

Formale Semantik

o6. Quantifikation und Modelltheorie

Roland Schäfer

Institut für Germanistische Sprachwissenschaft
Friedrich-Schiller-Universität Jena

Folien in Überarbeitung. Englische Teile (ab Woche 7) sind noch von 2007!
Stets aktuelle Fassungen: <https://github.com/rsling/VL-Semantik>

1 Von Prädikatenlogik zu natürlicher Sprache

2 Modelltheorie

3 Quantifikation in natürlicher Sprache

4 Aufgaben

Von Prädikatenlogik zu natürlicher Sprache

Semantik von Fragment F1

Semantik von Fragment F1

- Namen referieren auf spezifische Individuen

Semantik von Fragment F1

- Namen referieren auf spezifische Individuen
- intransitive Verben referieren auf Mengen von Individuen

Semantik von Fragment F1

- Namen referieren auf spezifische Individuen
- intransitive Verben referieren auf Mengen von Individuen
- mehrstellige Verben referieren auf Mengen von Tupeln von Individuen

Semantik von Fragment F1

- Namen referieren auf spezifische Individuen
- intransitive Verben referieren auf Mengen von Individuen
- mehrstellige Verben referieren auf Mengen von Tupeln von Individuen
- Sätze referieren auf Wahrheitswerte!

Semantik von Fragment F1

- Namen referieren auf spezifische Individuen
- intransitive Verben referieren auf Mengen von Individuen
- mehrstellige Verben referieren auf Mengen von Tupeln von Individuen
- Sätze referieren auf Wahrheitswerte!
- F2 | Integration von Erkenntnissen aus Prädikatenlogik

Semantik von Fragment F1

- Namen referieren auf spezifische Individuen
- intransitive Verben referieren auf Mengen von Individuen
- mehrstellige Verben referieren auf Mengen von Tupeln von Individuen
- Sätze referieren auf Wahrheitswerte!
- F2 | Integration von Erkenntnissen aus Prädikatenlogik

Alles Wesentliche dieser Sitzung in Chierchia & McConnell-Ginet (2000: Kapitel 3)

Das Problem mit Pronomina

Wie situationsabhängige Namen

Wie situationsabhängige Namen

This is red.

Wie situationsabhängige Namen

This is red.

- Pronomen *this* | syntaktisch eine NP

Wie situationsabhängige Namen

This is red.

- Pronomen *this* | syntaktisch eine NP
- ... und referiert auf ein spezifisches Objekt (wie Namen)
keine Quantifikation bzw. Mengenreferenz

Wie situationsabhängige Namen

This is red.

- Pronomen *this* | syntaktisch eine NP
- ... und referiert auf ein spezifisches Objekt (wie Namen)
keine Quantifikation bzw. Mengenreferenz
- Aber **nur in gegebener Situation interpretierbar**
Deixis, im Text auch Anaphorik

Wie situationsabhängige Namen

This is red.

- Pronomen *this* | syntaktisch eine NP
- ... und referiert auf ein spezifisches Objekt (wie Namen)
keine Quantifikation bzw. Mengenreferenz
- Aber **nur in gegebener Situation interpretierbar**
Deixis, im Text auch Anaphorik
- Kein Äquivalent in klassischer Logik

Ähnlichkeit von Variablen und Pronominalausdrücken

Ähnlichkeit von Variablen und Pronominalausdrücken

- Rumpf einer quantifizierten Wff | Wff $P(x)$ aus Wff $(\forall x)Px$

Ähnlichkeit von Variablen und Pronominalausdrücken

- Rumpf einer quantifizierten Wff | Wff $P(x)$ aus Wff $(\forall x)Px$
- Ungebundenes x in $P(x)$ ähnlich wie Pronominalbedeutung
Externe Interpretationsvorschrift erforderlich

Ähnlichkeit von Variablen und Pronominalausdrücken

- Rumpf einer quantifizierten Wff | Wff $P(x)$ aus Wff $(\forall x)Px$
- Ungebundenes x in $P(x)$ ähnlich wie Pronominalbedeutung
Externe Interpretationsvorschrift erforderlich
- Quantoren | Auswertungsalgorithmus
Für alle möglichen belegungen von x , $P(x)$

Ähnlichkeit von Variablen und Pronominalausdrücken

- Rumpf einer quantifizierten Wff | Wff $P(x)$ aus Wff $(\forall x)Px$
- Ungebundenes x in $P(x)$ ähnlich wie Pronominalbedeutung
Externe Interpretationsvorschrift erforderlich
- Quantoren | Auswertungsalgorithmus
Für alle möglichen belegungen von x , $P(x)$
- Pronomina | Kontextuelle Auswertung
Belegung für x im gegebenen Kontext

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow \text{const}, \text{var} \mid \text{Individuenausdrücke}$

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow \text{const}, \text{var}$ | Individuenausdrücke

$\text{conn} \rightarrow \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ | Funktoren

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow \text{const}, \text{var} \mid$ Individuenausdrücke

$\text{conn} \rightarrow \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow \mid$ Funktoren

$\text{neg} \rightarrow \neg \mid$ Negation

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow \text{const}, \text{var} \mid$ Individuenausdrücke

$\text{conn} \rightarrow \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow \mid$ Funktoren

$\text{neg} \rightarrow \neg \mid$ Negation

$Q \rightarrow \exists, \forall \mid$ nur zwei Quantoren

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow \text{const}, \text{var} \mid$ Individuenausdrücke

$\text{conn} \rightarrow \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow \mid$ Funktoren

$\text{neg} \rightarrow \neg \mid$ Negation

$Q \rightarrow \exists, \forall \mid$ nur zwei Quantoren

$\text{pred}^1 \rightarrow P, Q \mid$ einstellige Prädikate

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow \text{const}, \text{var}$ | Individuenausdrücke

$\text{conn} \rightarrow \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ | Funktoren

$\text{neg} \rightarrow \neg$ | Negation

$Q \rightarrow \exists, \forall$ | nur zwei Quantoren

$\text{pred}^1 \rightarrow P, Q$ | einstellige Prädikate

$\text{pred}^2 \rightarrow R$ | zweistellige Prädikate

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow \text{const}, \text{var}$ | Individuenausdrücke

$\text{conn} \rightarrow \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ | Funktoren

