Statistik o6. Nichtparametrische Verfahren

Roland Schäfer

Institut für Germanistische Sprachwissenschaft Friedrich-Schiller-Universität Jena

stets aktuelle Fassungen: https://github.com/rsling/VL-Statistik

Inhalt

- 1 Testverfahren für Zähldaten
 - Vierfelder-Unterschiedstest
 - Fisher-Exakt-Test
 - Effektstärke: Cramérs v

- Chancenverhältnis
- Binomialtest
- 2 Nächste Woche | Überblick

Zähldaten

Übersicht

• Unterschiede in Zähldaten

Übersicht

- Unterschiede in Zähldaten
- Signifikanz und Effektstärke

Übersicht

- Unterschiede in Zähldaten
- Signifikanz und Effektstärke
- Unterschiede bei Ja/Nein-Experimenten

Literatur

- Gravetter & Wallnau 2007
- Bortz & Lienert 2008

Kreuztabelle

Beobachtungen von zwei kategorialen Variablen. Auxiliarwahl beim Perfekt: haben, sein Herkunft des Belegs: nord, sued

Fall	Aux	Region
1	haben	nord
2	haben	nord
3	sein	nord
4	sein	sued
5	sein	sued
6	haben	nord
7	haben	sued
8	haben	sued

Kreuztabelle

Beobachtungen von zwei kategorialen Variablen. Auxiliarwahl beim Perfekt: haben, sein Herkunft des Belegs: nord, sued

Fall	Aux	Regio
1	haben	nord
2	haben	nord
3	sein	nord
4	sein	sued
5	sein	sued
6	haben	nord
7	haben	sued
8	haben	sued

	Aux		
Region	haben	sein	
nord	3	1	
sued	2	2	

	haben	sein	Zeilensummen
nord	3	1	
sued	2	2	
Spaltensummen			

	haben	sein	Zeilensummen
nord	3	1	4
sued	2	2	
Spaltensummen			

Spaltensumme für Spalte $i:\sum\limits_{k}x_{ik}$ Zeilensumme für Zeile $j:\sum\limits_{k}x_{kj}$

	haben	sein	Zeilensummen
nord	3	1	4
sued	2	2	4
Spaltensummen			

	haben	sein	Zeilensummen
nord	3	1	4
sued	2	2	4
Spaltensummen	5		

	haben	sein	Zeilensummen
nord	3	1	4
sued	2	2	4
Spaltensummen	5	3	

	haben	sein	Zeilensummen
nord	3	1	4
sued	2	2	4
Spaltensummen	5	3	8

n=100 50 mal *haben*, 50 mal *sein* (= Spaltensummen) 50 mal Norden, 50 mal Süden (= Zeilensummen)

	haben	sein	Zeilensummen
nord			50
sued			50
Spaltensummen	50	50	100

n=100 50 mal *haben*, 50 mal *sein* (= Spaltensummen) 50 mal Norden, 50 mal Süden (= Zeilensummen)

erwartete Häufigkeiten unter Annahme der NULL
 kein Zusammenhang zwischen Hilfsverb und Region?

	haben	sein	Zeilensummen
nord			50
sued			50
Spaltensummen	50	50	100

n=100 50 mal *haben*, 50 mal *sein* (= Spaltensummen) 50 mal Norden, 50 mal Süden (= Zeilensummen)

erwartete Häufigkeiten unter Annahme der NULL
 kein Zusammenhang zwischen Hilfsverb und Region?

	haben	sein	Zeilensummen
nord	25	25	50
sued	25	25	50
Spaltensummen	50	50	100

n=100 50 mal *haben*, 50 mal *sein* (= Spaltensummen) 30 mal Norden, 70 mal Süden (= Zeilensummen)

• erwartete Häufigkeiten unter Annahme der NULL?

	haben	sein	Zeilensummen
nord			
sued			
Spaltensummen			100

n=100 50 mal *haben*, 50 mal *sein* (= Spaltensummen) 30 mal Norden, 70 mal Süden (= Zeilensummen)

• erwartete Häufigkeiten unter Annahme der NULL?

	haben	sein	Zeilensummen
nord			30
sued			
Spaltensummen			100

n=100 50 mal *haben*, 50 mal *sein* (= Spaltensummen) 30 mal Norden, 70 mal Süden (= Zeilensummen)

• erwartete Häufigkeiten unter Annahme der NULL?

	haben	sein	Zeilensummen
nord			30
sued			70
Spaltensummen			100

n=100 50 mal *haben*, 50 mal *sein* (= Spaltensummen) 30 mal Norden, 70 mal Süden (= Zeilensummen)

• erwartete Häufigkeiten unter Annahme der NULL?

	haben	sein	Zeilensummen
nord			30
sued			70
Spaltensummen	50		100

n=100 50 mal *haben*, 50 mal *sein* (= Spaltensummen) 30 mal Norden, 70 mal Süden (= Zeilensummen)

• erwartete Häufigkeiten unter Annahme der NULL?

	haben	sein	Zeilensummen
nord			30
sued			70
Spaltensummen	50	50	100

n=100 50 mal *haben*, 50 mal *sein* (= Spaltensummen) 30 mal Norden, 70 mal Süden (= Zeilensummen)

