# Formale Semantik o3. Mengen und Funktionen

#### Roland Schäfer

Institut für Germanistische Sprachwissenschaft Friedrich-Schiller-Universität Jena

Folien in Überarbeitung. Englische Teile (ab Woche 6) sind noch von 2007!

Stets aktuelle Fassungen: https://github.com/rsling/VL-Semantik

## Inhalt

1 Mengen und Funktionen

- 2 Funktionen und Relationen
- 3 Mehr über Relationen und Mengen



Eine frei definierbare ungeordnete Sammlung von diskreten Objekten

Zahlen

- Zahlen
- Menschen

- Zahlen
- Menschen
- Schuhe

- Zahlen
- Menschen
- Schuhe
- Wörter

- Zahlen
- Menschen
- Schuhe
- Wörter
- ...

- Zahlen
- Menschen
- Schuhe
- Wörter
- ..
- nicht unbedingt zweckgebunden

- Zahlen
- Menschen
- Schuhe
- Wörter
- •
- nicht unbedingt zweckgebunden
- jedes Objekt maximal einmal in jeder Menge

Eine frei definierbare ungeordnete Sammlung von diskreten Objekten

- Zahlen
- Menschen
- Schuhe
- Wörter
- ...
- nicht unbedingt zweckgebunden
- jedes Objekt maximal einmal in jeder Menge

Das Wesentliche von heute in Partee u. a. (1990: Kapitel 1–4)

Mengendefinition  $\{\}$ , Elementstatus  $\in$ 

•  $M_1 = \{a, b, c\}$  (Menge von Buchstaben)

- $M_1 = \{a, b, c\}$  (Menge von Buchstaben)
- N<sub>1</sub> = {'my book'} (einelementige Menge, enthält eine NP)

- $M_1 = \{a, b, c\}$  (Menge von Buchstaben)
- N<sub>1</sub> = {'my book'} (einelementige Menge, enthält eine NP)
  - ▶ vs. N₂ = {my book} (einelementige Menge, enthält mein Buch)

- $M_1 = \{a, b, c\}$  (Menge von Buchstaben)
- N<sub>1</sub> = {'my book'} (einelementige Menge, enthält eine NP)
  - ▶ vs. N₂ = {my book} (einelementige Menge, enthält mein Buch)
  - vs. N₃ = {'my', 'book'} (Menge von Wörtern)

- $M_1 = \{a, b, c\}$  (Menge von Buchstaben)
- N<sub>1</sub> = {'my book'} (einelementige Menge, enthält eine NP)
  - ▶ vs.  $N_2 = \{my \ book\}$  (einelementige Menge, enthält mein Buch)
  - ▶ vs. N<sub>3</sub> = {'my', 'book'} (Menge von Wörtern)
- auch möglich: N<sub>4</sub> = {'my', book}

- $M_1 = \{a, b, c\}$  (Menge von Buchstaben)
- N<sub>1</sub> = {'my book'} (einelementige Menge, enthält eine NP)
  - ▶ vs.  $N_2 = \{my \ book\}$  (einelementige Menge, enthält mein Buch)
  - ▶ vs. N<sub>3</sub> = {'my', 'book'} (Menge von Wörtern)
- auch möglich: N<sub>4</sub> = {'my', book}
- definiert über eine Eigenschaft der Elemente (zwei Notationen):

```
M_2 = \{x: x \text{ is one of the first three letters of the alphabet}\}

M_2 = \{x | x \text{ is one of the first three letters of the alphabet}\}
```

## Mengendefinition $\{\}$ , Elementstatus $\in$

- $M_1 = \{a, b, c\}$  (Menge von Buchstaben)
- N<sub>1</sub> = {'my book'} (einelementige Menge, enthält eine NP)
  - ▶ vs. N₂ = {my book} (einelementige Menge, enthält mein Buch)
  - ▶ vs. N<sub>3</sub> = {'my', 'book'} (Menge von Wörtern)
- auch möglich: N<sub>4</sub> = {'my', book}
- definiert über eine Eigenschaft der Elemente (zwei Notationen):

```
M_2 = \{x: x \text{ is one of the first three letters of the alphabet}\}

M_2 = \{x | x \text{ is one of the first three letters of the alphabet}\}
```

U: die universelle Menge (alle Objekte)

Zwei Mengen mit exakt den gleichen Elementen sind identisch.

Zwei Mengen mit exakt den gleichen Elementen sind identisch.

•  $\{a,b,c\}$  =  $\{x:x \text{ is one of the first three letters of the alphabet}\}$ 

Zwei Mengen mit exakt den gleichen Elementen sind identisch.

- $\{a, b, c\}$  =  $\{x:x \text{ is one of the first three letters of the alphabet}\}$
- {x: x is human} = {x: x is from the Earth, a primate but not an ape}

Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält, das nicht auch in Menge M enthalten ist (umg. Obermenge).

Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält, das nicht auch in Menge M enthalten ist (umg. Obermenge).

Teilmenge oder Identität ⊆ Obermenge oder Identität ⊇

Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält, das nicht auch in Menge M enthalten ist (umg. Obermenge).

Teilmenge oder Identität  $\subseteq$  Obermenge oder Identität  $\supseteq$ 

•  $\{a\} \subseteq \{a,b,c\}$  und  $\{a,b,c\} \supseteq \{a\}$ 

Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält, das nicht auch in Menge M enthalten ist (umg. Obermenge).

Teilmenge oder Identität  $\subseteq$  Obermenge oder Identität  $\supseteq$ 

- $\{a\} \subseteq \{a,b,c\}$  und  $\{a,b,c\} \supseteq \{a\}$
- $\{a\} \subseteq \{a,b,c\}$  und  $\{a,b,c\} \supseteq \{a\}$

Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält, das nicht auch in Menge M enthalten ist (umg. Obermenge).

Teilmenge oder Identität ⊆ Obermenge oder Identität ⊇

- $\{a\} \subseteq \{a,b,c\}$  und  $\{a,b,c\} \supseteq \{a\}$
- $\{a\} \subseteq \{a,b,c\}$  und  $\{a,b,c\} \supseteq \{a\}$
- $\overline{ \bullet \{a,b,c\} \subseteq \{a,b,c\}}$

Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält, das nicht auch in Menge M enthalten ist (umg. Obermenge).

Teilmenge oder Identität  $\subseteq$  Obermenge oder Identität  $\supseteq$ 

- $\{a\} \subseteq \{a,b,c\}$  und  $\{a,b,c\} \supseteq \{a\}$
- $\{a\} \subseteq \{a,b,c\}$  und  $\{a,b,c\} \supseteq \{a\}$
- $\{a,b,c\}\subseteq\{a,b,c\}$
- $\{a,b,c,d\}\not\subseteq\{a,b,c\}$  und  $\{a,b,c\}\not\supseteq\{a,b,c,d\}$

Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält, das nicht auch in Menge M enthalten ist (umg. Obermenge).

Teilmenge oder Identität ⊆ Obermenge oder Identität ⊇

- $\{a\} \subseteq \{a,b,c\}$  und  $\{a,b,c\} \supseteq \{a\}$
- $\{a\} \subseteq \{a,b,c\}$  und  $\{a,b,c\} \supseteq \{a\}$
- $\{a,b,c\}\subseteq\{a,b,c\}$
- $\{a,b,c,d\}\not\subseteq\{a,b,c\}$  und  $\{a,b,c\}\not\supseteq\{a,b,c,d\}$
- $\{x: x \text{ is human}\}\subseteq \{x: \text{ is an ape}\}$

# Echte Teilmengen und Obermengen

## Echte Teilmengen und Obermengen

Echte Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält, das nicht auch in Menge M enthalten ist, und die nicht mit M identisch ist.

#### Echte Teilmengen und Obermengen

Echte Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält, das nicht auch in Menge M enthalten ist, und die nicht mit M identisch ist.

Echte Teilmenge ⊂ Echte Obermenge ⊃

#### Echte Teilmengen und Obermengen

Echte Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält, das nicht auch in Menge M enthalten ist, und die nicht mit M identisch ist.

Echte Teilmenge ⊂ Echte Obermenge ⊃

•  $\{a\}\subset\{a,b,c\}$  und  $\{a\}\subset\{a,b,c\}$ 

#### Echte Teilmengen und Obermengen

Echte Teilmenge | Eine Menge N, die kein Element enthält, das nicht auch in Menge M enthalten ist, und die nicht mit M identisch ist.

Echte Teilmenge ⊂ Echte Obermenge ⊃

- $\{a\}\subset\{a,b,c\}$  und  $\{a\}\subset\{a,b,c\}$
- $\{a,b,c\}\not\subset\{a,b,c\}$  aber  $\{a,b,c\}\subseteq\{a,b,c\}$

Achtung bei Mengen von Mengen

- Achtung bei Mengen von Mengen
  - $\blacktriangleright \{\{a\}\}\not\subset \{a,b,c\}$

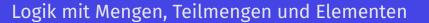
- Achtung bei Mengen von Mengen
  - ▶  $\{\{a\}\}\not\subset\{a,b,c\}$
  - $\blacktriangleright \{\{a\}\} \not\subseteq \{a,b,c\}$

- Achtung bei Mengen von Mengen
  - ▶  $\{\{a\}\}\not\subset\{a,b,c\}$
  - $\blacktriangleright$  {{a}} $\not\subseteq$ {a,b,c}
  - $\blacktriangleright \{\{a\}\} \not\in \{a,b,c\}$

- Achtung bei Mengen von Mengen
  - ►  $\{\{a\}\}\not\subset\{a,b,c\}$
  - $\blacktriangleright$  {{a}}} $\not\subseteq$ {a,b,c}
  - $\blacktriangleright \{\{a\}\} \not\in \{a,b,c\}$
- für leere Menge  $\{\}$  oder  $\emptyset$

- Achtung bei Mengen von Mengen
  - $\blacktriangleright \{\{a\}\}\not\subset \{a,b,c\}$
  - $\blacktriangleright \{\{a\}\} \not\subseteq \{a,b,c\}$
  - $\blacktriangleright \{\{a\}\} \not\in \{a,b,c\}$
- für leere Menge  $\{\}$  oder  $\emptyset$ 
  - $lackbox{\{}\}\subset j$ ede anderen Menge

- Achtung bei Mengen von Mengen
  - $\blacktriangleright \{\{a\}\}\not\subset \{a,b,c\}$
  - $\blacktriangleright \{\{a\}\} \not\subseteq \{a,b,c\}$
  - $\blacktriangleright \{\{a\}\} \not\in \{a,b,c\}$
- für leere Menge  $\{\}$  oder  $\emptyset$ 
  - ▶ {} ⊂ jede anderen Menge
  - **▶** {}∉{}



Logik mit Mengen

- Logik mit Mengen
  - Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.
     Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.