$\text{neg} \rightarrow \neg$ | Negation

$Q \rightarrow \exists, \forall$ | nur zwei Quantoren

$\text{pred}^1 \rightarrow P, Q$ | einstellige Prädikate

$\text{pred}^2 \rightarrow R$ | zweistellige Prädikate

$\text{pred}^3 \rightarrow S$ | dreistellige Prädikate

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow \text{const}, \text{var}$ | Individuenausdrücke

$\text{conn} \rightarrow \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ | Funktoren

$\text{neg} \rightarrow \neg$ | Negation

$Q \rightarrow \exists, \forall$ | nur zwei Quantoren

$\text{pred}^1 \rightarrow P, Q$ | einstellige Prädikate

$\text{pred}^2 \rightarrow R$ | zweistellige Prädikate

$\text{pred}^3 \rightarrow S$ | dreistellige Prädikate

$\text{const} \rightarrow b, c$ | nur zwei Individuenkonstanten

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow \text{const}, \text{var}$ | Individuenausdrücke

$\text{conn} \rightarrow \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ | Funktoren

$\text{neg} \rightarrow \neg$ | Negation

$Q \rightarrow \exists, \forall$ | nur zwei Quantoren

$\text{pred}^1 \rightarrow P, Q$ | einstellige Prädikate

$\text{pred}^2 \rightarrow R$ | zweistellige Prädikate

$\text{pred}^3 \rightarrow S$ | dreistellige Prädikate

$\text{const} \rightarrow b, c$ | nur zwei Individuenkonstanten

$\text{var} \rightarrow x_1, x_2, \dots, x_n$ | beliebig viele Variablen

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow \text{const}, \text{var}$ | Individuenausdrücke

$\text{conn} \rightarrow \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ | Funktoren

$\text{neg} \rightarrow \neg$ | Negation

$Q \rightarrow \exists, \forall$ | nur zwei Quantoren

$\text{pred}^1 \rightarrow P, Q$ | einstellige Prädikate

$\text{pred}^2 \rightarrow R$ | zweistellige Prädikate

$\text{pred}^3 \rightarrow S$ | dreistellige Prädikate

$\text{const} \rightarrow b, c$ | nur zwei Individuenkonstanten

$\text{var} \rightarrow x_1, x_2, \dots, x_n$ | beliebig viele Variablen

- Die Formalisierung ist äquivalent zur mengenbasierten von letzter Woche!

Wir nehmen eine Prädikatsnotation ohne Klammern | Px statt $P(x)$ usw.

Wir nehmen eine Prädikatsnotation ohne Klammern | Px statt $P(x)$ usw.

- $wff \rightarrow pred^1 a_1 \dots a_n$ | n -stellige Prädikate und ihre Argumente

Wir nehmen eine Prädikatsnotation ohne Klammern | Px statt $P(x)$ usw.

- $wff \rightarrow pred^1 a_1 \dots a_n$ | n -stellige Prädikate und ihre Argumente
- $wff \rightarrow neg\ wff$ | Applikation von Negation auf Wffs

Wir nehmen eine Prädikatsnotation ohne Klammern | Px statt $P(x)$ usw.

- $wff \rightarrow pred^1 a_1 \dots a_n$ | n-stellige Prädikate und ihre Argumente
- $wff \rightarrow neg\ wff$ | Applikation von Negation auf Wffs
- $wff \rightarrow wff\ conn\ wff$ | Applikation von anderen Funktoren auf Wffs

Wir nehmen eine Prädikatsnotation ohne Klammern | Px statt $P(x)$ usw.

- $wff \rightarrow pred^1 a_1 \dots a_n$ | n -stellige Prädikate und ihre Argumente
- $wff \rightarrow neg\ wff$ | Applikation von Negation auf Wffs
- $wff \rightarrow wff\ conn\ wff$ | Applikation von anderen Funktoren auf Wffs
- $wff \rightarrow Q\ var\ wff$ | Quantifikation

Eine Wff ohne Quantoren

Eine Wff ohne Quantoren

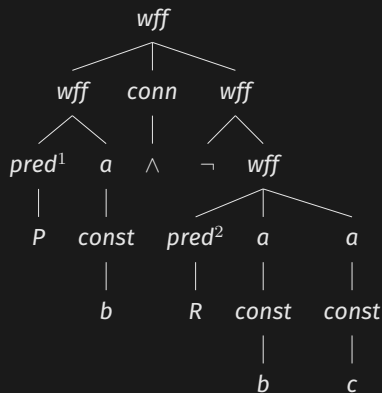
Zum Beispiel: *Ben (b) paddelt (P) und (\wedge) Ben rudert (R) nicht (\neg) mit Chris (c).*

In PL: $Pb \wedge \neg Rbc$

Eine Wff ohne Quantoren

Zum Beispiel: *Ben (b) paddelt (P) und (\wedge) Ben rudert (R) nicht (\neg) mit Chris (c).*

In PL: $Pb \wedge \neg Rbc$



Eine Wff mit Quantoren

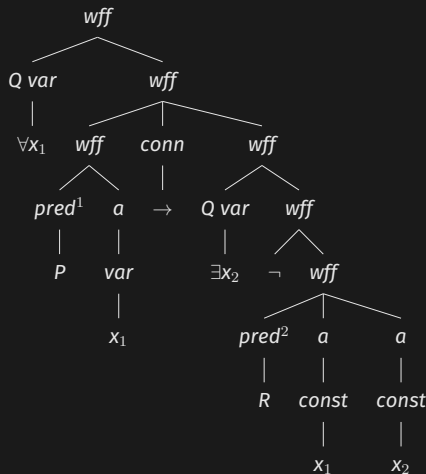
Zum Beispiel: *Als Paddler hat man immer jemanden, mit dem man nicht rudert.*

In PL: $\forall x_1 [Px_1 \rightarrow \exists x_2 \neg Px_1x_2]$

Eine Wff mit Quantoren

Zum Beispiel: *Als Paddler hat man immer jemanden, mit dem man nicht rudert.*

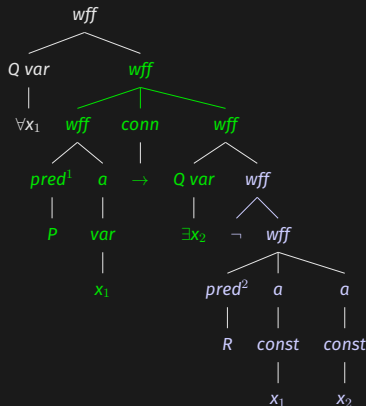
In PL: $\forall x_1 [Px_1 \rightarrow \exists x_2 \neg Px_1x_2]$



