

Formale Semantik

o6. Quantifikation und Modelltheorie

Roland Schäfer

Institut für Germanistische Sprachwissenschaft
Friedrich-Schiller-Universität Jena

Stets aktuelle Fassungen: <https://github.com/rsling/VL-Semantik>

- 1 Von Prädikatenlogik zu natürlicher Sprache
- 2 Modelltheorie
- 3 Quantifikation in natürlicher Sprache
- 4 Aufgaben

Wie modelliert man natürliche Sprache als Prädikatenlogik?

Wozu braucht man **Quantorenbewegung (LF)** in GB-Ansätzen?

Wie sieht eine ausbuchstabierte **Modelltheorie** aus?

Und wie werden Quantoren und Variablen modelltheoretisch interpretiert?

Text für heute: Chierchia & McConnell-Ginet (2000: Kapitel 3)

Von Prädikatenlogik zu natürlicher Sprache

Semantik von Fragment F1

- Namen referieren auf **spezifische Individuen**
- intransitive Verben referieren auf **Mengen von Individuen**
- mehrstellige Verben referieren auf Mengen von **Tupeln von Individuen**
- Sätze referieren auf **Wahrheitswerte!**
- F2 | Integration von Erkenntnissen aus Prädikatenlogik

Wie situationsabhängige Namen

This is red.

- Pronomen *this* | syntaktisch eine NP
- ... und referiert auf **ein spezifisches Objekt** (wie Namen)
keine Quantifikation bzw. Mengenreferenz
- Aber **nur in gegebener Situation interpretierbar**
Deixis, im Text auch Anaphorik
- Kein Äquivalent in klassischer Logik

Ähnlichkeit von Variablen und Pronominalausdrücken

- Rumpf einer quantifizierten Wff | Wff $P(x)$ aus Wff $(\forall x)Px$
- Ungebundenes x in $P(x)$ **ähnlich wie Pronominalbedeutung**

Externe Interpretationsvorschrift erforderlich

- Quantoren | Auswertungsalgorithmus
- Pronomina | Kontextuelle Auswertung

Belegung für x im gegebenen Kontext

Als Vorüberlegung | Prädikatenlogik als Phrasenstrukturgrammatik

$a \rightarrow \text{const}, \text{var}$ | Individuenausdrücke

$\text{conn} \rightarrow \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ | Funktoren

$\text{neg} \rightarrow \neg$ | Negation

$Q \rightarrow \exists, \forall$ | nur zwei Quantoren

$\text{pred}^1 \rightarrow P, Q$ | einstellige Prädikate

$\text{pred}^2 \rightarrow R$ | zweistellige Prädikate

$\text{pred}^3 \rightarrow S$ | dreistellige Prädikate

$\text{const} \rightarrow b, c$ | nur zwei Individuenkonstanten

$\text{var} \rightarrow x_1, x_2, \dots, x_n$ | beliebig viele Variablen

- Die Formalisierung ist äquivalent zur mengenbasierten von letzter Woche!

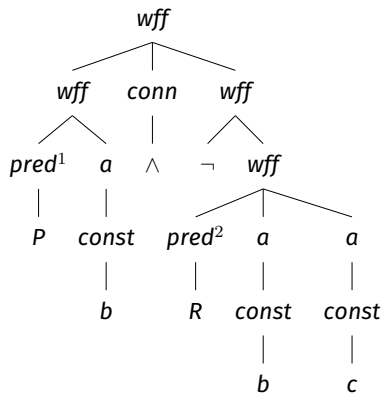
Wir nehmen eine **Prädikatsnotation ohne Klammern** | Px statt $P(x)$ usw.

- $wff \rightarrow pred^1 a_1 \dots a_n$ | n -stellige Prädikate und ihre Argumente
- $wff \rightarrow neg\ wff$ | Applikation von Negation auf Wffs
- $wff \rightarrow wff\ conn\ wff$ | Applikation von anderen Funktoren auf Wffs
- $wff \rightarrow Q\ var\ wff$ | Quantifikation

Eine Wff ohne Quantoren

Zum Beispiel: *Ben (b) paddelt (P) und (\wedge) Ben rudert (R) nicht (\neg) mit Chris (c).*