- Logik mit Mengen
  - Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.
     Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.
  - w = Herr Webelhuth
    E = {x: x is a professor of English Linguistics}
    H = {x: x is human}

- Logik mit Mengen
  - Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.
     Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.
  - w = Herr Webelhuth
     E = {x: x is a professor of English Linguistics}
     H = {x: x is human}
  - ▶ Aus  $w \in E$  und  $E \subset H$  folgt  $w \in H$

- Logik mit Mengen
  - Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.
     Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.
  - w = Herr Webelhuth
     E = {x: x is a professor of English Linguistics}
     H = {x: x is human}
  - ▶ Aus  $w \in E$  und  $E \subset H$  folgt  $w \in H$
- Aber

- Logik mit Mengen
  - Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.
     Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.
  - w = Herr Webelhuth
     E = {x: x is a professor of English Linguistics}
     H = {x: x is human}
  - ▶ Aus  $w \in E$  und  $E \subset H$  folgt  $w \in H$
- Aber
  - Die Anglistikprofessoren sind zahlreich.

- Logik mit Mengen
  - Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.
     Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.
  - w = Herr Webelhuth
    E = {x: x is a professor of English Linguistics}
    H = {x: x is human}
  - ▶ Aus  $w \in E$  und  $E \subset H$  folgt  $w \in H$
- Aber
  - Die Anglistikprofessoren sind zahlreich.
  - ▶  $N = \{x: x \text{ is a set with many members}\}$

- Logik mit Mengen
  - Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.
     Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.
  - w = Herr Webelhuth
    E = {x: x is a professor of English Linguistics}
    H = {x: x is human}
  - ▶ Aus  $w \in E$  und  $E \subset H$  folgt  $w \in H$
- Aber
  - Die Anglistikprofessoren sind zahlreich.
  - N = {x: x is a set with many members}
  - ▶ Aus  $w \in E$  und  $E \in N$  folgt nicht  $w \in N$

- Logik mit Mengen
  - Alle Anglistikprofessoren sind menschlich.
     Herr Webelhuth ist Anglistikprofessor.
  - w = Herr Webelhuth
    E = {x: x is a professor of English Linguistics}
    H = {x: x is human}
  - ▶ Aus  $w \in E$  und  $E \subset H$  folgt  $w \in H$
- Aber
  - Die Anglistikprofessoren sind zahlreich.
  - N = {x: x is a set with many members}
  - ▶ Aus  $w \in E$  und  $E \in N$  folgt nicht  $w \in N$
  - ▶ Vergleiche: \*Herr Webelhuth ist zahlreich.

Potenzmenge  $\wp(\cdot)$  | Für jede Menge M:  $\wp(M) = \{X : X \subseteq M\}$ 

Beispiel

- Beispiel
  - $M = \{a, b, c\}$

- Beispiel
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $\triangleright \wp(M) = \{\}$

- Beispiel
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $\wp(M) = \{\{a\}\}$

- Beispiel
  - ▶  $M = \{a, b, c\}$
  - $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}\}\}$

- Beispiel
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}\}\}$

- Beispiel
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}\}$

- Beispiel
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}\}\}$

- Beispiel
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}\}\}$

- Beispiel
  - $ightharpoonup M = \{a, b, c\}$
  - $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}\}$

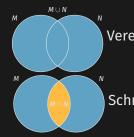
- Beispiel
  - ▶  $M = \{a, b, c\}$
  - $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, \{\}\}\}$

- Beispiel
  - ▶  $M = \{a, b, c\}$
  - $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, \{\}\}\}$
- Warum ist die leere Menge in der Potenzmenge jeder Menge?

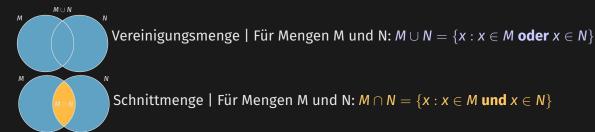
- Beispiel
  - ▶  $M = \{a, b, c\}$
  - $\wp(M) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}, \{\}\} \}$
- Warum ist die leere Menge in der Potenzmenge jeder Menge?
- Warum ist die leere Menge eine echte Teilmenge jeder Menge?



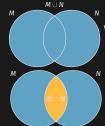
Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N:  $M \cup N = \{x : x \in M \text{ oder } x \in N\}$ 



Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N:  $M \cup N = \{x : x \in M \text{ oder } x \in N\}$ 

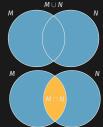


Beispiel Vereinigungsmenge



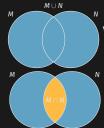
Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N:  $M \cup N = \{x : x \in M \text{ oder } x \in N\}$ 

- Beispiel Vereinigungsmenge
  - $M = \{a, b, c\}$



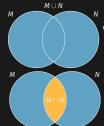
Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N:  $M \cup N = \{x : x \in M \text{ oder } x \in N\}$ 

- Beispiel Vereinigungsmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $\triangleright$   $N = \{a, b, d\}$



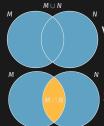
Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N:  $M \cup N = \{x : x \in M \text{ oder } x \in N\}$ 

- Beispiel Vereinigungsmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $\triangleright$   $N = \{a, b, d\}$
  - $\triangleright$   $M \cup N = \{a, b, c, d\}$



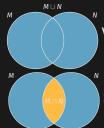
Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N:  $M \cup N = \{x : x \in M \text{ oder } x \in N\}$ 

- Beispiel Vereinigungsmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $\triangleright N = \{a, b, d\}$
  - $ightharpoonup M \cup \hat{N} = \{a, b, c, d\}$
- Beispiel Schnittmenge



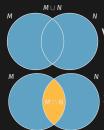
Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N:  $M \cup N = \{x : x \in M \text{ oder } x \in N\}$ 

- Beispiel Vereinigungsmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - ►  $N = \{a, b, d\}$
  - $\triangleright$   $M \cup N = \{a, b, c, d\}$
- Beispiel Schnittmenge
  - $M = \{a, b, c\}$



Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N:  $M \cup N = \{x : x \in M \text{ oder } x \in N\}$ 

- Beispiel Vereinigungsmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - ►  $N = \{a, b, d\}$
  - $ightharpoonup M \cup N = \{a, b, c, d\}$
- Beispiel Schnittmenge
  - ▶  $M = \{a, b, c\}$
  - ▶  $N = \{a, b\}$



Vereinigungsmenge | Für Mengen M und N:  $M \cup N = \{x : x \in M \text{ oder } x \in N\}$ 

- Beispiel Vereinigungsmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - $\triangleright$  N =  $\{a, b, d\}$
  - $\triangleright$   $M \cup N = \{a, b, c, d\}$
- Beispiel Schnittmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - ►  $N = \{a, b\}$
  - $ightharpoonup M \cap N = \{a, b\}$

$$\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}$$

$$\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}$$
$$\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}$$

```
\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}
```

• Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge

$$\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}$$
$$\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}$$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a,b\}, \{a,b,c\}\}$

```
\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}
```

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a,b\}, \{a,b,c\}\}$
  - $\triangleright \bigcup M = \{\}$

```
\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}
```

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
  - $\blacktriangleright \bigcup M = \{a\}$

$$\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}$$
$$\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}$$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
  - $\triangleright \bigcup M = \{a, b\}$

```
\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}
```

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a,b\}, \{a,b,c\}\}\}$
  - $\blacktriangleright \bigcup M = \{a, b, c\}$

$$\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}$$
$$\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}$$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a,b\}, \{a,b,c\}\}$
- Beispiel generalisierte Schnittmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a,b\}, \{a,b,c\}\}$

```
\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}
```

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a,b\}, \{a,b,c\}\}$
- Beispiel generalisierte Schnittmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a,b\}, \{a,b,c\}\}$

$$\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}$$
$$\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}$$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a,b\}, \{a,b,c\}\}$
- Beispiel generalisierte Schnittmenge
  - $ightharpoonup M = \{\{a\}, \{a,b\}, \{a,b,c\}\}\}$

```
\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}
```

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a,b\}, \{a,b,c\}\}$
- Beispiel generalisierte Schnittmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
  - $ightharpoonup \cap M = \{a\}$

$$\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}$$
$$\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}$$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a,b\}, \{a,b,c\}\}$
- Beispiel generalisierte Schnittmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a,b\}, \{a,b,c\}\}$

$$\bigcup M = \{x : x \in Y \text{ für irgendeine } Y \in M\}$$
$$\bigcap M = \{x : x \in Y \text{ für jede } Y \in M\}$$

- Beispiel generalisierte Vereinigungsmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a,b\}, \{a,b,c\}\}$
- Beispiel generalisierte Schnittmenge
  - $M = \{\{a\}, \{a,b\}, \{a,b,c\}\}$
  - $ightharpoonup \cap M = \{a\}$

Differenzmenge |  $M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$ 

Differenzmenge  $| M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$ Komplementmenge  $| M \setminus N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$ 

```
Differenzmenge | M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}
Komplementmenge | M \setminus N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}
```

Beispiel Differenzmenge

Differenzmenge  $\mid M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$ Komplementmenge  $\mid M \setminus N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$ 

- Beispiel Differenzmenge
  - $M = \{a, b, c\}$

Differenzmenge  $\mid M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$ Komplementmenge  $\mid M \setminus N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$ 

- Beispiel Differenzmenge
  - ▶  $M = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup N = \{a\}$

```
Differenzmenge \mid M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}
Komplementmenge \mid M \setminus N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}
```

- Beispiel Differenzmenge
  - ▶  $M = \{a, b, c\}$
  - ▶  $N = \{a\}$
  - ►  $M N = \{b, c\}$

Differenzmenge 
$$\mid M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$$
  
Komplementmenge  $\mid M \setminus N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$ 

- Beispiel Differenzmenge
  - $M = \{a, b, c\}$
  - ▶  $N = \{a\}$
  - ►  $M N = \{b, c\}$
- Beispiel Komplementmenge

Differenzmenge  $\mid M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$ Komplementmenge  $\mid M \setminus N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$ 

- Beispiel Differenzmenge
  - ▶  $M = \{a, b, c\}$
  - ▶  $N = \{a\}$
  - $M N = \{b, c\}$
- Beispiel Komplementmenge
  - $ightharpoonup O = \{a, b, c, k\}$