Skopus und c-Kommando

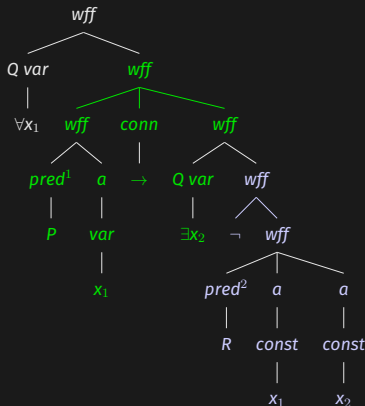
Skopus in konfiguraler Logik-Syntax: c-Kommando

Variablen als gebunden vom nächsten c-kommandierenden koindizierten Quantor



Skopus in konfiguraler Logik-Syntax: c-Kommando

Variablen als gebunden vom nächsten c-kommandierenden koindizierten Quantor

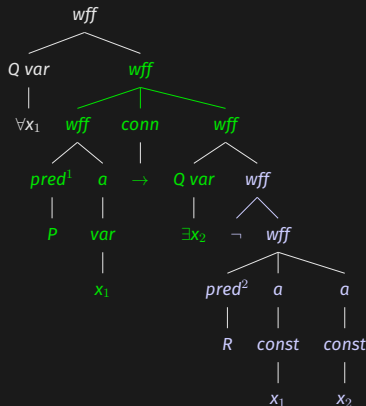


Skopus/c-Kommando-Domäne von $\exists x_2$

Skopus und c-Kommando

Skopus in konfiguraler Logik-Syntax: c-Kommando

Variablen als gebunden vom nächsten c-kommandierenden koindizierten Quantor



Skopus/c-Kommando-Domäne von $\exists x_2$ | Skopus/c-Kommando-Domäne von $\forall x_1$ (zgl. derer von $\exists x_2$)

Modelltheorie

Ziel (zur Erinnerung) | T-Sätze der Form *S aus L ist wahr in v gdw ...*

Ziel (zur Erinnerung) | T-Sätze der Form *S aus L ist wahr in v gdw ...*

- Modell \mathcal{M} | zugängliches Diskursuniversum (bzw. dessen Beschreibung)

Ziel (zur Erinnerung) | T-Sätze der Form *S aus L ist wahr in v gdw ...*

- Modell \mathcal{M} | zugängliches Diskursuniversum (bzw. dessen Beschreibung)
- Menge D_n | Zugängliche Individuen (*domain*) in \mathcal{M}_n

Ziel (zur Erinnerung) | T-Sätze der Form *S aus L ist wahr in v gdw ...*

- Modell \mathcal{M} | zugängliches Diskursuniversum (bzw. dessen Beschreibung)
- Menge D_n | Zugängliche Individuen (*domain*) in \mathcal{M}_n
- Funktion V_n | Valuation – Zuweisung von

Ziel (zur Erinnerung) | T-Sätze der Form *S aus L ist wahr in v gdw ...*

- Modell \mathcal{M} | zugängliches Diskursuniversum (bzw. dessen Beschreibung)
- Menge D_n | Zugängliche Individuen (*domain*) in \mathcal{M}_n
- Funktion V_n | Valuation – Zuweisung von
 - ▶ Namen zu Individuen in \mathcal{M}_n

Ziel (zur Erinnerung) | T-Sätze der Form *S aus L ist wahr in v gdw ...*

- Modell \mathcal{M} | zugängliches Diskursuniversum (bzw. dessen Beschreibung)
- Menge D_n | Zugängliche Individuen (*domain*) in \mathcal{M}_n
- Funktion V_n | Valuation – Zuweisung von
 - ▶ Namen zu Individuen in \mathcal{M}_n
 - ▶ Predikaten zu Tupeln von Individuen

Ziel (zur Erinnerung) | T-Sätze der Form *S aus L ist wahr in v gdw ...*

- Modell \mathcal{M} | zugängliches Diskursuniversum (bzw. dessen Beschreibung)
- Menge D_n | Zugängliche Individuen (*domain*) in \mathcal{M}_n
- Funktion V_n | Valuation – Zuweisung von
 - ▶ Namen zu Individuen in \mathcal{M}_n
 - ▶ Predikaten zu Tupeln von Individuen
- $\mathcal{M}_n = \langle D_n, V_n \rangle$

Ziel (zur Erinnerung) | T-Sätze der Form *S aus L ist wahr in v gdw ...*

- Modell \mathcal{M} | zugängliches Diskursuniversum (bzw. dessen Beschreibung)
- Menge D_n | Zugängliche Individuen (*domain*) in \mathcal{M}_n
- Funktion V_n | Valuation – Zuweisung von
 - ▶ Namen zu Individuen in \mathcal{M}_n
 - ▶ Predikaten zu Tupeln von Individuen
- $\mathcal{M}_n = \langle D_n, V_n \rangle$
- Funktion g_n | Zuweisung von Variablen zu Individuen in \mathcal{M}_n

Ziel (zur Erinnerung) | T-Sätze der Form *S aus L ist wahr in v gdw ...*

- Modell \mathcal{M} | zugängliches Diskursuniversum (bzw. dessen Beschreibung)
- Menge D_n | Zugängliche Individuen (*domain*) in \mathcal{M}_n
- Funktion V_n | Valuation – Zuweisung von
 - ▶ Namen zu Individuen in \mathcal{M}_n
 - ▶ Predikaten zu Tupeln von Individuen
- $\mathcal{M}_n = \langle D_n, V_n \rangle$
- Funktion g_n | Zuweisung von Variablen zu Individuen in \mathcal{M}_n
- Allgemeine Evaluation in \mathcal{M}_n | $\llbracket \alpha \rrbracket^{\mathcal{M}_n, g_n}$
Lies: *Die Extension von Ausdruck α relativ zu \mathcal{M}_n und g_n*

Unterschied zwischen V_n und g_n

Unterschied zwischen V_n und g_n

Feste und variable Denotation

Feste und variable Denotation

- V_n evaluiert statisch im Modell.

Wenn das Modell einmal feststeht, evaluiert V_n jede Konstante stets gleich.

Feste und variable Denotation

- V_n evaluiert statisch im Modell.
Wenn das Modell einmal feststeht, evaluiert V_n jede Konstante stets gleich.
- Variablen (gebunden durch Quantoren) werden volatil interpretiert.