• erwartete Häufigkeiten unter Annahme der NULL?

	haben	sein	Zeilensummen
nord	15		30
sued			70
Spaltensummen	50	50	100

n=100 50 mal *haben*, 50 mal *sein* (= Spaltensummen) 30 mal Norden, 70 mal Süden (= Zeilensummen)

• erwartete Häufigkeiten unter Annahme der NULL?

	haben	sein	Zeilensummen
nord	15	15	30
sued			70
Spaltensummen	50	50	100

n=100 50 mal *haben*, 50 mal *sein* (= Spaltensummen) 30 mal Norden, 70 mal Süden (= Zeilensummen)

• erwartete Häufigkeiten unter Annahme der NULL?

	haben	sein	Zeilensummen
nord	15	15	30
sued	35		70
Spaltensummen	50	50	100

n=100 50 mal *haben*, 50 mal *sein* (= Spaltensummen) 30 mal Norden, 70 mal Süden (= Zeilensummen)

• erwartete Häufigkeiten unter Annahme der NULL?

	haben	sein	Zeilensummen
nord	15	15	30
sued	35	35	70
Spaltensummen	50	50	100

n=100 30 mal Norden, 70 mal Süden 40 mal *haben*, 60 mal *sein*

	haben	sein	Zeilensummen
nord			30
sued			70
Spaltensummen	40	60	100

bzw.:
$$EH(x_{ij}) = \frac{\sum_{k} x_{ik} \cdot \sum_{k} x_{kj}}{n}$$

n=100 30 mal Norden, 70 mal Süden 40 mal *haben*, 60 mal *sein*

	haben	sein	Zeilensummen
nord	12		30
sued			70
Spaltensummen	40	60	100

bzw.:
$$EH(x_{ij}) = \frac{\sum_{k} x_{ik} \cdot \sum_{k} x_{kj}}{n}$$

n=100 30 mal Norden, 70 mal Süden 40 mal *haben*, 60 mal *sein*

	haben	sein	Zeilensummen
nord	12	18	30
sued			70
Spaltensummen	40	60	100

bzw.:
$$EH(x_{ij}) = \frac{\sum_{k} x_{ik} \cdot \sum_{k} x_{kj}}{n}$$

n=100 30 mal Norden, 70 mal Süden 40 mal *haben*, 60 mal *sein*

	haben	sein	Zeilensummen
nord	12	18	30
sued	28		70
Spaltensummen	40	60	100

bzw.:
$$EH(x_{ij}) = \frac{\sum_{k} x_{ik} \cdot \sum_{k} x_{kj}}{n}$$

n=100 30 mal Norden, 70 mal Süden 40 mal *haben*, 60 mal *sein*

	haben	sein	Zeilensummen
nord	12	18	30
sued	28	42	70
Spaltensummen	40	60	100

bzw.:
$$EH(x_{ij}) = \frac{\sum_{k} x_{ik} \cdot \sum_{k} x_{kj}}{n}$$

beobachtete Häufigkeiten für eine DeReKo-Stichprobe (geschwebt):

	haben	sein	Zeilensummen
nord	27	33	60
sued	3	34	37
Spaltensummen	30	67	97

beobachtete Häufigkeiten für eine DeReKo-Stichprobe (geschwebt):

	haben	sein	Zeilensummen
nord	27	33	60
sued	3	34	37
Spaltensummen	30	67	97

erwartete Häufigkeiten:

	haben	sein	Zeilensummen
nord			60
sued			37
Spaltensummen	30	67	97

beobachtete Häufigkeiten für eine DeReKo-Stichprobe (geschwebt):

	haben	sein	Zeilensummen
nord	27	33	60
sued	3	34	37
Spaltensummen	30	67	97

erwartete Häufigkeiten:

	haben	sein	Zeilensummen
nord	18.56	41.44	60
sued	11.44	25.56	37
Spaltensummen	30	67	97

Problem

• Beobachtete und erwartete Häufigkeit weichen ab.

- Beobachtete und erwartete Häufigkeit weichen ab.
- NULL: kein Zusammenhang zwischen Region und Aux.

- Beobachtete und erwartete Häufigkeit weichen ab.
- NULL: kein Zusammenhang zwischen Region und Aux.
- Ab wann ist der Unterschied "signifikant"?

- Beobachtete und erwartete Häufigkeit weichen ab.
- NULL: kein Zusammenhang zwischen Region und Aux.
- Ab wann ist der Unterschied "signifikant"?
- Ein gemessener Unterschied ist siginifikant, wenn er angesichts der Stichprobengröße groß genug ist, dass wir das im Experiment gefundene Ergenbis nur sehr selten (typischwerweise in unter 5% der Fälle) erwarten würden, wenn er gar nicht bestünde.

- Beobachtete und erwartete Häufigkeit weichen ab.
- NULL: kein Zusammenhang zwischen Region und Aux.
- Ab wann ist der Unterschied "signifikant"?
- Ein gemessener Unterschied ist siginifikant, wenn er angesichts der Stichprobengröße groß genug ist, dass wir das im Experiment gefundene Ergenbis nur sehr selten (typischwerweise in unter 5% der Fälle) erwarten würden, wenn er gar nicht bestünde.
- Diese 5% (als Anteil 0.05) sind das Signifikanzniveau.