Differenzmenge  $\mid M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$ Komplementmenge  $\mid M \setminus N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$ 

- Beispiel Differenzmenge
  - ▶  $M = \{a, b, c\}$
  - ▶  $N = \{a\}$
  - $M N = \{b, c\}$
- Beispiel Komplementmenge
  - ▶  $O = \{a, b, c, k\}$
  - $M \setminus O = \{k\}$

# Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge  $\mid M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$ Komplementmenge  $\mid M \setminus N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$ 

- Beispiel Differenzmenge
  - ▶  $M = \{a, b, c\}$
  - $\triangleright$   $N = \{a\}$
  - $M N = \{b, c\}$
- Beispiel Komplementmenge
  - $ightharpoonup O = \{a, b, c, k\}$
  - $ightharpoonup M \setminus O = \{k\}$
- Universelles Komplement

# Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge  $\mid M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$ Komplementmenge  $\mid M \setminus N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$ 

- Beispiel Differenzmenge
  - ▶  $M = \{a, b, c\}$
  - $\triangleright$   $N = \{a\}$
  - $M N = \{b, c\}$
- Beispiel Komplementmenge
  - $ightharpoonup O = \{a, b, c, k\}$
  - $ightharpoonup M \setminus O = \{k\}$
- Universelles Komplement
  - die universelle Menge |  $U = \{x: x \text{ is an object}\}$

# Differenzmenge und Komplementmenge

Differenzmenge  $\mid M - N = \{x : x \in M \text{ and } x \notin N\}$ Komplementmenge  $\mid M \setminus N = \{x : x \in N \text{ and } x \notin M\}$ 

- Beispiel Differenzmenge
  - ▶  $M = \{a, b, c\}$
  - ▶  $N = \{a\}$
  - $M N = \{b, c\}$
- Beispiel Komplementmenge
  - $ightharpoonup O = \{a, b, c, k\}$
  - $ightharpoonup M \setminus O = \{k\}$
- Universelles Komplement
  - die universelle Menge |  $U = \{x: x \text{ is an object}\}$
  - $M' = \{x : x \in U \text{ and } x \not\in M\}$

# Triviale Identitäten

## Triviale Identitäten

```
Idempotenz
                          M \cup M
                                                        Μ
                          M \cap M
                                                        Μ
Kommutativität
                          M \cup N
                                                      N \cup M
                          M \cap N
                                                      N \cap M
Assoziativität
                                                  M \cup (N \cup O)
                       (M \cup N) \cup O
                                                  M \cap (N \cap O)
                       (M \cap N) \cap O
Distributivität
                       M \cup (N \cap O)
                                              (M \cup N) \cap (M \cup O)
```

#### Komplementgesetze

•  $M \cup \emptyset = M$ 

- $M \cup \emptyset = M$
- M'' = M

- $M \cup \emptyset = M$
- M'' = M
- $M \cap M' = \emptyset$

- $M \cup \emptyset = M$
- M'' = M
- $M \cap M' = \emptyset$
- $X \cap U = U$

#### Komplementgesetze

- $M \cup \emptyset = M$
- M'' = M
- $M \cap M' = \emptyset$
- $X \cap U = U$

### DeMorgan

#### Komplementgesetze

- $M \cup \emptyset = M$
- M'' = M
- $M \cap M' = \emptyset$
- $X \cap U = U$

### DeMorgan

 $\bullet \ (M \cup N)' = M' \cap X'$ 

### Komplementgesetze

- $M \cup \emptyset = M$
- M'' = M
- $M \cap M' = \emptyset$
- $X \cap U = U$

#### DeMorgan

- $(M \cup N)' = M' \cap X'$
- DeMorgan begegnet uns in der Logik wieder.



Mengen | ungeordnet  $\{a,b,c\} = \{a,c,b\} = \{b,a,c\} = \{b,c,a\} = \{c,a,b\} = \{c,b,a\}$ 

Mengen | ungeordnet  $\{a,b,c\} = \{a,c,b\} = \{b,a,c\} = \{b,c,a\} = \{c,a,b\} = \{c,b,a\}$ Tupel | dasselbe, aber geordnet  $\langle a,b\rangle \neq \langle b,a\rangle$ 

Mengen | ungeordnet  $\{a,b,c\} = \{a,c,b\} = \{b,a,c\} = \{b,c,a\} = \{c,a,b\} = \{c,b,a\}$ Tupel | dasselbe, aber geordnet  $\langle a,b\rangle \neq \langle b,a\rangle$ 

• tion ohne neues Primitiv |  $\langle a,b\rangle\stackrel{def}{=}\{\{a\},\{a,b\}\}$ 

```
Mengen | ungeordnet \{a,b,c\} = \{a,c,b\} = \{b,a,c\} = \{b,c,a\} = \{c,a,b\} = \{c,b,a\}
Tupel | dasselbe, aber geordnet \langle a,b\rangle \neq \langle b,a\rangle
```

- tion ohne neues Primitiv |  $\langle a,b\rangle \stackrel{def}{=} \{\{a\},\{a,b\}\}$
- Rekursive Anwendung |  $\langle a, b, c \rangle = ???$

```
Mengen | ungeordnet \{a,b,c\} = \{a,c,b\} = \{b,a,c\} = \{b,c,a\} = \{c,a,b\} = \{c,b,a\}
Tupel | dasselbe, aber geordnet \langle a,b\rangle \neq \langle b,a\rangle
```

- tion ohne neues Primitiv |  $\langle a,b\rangle \stackrel{def}{=} \{\{a\},\{a,b\}\}$
- Rekursive Anwendung  $|\langle a, b, c \rangle = ???$
- in  $\langle a, b \rangle$  | a erste und b zweite Koordinate

Mengen von Tupeln |  $\{ < a, b >, < a, c >, < b, c > \}$  usw.

Mengen von Tupeln |  $\{ < a, b >, < a, c >, < b, c > \}$  usw.

Mengen von Tupeln |  $\{< a, b>, < a, c>, < b, c>\}$  usw. Kartesisches Produkt |  $S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i\}$ 

• Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x,y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 

Mengen von Tupeln |  $\{\langle a,b \rangle, \langle a,c \rangle, \langle b,c \rangle\}$  usw.

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - $\triangleright \mathsf{S}_1 = \{\mathsf{a},\mathsf{b},\mathsf{c}\}$

Mengen von Tupeln |  $\{\langle a,b\rangle,\langle a,c\rangle,\overline{\langle b,c\rangle}\}$  usw.

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$

Mengen von Tupeln |  $\{\langle a,b\rangle,\langle a,c\rangle,\overline{\langle b,c\rangle}\}$  usw.

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $\blacktriangleright \mathsf{S}_1 \times \mathsf{S}_2 = \{\}$

Mengen von Tupeln |  $\{\langle a,b\rangle,\langle a,c\rangle,\overline{\langle b,c\rangle}\}$  usw.

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $ightharpoonup \mathsf{S}_1 \overline{\mathsf{S}_2 = \{\langle \mathbf{a}, 1 \rangle \}}$

Mengen von Tupeln |  $\{\langle a,b\rangle,\langle a,c\rangle,\overline{\langle b,c\rangle}\}$  usw.

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $ightharpoonup S_1 imes S_2 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle\}$

Mengen von Tupeln |  $\{\langle a,b \rangle, \langle a,c \rangle, \overline{\langle b,c \rangle}\}$  usw.

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - $ightharpoonup S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$

Mengen von Tupeln |  $\{\langle a,b\rangle,\langle a,c\rangle,\overline{\langle b,c\rangle}\}$  usw.

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $ightharpoonup S_1 imes S_2 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle\}$

Mengen von Tupeln |  $\{\langle a,b \rangle, \langle a,c \rangle, \overline{\langle b,c \rangle}\}$  usw.

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$

Mengen von Tupeln |  $\{\langle a,b \rangle, \langle a,c \rangle, \overline{\langle b,c \rangle}\}$  usw.

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $\blacktriangleright \mathsf{S}_1 \times \mathsf{S}_2 = \{\langle \mathbf{a}, 1 \rangle, \langle \mathbf{a}, 2 \rangle, \langle \mathbf{a}, 3 \rangle, \langle \mathbf{b}, 1 \rangle, \langle \mathbf{b}, 2 \rangle, \langle \mathbf{b}, 3 \rangle\}$

Mengen von Tupeln |  $\{\langle a,b\rangle,\langle a,c\rangle,\overline{\langle b,c\rangle}\}$  usw.

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $\blacktriangleright \mathsf{S}_1 \times \mathsf{S}_2 = \{ \langle \mathsf{a}, 1 \rangle, \langle \mathsf{a}, 2 \rangle, \langle \mathsf{a}, 3 \rangle, \langle \mathsf{b}, 1 \rangle, \langle \mathsf{b}, 2 \rangle, \langle \mathsf{b}, 3 \rangle, \langle \mathsf{c}, 1 \rangle \}$

Mengen von Tupeln |  $\{\langle a,b \rangle, \langle a,c \rangle, \overline{\langle b,c \rangle}\}$  usw.

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x,y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $\blacktriangleright \mathsf{S}_1 \times \mathsf{S}_2 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle\}$

Mengen von Tupeln |  $\{ < a, b >, < a, c >, < b, c > \}$  usw.

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $\blacktriangleright \mathsf{S}_1 \times \mathsf{S}_2 = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle \}$

Mengen von Tupeln  $\mid \{\langle a,b \rangle, \langle a,c \rangle, \overline{\langle b,c \rangle} \}$  usw.

Kartesisches Produkt | 
$$S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $\triangleright \mathsf{S}_1 \times \mathsf{S}_2 = \{ \langle \mathsf{a}, 1 \rangle, \langle \mathsf{a}, 2 \rangle, \langle \mathsf{a}, 3 \rangle, \langle \mathsf{b}, 1 \rangle, \langle \mathsf{b}, 2 \rangle, \langle \mathsf{b}, 3 \rangle, \langle \mathsf{c}, 1 \rangle, \langle \mathsf{c}, 2 \rangle, \langle \mathsf{c}, 3 \rangle \}$
  - ▶ Achtung |  $\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.

Mengen von Tupeln |  $\{\langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle\}$  usw.