Unterschied zwischen V_n und g_n

Feste und variable Denotation

- V_n evaluiert statisch im Modell.
Wenn das Modell einmal feststeht, evaluiert V_n jede Konstante stets gleich.
- Variablen (gebunden durch Quantoren) werden volatil interpretiert.
- Iteration durch Universum D_n durch g_n

Feste und variable Denotation

- V_n evaluiert statisch im Modell.
Wenn das Modell einmal feststeht, evaluiert V_n jede Konstante stets gleich.
- Variablen (gebunden durch Quantoren) werden volatil interpretiert.
- Iteration durch Universum D_n durch g_n
- Eine Modifikation der Belegung pro Iteration

Feste und variable Denotation

- V_n evaluiert statisch im Modell.

Wenn das Modell einmal feststeht, evaluiert V_n jede Konstante stets gleich.

- Variablen (gebunden durch Quantoren) werden volatil interpretiert.
- Iteration durch Universum D_n durch g_n
- Eine Modifikation der Belegung pro Iteration
 - ▶ Modifizierte *assignment function* $g_n[d_i/x_m]$
Lies: *relativ zu g_n , wobei die Referenz von Variable x_m auf Individuum d_i gesetzt wird*

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Individuen in } \mathcal{M}_1$

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Individuen in } \mathcal{M}_1$

$V_1(P) = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Prädikat } P \text{ (z. B. ist ein physikalisches Objekt) in } \mathcal{M}_1$

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Individuen in } \mathcal{M}_1$

$V_1(P) = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Prädikat } P \text{ (z. B. ist ein physikalisches Objekt) in } \mathcal{M}_1$

Evaluere $\llbracket \forall x_1 P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1}$

Evaluation von Variablen

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Individuen in } \mathcal{M}_1$

$V_1(P) = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Prädikat } P \text{ (z. B. ist ein physikalisches Objekt) in } \mathcal{M}_1$

Evaluere $\llbracket \forall x_1 P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = \text{Herr Webelhuth}$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \\ x_2 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \end{bmatrix}$$

$$\llbracket P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 1$$

Evaluation von Variablen

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Individuen in } \mathcal{M}_1$

$V_1(P) = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Prädikat } P \text{ (z. B. ist ein physikalisches Objekt) in } \mathcal{M}_1$

Evaluere $\llbracket \forall x_1 P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = \text{Herr Webelhuth}$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \\ x_2 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \end{bmatrix}$$

$$\llbracket P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 1$$

- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Klenk}/x_1]} = \text{Frau Klenk}$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow \text{Frau Klenk} \\ x_2 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \end{bmatrix}$$

$$\llbracket P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Klenk}/x_1]} = 1$$

Evaluation von Variablen

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Individuen in } \mathcal{M}_1$

$V_1(P) = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Prädikat } P \text{ (z.B. ist ein physikalisches Objekt) in } \mathcal{M}_1$

Evaluere $\llbracket \forall x_1 P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = \text{Herr Webelhuth}$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \\ x_2 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \end{bmatrix}$$

$$\llbracket P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 1$$

- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Klenk}/x_1]} = \text{Frau Klenk}$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow \text{Frau Klenk} \\ x_2 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \end{bmatrix}$$

$$\llbracket P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Klenk}/x_1]} = 1$$

- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = \text{Turm} - \text{Mensa}$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow \text{Turm} - \text{Mensa} \\ x_2 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \end{bmatrix}$$

$$\llbracket P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Mensa}/x_1]} = 1$$

Evaluation von Variablen

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Individuen in } \mathcal{M}_1$

$V_1(P) = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Prädikat } P \text{ (z. B. ist ein physikalisches Objekt) in } \mathcal{M}_1$

Evaluere $\llbracket \forall x_1 P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 1$ weil keiner Belegung $\llbracket P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$

- Initiale Belegung $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = \text{Herr Webelhuth}$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \\ x_2 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \end{bmatrix}$$

$$\llbracket P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 1$$

- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Klenk}/x_1]} = \text{Frau Klenk}$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow \text{Frau Klenk} \\ x_2 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \end{bmatrix}$$

$$\llbracket P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Klenk}/x_1]} = 1$$

- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = \text{Turm} - \text{Mensa}$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow \text{Turm} - \text{Mensa} \\ x_2 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \end{bmatrix}$$

$$\llbracket P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Mensa}/x_1]} = 1$$

$D_1 = \{\textit{Herr Webelhuth}, \textit{Frau Klenk}, \textit{Turm} - \textit{Mensa}\} \mid \text{Individuen in } \mathcal{M}_1$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Individuen in } \mathcal{M}_1$

$V_1(Q) = \{\langle \text{Webelhuth}, \text{Klenk} \rangle, \langle \text{Webelhuth}, \text{Mensa} \rangle, \langle \text{Klenk}, \text{Webelhuth} \rangle\} \mid \text{Prädikat } Q \text{ (z. B. } x \text{ besucht } y) \text{ in } \mathcal{M}_1$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Individuen in } \mathcal{M}_1$

$V_1(Q) = \{\langle \text{Webelhuth}, \text{Klenk} \rangle, \langle \text{Webelhuth}, \text{Mensa} \rangle, \langle \text{Klenk}, \text{Webelhuth} \rangle\} \mid \text{Prädikat } Q \text{ (z. B. } x \text{ besucht } y) \text{ in } \mathcal{M}_1$

Evaluiere $\llbracket \forall x_1 \exists x_2 Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1}$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Individuen in } \mathcal{M}_1$

$V_1(Q) = \{\langle \text{Webelhuth}, \text{Klenk} \rangle, \langle \text{Webelhuth}, \text{Mensa} \rangle, \langle \text{Klenk}, \text{Webelhuth} \rangle\} \mid \text{Prädikat } Q \text{ (z. B. } x \text{ besucht } y) \text{ in } \mathcal{M}_1$

Evaluere $\llbracket \forall x_1 \exists x_2 Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1}$

$$g_1 = \left[\begin{array}{l} x_1 \rightarrow \text{Frau Klenk} \\ x_2 \rightarrow \text{Turm} - \text{Mensa} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \end{array} \right]$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Individuen in } \mathcal{M}_1$

$V_1(Q) = \{\langle \text{Webelhuth}, \text{Klenk} \rangle, \langle \text{Webelhuth}, \text{Mensa} \rangle, \langle \text{Klenk}, \text{Webelhuth} \rangle\} \mid \text{Prädikat } Q \text{ (z. B. } x \text{ besucht } y) \text{ in } \mathcal{M}_1$