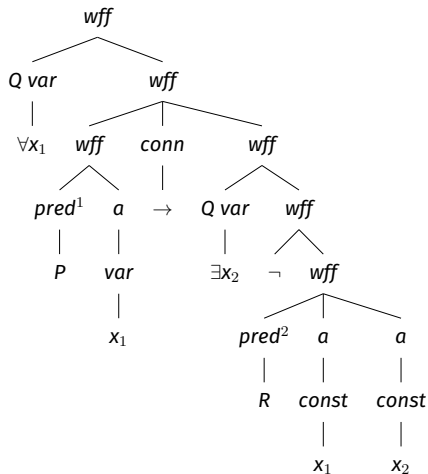
In PL: $Pb \wedge \neg Rbc$



Eine Wff mit Quantoren

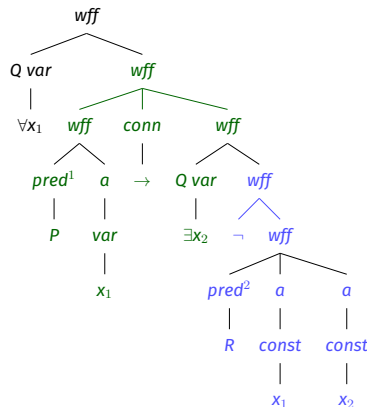
Zum Beispiel: *Als Paddler hat man immer jemanden, mit dem man nicht rudert.*

In PL: $\forall x_1 [Px_1 \rightarrow \exists x_2 \neg Px_1 x_2]$



Skopus in konfiguraler Logik-Syntax: c-Kommando

Variablen als **gebunden vom nächsten c-kommandierenden koindizierten Quantor**



Skopus/c-Kommando-Domäne von $\exists x_2$ | Skopus/c-Kommando-Domäne von $\forall x_1$ (zgl. derer von $\exists x_2$)

Modelltheorie

Ziel (zur Erinnerung) | T-Sätze der Form *S aus L ist wahr in v gdw ...*

- **Modell \mathcal{M}** | zugängliches Diskursuniversum (bzw. dessen Beschreibung)
- **Menge D_n** | Zugängliche Individuen (*domain*) in \mathcal{M}_n
- **Funktion V_n** | Valuation – Zuweisung von
 - ▶ Namen zu Individuen in \mathcal{M}_n
 - ▶ Predikaten zu Tupeln von Individuen
- $\mathcal{M}_n = \langle D_n, V_n \rangle$
- **Funktion g_n** | Zuweisung von Variablen zu Individuen in \mathcal{M}_n
- **Allgemeine Evaluation in \mathcal{M}_n** | $\llbracket \alpha \rrbracket^{\mathcal{M}_n, g_n}$
Lies: *Die Extension von Ausdruck α relativ zu \mathcal{M}_n und g_n*

Feste und variable Denotation

- V_n evaluiert **statisch** im Modell.

Wenn das Modell einmal feststeht, evaluiert V_n jede Konstante stets gleich.

- Variablen (gebunden durch Quantoren) werden **volatil interpretiert**.
- **Iteration** durch Universum D_n durch g_n
- Eine Modifikation der Belegung pro Iteration
 - ▶ Modifizierte *assignment function* $g_n[d_i/x_m]$
Lies: *relativ zu g_n , wobei die Referenz von Variable x_m auf Individuum d_i gesetzt wird*

Evaluation von Variablen

$D_1 = \{\text{Herr Weibelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Individuen in } \mathcal{M}_1$

$V_1(P) = \{\text{Herr Weibelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Prädikat } P \text{ (z. B. ist ein physikalisches Objekt) in } \mathcal{M}_1$

Evaluire $\llbracket \forall x_1 P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 1$ weil keiner Belegung $\llbracket P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$

- Initiale Belegung $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = \text{Herr Weibelhuth}$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow \text{Herr Weibelhuth} \\ x_2 \rightarrow \text{Herr Weibelhuth} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Weibelhuth} \end{bmatrix}$$

$$\llbracket P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 1$$

- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Klenk}/x_1]} = \text{Frau Klenk}$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow \text{Frau Klenk} \\ x_2 \rightarrow \text{Herr Weibelhuth} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Weibelhuth} \end{bmatrix}$$

$$\llbracket P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Klenk}/x_1]} = 1$$

- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = \text{Turm} - \text{Mensa}$

$$g_1 = \begin{bmatrix} x_1 \rightarrow \text{Turm} - \text{Mensa} \\ x_2 \rightarrow \text{Herr Weibelhuth} \\ x_3 \rightarrow \text{Herr Weibelhuth} \end{bmatrix}$$

$$\llbracket P x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Mensa}/x_1]} = 1$$

Evaluation mit zwei Variablen

$D_1 = \{\text{Herr Webelhuth}, \text{Frau Klenk}, \text{Turm} - \text{Mensa}\} \mid \text{Individuen in } \mathcal{M}_1$

$V_1(Q) = \{\langle \text{Webelhuth}, \text{Klenk} \rangle, \langle \text{Webelhuth}, \text{Mensa} \rangle, \langle \text{Klenk}, \text{Webelhuth} \rangle\} \mid \text{Prädikat } Q \text{ (z. B. } x \text{ besucht } y) \text{ in } \mathcal{M}_1$