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $\triangleright \mathsf{S}_1 \times \mathsf{S}_2 = \{ \langle \mathbf{a}, 1 \rangle, \langle \mathbf{a}, 2 \rangle, \langle \mathbf{a}, 3 \rangle, \langle \mathbf{b}, 1 \rangle, \langle \mathbf{b}, 2 \rangle, \langle \mathbf{b}, 3 \rangle, \langle \mathbf{c}, 1 \rangle, \langle \mathbf{c}, 2 \rangle, \langle \mathbf{c}, 3 \rangle \}$
  - ▶ Achtung |  $\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$

Mengen von Tupeln  $\mid \{ \langle a, \overline{b} \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$

  - ▶ Achtung  $|\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt |  $S^n = {\vec{s} : s_i \in S \text{ for } 1 \leq i \leq n}$

Mengen von Tupeln |  $\{\langle a, \overline{b} \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle\}$  usw.

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$

  - ▶ Achtung  $|\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt |  $S^n = {\vec{s} : s_i \in S \text{ for } 1 \le i \le n}$ 
  - $ightharpoonup S_1^2 = S_1 \times S_1 = \{\}$

Mengen von Tupeln |  $\{\langle a, \overline{b} \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle\}$  usw.

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $\blacktriangleright \mathsf{S}_1 \times \mathsf{S}_2 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle\}$
  - ▶ Achtung  $| \langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt |  $S^n = {\vec{s} : s_i \in S \text{ for } 1 \le i \le n}$ 
  - $\blacktriangleright \mathsf{S}_1^2 = \mathsf{S}_1 \times \mathsf{S}_1 = \{\langle \mathsf{a}, \mathsf{a} \rangle\}$

Mengen von Tupeln |  $\{\langle a, \overline{b} \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle\}$  usw.

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ►  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$

  - ▶ Achtung  $|\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt |  $S^n = {\vec{s} : s_i \in S \text{ for } 1 \le i \le n}$ 
  - $\blacktriangleright \mathsf{S}_1^2 = \mathsf{S}_1 \times \mathsf{S}_1 = \{\langle \mathsf{a}, \mathsf{a} \rangle, \langle \mathsf{a}, \mathsf{b} \rangle\}$

Mengen von Tupeln |  $\{\langle a, \overline{b} \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle\}$  usw.

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ►  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $\blacktriangleright \mathsf{S}_1 \times \mathsf{S}_2 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle\}$
  - ▶ Achtung  $| \langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt |  $S^n = {\vec{s} : s_i \in S \text{ for } 1 \le i \le n}$ 
  - $\blacktriangleright \mathsf{S}_1^2 = \mathsf{S}_1 \times \mathsf{S}_1 = \{\langle \mathsf{a}, \mathsf{a} \rangle, \langle \mathsf{a}, \mathsf{b} \rangle, \langle \mathsf{a}, \mathsf{c} \rangle\}$

Mengen von Tupeln |  $\{\langle a, \overline{b} \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle\}$  usw.

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ►  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$

  - ▶ Achtung  $|\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt |  $S^n = {\vec{s} : s_i \in S \text{ for } 1 \le i \le n}$

Mengen von Tupeln |  $\{\langle a, \overline{b} \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle\}$  usw.

Kartesisches Produkt | 
$$S_1 \times \cdots \times S_n = \{\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle : x_i \in S_i \}$$

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ►  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$

  - ▶ Achtung  $|\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt |  $S^n = {\vec{s} : s_i \in S \text{ for } 1 \le i \le n}$ 
  - $\blacktriangleright \mathsf{S}_1^2 = \mathsf{S}_1 \times \mathsf{S}_1 = \{\langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle\}$

Mengen von Tupeln |  $\{\langle a, \overline{b} \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle\}$  usw.

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ►  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$
  - $\blacktriangleright \mathsf{S}_1 \times \mathsf{S}_2 = \{\langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle\}$
  - ▶ Achtung  $|\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt |  $S^n = {\vec{s} : s_i \in S \text{ for } 1 \le i \le n}$ 
  - $\blacktriangleright \mathsf{S}_1^2 = \mathsf{S}_1 \times \mathsf{S}_1 = \{\langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle\}$

Mengen von Tupeln  $\mid \{ \langle a, \overline{b} \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ►  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$

  - ▶ Achtung  $|\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt |  $S^n = {\vec{s} : s_i \in S \text{ for } 1 \le i \le n}$ 
  - $\blacktriangleright \ \mathsf{S}_1^2 = \mathsf{S}_1 \times \mathsf{S}_1 = \{\langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, a \rangle\}$

Mengen von Tupeln  $\mid \{ \langle a, \overline{b} \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ►  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$

  - ▶ Achtung  $|\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt |  $S^n = {\vec{s} : s_i \in S \text{ for } 1 \le i \le n}$ 
  - $\blacktriangleright \mathsf{S}_1^2 = \mathsf{S}_1 \times \mathsf{S}_1 = \{\langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, a \rangle, \langle c, b \rangle\}$

Mengen von Tupeln  $\mid \{ \langle a, \overline{b} \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$  usw.

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$

  - ▶ Achtung  $|\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt  $| S^n = {\vec{s} : s_i \in S \text{ for } 1 \le i \le n}$ 
  - $> \mathsf{S}_1^2 = \mathsf{S}_1 \times \mathsf{S}_1 = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, a \rangle, \langle c, b \rangle, \langle c, c \rangle \}$

Mengen von Tupeln |  $\{\langle a, \overline{b} \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle\}$  usw.

- Für zwei Mengen |  $S_1 \times S_2 = \{\langle x, y \rangle | | x \in S_1 \text{ and } y \in S_2 \}$ 
  - ▶  $S_1 = \{a, b, c\}$
  - $ightharpoonup S_2 = \{1, 2, 3\}$

  - ▶ Achtung  $|\langle 1, a \rangle \notin S_1 \times S_2$  usw.
- Nomenklatur |  $\vec{x}$  für  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$
- n-faches Produkt |  $S^n = {\vec{s} : s_i \in S \text{ for } 1 \le i \le n}$ 
  - $> \mathsf{S}_1^2 = \mathsf{S}_1 \times \mathsf{S}_1 = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, a \rangle, \langle c, b \rangle, \langle c, c \rangle \}$

a sieht b, a wohnt im selben Stockwerk wie b, a macht b Vorwürfe, ...

• Notationen | Rab, aRb, R(a,b),  $R(\langle a,b\rangle)$ 

- Notationen | Rab, aRb, R(a,b),  $R(\langle a,b\rangle)$
- Definitionsmenge (domain) A |  $a \in A$

- Notationen | Rab, aRb, R(a,b),  $R(\langle a,b\rangle)$
- Definitionsmenge (domain) A |  $a \in A$
- Zielmenge, Wertemenge (range) B |  $b \in B$

- Notationen | Rab, aRb, R(a,b),  $R(\langle a,b\rangle)$
- Definitionsmenge (domain) A |  $a \in A$
- ullet Zielmenge, Wertemenge (range) B  $| \ b \in B$
- Zielmenge = Wertemenge A | R ist eine Relation in A.

- Notationen | Rab, aRb, R(a,b),  $R(\langle a,b\rangle)$
- Definitionsmenge (domain) A |  $a \in A$
- ullet Zielmenge, Wertemenge (range) B  $| \ b \in B$
- Zielmenge = Wertemenge A | R ist eine Relation in A.
- Relation R = eine Menge von Tupeln

- Notationen | Rab, aRb, R(a,b),  $R(\langle a,b\rangle)$
- Definitionsmenge (domain) A |  $a \in A$
- Zielmenge, Wertemenge (range) B |  $b \in B$
- Zielmenge = Wertemenge A | R ist eine Relation in A.
- Relation R = eine Menge von Tupeln
- $R \subseteq A \times B$

Komplement von R |  $R' = (A \times B) - R = R \setminus (A \times B) = \{ \langle a, b \rangle \notin R \}$  for  $R \subseteq A \times B$ 

Komplement von R |  $R' = (A \times B) - R = R \setminus (A \times B) = \{ \langle a, b \rangle \notin R \}$  for  $R \subseteq A \times B$  Umkehrung (inverse) von R |  $R^{-1} = \{ \langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R \}$  for  $R \subseteq A \times B$ 

Komplement von R | 
$$R' = (A \times B) - R = R \setminus (A \times B) = \{ \langle a, b \rangle \notin R \}$$
 for  $R \subseteq A \times B$  Umkehrung (inverse) von R |  $R^{-1} = \{ \langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R \}$  for  $R \subseteq A \times B$ 

Beispiel Komplement

Komplement von R | 
$$R' = (A \times B) - R = R \setminus (A \times B) = \{ \langle a, b \rangle \notin R \}$$
 for  $R \subseteq A \times B$  Umkehrung (inverse) von R |  $R^{-1} = \{ \langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R \}$  for  $R \subseteq A \times B$ 

- Beispiel Komplement
  - $ightharpoonup R \stackrel{def}{=} \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist Lehrer von b} \}$

Komplement von R | 
$$R' = (A \times B) - R = R \setminus (A \times B) = \{ \langle a, b \rangle \notin R \}$$
 for  $R \subseteq A \times B$  Umkehrung (inverse) von R |  $R^{-1} = \{ \langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R \}$  for  $R \subseteq A \times B$ 

- Beispiel Komplement
  - $ightharpoonup R \stackrel{def}{=} \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist Lehrer von b} \}$
  - ▶  $\langle$  Herr Webelhuth, Herr Schäfer $\rangle$   $\in$  R

Komplement von R | 
$$R' = (A \times B) - R = R \setminus (A \times B) = \{ \langle a, b \rangle \notin R \}$$
 for  $R \subseteq A \times B$  Umkehrung (inverse) von R |  $R^{-1} = \{ \langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R \}$  for  $R \subseteq A \times B$ 

- Beispiel Komplement
  - $ightharpoonup R \stackrel{def}{=} \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist Lehrer von b} \}$
  - ▶  $\langle \text{Herr Webelhuth}, \text{Herr Schäfer} \rangle \in R$
  - ▶  $R' = \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist nicht Lehrer von } b\}$

Komplement von R | 
$$R' = (A \times B) - R = R \setminus (A \times B) = \{ \langle a, b \rangle \notin R \}$$
 for  $R \subseteq A \times B$  Umkehrung (inverse) von R |  $R^{-1} = \{ \langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R \}$  for  $R \subseteq A \times B$ 

- Beispiel Komplement
  - $ightharpoonup R \stackrel{def}{=} \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist Lehrer von b} \}$
  - ▶  $\langle$  Herr Webelhuth, Herr Schäfer $\rangle$   $\in$  R
  - ▶  $R' = \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist nicht Lehrer von } b\}$
  - ≺Herr Webelhuth, Frau Klenk ≠ R,
     ⟨der Garten meiner Eltern, Frau Klenk ≠ R usw.