Evaluere $\llbracket \forall x_1 \exists x_2 Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = \text{Frau Klenk}$

$$g_1 = \left[\begin{array}{l} x_1 \rightarrow \text{Frau Klenk} \\ x_2 \rightarrow \text{Turm} - \text{Mensa} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \end{array} \right]$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid$ Individuen in \mathcal{M}_1

$V_1(Q) = \{\langle \text{Webelhuth}, \text{Klenk} \rangle, \langle \text{Webelhuth}, \text{Mensa} \rangle, \langle \text{Klenk}, \text{Webelhuth} \rangle\} \mid$ Prädikat Q (z. B. x besucht y) in \mathcal{M}_1

Evaluere $\llbracket \forall x_1 \exists x_2 Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = \text{Frau Klenk}$

▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$

$$g_1 = \left[\begin{array}{l} x_1 \rightarrow \text{Frau Klenk} \\ x_2 \rightarrow \text{Turm} - \text{Mensa} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \end{array} \right]$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Individuen in } \mathcal{M}_1$

$V_1(Q) = \{\langle \text{Webelhuth}, \text{Klenk} \rangle, \langle \text{Webelhuth}, \text{Mensa} \rangle, \langle \text{Klenk}, \text{Webelhuth} \rangle\} \mid \text{Prädikat } Q \text{ (z. B. } x \text{ besucht } y) \text{ in } \mathcal{M}_1$

Evaluere $\llbracket \forall x_1 \exists x_2 Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = \text{Frau Klenk}$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1[\text{Klenk}/x_2]} = 0$

$$g_1 = \left[\begin{array}{l} x_1 \rightarrow \text{Frau Klenk} \\ x_2 \rightarrow \text{Frau Klenk} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \end{array} \right]$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid$ Individuen in \mathcal{M}_1

$V_1(Q) = \{\langle \text{Webelhuth}, \text{Klenk} \rangle, \langle \text{Webelhuth}, \text{Mensa} \rangle, \langle \text{Klenk}, \text{Webelhuth} \rangle\} \mid$ Prädikat Q (z. B. x besucht y) in \mathcal{M}_1

Evaluere $\llbracket \forall x_1 \exists x_2 Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = \text{Frau Klenk}$

- ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
- ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1[\text{Klenk}/x_2]} = 0$
- ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1[\text{Webelhuth}/x_2]} = 1$

$$g_1 = \left[\begin{array}{l} x_1 \rightarrow \text{Frau Klenk} \\ x_2 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \end{array} \right]$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid$ Individuen in \mathcal{M}_1

$V_1(Q) = \{\langle \text{Webelhuth}, \text{Klenk} \rangle, \langle \text{Webelhuth}, \text{Mensa} \rangle, \langle \text{Klenk}, \text{Webelhuth} \rangle\} \mid$ Prädikat Q (z. B. x besucht y) in \mathcal{M}_1

Evaluiere $\llbracket \forall x_1 \exists x_2 Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = \text{Frau Klenk}$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Klenk}/x_2]} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_2]} = 1$
- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = \text{Turm} - \text{Mensa}$

$$g_1 = \left[\begin{array}{l} x_1 \rightarrow \text{Frau Klenk} \\ x_2 \rightarrow \text{Turm} - \text{Mensa} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \end{array} \right]$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid$ Individuen in \mathcal{M}_1

$V_1(Q) = \{\langle \text{Webelhuth}, \text{Klenk} \rangle, \langle \text{Webelhuth}, \text{Mensa} \rangle, \langle \text{Klenk}, \text{Webelhuth} \rangle\} \mid$ Prädikat Q (z. B. x besucht y) in \mathcal{M}_1

Evaluiere $\llbracket \forall x_1 \exists x_2 Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = \text{Frau Klenk}$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Klenk}/x_2]} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_2]} = 1$
- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = \text{Turm} - \text{Mensa}$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = 0$

$$g_1 = \left[\begin{array}{l} x_1 \rightarrow \text{Turm} - \text{Mensa} \\ x_2 \rightarrow \text{Turm} - \text{Mensa} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \end{array} \right]$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Individuen in } \mathcal{M}_1$

$V_1(Q) = \{\langle \text{Webelhuth}, \text{Klenk} \rangle, \langle \text{Webelhuth}, \text{Mensa} \rangle, \langle \text{Klenk}, \text{Webelhuth} \rangle\} \mid \text{Prädikat } Q \text{ (z. B. } x \text{ besucht } y) \text{ in } \mathcal{M}_1$

Evaluiere $\llbracket \forall x_1 \exists x_2 Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = \text{Frau Klenk}$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Klenk}/x_2]} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_2]} = 1$
- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = \text{Turm} - \text{Mensa}$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1, \text{Klenk}/x_2]} = 0$

$$g_1 = \left[\begin{array}{l} x_1 \rightarrow \text{Turm} - \text{Mensa} \\ x_2 \rightarrow \text{Frau Klenk} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \end{array} \right]$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Individuen in } \mathcal{M}_1$

$V_1(Q) = \{\langle \text{Webelhuth}, \text{Klenk} \rangle, \langle \text{Webelhuth}, \text{Mensa} \rangle, \langle \text{Klenk}, \text{Webelhuth} \rangle\} \mid \text{Prädikat } Q \text{ (z. B. } x \text{ besucht } y) \text{ in } \mathcal{M}_1$

Evaluere $\llbracket \forall x_1 \exists x_2 Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = \text{Frau Klenk}$

- ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
- ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Klenk}/x_2]} = 0$
- ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_2]} = 1$

- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = \text{Turm} - \text{Mensa}$

- ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = 0$
- ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1, \text{Klenk}/x_2]} = 0$
- ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1, \text{Webelhuth}/x_2]} = 0$

Abbruch!

$$g_1 = \left[\begin{array}{l} x_1 \rightarrow \text{Turm} - \text{Mensa} \\ x_2 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \end{array} \right]$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Individuen in } \mathcal{M}_1$

$V_1(Q) = \{\langle \text{Webelhuth}, \text{Klenk} \rangle, \langle \text{Webelhuth}, \text{Mensa} \rangle, \langle \text{Klenk}, \text{Webelhuth} \rangle\} \mid \text{Prädikat } Q \text{ (z. B. } x \text{ besucht } y) \text{ in } \mathcal{M}_1$

Evaluere $\llbracket \forall x_1 \exists x_2 Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = \text{Frau Klenk}$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Klenk}/x_2]} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_2]} = 1$
- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = \text{Turm} - \text{Mensa}$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1, \text{Klenk}/x_2]} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1, \text{Webelhuth}/x_2]} = 0$