- Beobachtete und erwartete Häufigkeit weichen ab.
- NULL: kein Zusammenhang zwischen Region und Aux.
- Ab wann ist der Unterschied "signifikant"?
- Ein gemessener Unterschied ist siginifikant, wenn er angesichts der Stichprobengröße groß genug ist, dass wir das im Experiment gefundene Ergenbis nur sehr selten (typischwerweise in unter 5% der Fälle) erwarten würden, wenn er gar nicht bestünde.
- Diese 5% (als Anteil 0.05) sind das Signifikanzniveau.
- In Fishers Philosophie abgekürzt Sig, nicht wie oft zu lesen "α-Niveau".

χ^2 -Unterschiedstest

beobachtet:

	haben	sein
nord	27	33
sued	3	34

	haben	sein
nord	18.56	41.44
sued	11.44	25.56

χ^2 -Unterschiedstest

beobachtet:

haben sein nord 27 33 sued 3 34

CI Wai tet.		
	haben	sein
nord	18.56	41.44
sued	11.44	25.56

$$\chi^2 = \sum \frac{(beobachtet-erwartet)^2}{erwartet}$$

χ^2 -Unterschiedstest

beobachtet:

	haben	sein
nord	27	33
sued	3	34

erwartet.		
	haben	sein
nord	18.56	41.44
sued	11.44	25.56

$$\chi^2 = \sum \frac{(beobachtet-erwartet)^2}{erwartet}$$

bzw.:
$$\chi^2 = \sum_{ij} \frac{(x_{ij} - EH(x_{ij}))^2}{EH(x_{ij})}$$

Berechnung des χ²-Werts

$$\chi^2 = \sum \frac{(beobachtet-erwartet)^2}{erwartet}$$

beobachtet:

	haben	sein
nord	27	33
sued	3	34

	haben	sein
nord	18.56	41.44
sued	11.44	25.56

$$\chi^2 = \sum \frac{(beobachtet-erwartet)^2}{erwartet}$$

beobachtet:

	haben	sein
nord	27	33
sued	3	34

	haben	sein
nord	18.56	41.44
sued	11.44	25.56

$$\chi^2 = \frac{(27-18.56)^2}{18.56}$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(beobachtet-erwartet)^2}{erwartet}$$

beobachtet:

	haben	sein
nord	27	33
sued	3	34

	haben	sein
nord	18.56	41.44
sued	11.44	25.56

$$\chi^2 = \frac{(27-18.56)^2}{18.56} + \frac{(33-41.44)^2}{41.44}$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(beobachtet-erwartet)^2}{erwartet}$$

beobachtet:

	haben	sein
nord	27	33
sued	3	34

	haben	sein
nord	18.56	41.44
sued	11.44	25.56

$$\chi^2 = \frac{(27-18.56)^2}{18.56} + \frac{(33-41.44)^2}{41.44} + \frac{(3-11.44)^2}{11.44}$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(beobachtet-erwartet)^2}{erwartet}$$

beobachtet:

	haben	sein
nord	27	33
sued	3	34

	haben	sein
nord	18.56	41.44
sued	11.44	25.56

$$\chi^2 = \frac{(27-18.56)^2}{18.56} + \frac{(33-41.44)^2}{41.44} + \frac{(3-11.44)^2}{11.44} + \frac{(34-25.56)^2}{25.56}$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(beobachtet-erwartet)^2}{erwartet}$$

beobachtet:

	haben	sein
nord	27	33
sued	3	34

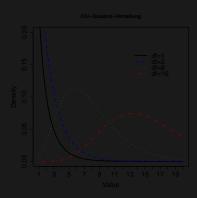
	haben	sein
nord	18.56	41.44
sued	11.44	25.56

$$\chi^2 = \frac{(27-18.56)^2}{18.56} + \frac{(33-41.44)^2}{41.44} + \frac{(3-11.44)^2}{11.44} + \frac{(34-25.56)^2}{25.56}$$

$$\chi^2 = 3.84 + 1.72 + 6.23 + 2.79 = 14.58$$

Die χ^2 -Verteilung

Die χ^2 -Verteilung für Stichproben aus Grundgesamtheiten ohne Zusammenhang:



Freiheitsgrad?

Was sind "Freiheitsgrade" oder degrees of freedom (df)?

• Das kommt später noch ausführlicher.

Freiheitsgrad?

Was sind "Freiheitsgrade" oder degrees of freedom (df)?

- Das kommt später noch ausführlicher.
- Für n-Felder-Tests: (Zeilenzahl-1)·(Spaltenzahl-1)

Freiheitsgrad?

Was sind "Freiheitsgrade" oder degrees of freedom (df)?

- Das kommt später noch ausführlicher.
- Für n-Felder-Tests: (Zeilenzahl-1) (Spaltenzahl-1)
- Bei Vierfelder-Test also: df = 1

Wahrscheinlichkeit eines bestimmten χ²-Werts unter Annahme der Null?
 VOR dem Experiment! Nach dem Experiment ist die Wahrscheinlichkeit des gemessenen p-Werts immer 1.