Evaluere $\llbracket \forall x_1 \exists x_2 Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$ weil nicht für jede Belegung von x_1 mindestens einmal 1

- Initiale Belegung $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = \text{Frau Klenk}$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Klenk}/x_2]} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_2]} = 1$
- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = \text{Turm} - \text{Mensa}$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1]} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1, \text{Klenk}/x_2]} = 0$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Turm} - \text{Mensa}/x_1, \text{Webelhuth}/x_2]} = 0$
Abbruch!
- $\llbracket x_1 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_1]} = \text{Herr Webelhuth}$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_1]} = 1$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_1, \text{Klenk}/x_2]} = 1$
 - ▶ $\llbracket Qx_1x_2 \rrbracket^{\mathcal{M}_1, g_1 [\text{Webelhuth}/x_1, \text{Webelhuth}/x_2]} = 0$

Quantifikation in natürlicher Sprache

Wie quantifiziert *meist*?

- Kleineres Problem | \exists sowohl *mindestens ein* als auch *einige*
- Grundsätzliches Problem | *meist* (und andere)
 - Die meisten Patienten sind zufrieden.*
 - ▶ Hypothetischer Quantor W | $WxPx \rightarrow Zx$
Für die meisten Objekte gilt, dass sie zufrieden sind, wenn sie Patienten sind.
 - ▶ **Falsche Interpretation** | Domäne = $\llbracket P \rrbracket^{\mathcal{M}_1} \{x : x \text{ ist Patient}\}$, nicht D_1
- Korrekte Lösung | **Generalisierte Quantoren** (am Ende des Seminars)

In PL ist Skopus klar geregelt, in natürlicher Sprache nicht.

- c-Kommando für Skopus nicht adäquat
- Natürliche Sprache ohne **präfixe Normalform** (PNF), Quantor in situ
- Außerdem **Ambiguität = mehrere Lesarten**
 - ▶ *Everybody loves somebody.* (ELS)
 - ▶ $\forall x_1 \exists x_2 Lx_1 x_2$
 - ▶ $\exists x_2 \forall x_1 Lx_1 x_2$
- Für eine strukturelle Modellierung (c-Kommando) | **LF-Bewegung**
- Beispiele für andere Lösungen, mehr in Montagues lf-Tradition
 - ▶ **Cooper Storage** (implementiert in HPSG)
 - ▶ **Unterspezifikation** (implementiert in HPSG; kognitiv recht plausibel)
 - ▶ **Hypothetische Beweise** (implementiert in Kategorialgrammatik)

Relevante syntaktische Erweiterung zu F_1 | Quantifier Raising (QR) Rule

$$[_S X NP Y] \implies [_{S'} NP_i [_S X t_i Y]]$$

- Phrasenstruktur als Input und Output (= Skopus in Syntax, LF als Syntax)
- Koindizierung und Linksadjunktion an S beide Teil einer Regel
- Kein wesentlicher Unterschied, falls CP oder IP statt S
- Außerdem | $Det \rightarrow every, some$ and $NP \rightarrow Det N^{count}$
- Syntax-Problem | Völlig unnötig eine kontextsensitive Regel
- Semantik-Probleme bei Chierchia
 - ▶ Einführung syntaktischer Typen wird skizzenhaft (s. Montague)
 - ▶ Definition zulässiger Modelle unterschlagen (s. Montague)

$$\begin{aligned} \llbracket [\textit{every } \beta]_i S \rrbracket^{\mathcal{M},g} = 1 \text{ iff for all } d \in D : \\ \text{if } d \in \llbracket \beta \rrbracket^{\mathcal{M},g} \text{ then } \llbracket S \rrbracket^{\mathcal{M},g[u/t_i]} \end{aligned}$$

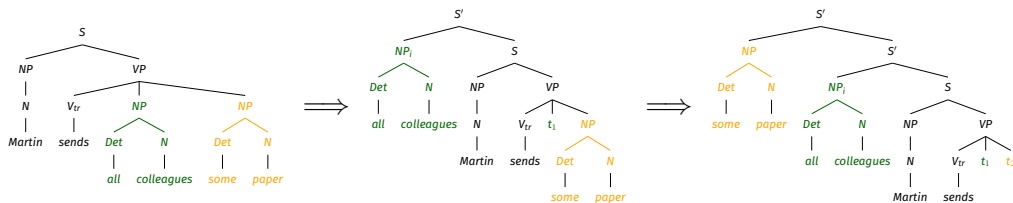
A sentence containing the trace t_i with an adjoined NP_i (which consists of *every* plus the common noun β) extend to 1 iff for each individual d in the universe D which is in the set referred to by the common noun β , S denotes 1 with d assigned to the pronominal trace t_i . g is modified iteratively to check that.

$$\begin{aligned} \llbracket [[a \beta]_i S] \rrbracket^{\mathcal{M},g} = 1 \text{ iff for some } u \in U : \\ u \in \llbracket \beta \rrbracket^{\mathcal{M},g} \text{ and } \llbracket S \rrbracket^{\mathcal{M},g[u/t_i]} \end{aligned}$$

Die Interpretation erfolgt nach ähnlichem Schema.