Abbruch!
- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_1]} = \text{Herr Webelhuth}$

$$g_1 = \left[\begin{array}{l} x_1 \rightarrow \text{Frau Klenk} \\ x_2 \rightarrow \text{Turm} - \text{Mensa} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \end{array} \right]$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Individuen in } \mathcal{M}_1$

$V_1(Q) = \{\langle \text{Webelhuth}, \text{Klenk} \rangle, \langle \text{Webelhuth}, \text{Mensa} \rangle, \langle \text{Klenk}, \text{Webelhuth} \rangle\} \mid \text{Prädikat } Q \text{ (z. B. } x \text{ besucht } y) \text{ in } \mathcal{M}_1$

Evaluiere $\llbracket \forall x_1 \exists x_2 Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = \text{Frau Klenk}$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Klenk}/x_2]} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_2]} = 1$
- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = \text{Turm} - \text{Mensa}$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1, \text{Klenk}/x_2]} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1, \text{Webelhuth}/x_2]} = 0$
Abbruch!
- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_1]} = \text{Herr Webelhuth}$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_1]} = 1$

$$g_1 = \left[\begin{array}{l} x_1 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \\ x_2 \rightarrow \text{Turm} - \text{Mensa} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \end{array} \right]$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Individuen in } \mathcal{M}_1$

$V_1(Q) = \{\langle \text{Webelhuth}, \text{Klenk} \rangle, \langle \text{Webelhuth}, \text{Mensa} \rangle, \langle \text{Klenk}, \text{Webelhuth} \rangle\} \mid \text{Prädikat } Q \text{ (z. B. } x \text{ besucht } y) \text{ in } \mathcal{M}_1$

Evaluere $\llbracket \forall x_1 \exists x_2 Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = \text{Frau Klenk}$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Klenk}/x_2]} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_2]} = 1$
- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = \text{Turm} - \text{Mensa}$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1, \text{Klenk}/x_2]} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1, \text{Webelhuth}/x_2]} = 0$
Abbruch!
- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_1]} = \text{Herr Webelhuth}$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_1]} = 1$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_1, \text{Klenk}/x_2]} = 1$

$$g_1 = \left[\begin{array}{l} x_1 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \\ x_2 \rightarrow \text{Frau Klenk} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \end{array} \right]$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Individuen in } \mathcal{M}_1$

$V_1(Q) = \{\langle \text{Webelhuth}, \text{Klenk} \rangle, \langle \text{Webelhuth}, \text{Mensa} \rangle, \langle \text{Klenk}, \text{Webelhuth} \rangle\} \mid \text{Prädikat } Q \text{ (z. B. } x \text{ besucht } y) \text{ in } \mathcal{M}_1$

Evaluere $\llbracket \forall x_1 \exists x_2 Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1}$

- Initiale Belegung $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = \text{Frau Klenk}$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Klenk}/x_2]} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_2]} = 1$
- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = \text{Turm} - \text{Mensa}$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1, \text{Klenk}/x_2]} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1, \text{Webelhuth}/x_2]} = 0$
Abbruch!
- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_1]} = \text{Herr Webelhuth}$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_1]} = 1$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_1, \text{Klenk}/x_2]} = 1$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_1, \text{Webelhuth}/x_2]} = 0$

$$g_1 = \left[\begin{array}{l} x_1 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \\ x_2 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \end{array} \right]$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Individuen in } \mathcal{M}_1$

$V_1(Q) = \{\langle \text{Webelhuth}, \text{Klenk} \rangle, \langle \text{Webelhuth}, \text{Mensa} \rangle, \langle \text{Klenk}, \text{Webelhuth} \rangle\} \mid \text{Prädikat } Q \text{ (z. B. } x \text{ besucht } y) \text{ in } \mathcal{M}_1$

Evaluere $\llbracket \forall x_1 \exists x_2 Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$ weil nicht für jede Belegung von x_1 mindestens einmal 1

- Initiale Belegung $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = \text{Frau Klenk}$

- ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
- ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Klenk}/x_2]} = 0$
- ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_2]} = 1$

- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = \text{Turm} - \text{Mensa}$

- ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = 0$
- ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1, \text{Klenk}/x_2]} = 0$
- ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1, \text{Webelhuth}/x_2]} = 0$

Abbruch!

- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_1]} = \text{Herr Webelhuth}$

- ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_1]} = 1$
- ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_1, \text{Klenk}/x_2]} = 1$
- ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_1, \text{Webelhuth}/x_2]} = 0$

$$g_1 = \left[\begin{array}{l} x_1 \rightarrow \text{Frau Klenk} \\ x_2 \rightarrow \text{Turm} - \text{Mensa} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Webelhuth} \end{array} \right]$$

Quantifikation in natürlicher Sprache

Wie quantifiziert *meist*?

Wie quantifiziert *meist*?

- Kleineres Problem | \exists sowohl *mindestens ein* als auch *einige*

Wie quantifiziert *meist*?

- Kleineres Problem | \exists sowohl *mindestens ein* als auch *einige*
- Grundsätzliches Problem | *meist* (und andere)

Wie quantifiziert *meist*?

- Kleineres Problem | \exists sowohl *mindestens ein* als auch *einige*
- Grundsätzliches Problem | *meist* (und andere)
Die meisten Patienten sind zufrieden.

Wie quantifiziert *meist*?

- Kleineres Problem | \exists sowohl *mindestens ein* als auch *einige*
- Grundsätzliches Problem | *meist* (und andere)

Die meisten Patienten sind zufrieden.

- ▶ Potentieller Quantor W | $WxPx \rightarrow Zx$

Für die meisten Objekte gilt, dass sie zufrieden sind, wenn sie Patienten sind.

Wie quantifiziert *meist*?

- Kleineres Problem | \exists sowohl *mindestens ein* als auch *einige*
- Grundsätzliches Problem | *meist* (und andere)

Die meisten Patienten sind zufrieden.

- ▶ Potentieller Quantor W | $WxPx \rightarrow Zx$

Für die meisten Objekte gilt, dass sie zufrieden sind, wenn sie Patienten sind.

- ▶ **Falsche Interpretation** | Domäne = $\llbracket P \rrbracket^{\mathcal{M}_1} \{x : x \text{ ist Patient}\}$, nicht D_1

Wie quantifiziert *meist*?

