle a,b\rangle}$, $\beta \in ME_a$ then $\alpha(\beta) \in ME_b$
- if $\alpha, \beta \in ME_a$ then $\alpha = \beta \in ME_t$

Interpretations of ˆ and ˇ

- if $\alpha \in ME_a$ then $\hat{}\alpha \in ME_{s,a}$
- if $\alpha \in ME_{\langle s,a \rangle}$ then $\check{}\alpha \in ME_a$

type	variables	constants
e	x, y, z	a, b, c
$\langle s, e \rangle$	x, y, z	—
$\langle e, t \rangle$	X, Y	$walk', A, B$
$\langle \langle s, e \rangle, t \rangle$	Q	$rise', change'$
$\langle s, \langle e, t \rangle \rangle$	P	—
$\langle e, e \rangle$	P	Sq
$\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$	R	Gr, K
$\langle e, \langle e, e \rangle \rangle$	—	$Plus$

The model

- $\langle A, W, T, <, F \rangle$
- $D_{\langle a,b \rangle} = {D_b}^{D_a}$
- $D_{\langle s,a \rangle} = {D_a}^{W \times T}$
- ‘senses’ = **possible** denotations
- actual intensions chosen from the set of senses
- now: F(expression)=intenstion (itself a function)
- s.t. intension(index)=extention
- instead of: F(expression)(index)=extemsion

Some interpretations

- $[\![\lambda u \alpha]\!]^{\mathcal{M},w,i,g},\ u \in Var_b,\ \alpha \in ME_a$ is a function h with domain D_b s.t. $x \in D_b$, $h(x) = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,t,g'}$ with g' exactly like g except $g'(u) = x$
- $[\![\hat{}\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}$ is a function h from $W \times T$ to denotations of α's type s.t. at every $\langle w', t' \rangle \in W \times T$ $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w',t',g} = h(\langle w', t' \rangle) = [\![\hat{}\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}(\langle w', t' \rangle)$

Some examples

- $\alpha = \beta$ at $\langle w, t \rangle$ might be true, but $\hat{}\alpha = \hat{}\beta$ need not be 1 at that same index
- on types:
  - e - individuals
  - $\langle s, e \rangle$ - individual concepts ('present Queen of England')
  - $\langle s, \langle e, t \rangle \rangle$ - properties of inidvduals
  - $\langle e, t \rangle$ - sets of individuals
  - $\langle \langle s, e \rangle, t \rangle$- sets of individual concepts

Some examples

- on properties:
  - $\langle s, \langle a, t \rangle \rangle$ - properties of denotations of a-type expressions
  - $\langle s, \langle e, t \rangle \rangle$ - properties of individuals
  - $\langle s, \langle \langle s, t \rangle, t \rangle \rangle$ - properties of propositions
- from relations $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$ to relations-in-intensions $\langle s, \langle e, \langle e, t \rangle \rangle \rangle$

On indices

- In IL indices are never denoted by expressions!
- Expressions denote functions in the domain of indices.
- hence: $\langle s, a \rangle$ never applied to some typed argument (s is not a type!)
- useful thing: We never talk about indices!
- since often ${}^{\vee}\alpha(\beta)$ is needed for $\alpha \in ME_{\langle s,\langle e,t\rangle\rangle}$ and $\beta \in ME_e$, abbr. $\alpha\{\beta\}$

Nec

- former problem with **Nec** as $\langle t, t \rangle$: non-compositional extensional interpretation
- $\mathbf{Nec} \in ME_{\langle \langle s,t \rangle, t \rangle}$ - $\{0,1\}^{(\{0,1\}^{W \times T})}$
- from (from indices to truth values = propositions) to truth values
- we could give $\Box\phi$ as $\mathbf{Nec}(\hat{}\phi)$

For

- 'former' as in 'a former member of this club'
- instead of $\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$
- intensionally: $\langle\langle s, \langle e, t\rangle\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$
- extensions at all indices accessible via intension: those individuals bearing property $\langle e, t\rangle$ not at current but at some past index qualify
- formally: $[\![\mathbf{For}]\!]^{\mathcal{M},g}_{\not c}$ is a func. h s.t. for any property k, $h(\langle w, t\rangle)(k)$ is the set $k(\langle w, t'\rangle)$ for all $t' < t$.
- So, for any individual x $h(\langle w, t\rangle)(k)(x) = 1$ iff $k(\langle w, t'\rangle)(x) = 1$ for some $t' < t$.