- Wahrscheinlichkeit eines bestimmten χ²-Werts unter Annahme der Null?
 VOR dem Experiment! Nach dem Experiment ist die Wahrscheinlichkeit des gemessenen p-Werts immer 1.
- In Fishers Philosophie Entscheidung nach Signifikanzniveau (SIG): Der χ^2 -Wert muss in den extremen SIG-Anteilen liegen, um die NULL zu SIG zurückzuweisen.

- Wahrscheinlichkeit eines bestimmten χ²-Werts unter Annahme der Null?
 VOR dem Experiment! Nach dem Experiment ist die Wahrscheinlichkeit des gemessenen p-Werts immer 1.
- In Fishers Philosophie Entscheidung nach Signifikanzniveau (SIG): Der χ^2 -Wert muss in den extremen SIG-Anteilen liegen, um die NULL zu SIG zurückzuweisen.

- Wahrscheinlichkeit eines bestimmten χ²-Werts unter Annahme der Null?
 VOR dem Experiment! Nach dem Experiment ist die Wahrscheinlichkeit des gemessenen p-Werts immer 1.
- In Fishers Philosophie Entscheidung nach Signifikanzniveau (SIG): Der χ^2 -Wert muss in den extremen SIG-Anteilen liegen, um die NULL zu SIG zurückzuweisen.

In R ähnlich wie bei Normalverteilung: $> qchisq(0.95, df=1) \Rightarrow 3.84$

- Wahrscheinlichkeit eines bestimmten χ²-Werts unter Annahme der Null?
 VOR dem Experiment! Nach dem Experiment ist die Wahrscheinlichkeit des gemessenen p-Werts immer 1.
- In Fishers Philosophie Entscheidung nach Signifikanzniveau (SIG): Der χ^2 -Wert muss in den extremen SIG-Anteilen liegen, um die NULL zu SIG zurückzuweisen.

• Also ist für χ^2 = 14.58 auf jeden Fall p < 0.05 (weil 14.58 > 3.84).

• Oft liest man etwas von " α -Niveaus" wie:

- Oft liest man etwas von " α -Niveaus" wie:
 - ▶ 5% ("signifikant")

- Oft liest man etwas von " α -Niveaus" wie:
 - ▶ 5% ("signifikant")
 - **1**%

- Oft liest man etwas von " α -Niveaus" wie:
 - ► 5% ("signifikant")
 - **1**%
 - o.1% ("hochsignifikant")

- Oft liest man etwas von " α -Niveaus" wie:
 - ▶ 5% ("signifikant")
 - **1**%
 - 0.1% ("hochsignifikant")
- Diese Niveaus entsprechen einem falsch interpretierten SIG.

- Oft liest man etwas von " α -Niveaus" wie:
 - ▶ 5% ("signifikant")
 - **1**%
- 0.1% ("hochsignifikant")
- Diese Niveaus entsprechen einem falsch interpretierten SIG.
- Die Idee von "mehr oder weniger signifikant" ist kompletter Schwachsinn.

- Oft liest man etwas von " α -Niveaus" wie:
 - 5% ("signifikant")
 - **1**%
- 0.1% ("hochsignifikant")
- Diese Niveaus entsprechen einem falsch interpretierten Sig.
- Die Idee von "mehr oder weniger signifikant" ist kompletter Schwachsinn.
- Entweder ist das gesetzte Niveau akzeptabel, und dann bringt ein kleineres p aber auch nicht mehr.

- Oft liest man etwas von " α -Niveaus" wie:
 - 5% ("signifikant")
 - **1**%
 - 0.1% ("hochsignifikant")
- Diese Niveaus entsprechen einem falsch interpretierten Sig.
- Die Idee von "mehr oder weniger signifikant" ist kompletter Schwachsinn.
- Entweder ist das gesetzte Niveau akzeptabel, und dann bringt ein kleineres p aber auch nicht mehr.
- Oder es müsste eigtl. ein strengeres Sig-Niveau gewählt werden, und dann ist p < 0.05 schlicht nicht ausreichend (s. Fishers Sensitivität).

- Oft liest man etwas von " α -Niveaus" wie:
 - 5% ("signifikant")
 - **1**%
 - 0.1% ("hochsignifikant")
- Diese Niveaus entsprechen einem falsch interpretierten Sig.
- Die Idee von "mehr oder weniger signifikant" ist kompletter Schwachsinn.
- Entweder ist das gesetzte Niveau akzeptabel, und dann bringt ein kleineres p aber auch nicht mehr.
- Oder es müsste eigtl. ein strengeres SIG-Niveau gewählt werden, und dann ist p < 0.05 schlicht nicht ausreichend (s. Fishers Sensitivität).
- Die Entscheidung für ein bestimmtes Sig-Niveau muss auf Basis konzeptueller/inhaltlicher Gründe gefällt werden.