Komplement von R | 
$$R' = (A \times B) - R = R \setminus (A \times B) = \{ \langle a, b \rangle \notin R \}$$
 for  $R \subseteq A \times B$  Umkehrung (inverse) von R |  $R^{-1} = \{ \langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R \}$  for  $R \subseteq A \times B$ 

- Beispiel Komplement
  - $ightharpoonup R \stackrel{def}{=} \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist Lehrer von b} \}$
  - ▶  $\langle$  Herr Webelhuth, Herr Schäfer $\rangle \in R$
  - $ightharpoonup R' = \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist nicht Lehrer von } b\}$
  - ► ⟨Herr Webelhuth, Frau Klenk⟩ ∉ R, ⟨der Garten meiner Eltern, Frau Klenk⟩ ∉ R usw.
- Beispiel Umkehrung

Komplement von R | 
$$R' = (A \times B) - R = R \setminus (A \times B) = \{ \langle a, b \rangle \notin R \}$$
 for  $R \subseteq A \times B$  Umkehrung (inverse) von R |  $R^{-1} = \{ \langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R \}$  for  $R \subseteq A \times B$ 

- Beispiel Komplement
  - $ightharpoonup R \stackrel{def}{=} \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist Lehrer von b} \}$
  - ▶  $\langle$  Herr Webelhuth, Herr Schäfer $\rangle$   $\in$  R
  - $ightharpoonup R' = \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist nicht Lehrer von } b\}$
  - ► ⟨Herr Webelhuth, Frau Klenk⟩ ∉ R, ⟨der Garten meiner Eltern, Frau Klenk⟩ ∉ R usw.
- Beispiel Umkehrung

Komplement von R | 
$$R' = (A \times B) - R = R \setminus (A \times B) = \{ \langle a, b \rangle \notin R \}$$
 for  $R \subseteq A \times B$  Umkehrung (inverse) von R |  $R^{-1} = \{ \langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R \}$  for  $R \subseteq A \times B$ 

- Beispiel Komplement
  - $ightharpoonup R \stackrel{def}{=} \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist Lehrer von b} \}$
  - ▶  $\langle$  Herr Webelhuth, Herr Schäfer $\rangle$   $\in$  R
  - $ightharpoonup R' = \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist nicht Lehrer von } b\}$
  - ≺Herr Webelhuth, Frau Klenk ≠ R,
     ⟨der Garten meiner Eltern, Frau Klenk ≠ R usw.
- Beispiel Umkehrung
  - $ightharpoonup R^{-1} = \{\langle a,b \rangle : b \text{ ist Lehrer von } a\}$
  - $ightharpoonup = \{\langle a,b \rangle : a \text{ ist Schüler von } \}$

Komplement von R | 
$$R' = (A \times B) - R = R \setminus (A \times B) = \{ \langle a, b \rangle \notin R \}$$
 for  $R \subseteq A \times B$  Umkehrung (inverse) von R |  $R^{-1} = \{ \langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in R \}$  for  $R \subseteq A \times B$ 

- Beispiel Komplement
  - $ightharpoonup R \stackrel{def}{=} \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist Lehrer von b} \}$
  - ▶  $\langle$  Herr Webelhuth, Herr Schäfer $\rangle$   $\in$  R
  - $ightharpoonup R' = \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist nicht Lehrer von } b\}$
  - ≺Herr Webelhuth, Frau Klenk ≠ R,
     ⟨der Garten meiner Eltern, Frau Klenk ≠ R usw.
- Beispiel Umkehrung
  - $ightharpoonup R^{-1} = \{\langle a,b \rangle : b \text{ ist Lehrer von } a\}$
  - $ightharpoonup = \{\langle a, b \rangle : a \text{ ist Schüler von } \}$
  - $\langle \text{Herr Schäfer, Herr Webelhuth} \rangle \in R^{-1}$

# Funktionen

a hat Vater b, zugelassenes Auto a hat Kennzeichen b, b ist der Logarithmus von a, ...

a hat Vater b, zugelassenes Auto a hat Kennzeichen b, b ist der Logarithmus von a, ... Funktion  $f \mid$  eine Relation, sodass für jedes  $a \in A$  genau ein  $\langle a, b \rangle \in A \times B$  existiert

a hat Vater b, zugelassenes Auto a hat Kennzeichen b, b ist der Logarithmus von a, ... Funktion  $f \mid$  eine Relation, sodass für jedes  $a \in A$  genau ein  $\langle a, b \rangle \in A \times B$  existiert

• partielle Funktion | Funktion in  $A \times B$  sodass für mindestens ein  $a \in A$  kein  $\langle a, b \rangle \in A \times B$  existiert

a hat Vater b, zugelassenes Auto a hat Kennzeichen b, b ist der Logarithmus von a, ... Funktion  $f \mid$  eine Relation, sodass für jedes  $a \in A$  genau ein  $\langle a, b \rangle \in A \times B$  existiert

- partielle Funktion | Funktion in A × B sodass für mindestens ein a ∈ A kein ⟨a, b⟩ ∈ A × B existiert
- formal meistens  $| \bar{f} \subseteq A \times (B \cup \{\bot\}) \text{ mit } \bot \text{ als } undefiniert$

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor), a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor), a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor), a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

Funktionsverknüpfung (composition) | Für  $F_1 \subseteq A \times B$  und  $F_2 \subseteq A \times C$ :  $F_1 \circ F_2 \subseteq A \times C$ 

• farmor |  $F = Vater \circ Mutter$  und  $F \subseteq Menschen \times Frauen$ 

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor), a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

- farmor  $| F = Vater \circ Mutter$ und  $F \subseteq Menschen \times Frauen$ 
  - ightharpoonup Männer = {Ulrich Schäfer, Roland Schäfer, Jan Böhmermann,  $\cdots$ }

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor), a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

- farmor  $| F = Vater \circ Mutter$ und  $F \subseteq Menschen \times Frauen$ 
  - ightharpoonup Männer = {Ulrich Schäfer, Roland Schäfer, Jan Böhmermann,  $\cdots$ }
  - lacktriangle Frauen  $=\{$  Maria Schäfer, Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel,  $\cdots\}$

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor), a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

- farmor  $| F = Vater \circ Mutter$ und  $F \subseteq Menschen \times Frauen$ 
  - ightharpoonup Männer = {Ulrich Schäfer, Roland Schäfer, Jan Böhmermann,  $\cdots$ }
  - Frauen =  $\{$ Maria Schäfer, Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel,  $\cdots \}$
  - Menschen = Männer  $\cup$  Frauen

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor), a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

- farmor  $| F = Vater \circ Mutter$ und  $F \subseteq Menschen \times Frauen$ 
  - ightharpoonup Männer = {Ulrich Schäfer, Roland Schäfer, Jan Böhmermann,  $\cdots$ }
  - ▶ Frauen =  $\{Maria\ Schäfer, Frau\ Dr.\ Heide\ Rezepa-Zabel, \cdots\}$
  - ► Menschen = Männer ∪ Frauen
  - Vater ⊆ {⟨Roland Schäfer, Ulrich Schäfer⟩, ⟨Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel, Jan Böhmermann⟩, · · · }

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor), a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

- farmor  $| F = Vater \circ Mutter$ und  $F \subseteq Menschen \times Frauen$ 
  - ightharpoonup Männer = {Ulrich Schäfer, Roland Schäfer, Jan Böhmermann,  $\cdots$ }
  - Frauen =  $\{$ Maria Schäfer, Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel,  $\cdots \}$
  - ightharpoonup Menschen = Männer  $\cup$  Frauen
  - Vater ⊆ {⟨Roland Schäfer, Ulrich Schäfer⟩, ⟨Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel, Jan Böhmermann⟩, · · · }
  - Mutter ⊆ {⟨Ulrich Schäfer, Maria Schäfer⟩, ⟨Jan Böhmermann, Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel⟩, · · · }

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor), a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

- farmor  $| F = Vater \circ Mutter$ und  $F \subseteq Menschen \times Frauen$ 
  - ightharpoonup Männer = {Ulrich Schäfer, Roland Schäfer, Jan Böhmermann,  $\cdots$ }
  - ▶ Frauen =  $\{Maria\ Schäfer, Frau\ Dr.\ Heide\ Rezepa-Zabel, \cdots\}$
  - ► Menschen = Männer ∪ Frauen
  - Vater ⊆ {⟨Roland Schäfer, Ulrich Schäfer⟩, ⟨Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel, Jan Böhmermann⟩, · · · }
  - Mutter ⊆ {⟨Ulrich Schäfer, Maria Schäfer⟩, ⟨Jan Böhmermann, Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel⟩, · · · }
  - ► F(Roland Schäfer) = Vater ∘ Mutter(Roland Schäfer) = Maria Schäfer

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor), a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

- farmor  $| F = Vater \circ Mutter$ und  $F \subseteq Menschen \times Frauen$ 
  - ightharpoonup Männer = {Ulrich Schäfer, Roland Schäfer, Jan Böhmermann,  $\cdots$ }
  - ▶ Frauen =  $\{Maria\ Schäfer, Frau\ Dr.\ Heide\ Rezepa-Zabel, \cdots\}$
  - ► Menschen = Männer ∪ Frauen
  - Vater ⊆ {⟨Roland Schäfer, Ulrich Schäfer⟩, ⟨Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel, Jan Böhmermann⟩, · · · }
  - Mutter ⊆ {⟨Ulrich Schäfer, Maria Schäfer⟩, ⟨Jan Böhmermann, Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel⟩, · · · }
  - ► F(Roland Schäfer) = Vater ∘ Mutter(Roland Schäfer) = Maria Schäfer

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor), a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

- farmor  $| F = Vater \circ Mutter$ und  $F \subseteq Menschen \times Frauen$ 
  - ightharpoonup Männer = {Ulrich Schäfer, Roland Schäfer, Jan Böhmermann,  $\cdots$ }
  - ▶ Frauen =  $\{Maria\ Schäfer, Frau\ Dr.\ Heide\ Rezepa-Zabel, \cdots\}$
  - ► Menschen = Männer ∪ Frauen
  - Vater ⊆ {⟨Roland Schäfer, Ulrich Schäfer⟩, ⟨Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel, Jan Böhmermann⟩, · · · }
  - Mutter ⊆ {⟨Ulrich Schäfer, Maria Schäfer⟩, ⟨Jan Böhmermann, Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel⟩, · · · }
  - ► F(Roland Schäfer) = Vater ∘ Mutter(Roland Schäfer) = Maria Schäfer