- Kleineres Problem | \exists sowohl *mindestens ein* als auch *einige*
- Grundsätzliches Problem | *meist* (und andere)
 - Die meisten Patienten sind zufrieden.*
 - ▶ Potentieller Quantor W | $WxPx \rightarrow Zx$
Für die meisten Objekte gilt, dass sie zufrieden sind, wenn sie Patienten sind.
 - ▶ **Falsche Interpretation** | Domäne = $\llbracket P \rrbracket^{\mathcal{M}_1} \{x : x \text{ ist Patient}\}$, nicht D_1
- Korrekte Lösung | Generalisierte Quantoren (am Ende des Seminars)

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat
- Natürliche Sprache ohne pränex Normalform (PNF), Quantor in situ

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat
- Natürliche Sprache ohne pränexe Normalform (PNF), Quantor in situ
- Außerdem Ambiguität = mehrere Lesarten

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat
- Natürliche Sprache ohne pränexe Normalform (PNF), Quantor in situ
- Außerdem Ambiguität = mehrere Lesarten
 - ▶ *Everybody loves somebody.* (ELS)

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat
- Natürliche Sprache ohne präfixe Normalform (PNF), Quantor in situ
- Außerdem Ambiguität = mehrere Lesarten
 - ▶ *Everybody loves somebody.* (ELS)
 - ▶ $\forall x_1 \exists x_2 Lx_1 x_2$

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat
- Natürliche Sprache ohne pränexe Normalform (PNF), Quantor in situ
- Außerdem Ambiguität = mehrere Lesarten
 - ▶ *Everybody loves somebody. (ELS)*
 - ▶ $\forall x_1 \exists x_2 Lx_1 x_2$
 - ▶ $\exists x_2 \forall x_1 Lx_1 x_2$

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat
- Natürliche Sprache ohne präfixe Normalform (PNF), Quantor in situ
- Außerdem Ambiguität = mehrere Lesarten
 - ▶ *Everybody loves somebody. (ELS)*
 - ▶ $\forall x_1 \exists x_2 Lx_1 x_2$
 - ▶ $\exists x_2 \forall x_1 Lx_1 x_2$
- Für eine strukturelle Modellierung (c-Kommando) | LF-Bewegung

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat
- Natürliche Sprache ohne pränexe Normalform (PNF), Quantor in situ
- Außerdem Ambiguität = mehrere Lesarten
 - ▶ *Everybody loves somebody. (ELS)*
 - ▶ $\forall x_1 \exists x_2 Lx_1 x_2$
 - ▶ $\exists x_2 \forall x_1 Lx_1 x_2$
- Für eine strukturelle Modellierung (c-Kommando) | LF-Bewegung
- Beispiele für andere Lösungen, mehr in Montagues lf-Tradition

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat
- Natürliche Sprache ohne pränexe Normalform (PNF), Quantor in situ
- Außerdem Ambiguität = mehrere Lesarten
 - ▶ *Everybody loves somebody. (ELS)*
 - ▶ $\forall x_1 \exists x_2 Lx_1 x_2$
 - ▶ $\exists x_2 \forall x_1 Lx_1 x_2$
- Für eine strukturelle Modellierung (c-Kommando) | LF-Bewegung
- Beispiele für andere Lösungen, mehr in Montagues lf-Tradition
 - ▶ Cooper Storage (implementiert in HPSG)

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat
- Natürliche Sprache ohne pränexe Normalform (PNF), Quantor in situ
- Außerdem Ambiguität = mehrere Lesarten
 - ▶ *Everybody loves somebody. (ELS)*
 - ▶ $\forall x_1 \exists x_2 Lx_1 x_2$
 - ▶ $\exists x_2 \forall x_1 Lx_1 x_2$
- Für eine strukturelle Modellierung (c-Kommando) | LF-Bewegung
- Beispiele für andere Lösungen, mehr in Montagues lf-Tradition
 - ▶ Cooper Storage (implementiert in HPSG)
 - ▶ Unterspezifikation (implementiert in HPSG; kognitiv recht plausibel)

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat
- Natürliche Sprache ohne pränexe Normalform (PNF), Quantor in situ
- Außerdem Ambiguität = mehrere Lesarten
 - ▶ *Everybody loves somebody. (ELS)*
 - ▶ $\forall x_1 \exists x_2 Lx_1 x_2$
 - ▶ $\exists x_2 \forall x_1 Lx_1 x_2$
- Für eine strukturelle Modellierung (c-Kommando) | LF-Bewegung
- Beispiele für andere Lösungen, mehr in Montagues lf-Tradition
 - ▶ Cooper Storage (implementiert in HPSG)
 - ▶ Unterspezifikation (implementiert in HPSG; kognitiv recht plausibel)
 - ▶ Hypothetische Beweise (implementiert in Kategorialgrammatik)

Relevante syntaktische Erweiterung zu F_1 | Quantifier Raising (QR) Rule

Relevante syntaktische Erweiterung zu F_1 | Quantifier Raising (QR) Rule

$$[_S X NP Y] \implies [_{S'} NP_i [_S X t_i Y]]$$

Relevante syntaktische Erweiterung zu F_1 | Quantifier Raising (QR) Rule

$$[_S X NP Y] \implies [_{S'} NP_i [_S X t_i Y]]$$

- Phrasenstruktur als Input und Output (= Skopus in Syntax, LF als Syntax)

Relevante syntaktische Erweiterung zu F_1 | Quantifier Raising (QR) Rule

$$[_S X NP Y] \implies [_{S'} NP_i [_S X t_i Y]]$$

- Phrasenstruktur als Input und Output (= Skopus in Syntax, LF als Syntax)
- Koindizierung und Linksadjunktion an S beide Teil einer Regel

Relevante syntaktische Erweiterung zu F_1 | Quantifier Raising (QR) Rule

$$[_S X NP Y] \implies [_{S'} NP_i [_S X t_i Y]]$$

- Phrasenstruktur als Input und Output (= Skopus in Syntax, LF als Syntax)
- Koindizierung und Linksadjunktion an S beide Teil einer Regel
- Kein wesentlicher Unterschied, falls CP oder IP statt S

Relevante syntaktische Erweiterung zu F_1 | Quantifier Raising (QR) Rule

$$[_S X NP Y] \implies [_{S'} NP_i [_S X t_i Y]]$$

- Phrasenstruktur als Input und Output (= Skopus in Syntax, LF als Syntax)
- Koindizierung und Linksadjunktion an S beide Teil einer Regel
- Kein wesentlicher Unterschied, falls CP oder IP statt S
- Außerdem | $Det \rightarrow every, some$ and $NP \rightarrow Det N^{count}$