- Oft liest man etwas von " α -Niveaus" wie:
 - ► 5% ("signifikant")
 - **1**%
- 0.1% ("hochsignifikant")
- Diese Niveaus entsprechen einem falsch interpretierten Sig.
- Die Idee von "mehr oder weniger signifikant" ist kompletter Schwachsinn.
- Entweder ist das gesetzte Niveau akzeptabel, und dann bringt ein kleineres p aber auch nicht mehr.
- Oder es müsste eigtl. ein strengeres Sig-Niveau gewählt werden, und dann ist p < 0.05 schlicht nicht ausreichend (s. Fishers Sensitivität).
- Die Entscheidung für ein bestimmtes Sig-Niveau muss auf Basis konzeptueller/inhaltlicher Gründe gefällt werden.
- EIN signifikantes Testergebnis alleine sagt nicht viel aus!!!

Voraussetzungen für χ²-Tests

🔞 Die Beoabachtungen sind voneinander unabhängig.

Voraussetzungen für χ²-Tests

- Die Beoabachtungen sind voneinander unabhängig.
- In jeder Zelle ist die erwartete Häufigkeit mindestens 5.

Voraussetzungen für χ²-Tests

- Die Beoabachtungen sind voneinander unabhängig.
- In jeder Zelle ist die erwartete Häufigkeit mindestens 5.
- Keine Beschränkung auf vier Felder!

Mit einer Matrix my.matrix:

> chisq.test(my.matrix)

Eingabe einer einfachen Vierfeldermatrix:

> my.matrix <- matrix(c(27,33,3,34), 2, 2, byrow=TRUE)

Ausgeben der erwarteten Häufigkeiten:

> chisq.test(my.matrix)\$expected

Der Fisher-Exakt-Test ist eine Alternative zum χ^2 -Test.

• exakter Test: direkte Berechnung der Wahrscheinlichkeit

Der Fisher-Exakt-Test ist eine Alternative zum χ^2 -Test.

- exakter Test: direkte Berechnung der Wahrscheinlichkeit
- keine allgemein bessere Alternative zu χ^2

Der Fisher-Exakt-Test ist eine Alternative zum χ^2 -Test.

- exakter Test: direkte Berechnung der Wahrscheinlichkeit
- keine allgemein bessere Alternative zu χ^2
- robuster bei sehr kleinen Stichproben

Der Fisher-Exakt-Test ist eine Alternative zum χ^2 -Test.

- exakter Test: direkte Berechnung der Wahrscheinlichkeit
- keine allgemein bessere Alternative zu χ²
- robuster bei sehr kleinen Stichproben
- aber nur für feststehende Randsummen geeignet!

Fisher-Exakt in R:

- > fisher.test(my.matrix)
- > fisher.test(my.vector.1, my.vector.2)

Der Fisher-Exakt-Test ist eine Alternative zum χ^2 -Test.

- exakter Test: direkte Berechnung der Wahrscheinlichkeit
- keine allgemein bessere Alternative zu χ^2
- robuster bei sehr kleinen Stichproben
- aber nur für feststehende Randsummen geeignet!
- ohne feste Randsummen: Barnards Test

Fisher-Exakt in R:

- > fisher.test(my.matrix)
- > fisher.test(my.vector.1, my.vector.2)

Der χ^2 -Wert sagt nichts über die Stärke eines Zusammenhangs!

	haben	sein	
nord	27	33	$\chi^2 =$
sued	3	34	

	haben	sein	
nord	54	66	$\chi^2 =$
sued	6	68	

	haben	sein	
nord	27	33	$\chi^2 =$
sued	3	34	

	haben	sein	
nord	54	66	$\chi^2 =$
sued	6	68	

	haben	sein	
nord	27	33	$\chi^2 =$
sued	3	34	

	haben	sein	
nord	54	66	$\chi^2 =$
sued	6	68	

	haben	sein	
nord	27	33	χ^2 = 12,89
sued	3	34	

	haben	sein	
nord	54	66	$\chi^2 =$
sued	6	68	

	haben	sein	
nord	27	33	χ^2 = 12,89
sued	3	34	

	haben	sein	
nord	54	66	χ^2 = 27,46
sued	6	68	

	haben	sein	
nord	27	33]
sued	3	34	

$$\chi^2$$
 = 12,89

	haben	sein
nord	27.84%	34.02%
sued	3.09%	35.05%

	haben	sein
nord	54	66
sued	6	68

$$\chi^2 = 27,46$$

	haben	sein
nord	27	33
sued	3	34

	haben	sein
nord	27.84%	34.02%
sued	3.09%	35.05%

	haben	sein
nord	54	66
sued	6	68

$$\chi^2 = 27,46$$

	haben	sein
nord	27.84%	34.02%
sued	3.09%	35.05%

Pearsons ϕ : Maß für die Stärke des Zusammenhangs in 2×2-Tabellen

$$\phi = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}}$$

Effektstärke II

Pearsons ϕ : Maß für die Stärke des Zusammenhangs in 2×2-Tabellen

$$\phi = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}}$$

 ϕ ist eine Zahl zwischen o und 1:

Je größer, desto stärker der Zusammenhang zwischen den Variablen.

Effektstärke II

Pearsons ϕ : Maß für die Stärke des Zusammenhangs in 2×2-Tabellen

$$\phi = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}}$$

φ ist eine Zahl zwischen o und 1: Je größer, desto stärker der Zusammenhang zwischen den Variablen.