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor), a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

- farmor  $| F = Vater \circ Mutter$ und  $F \subseteq Menschen \times Frauen$ 
  - ightharpoonup Männer = {Ulrich Schäfer, Roland Schäfer, Jan Böhmermann,  $\cdots$ }
  - ▶ Frauen =  $\{Maria\ Schäfer, Frau\ Dr.\ Heide\ Rezepa-Zabel, \cdots\}$
  - ► Menschen = Männer ∪ Frauen
  - Vater ⊆ {⟨Roland Schäfer, Ulrich Schäfer⟩, ⟨Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel, Jan Böhmermann⟩, · · · }
  - Mutter ⊆ {⟨Ulrich Schäfer, Maria Schäfer⟩, ⟨Jan Böhmermann, Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel⟩, · · · }
  - ► F(Roland Schäfer) = Vater ∘ Mutter(Roland Schäfer) = Maria Schäfer

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor), a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

- farmor  $| F = Vater \circ Mutter$ und  $F \subseteq Menschen \times Frauen$ 
  - ightharpoonup Männer = {Ulrich Schäfer, Roland Schäfer, Jan Böhmermann,  $\cdots$ }
  - ▶ Frauen =  $\{Maria\ Schäfer, Frau\ Dr.\ Heide\ Rezepa-Zabel, \cdots\}$
  - ► Menschen = Männer ∪ Frauen
  - Vater ⊆ {⟨Roland Schäfer, Ulrich Schäfer⟩, ⟨Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel, Jan Böhmermann⟩, · · · }
  - ► Mutter ⊆ {⟨Ulrich Schäfer, Maria Schäfer⟩, ⟨Jan Böhmermann, Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel⟩, · · · }
  - ► F(Roland Schäfer) = Vater ∘ Mutter(Roland Schäfer) = Maria Schäfer

b ist die Mutter des Vaters von a (schwed. farmor), a ist der Kehrwert des Logarithmus von b, ...

- farmor  $| F = Vater \circ Mutter$ und  $F \subseteq Menschen \times Frauen$ 
  - ightharpoonup Männer = {Ulrich Schäfer, Roland Schäfer, Jan Böhmermann,  $\cdots$ }
  - Frauen =  $\{Maria Schäfer, Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel, \cdots \}$
  - ► Menschen = Männer ∪ Frauen
  - Vater ⊆ {⟨Roland Schäfer, Ulrich Schäfer⟩, ⟨Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel, Jan Böhmermann⟩, · · · }
  - Mutter ⊆ {⟨Ulrich Schäfer, Maria Schäfer⟩, ⟨Jan Böhmermann, Frau Dr. Heide Rezepa-Zabel⟩, · · · }
  - ► F(Roland Schäfer) = Vater ∘ Mutter(Roland Schäfer) = Maria Schäfer



Eine Relation R in A ist ...

Eine Relation R in A ist ...

reflexiv gdw für **jedes**  $a \in A$ :  $\langle a, a \rangle \in R$  ist dasselbe Objekt wie

Eine Relation R in A ist ...

```
reflexiv gdw für jedes a \in A: \langle a, a \rangle \in R ist dasselbe Objekt wie irreflexiv gdw für jedes a \in A: \langle a, a \rangle \notin R ist Vater von
```

#### Eine Relation R in A ist ...

```
reflexiv gdw für jedes a \in A: \langle a, a \rangle \in R ist dasselbe Objekt wie irreflexiv gdw für jedes a \in A: \langle a, a \rangle \notin R ist Vater von nichtreflexiv gdw für ein a \in A: \langle a, a \rangle \notin R hat gesehen
```

# Symmetrie

# Symmetrie

Eine Relation R in A ist ...

## Symmetrie |

Eine Relation R in A ist ...

symmetrisch

 $\text{gdw} \quad \text{für jedes } \langle a,b \rangle \in \textit{R} : \langle b,a \rangle \in \textit{R}$ 

hat dasselbe Auto wie

## Symmetrie<sup>1</sup>

#### Eine Relation R in A ist ...

symmetrisch gdw für jedes  $\langle a,b\rangle \in R: \langle b,a\rangle \in R$  asymmetrisch gdw für jedes  $\langle a,b\rangle \in R: \langle b,a\rangle \not\in R$ 

hat dasselbe Auto wie hat ein anderes Auto als

## Symmetrie |

#### Eine Relation R in A ist ...

symmetrisch gdw für jedes  $\langle a,b \rangle \in R: \langle b,a \rangle \in R$  asymmetrisch gdw für jedes  $\langle a,b \rangle \in R: \langle b,a \rangle \not\in R$  nichtsymmetrisch gdw für ein  $\langle a,b \rangle \in R: \langle b,a \rangle \not\in R$ 

hat dasselbe Auto wie hat ein anderes Auto als ist Mutter von

## Symmetrie

#### Eine Relation R in A ist ...

symmetrisch asymmetrisch nichtsymmetrisch gdw für jedes  $\langle a, b \rangle \in R : \langle b, a \rangle \in R$ für jedes  $\langle a, b \rangle \in R : \langle b, a \rangle \notin R$ gdw gdw für ein  $\langle a, b \rangle \in R : \langle b, a \rangle \notin R$ gdw

für jedes  $\langle a, b \rangle \in R : \langle b, a \rangle \notin R$  oder a = b

hat dasselbe Auto wie hat ein anderes Auto als ist Mutter von

## Symmetrie |

#### Eine Relation R in A ist ...

symmetrisch asymmetrisch nichtsymmetrisch antisymmetrisch gdw für jedes  $\langle a,b\rangle \in R: \langle b,a\rangle \in R$ gdw für jedes  $\langle a,b\rangle \in R: \langle b,a\rangle \not\in R$ gdw für ein  $\langle a,b\rangle \in R: \langle b,a\rangle \not\in R$ gdw für jedes  $\langle a,b\rangle \in R: \langle b,a\rangle \not\in R$  oder a=b hat dasselbe Auto wie hat ein anderes Auto als ist Mutter von<sup>1</sup>

 $\leq$ 

<sup>1</sup> Wer hat *Dark* gesehen?

Eine Relation R in A ist ...

Eine Relation R in A ist ...

transitiv

gdw

 $\langle a,b\rangle\in R$  and  $\langle b,c\rangle\in R:\langle a,c\rangle\in R$  steht links von

Eine Relation R in A ist ...

transitiv gdw  $\langle a,b\rangle \in R$  and  $\langle b,c\rangle \in R: \langle a,c\rangle \in R$  steht links von nichttransitiv gdw das Obige stimmt manchmal nicht mag

#### Transitivität

Eine Relation R in A ist ...

transitiv gdw  $\langle a,b \rangle \in R$  and  $\langle b,c \rangle \in R: \langle a,c \rangle \in R$  steht links von nichttransitiv gdw das Obige stimmt manchmal nicht mag intransitiv gdw das Obige stimmt nie ist Mutter von

Wozu das Ganze?

#### Wozu das Ganze?

• Referenzsemantik und Einteilung der Welt in Mengen

#### Wozu das Ganze?

- Referenzsemantik und Einteilung der Welt in Mengen
- Ausdrücke, die auf Relationen und Funktionen referieren

#### Wozu das Ganze?

- Referenzsemantik und Einteilung der Welt in Mengen
- Ausdrücke, die auf Relationen und Funktionen referieren
- andere Grundlage: Logik, denn Sprache=Logik (irgendwie)

1 Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?

- 1 Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?

- Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
  - $\{a, b, d, e, f, g\}$
  - $\mathbf{O} = \{x: x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$

- Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
  - $\{a, b, d, e, f, g\}$
  - 2  $C = \{x: x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
  - $\bigcirc$  D =  $\{$ Böhmermann, Horst Lichter,  $\{\}\}$

- Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
  - $\bigcirc$  A = {a, b, d, e, f, g}
  - $O(x) = \{x: x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
  - $\bigcirc$  D =  $\{$ Böhmermann, Horst Lichter,  $\{\}\}$

- Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
  - $\bigcirc$  A = {a, b, d, e, f, g}
  - $O(x) = \{x: x \text{ ist in keiner Menge } enthalten \}$
  - $\bigcirc$  D =  $\{$ Böhmermann, Horst Lichter,  $\{\}\}$
  - $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
  - $\mathbf{5}$   $F = \{r: r \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$

- 1 Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
  - $\bigcirc$  A = {a, b, d, e, f, g}
  - $\bigcirc$  C = {x: x ist in keiner Menge enthalten}
  - $\bigcirc$  D =  $\{$ Böhmermann, Horst Lichter,  $\{\}\}$
  - $E = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
  - $\mathbf{5}$   $\mathbf{F} = \{\mathbf{r} : \mathbf{r} \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$
- 2 Sind folgende Aussagen korrekt?

- Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
  - $\bigcirc$  A = {a, b, d, e, f, g}
  - $\bigcirc$  C = {x: x ist in keiner Menge enthalten}
  - $\bigcirc$  D =  $\{$ Böhmermann, Horst Lichter,  $\{\}\}$
  - $A = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
  - $\mathbf{5}$   $\mathbf{F} = \{\mathbf{r} : \mathbf{r} \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$
- 2 Sind folgende Aussagen korrekt?
  - $\bigcirc$  {}  $\subseteq$  {blau, rot, gelb}

- Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
  - $\bigcirc$  A = {a, b, d, e, f, g}
  - $\bigcirc$  C = {x: x ist in keiner Menge enthalten}
  - $\bigcirc$  D = {Böhmermann, Horst Lichter, {}}
  - $\triangle$  E = {a, b, a, d, e, f, g}
  - $F = \{r: r \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$
- Sind folgende Aussagen korrekt?
  - {} ⊆ {blau, rot, gelb}
     {x : x ∈ A} = A

- Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
  - $\bigcirc$  A = {a, b, d, e, f, g}
  - $O(x) = \{x: x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
  - $\bigcirc$  D =  $\{$ Böhmermann, Horst Lichter,  $\{\}\}$
  - $A = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
  - $F = \{r: r \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$
- 2 Sind folgende Aussagen korrekt?