Bel

- relations between individuals and propositions
- $\langle\langle s, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$
- $\mathbf{Bel}({}^\wedge(B(m))(j))$ *John believes that Miss America is bald.*
- take the model from page 134 (Dowty et al.):
- $[\![B(m)]\!]^{M,w_2,t_1,g} = 1$ since $[\![m]\!]^{M,w_2,t_1,g} = [\![n]\!]^{M,w_2,t_1,g}$
- however: $[\![{}^\wedge(B(m))]\!]^{M,w_2,t_1,g} \neq [\![{}^\wedge(B(n))]\!]^{M,w_2,t_1,g}$

de dicto

- $\mathbf{Bel}({}^\wedge(B(m))(j))$ 'John believes that Miss America is bald.'
- $\mathbf{Bel}({}^\wedge(B(n))(j))$ 'John believes that Norma is bald.'
- needn't be equal: John can take worlds other than $\langle w_2, t_1 \rangle$ into account where $[\![n]\!] \neq [\![m]\!]$
- $\alpha = \beta \rightarrow \left[\phi \leftrightarrow \phi^{[\alpha/\beta]}\right]$ is true iff α is not in the scope of ${}^\wedge, \mathbf{F}, \mathbf{P}, \Box$ (oblique contexts)
- however: ${}^\wedge\alpha = {}^\wedge\beta \rightarrow \left[\phi \leftrightarrow \phi^{[\alpha/\beta]}\right]$

de re

- like so: $\lambda x \, [\mathbf{Bel}(\hat{\ } [B(x)])(j)] \, (m)$
- the above is true at an index $\langle w, t\rangle$ iff $[\![\mathbf{Bel}(\hat{\ } [B(x)])(j)]\!]^{w,t} = 1$ if $[\![m]\!]^{w,t} = x$, i.e. if John is in a believe-rel with $\hat{\ }(B(x))$ s.t. $g(x) = m$ (by semantics of λ)
- Why is $\hat{\ }(B(x))$ not equal to $\hat{\ }(B(m))$?
- constant *m*: non-rigid designator relativized to indices
- variable *x*: a rigid designator by def. of *g* (for the relevant checking case with $g(x) = MissAmerica$
- the above: a belief about 'whoever *m* is'
- λ conversion is restricted in IL!

Once again

- *John believes that a republican will win.*
- $\exists x\,[Rx \wedge \mathbf{Bel}(j, \hat{}\,[\mathbf{F}W(x)])]$
- $\mathbf{Bel}(j, \mathbf{F}\exists x\,[R(x) \wedge W(x)])$

Literatur I

Bucher, Theodor. 1998. *Einführung in die angewandte Logik*. 2. Aufl. Bd. 2231 (Sammlung Göschen). Berlin: de Gruyter.

Carpenter, Bob. 1997. *Type-logical semantics*. Cambridge, MA: MIT Press.

Chierchia, Gennaro & Sally McConnell-Ginet. 2000. *Meaning and grammar: An introduction to semantics*. 2. Aufl. Cambridge, MA: MIT Press.

Dowty, David R., Robert E. Wall & Stanley Peters. 1981. *Introduction to Montague semantics*. Dordrecht: Kluwer.

Gutzmann, Daniel. 2019. *Semantik: Eine Einführung*. Stuttgart: Metzler.

Partee, Barbara, Alice ter Meulen & Robert E. Wall. 1990. *Mathematical methods in linguistics*. Dordrecht: Kluwer.

Rosch, Eleanor. 1973. Natural categories. *Cognitive Psychology* 4(3), 328–350.

Autor

Kontakt

Prof. Dr. Roland Schäfer
Institut für Germanistische Sprachwissenschaft
Friedrich-Schiller-Universität Jena
Fürstengraben 30
07743 Jena

https://rolandschaefer.net
roland.schaefer@uni-jena.de

Lizenz