Beispiel:
$$\phi = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}} = \sqrt{\frac{12.89}{97}} = 0.3648$$

Cramérs v

Cramérs v für $n \times n$ -Tabellen mit n > 2 oder m > 2

$$V = \sqrt{\frac{\frac{\chi^2}{n}}{\min(s-1,z-1)}}$$

mit: s die Spaltenzahl und z die Zeilenzahl

Beachte: für 2×2 -Tabellen: s - 1 = 1 und z - 1 = 1,

also
$$min(s - 1, z - 1) = 1$$

daher:
$$v = \sqrt{\frac{\frac{\chi^2}{n}}{1}} = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}} = \phi$$

Speichern des Test-Objekts:

> my.chi2.test <- chisq.test(my.matrix)</pre>

Speichern des χ^2 -Werts mit:

> my.chi2.value <- as.numeric(my.chi2.test\$statistic)</pre>

Speichern von n:

> my.n <- sum(my.matrix)</pre>

Also Effektstärke (mit Ausgabe):

> my.phi <- sqrt(my.chi2.value / my.n); my.phi</pre>

 Die Chance (odds) o setzt die Wahrscheinlichkeit p eines Ereignisses E in Relation zur Gegenwahrscheinlichkeit:

 Die Chance (odds) o setzt die Wahrscheinlichkeit p eines Ereignisses E in Relation zur Gegenwahrscheinlichkeit:

• Die Chance (odds) o setzt die Wahrscheinlichkeit p eines Ereignisses E in Relation zur Gegenwahrscheinlichkeit:

$$o(E) = \frac{p(E)}{1 - p(E)}$$

 Die Chance (odds) o setzt die Wahrscheinlichkeit p eines Ereignisses E in Relation zur Gegenwahrscheinlichkeit:

$$o(E) = \frac{p(E)}{1 - p(E)}$$

und damit

• Die Chance (odds) o setzt die Wahrscheinlichkeit p eines Ereignisses E in Relation zur Gegenwahrscheinlichkeit:

$$o(E) = \frac{p(E)}{1 - p(E)}$$

und damit

$$p(E) = \frac{o(E)}{1 + o(E)}$$

• Die Chance (odds) o setzt die Wahrscheinlichkeit p eines Ereignisses E in Relation zur Gegenwahrscheinlichkeit:

$$o(E) = \frac{p(E)}{1 - p(E)}$$

und damit

$$p(E) = \frac{o(E)}{1 + o(E)}$$

 Ein Ereignis ist in Korpusstudien i. d. R. das Auftreten einer Variablenausprägung.

 Die Chance (odds) o setzt die Wahrscheinlichkeit p eines Ereignisses E in Relation zur Gegenwahrscheinlichkeit:

$$o(E) = \frac{p(E)}{1 - p(E)}$$

und damit

$$p(E) = \frac{o(E)}{1 + o(E)}$$

- Ein Ereignis ist in Korpusstudien i. d. R. das Auftreten einer Variablenausprägung.
- Die Information in den Maßen Wahrscheinlichkeit und Chance ist dieselbe (s. Umrechenbarkeit ineinander).

Aux	Anzahl
haben	27
sein	33

Roland Schäfer (FSU Jena) Statistik 06. Nichtparametrische Verfahren

Aux	Anzahl
haben	27
sein	33

$$p(haben) = \frac{27}{27+33} = \frac{27}{60} = 0.45$$
 (Wahrscheinlichkeit)

Aux	Anzahl
haben	27
sein	33

$$p(haben) = \frac{27}{27+33} = \frac{27}{60} = 0.45$$
 (Wahrscheinlichkeit)

1 -
$$p(haben) = p(\neg haben) = \frac{33}{27+33} = \frac{33}{60} = 0.55$$
 (Gegenwahrscheinlichkeit)

Aux	Anzahl
haben	27
sein	33

$$p(haben) = \frac{27}{27+33} = \frac{27}{60} = 0.45$$
 (Wahrscheinlichkeit)

1 -
$$p(haben)$$
 = $p(\neg haben)$ = $\frac{33}{27+33}$ = $\frac{33}{60}$ = 0.55 (Gegenwahrscheinlichkeit)

Beachte: $p(haben) + p(\neg haben) = 1$

Aux	Anzahl
haben	27
sein	33

$$p(haben) = \frac{27}{27*33} = \frac{27}{60} = 0.45$$
 (Wahrscheinlichkeit)

1 -
$$p(haben)$$
 = $p(\neg haben)$ = $\frac{33}{27+33}$ = $\frac{33}{60}$ = 0.55 (Gegenwahrscheinlichkeit)

Beachte: $p(haben) + p(\neg haben) = 1$

$$o(haben) = \frac{\frac{27}{60}}{\frac{33}{60}} = \frac{27}{60} \cdot \frac{60}{33} = \frac{27}{33} = 0.82$$

Aux	Anzahl
haben	27
sein	33

$$p(haben) = \frac{27}{27*33} = \frac{27}{60} = 0.45$$
 (Wahrscheinlichkeit)