  - $\{$  Jan, Horst, Heide $\} \neq \{$  Horst, Jan, Heide $\}$

- Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
  - $\bigcirc$  A = {a, b, d, e, f, g}
  - $\bigcirc$  C = {x: x ist in keiner Menge enthalten}
  - $\bigcirc$  D =  $\{$ Böhmermann, Horst Lichter,  $\{\}\}$
  - $A = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
  - $F = \{r: r \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$
- 2 Sind folgende Aussagen korrekt?
  - $\bigcirc$  {}  $\subseteq$  {blau, rot, gelb}
  - 2  $\{x : x \in A\} = A$
  - $\{$  Jan, Horst, Heide $\} \neq \{$  Horst, Jan, Heide $\}$
  - Wenn  $A = \{x: x \text{ ist } ein \text{ Auto} \}$  und  $a \in A$  und außerdem
    - when  $A = \{x:x \text{ ist ein Auto}\}$  und  $a \in A$  und auserdem  $B = \{x:x \text{ ist eine Menge von Dingen, die die Umwelt belasten}\}$  und  $A \in B$ , dann folgt daraus  $a \in B$ .

- Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
  - $\bigcirc$  A = {a, b, d, e, f, g}
  - $\bigcirc$  C = {x: x ist in keiner Menge enthalten}
  - $\bigcirc$  D = {Böhmermann, Horst Lichter, {}}
  - $A = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
  - $f = \{r: r \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$
- 2 Sind folgende Aussagen korrekt?
  - $\bigcirc$  {}  $\subseteq$  {blau, rot, gelb}
  - 2  $\{x : x \in A\} = A$
  - $\{Jan, Horst, Heide\} \neq \{Horst, Jan, Heide\}$
  - Wenn  $A = \{x:x \text{ ist } ein \text{ Auto} \}$  und  $a \in A$  und außerdem  $B = \{x:x \text{ ist } eine \text{ Menge von Dingen, } die \text{ die Umwelt belasten} \}$  und  $A \in B$ , dann folgt daraus  $a \in B$ .
  - 5 Wenn  $A \subseteq B$  und  $B \subseteq A$ , dann folgt A = B.

- Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
  - $\bigcirc$  A = {a, b, d, e, f, g}
  - $\bigcirc$  C = {x: x ist in keiner Menge enthalten}
  - $\bigcirc$  D = {Böhmermann, Horst Lichter, {}}
  - $A = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
  - $f = \{r: r \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$
- 2 Sind folgende Aussagen korrekt?
  - $\bigcirc$  {}  $\subseteq$  {blau, rot, gelb}
  - 2  $\{x : x \in A\} = A$
  - $\{Jan, Horst, Heide\} \neq \{Horst, Jan, Heide\}$
  - Wenn  $A = \{x:x \text{ ist } ein \text{ Auto} \}$  und  $a \in A$  und außerdem  $B = \{x:x \text{ ist } eine \text{ Menge } von \text{ Dingen, } die \text{ die Umwelt belasten} \}$  und  $A \in B$ , dann folgt daraus  $a \in B$ .
  - ⑤ Wenn A  $\subseteq$  B und B  $\subseteq$  A, dann folgt A = B.
  - $\boxed{\textbf{6}}$  Wenn A  $\subset$  B und B  $\subset$  A, dann folgt A eq B.

- Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
  - $\bigcirc$  A = {a, b, d, e, f, g}
  - C = {x: x ist in keiner Menge enthalten}
  - $\bigcirc$  D = {Böhmermann, Horst Lichter, {}}
  - $A = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
  - $\mathbf{S} = \{\mathbf{r} : \mathbf{r} \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$
- 2 Sind folgende Aussagen korrekt?
  - $\bigcirc$  {}  $\subseteq$  {blau, rot, gelb}
  - 2  $\{x : x \in A\} = A$
  - $\{$  Jan, Horst, Heide $\} \neq \{$  Horst, Jan, Heide $\}$
  - Wenn  $A = \{x:x \text{ ist } ein \text{ Auto} \}$  und  $a \in A$  und außerdem  $B = \{x:x \text{ ist } eine \text{ Menge } von \text{ Dingen, } die \text{ die Umwelt belasten} \}$  und  $A \in B$ , dann folgt daraus  $a \in B$ .
  - 6 Wenn  $A \subseteq B$  und  $B \subseteq A$ , dann folgt A = B.
  - 6 Wenn  $A \subset B$  und  $B \subset A$ , dann folgt  $A \neq B$ .
  - *Wenn* a ∈ A und a ∈ B, dann folgt a ∈ A ∪ B.

- Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
  - $\bigcirc$  A = {a, b, d, e, f, g}
  - $\bigcirc$   $C = \{x: x \text{ ist in keiner Menge enthalten}\}$
  - $\bigcirc$  D = {Böhmermann, Horst Lichter, {}}
  - $A = \{a, b, a, d, e, f, g\}$
  - $\mathbf{S} = \{\mathbf{r} : \mathbf{r} \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$
- 2 Sind folgende Aussagen korrekt?
  - $\bigcirc$  {}  $\subseteq$  {blau, rot, gelb}
  - 2  $\{x : x \in A\} = A$
  - $\{\overline{Jan}, \overline{Horst}, \overline{Heide}\} \neq \{\overline{Horst}, \overline{Jan}, \overline{Heide}\}$
  - Wenn  $A = \{x:x \text{ ist } ein \text{ Auto} \}$  und  $a \in A$  und außerdem  $B = \{x:x \text{ ist } eine \text{ Menge } von \text{ Dingen, } die \text{ die Umwelt belasten} \}$  und  $A \in B$ , dann folgt daraus  $a \in B$ .
  - 6 Wenn  $A \subseteq B$  und  $B \subseteq A$ , dann folgt A = B.
  - **6** Wenn  $A \subset B$  und  $B \subset A$ , dann folgt  $A \neq B$ .
  - *¶* Wenn  $a \in A$  und  $a \in B$ , dann folgt  $a \in A \cup B$ .
  - 8 Wenn  $a \in A$  und  $a \in B$ , dann folgt  $a \in A \cap B$ .

- Sind folgende Mengendefinitionen zulässig?
  - $\bigcirc$  A = {a, b, d, e, f, q}
  - C = {x: x ist in keiner Menge enthalten}
  - $\bigcirc$  D =  $\{$ Böhmermann, Horst Lichter,  $\{\}\}$
  - $\triangle$  E = {a, b, a, d, e, f, g}
  - $F = \{r: r \text{ ist eine rationale Zahl}\} \cup \mathbb{N}$
- Sind folgende Aussagen korrekt?
  - $\{\}\subseteq\{blau,rot,gelb\}$
  - $\{x: x \in A\} = A$
  - $\{Jan, Horst, Heide\} \neq \{Horst, Jan, Heide\}$
  - Wenn  $A = \{x:x \text{ ist ein Auto}\}\$ und  $a \in A$  und außerdem  $B = \{x:x \text{ ist eine Menge von Dingen, die die Umwelt belasten}\}\ und\ A \in B$ , dann folgt daraus  $a \in B$ .
  - Wenn  $A \subseteq B$  und  $B \subseteq A$ , dann folgt A = B.
  - Wenn  $A \subset B$  und  $B \subset A$ , dann folgt  $A \neq B$ .
  - Wenn  $a \in A$  und  $a \in B$ , dann folgt  $a \in A \cup B$ .
  - Wenn  $a \in A$  und  $a \in B$ , dann folgt  $a \in A \cap B$ .
  - Wenn  $a \notin A$  und  $a \notin B$ , dann folgt  $a \in (A \cup B)'$ .

Beantworten Sie die folgenden Fragen.

- 3 Beantworten Sie die folgenden Fragen.
  - Was ist  $\wp\{Horst, Heide, Jan\}$ ?

- Beantworten Sie die folgenden Fragen.
  - **1** Was ist  $\wp\{Horst, Heide, Jan\}$ ?
  - Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 9.

- 3 Beantworten Sie die folgenden Fragen.
  - Was ist ℘{Horst, Heide, Jan}?
  - Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 9.
  - Stimmt es, dass {Horst, Heide} ⊂ ∩{{Tschernobyl, Harrisburg}, {Horst, Heide, Albert}, {Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima}}?

- Beantworten Sie die folgenden Fragen.
  - $\bigcirc$  Was ist  $\wp\{Horst, Heide, Jan\}$ ?
  - Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 9.
  - $\bigcirc$  Stimmt es, dass  $\{Horst, Heide\} \subset$ 
    - $\bigcap \{ \{ Tschernobyl, Harrisburg \}, \{ Horst, Heide, Albert \}, \{ Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima \} \} ?$
  - Stimmt es, dass {Heide, Harrisburg} ⊆ U{{Tschernobyl, Harrisburg}, {Horst, Heide, Albert}, {Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima}}?

- Beantworten Sie die folgenden Fragen.
  - Was ist ℘{Horst, Heide, Jan}?
  - Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 9.
  - Stimmt es, dass  $\{Horst, Heide\} \subset$ 
    - $\bigcap \{ \{ Tschernobyl, Harrisburg \}, \{ Horst, Heide, Albert \}, \{ Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima \} \} \}$
  - bigspace big
    - $\bigcup \{ \{ Tschernobyl, Harrisburg \}, \{ Horst, Heide, Albert \}, \{ Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima \} \} ?$
  - 5 Stimmt es für nicht-leere Mengen A und B, dass  $A \setminus B = B A$ ?

- Beantworten Sie die folgenden Fragen.
  - **(a)** Was ist  $\wp\{Horst, Heide, Jan\}$ ?
  - Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 9.
  - Stimmt es, dass {Horst, Heide} ⊂
    - $\bigcap \{\{\text{Tschernobyl}, \text{Harrisburg}\}, \{\text{Horst}, \text{Heide}, \text{Albert}\}, \{\text{Horst}, \text{Webelhuth}, \text{Heide}, \text{Fukushima}\}\}\}$
  - Stimmt es, dass {Heide, Harrisburg} ⊆
    [Interpolation of the property of the propert
    - $\bigcup \{ \{ Tschernobyl, Harrisburg \}, \{ Horst, Heide, Albert \}, \{ Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima \} \} \}$
  - 5 Stimmt es für nicht-leere Mengen A und B, dass  $A \setminus B = B A$ ?
  - Und für leere Mengen?

- Beantworten Sie die folgenden Fragen.
  - **(a)** Was ist  $\wp\{Horst, Heide, Jan\}$ ?
  - 2 Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 9.
  - Stimmt es, dass {Horst, Heide} ⊂
  - $\bigcap$ {{Tschernobyl, Harrisburg}, {Horst, Heide, Albert}, {Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima}}?