Martin sends all colleagues some paper.

This is the $\exists\forall$ reading:



Aufgaben

Erweitern Sie das Fragment D_1 des Deutschen aus Woche 2 zu D_2 , um folgende Sätze modellieren zu können. Das Fragment soll Quantorenanhebung als Transformationsregel beinhalten. Sie dürfen bei der Morphologie und der V2/VL-Syntax wieder „schummeln“ und so tun, als wäre Deutsch einfacher, als es ist. Geben Sie außerdem ein minimales Modell an, in dem mindestens einer der Sätze wahr und mindestens einer der Sätze falsch ist.

Wenn Sie den Unterschied zwischen *Linguistin* und *Linguist* berücksichtigen wollen, überlegen Sie wie das zugehörige Modell aussieht, und was sich eventuell an den Wahrheitswerten der Sätze ändert, wenn sie eins der beiden Wörter als „generisch“ annehmen.

- Ein Aktivist ist auch Linguist.
- Mindestens ein Mensch ist Linguist.
- Ein Aktivist läuft.
- Alle Linguisten laufen und eine Linguistin ist kreativ.

- 1 Überlegen Sie, wie die Auswertung einfacher quantifizierter Sätze mit der Zuweisungsfunktion g funktionieren müsste, wenn Quantoren mit den Interpretationen folgender natürlichsprachlicher Ausdrücke hinzugefügt würden:
 - ① *genau zwei*
 - ② *mindestens drei*
 - ③ *weniger als drei*
 - ④ *höchstens vier*
 - ⑤ *eine große Anzahl von*
 - ⑥ *einige* im Gegensatz zu *ein* bzw. *mindestens ein*
 - ⑦ *viel* wie in *viel Mehl*
 - ⑧ *500g* wie in *500g Mehl*
 - ⑨ *die wenigsten*
- 2 Überlegen Sie (ggf. über unser einfaches Quantifikationsmodell hinaus), was der Unterschied zwischen *alle* und *jeder* im Deutschen bzw. *each*, *every* und *all* im Englischen ist.
- 3 Was ist das Problem für den bisherigen Ansatz, wenn Sie quantifizierende Ausdrücke wie *einmal*, *öfters*, *ab und zu* usw. modellieren möchten.

Das Deutsche funktioniert etwas anders als das Englische, was Quantorenlesarten angeht. Denken Sie über die Quantoren-Lesarten folgender Sätze nach. Die Einbettung in das assertive Fragment dient nur dazu, Vorfeldeffekte auszuschalten.

- 1 *Alle Kollegen haben ein Buch gelesen.*
- 2 *Ein Buch haben alle Kollegen gelesen.*
- 3 *Zwei Kollegen sind mit drei Autos gefahren.*
- 4 *Mit drei Autos sind zwei Kollegen gefahren.*
- 5 *Zwei Kolleginnen haben allen Kollegen ein Buch gegeben.*
- 6 *Allen Kollegen haben zwei Kolleginnen ein Buch gegeben.*
- 7 *Ein Buch haben zwei Kolleginnen allen Kollegen gegeben.*
- 8 *Zwei Kolleginnen haben ein Buch allen Kollegen gegeben.*

Chierchia, Gennaro & Sally McConnell-Ginet. 2000. *Meaning and grammar: An introduction to semantics*. 2. Aufl. Cambridge, MA: MIT Press.

Kontakt

Prof. Dr. Roland Schäfer
Institut für Germanistische Sprachwissenschaft
Friedrich-Schiller-Universität Jena
Fürstengraben 30
07743 Jena

<https://rolandschaefer.net>
roland.schaefer@uni-jena.de

Creative Commons BY-SA-3.0-DE

Dieses Werk ist unter einer Creative Commons Lizenz vom Typ *Namensnennung - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 3.0 Deutschland* zugänglich. Um eine Kopie dieser Lizenz einzusehen, konsultieren Sie

<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/de/> oder wenden Sie sich brieflich an Creative Commons, Postfach 1866, Mountain View, California, 94042, USA.