1 -
$$p(haben)$$
 = $p(\neg haben)$ = $\frac{33}{27+33}$ = $\frac{33}{60}$ = 0.55 (Gegenwahrscheinlichkeit)

Beachte: $p(haben) + p(\neg haben) = 1$

$$o(haben) = \frac{\frac{27}{60}}{\frac{33}{60}} = \frac{27}{60} \cdot \frac{60}{33} = \frac{27}{33} = 0.82$$

allgmein:
$$p(E) = \frac{Anzahl(E)}{Anzahl(E) + Anzahl(\neg E)}$$
 und $o(E) = \frac{Anzahl(E)}{Anzahl(\neg E)}$

Chancenverhältnis (odds ratio)

 Das Chancenverhältnis (odds ratio) gibt das Verhältnis an, wie sich die Chancen einer Variablenausprägung E unter Bedingung A – also o(E|A) – und unter Bedingung B – also o(E|B) – zueinander Verhalten:

$$r(E|A, E|B) = \frac{o(E|A)}{o(E|B)}$$

Beispiel zum Chancenverhältnis (1)

- Wir haben Texte aus Süddeutschland und Norddeutschland auf das Auftreten des Perfektauxiliars haben und sein bei bestimmten Verben untersucht.
- Die Kreuztabelle:

	nord	sued
haben	27	3
sein	33	34

Beispiel zum Chancenverhältnis (2)

	nord	sued
haben	27	3
sein	33	34

- o(haben|nord) =
- o(haben|sued) =

Beispiel zum Chancenverhältnis (2)

	nord	sued
haben	27	3
sein	33	34

- $o(haben|nord) = \frac{27}{33} = 0.82$
- o(haben|sued) =

Beispiel zum Chancenverhältnis (2)

	nord	sued
haben	27	3
sein	33	34

- $o(haben|nord) = \frac{27}{33} = 0.82$
- $o(haben|sued) = \frac{3}{34} = 0.09$

	nord	sued
haben	27	3
sein	33	34

- $o(haben|nord) = \frac{27}{33} = 0.82$
- $o(haben|sued) = \frac{3}{34} = 0.09$
- · Verhältnis zwischen den Chancen:

	nord	sued
haben	27	3
sein	33	34

- $o(haben|nord) = \frac{27}{33} = 0.82$
- $o(haben|sued) = \frac{3}{34} = 0.09$
- Verhältnis zwischen den Chancen: $or = \frac{0.82}{0.09} = 9.11$

	nord	sued
haben	27	3
sein	33	34

- $o(haben|nord) = \frac{27}{33} = 0.82$
- $o(haben|sued) = \frac{3}{34} = 0.09$
- Verhältnis zwischen den Chancen: $or = \frac{0.82}{0.09} = 9.11$
- D. h. die Chance von haben ist 9.11 mal größer, wenn die Region nord ist.

	nord	sued
haben	27	3
sein	33	34

- $o(haben|nord) = \frac{27}{33} = 0.82$
- $o(haben|sued) = \frac{3}{34} = 0.09$
- Verhältnis zwischen den Chancen: $or = \frac{0.82}{0.09} = 9.11$
- D. h. die Chance von haben ist 9.11 mal größer, wenn die Region nord ist.
- Ersatz für Effektstärke bei Fisher-Test

• binäre Daten: Ereignis vs. Nicht-Ereignis bzw. Ja/Nein

- binäre Daten: Ereignis vs. Nicht-Ereignis bzw. Ja/Nein
- Vgl. Behauptung: "Gen/Dat alternieren frei bei wegen."

- binäre Daten: Ereignis vs. Nicht-Ereignis bzw. Ja/Nein
- Vgl. Behauptung: "Gen/Dat alternieren frei bei wegen."
 - "frei alternieren" = beide Kasus haben den gleichen Anteil.

- binäre Daten: Ereignis vs. Nicht-Ereignis bzw. Ja/Nein
- Vgl. Behauptung: "Gen/Dat alternieren frei bei wegen."
 - "frei alternieren" = beide Kasus haben den gleichen Anteil.
 - ▶ Grundgesamtheit per Null-Hypothese: 50% Genitive und 50% Dative

- binäre Daten: Ereignis vs. Nicht-Ereignis bzw. Ja/Nein
- Vgl. Behauptung: "Gen/Dat alternieren frei bei wegen."
 - "frei alternieren" = beide Kasus haben den gleichen Anteil.
 - Grundgesamtheit per Null-Hypothese: 50% Genitive und 50% Dative
- Korpusstichprobe: F(Genitiv)=41 und F(Dativ)=59

- binäre Daten: Ereignis vs. Nicht-Ereignis bzw. Ja/Nein
- Vgl. Behauptung: "Gen/Dat alternieren frei bei wegen."
 - "frei alternieren" = beide Kasus haben den gleichen Anteil.
 - Grundgesamtheit per Null-Hypothese: 50% Genitive und 50% Dative
- Korpusstichprobe: F(Genitiv)=41 und F(Dativ)=59
- Stimmt das mit der Null überein bei sig = 0.05?

Binomial-Test

Binomial-Test

NULL: Es gibt keine Abweichung von den erwarteten gleich großen Anteilen.