    Stimmt es, dass {Heide, Harrisburg}  $\subseteq$
  - [] | Stilling es, dass { Heide, Harrisburg} \( \) | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[ \] | \[
  - Stimmt es für nicht-leere Mengen A und B, dass  $A \setminus B = B A$ ?
  - 👩 Und für leere Mengen?
  - Vervollständigen Sie von Folie 15  $\langle a,b,c\rangle=???$  (Auflösen von Tupeln in Mengenschreibweise).

- Beantworten Sie die folgenden Fragen.
  - $\bigcirc$  Was ist  $\wp\{Horst, Heide, Jan\}?$
  - Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 9.
  - Stimmt es, dass  $\{Horst, Heide\} \subset$ 
    - $\bigcap_{i \in \{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}?}$
  - Stimmt es, dass {Heide, Harrisburg} ⊆
    [Interpretable | Harrisburg | Harr
    - $\bigcup$ {{Tschernobyl, Harrisburg}, {Horst, Heide, Albert}, {Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima}}?
  - 5 Stimmt es für nicht-leere Mengen A und B, dass  $A \setminus B = B A$ ?
  - 👩 Und für leere Mengen?
  - $m{7}$  Vervollständigen Sie von Folie 15  $\langle a,b,c \rangle = ???$  (Auflösen von Tupeln in Mengenschreibweise).
  - 8 Auch wenn es weh tut, dasselbe bitte für (a, b, c, d)!

- Beantworten Sie die folgenden Fragen.
  - $\bigcirc$  Was ist  $\wp\{Horst, Heide, Jan\}?$
  - 2 Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 9.
  - § Stimmt es, dass  $\{Horst, Heide\} \subset$
  - $\bigcap_{i \in \{\{Tschernobyl, Harrisburg\}, \{Horst, Heide, Albert\}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima\}\}?}$
  - Stimmt es, dass {Heide, Harrisburg} ⊆
     Horst Heide, Harrisburg | Chorst Heidel
     Horst Heidel
    - $\bigcup \{ \{ Tschernobyl, Harrisburg \}, \{ Horst, Heide, Albert \}, \{ Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima \} \} \}$
  - Stimmt es für nicht-leere Mengen A und B, dass  $A \setminus B = B A$ ?
  - Und für leere Mengen?
  - $m{7}$  Vervollständigen Sie von Folie 15  $\langle a,b,c \rangle = ???$  (Auflösen von Tupeln in Mengenschreibweise).
  - 8 Auch wenn es weh tut, dasselbe bitte für  $\langle a, b, c, d \rangle$ !
  - $\bigcirc$  Ist Folgendes korrekt:  $\langle Horst, Heide \rangle = \langle Heide, Horst \rangle$ ?

- Beantworten Sie die folgenden Fragen.
  - Was ist ℘{Horst, Heide, Jan}?
  - Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 9.
  - Stimmt es, dass  $\{Horst, Heide\} \subset$ 
    - $\bigcap \{ \{ Tschernobyl, Harrisburg \}, \{ Horst, Heide, Albert \}, \{ Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima \} \} ?$
  - Stimmt es, dass {Heide, Harrisburg} ⊆
    [Interpretable of the property of the propert
    - $\bigcup \{ \{ Tschernobyl, Harrisburg \}, \{ Horst, Heide, Albert \}, \{ Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima \} \} \}$
  - 5 Stimmt es für nicht-leere Mengen A und B, dass  $A \setminus B = B A$ ?
  - Und für leere Mengen?
  - Vervollständigen Sie von Folie 15  $\langle a,b,c \rangle = ???$  (Auflösen von Tupeln in Mengenschreibweise).
  - 8 Auch wenn es weh tut, dasselbe bitte für  $\langle a, b, c, d \rangle$ !
  - 9 Ist Folgendes korrekt:  $\langle Horst, Heide \rangle = \langle Heide, Horst \rangle$ ?
  - 10 Ist Folgendes korrekt:  $\{\langle Horst, Heide \rangle, \langle Jan, Albert \rangle\} = \{\langle Jan, Albert \rangle, \langle Horst, Heide \rangle\}$ ?

- Beantworten Sie die folgenden Fragen.
  - **(a)** Was ist  $\wp\{Horst, Heide, Jan\}$ ?
  - 2 Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 9.
  - Stimmt es, dass  $\{Horst, Heide\} \subset$ 
    - $\bigcap \{ \{ Tschernobyl, Harrisburg \}, \{ Horst, Heide, Albert \}, \{ Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima \} \} ?$
  - Stimmt es, dass {Heide, Harrisburg} ⊆
    [Interpolation of the property of the propert
    - $\bigcup \{ \{ Tschernobyl, Harrisburg \}, \{ Horst, Heide, Albert \}, \{ Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima \} \} \}$
  - Stimmt es für nicht-leere Mengen A und B, dass  $A \setminus B = B A$ ?
  - Und für leere Mengen?
  - **7** Vervollständigen Sie von Folie 15  $\langle a, b, c \rangle = ???$  (Auflösen von Tupeln in Mengenschreibweise).
  - 8 Auch wenn es weh tut, dasselbe bitte für  $\langle a, b, c, d \rangle$ !
  - 9 Ist Folgendes korrekt:  $\langle Horst, Heide \rangle = \langle Heide, Horst \rangle$ ?
  - $\bigcirc$  Ist Folgendes korrekt: {\langle Horst, Heide\rangle, \langle Jan, Albert\rangle} = {\langle Jan, Albert\rangle, \langle Horst, Heide\rangle}?
  - 1 Was muss der Fall sein, damit  $A \circ B = B \circ A$ ?

- Beantworten Sie die folgenden Fragen.
  - $\bigcirc$  Was ist  $\wp\{Horst, Heide, Jan\}?$
  - 2 Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 9.
  - $\bigcirc$  Stimmt es, dass {Horst, Heide}  $\subset$ 
    - $\bigcap \{ \{Tschernobyl, Harrisburg \}, \{Horst, Heide, Albert \}, \{Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima \} \} ?$
  - Stimmt es, dass {Heide, Harrisburg} ⊆
    [Interpolation of the property of the propert
    - $\bigcup \{ \{ Tschernobyl, Harrisburg \}, \{ Horst, Heide, Albert \}, \{ Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima \} \} ?$
  - 5 Stimmt es für nicht-leere Mengen A und B, dass  $A \setminus B = B A$ ?
  - Und für leere Mengen?
  - **//** Vervollständigen Sie von Folie 15  $\langle a, b, c \rangle = ???$  (Auflösen von Tupeln in Mengenschreibweise).
  - 8 Auch wenn es weh tut, dasselbe bitte für  $\langle a, b, c, d \rangle$ !
  - 9 Ist Folgendes korrekt:  $\langle Horst, Heide \rangle = \langle Heide, Horst \rangle$ ?
  - lacksquare Ist Folgendes korrekt:  $\{\langle Horst, Heide \rangle, \langle Jan, Albert \rangle\} = \{\langle Jan, Albert \rangle, \langle Horst, Heide \rangle\}$ ?
  - 1 Was muss der Fall sein, damit  $A \circ B = B \circ A$ ?
  - Finden Sie ein Beispiel für eine nicht-partielle Funktion von Dingen der realen Welt zu Dingen der realen Welt. Warum ist diese Funktion keine Relation? Finden Sie außerdem ein ähnliches Beispiel für eine partielle Funktion.

- Beantworten Sie die folgenden Fragen.
  - Was ist ℘{Horst, Heide, Jan}?
  - Beantworten Sie die beiden Fragen auf Folie 9.
  - § Stimmt es, dass  $\{Horst, Heide\} \subset$ 
    - $\bigcap \{ \{ Tschernobyl, Harrisburg \}, \{ Horst, Heide, Albert \}, \{ Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima \} \} ?$
  - Stimmt es, dass {Heide, Harrisburg} ⊆
    [Interpolation of the property of the propert
  - $\bigcup \{ \{ Tschernobyl, Harrisburg \}, \{ Horst, Heide, Albert \}, \{ Horst, Webelhuth, Heide, Fukushima \} \}?$
  - 5 Stimmt es für nicht-leere Mengen A und B, dass  $A \setminus B = B A$ ?
  - Und für leere Mengen?
  - **7** Vervollständigen Sie von Folie 15  $\langle a, b, c \rangle = ???$  (Auflösen von Tupeln in Mengenschreibweise).
  - 8 Auch wenn es weh tut, dasselbe bitte für  $\langle a, b, c, d \rangle$ !
  - 9 Ist Folgendes korrekt:  $\langle Horst, Heide \rangle = \langle Heide, Horst \rangle$ ?
  - $\bigcirc$  Ist Folgendes korrekt:  $\{\langle Horst, Heide \rangle, \langle Jan, Albert \rangle\} = \{\langle Jan, Albert \rangle, \langle Horst, Heide \rangle\}$ ?
  - 1 Was muss der Fall sein, damit  $A \circ B = B \circ A$ ?
  - Finden Sie ein Beispiel für eine nicht-partielle Funktion von Dingen der realen Welt zu Dingen der realen Welt. Warum ist diese Funktion keine Relation? Finden Sie außerdem ein ähnliches Beispiel für eine partielle Funktion.
  - Finden Sie je eine Relationen zwischen Dingen der realen Welt, die reflexiv, irreflexiv, nichtreflexiv, symmetrisch, asymmetrisch, nichtsymmetrisch, antisymmetrisch, transitiv, nichttransitiv und intransitiv ist. Die Relationen müssen nicht mit einem bestimmten natürlichsprachlichen Wort ausdrückbar sein (vergleiche viele der Beispiele auf den Folien). In einigen Fällen ist das recht schwierig. Versuchen Sie es ohne Google, ChatGPT usw., sonst bringt es Ihnen nichts.

#### Literatur I

Partee, Barbara, Alice ter Meulen & Robert E. Wall. 1990. Mathematical methods in linguistics. Dordrecht: Kluwer.

#### Autor

#### Kontakt

Prof. Dr. Roland Schäfer Institut für Germanistische Sprachwissenschaft Friedrich-Schiller-Universität Jena Fürstengraben 30 07743 Jena

https://rolandschaefer.netroland.schaefer@uni-jena.de

#### Lizenz

#### Creative Commons BY-SA-3.0-DE

Dieses Werk ist unter einer Creative Commons Lizenz vom Typ Namensnennung - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 3.0 Deutschland zugänglich. Um eine Kopie dieser Lizenz einzusehen, konsultieren Sie

http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/de/ oder wenden Sie sich brieflich an Creative Commons, Postfach 1866, Mountain View, California, 94042, USA.