Relevante syntaktische Erweiterung zu F_1 | Quantifier Raising (QR) Rule

$$[_S X NP Y] \implies [_{S'} NP_i [_S X t_i Y]]$$

- Phrasenstruktur als Input und Output (= Skopus in Syntax, LF als Syntax)
- Koindizierung und Linksadjunktion an S beide Teil einer Regel
- Kein wesentlicher Unterschied, falls CP oder IP statt S
- Außerdem | $Det \rightarrow every, some$ and $NP \rightarrow Det N^{count}$
- Syntax-Problem | Völlig unnötig eine **kontextsensitive Regel**

Relevante syntaktische Erweiterung zu F_1 | Quantifier Raising (QR) Rule

$$[_S X NP Y] \implies [_{S'} NP_i [_S X t_i Y]]$$

- Phrasenstruktur als Input und Output (= Skopus in Syntax, LF als Syntax)
- Koindizierung und Linksadjunktion an S beide Teil einer Regel
- Kein wesentlicher Unterschied, falls CP oder IP statt S
- Außerdem | $Det \rightarrow every, some$ and $NP \rightarrow Det N^{count}$
- Syntax-Problem | Völlig unnötig eine **kontextsensitive Regel**
- Semantik-Probleme bei Chierchia

Relevante syntaktische Erweiterung zu F_1 | Quantifier Raising (QR) Rule

$$[_S X NP Y] \implies [_{S'} NP_i [_S X t_i Y]]$$

- Phrasenstruktur als Input und Output (= Skopus in Syntax, LF als Syntax)
- Koindizierung und Linksadjunktion an S beide Teil einer Regel
- Kein wesentlicher Unterschied, falls CP oder IP statt S
- Außerdem | $Det \rightarrow every, some$ and $NP \rightarrow Det N^{count}$
- Syntax-Problem | Völlig unnötig eine **kontextsensitive Regel**
- Semantik-Probleme bei Chierchia
 - ▶ Einführung syntaktischer Typen wird skizzenhaft (s. Montague)

Relevante syntaktische Erweiterung zu F_1 | Quantifier Raising (QR) Rule

$$[_S X NP Y] \implies [_{S'} NP_i [_S X t_i Y]]$$

- Phrasenstruktur als Input und Output (= Skopus in Syntax, LF als Syntax)
- Koindizierung und Linksadjunktion an S beide Teil einer Regel
- Kein wesentlicher Unterschied, falls CP oder IP statt S
- Außerdem | $Det \rightarrow every, some$ and $NP \rightarrow Det N^{count}$
- Syntax-Problem | Völlig unnötig eine **kontextsensitive Regel**
- Semantik-Probleme bei Chierchia
 - ▶ Einführung syntaktischer Typen wird skizzenhaft (s. Montague)
 - ▶ Definition zulässiger Modelle unterschlagen (s. Montague)

$$\begin{aligned} \llbracket [\textit{every } \beta]_i S \rrbracket^{\mathcal{M},g} = 1 \text{ iff for all } d \in D : \\ \text{if } d \in \llbracket \beta \rrbracket^{\mathcal{M},g} \text{ then } \llbracket S \rrbracket^{\mathcal{M},g[u/t_i]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \llbracket [\textit{every } \beta]_i S \rrbracket^{\mathcal{M},g} = 1 \text{ iff for all } d \in D : \\ \text{if } d \in \llbracket \beta \rrbracket^{\mathcal{M},g} \text{ then } \llbracket S \rrbracket^{\mathcal{M},g[u/t_i]} \end{aligned}$$

A sentence containing the trace t_i with an adjoined NP_i (which consists of *every* plus the common noun β) extend to 1 iff for each individual d in the universe D which is in the set referred to by the common noun β , S denotes 1 with d assigned to the pronominal trace t_i . g is modified iteratively to check that.

Semantik für QR-Regel mit *some*

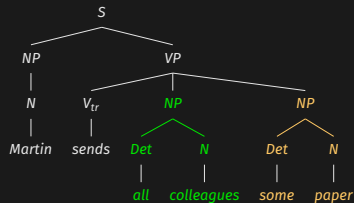
$$\begin{aligned} \llbracket \llbracket a \ \beta \rrbracket_i \ S \rrbracket^{\mathcal{M},g} = 1 \text{ iff for some } u \in U : \\ u \in \llbracket \beta \rrbracket^{\mathcal{M},g} \text{ and } \llbracket S \rrbracket^{\mathcal{M},g[u/t_i]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \llbracket \llbracket a \ \beta \rrbracket_i \ S \rrbracket^{\mathcal{M},g} = 1 \text{ iff for some } u \in U : \\ u \in \llbracket \beta \rrbracket^{\mathcal{M},g} \text{ and } \llbracket S \rrbracket^{\mathcal{M},g[u/t_i]} \end{aligned}$$

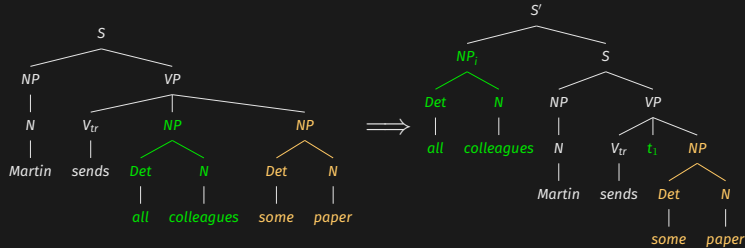
Die Interpretation erfolgt nach ähnlichem Schema.

Martin sends all colleagues some paper. in the $\exists\forall$ reading:

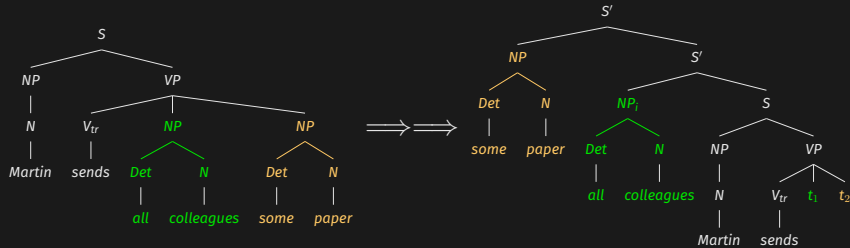
Martin sends all colleagues some paper. in the $\exists\forall$ reading:



Martin sends *all colleagues* *some paper*. in the $\exists\forall$ reading:



Martin sends *all colleagues* *some paper*. in the $\exists\forall$ reading:



Aufgaben