NULL: Es gibt keine Abweichung von den erwarteten gleich großen Anteilen.

NULL: p(Dativ) = 0.5 (p für proportion)

Binomialtest im Einzelnen

Benötigte Größen:

• Stichproben der Größe n

Binomialtest im Einzelnen

Benötigte Größen:

- Stichproben der Größe n
- Proportion p (hier p = 0.5)

Binomialtest im Einzelnen

Benötigte Größen:

- Stichproben der Größe n
- Proportion p (hier p = 0.5)
- Anzahl der beobachteten Ereignisse: X (hier X(Dativ) = 59)

• Wenn $p \cdot n > 10$ und $(1 - p) \cdot n > 10$ approximiert die Binomialverteilung die Normalverteilung.

- Wenn $p \cdot n > 10$ und $(1 p) \cdot n > 10$ approximiert die Binomialverteilung die Normalverteilung.
- Es gilt dann (unter Annahme der NULL!) für die Normalverteilung:

- Wenn p · n > 10 und (1 − p) · n > 10
 approximiert die Binomialverteilung die Normalverteilung.
- Es gilt dann (unter Annahme der NULL!) für die Normalverteilung:
 - ► Mittel: $\mu = p \cdot n$

- Wenn p · n > 10 und (1 − p) · n > 10
 approximiert die Binomialverteilung die Normalverteilung.
- Es gilt dann (unter Annahme der NULL!) für die Normalverteilung:
 - ► Mittel: $\mu = p \cdot n$
 - ► Standardabweichung: $s = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 p)}$

- Wenn p · n > 10 und (1 − p) · n > 10
 approximiert die Binomialverteilung die Normalverteilung.
- Es gilt dann (unter Annahme der NULL!) für die Normalverteilung:
 - ► Mittel: $\mu = p \cdot n$
 - ► Standardabweichung: $s = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 p)}$
 - Wir können für den gemessenen Wert den z-Wert ausrechnen.

- Wenn p · n > 10 und (1 − p) · n > 10
 approximiert die Binomialverteilung die Normalverteilung.
- Es gilt dann (unter Annahme der NULL!) für die Normalverteilung:
 - ► Mittel: $\mu = p \cdot n$
 - ► Standardabweichung: $s = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 p)}$
 - Wir können für den gemessenen Wert den z-Wert ausrechnen.

- Wenn $p \cdot n > \overline{10}$ und $(1 p) \cdot n > 10$ approximiert die Binomialverteilung die Normalverteilung.
- Es gilt dann (unter Annahme der NULL!) für die Normalverteilung:
 - ► Mittel: $\mu = p \cdot n$
 - ► Standardabweichung: $s = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 p)}$
 - Wir können für den gemessenen Wert den z-Wert ausrechnen.

$$Z = \frac{X - \mu}{s} = \frac{X - p \cdot n}{\sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}}$$

$$Z = \frac{59 - (0.5 \cdot 100)}{\sqrt{100 \cdot 0.5 \cdot 0.5}} = \frac{59 - 50}{\sqrt{25}} = \frac{9}{5} = 1.8$$

$$Z = \frac{59 - (0.5 \cdot 100)}{\sqrt{100 \cdot 0.5 \cdot 0.5}} = \frac{59 - 50}{\sqrt{25}} = \frac{9}{5} = 1.8$$

 Der gemessene Wert liegt 1.8 Standardabweichungen vom Null-Mittel entfernt.

$$Z = \frac{59 - (0.5 \cdot 100)}{\sqrt{100 \cdot 0.5 \cdot 0.5}} = \frac{59 - 50}{\sqrt{25}} = \frac{9}{5} = 1.8$$

- Der gemessene Wert liegt 1.8 Standardabweichungen vom Null-Mittel entfernt.
- Wir kennen bereits die kritischen Werte für Normalverteilungen und sig = 0.05: -1.96..1.96

$$Z = \frac{59 - (0.5 \cdot 100)}{\sqrt{100 \cdot 0.5 \cdot 0.5}} = \frac{59 - 50}{\sqrt{25}} = \frac{9}{5} = 1.8$$

- Der gemessene Wert liegt 1.8 Standardabweichungen vom Null-Mittel entfernt.
- Wir kennen bereits die kritischen Werte für Normalverteilungen und sig = 0.05: -1.96..1.96
- Die NULL kann also nicht zurückgewiesen werden bei sig = 0.05.

$$Z = \frac{59 - (0.5 \cdot 100)}{\sqrt{100 \cdot 0.5 \cdot 0.5}} = \frac{59 - 50}{\sqrt{25}} = \frac{9}{5} = 1.8$$

- Der gemessene Wert liegt 1.8 Standardabweichungen vom Null-Mittel entfernt.
- Wir kennen bereits die kritischen Werte für Normalverteilungen und sig = 0.05: -1.96..1.96
- Die NULL kann also nicht zurückgewiesen werden bei sig = 0.05.
- Interpretation: Entweder ist die Variation nicht genau gleich verteilt oder ein seltenes Ereignis ist eingetreten.

> binom.test(59, 100, 0.5)

Exact binomial test

data: 59 and 100

number of successes = 59, number of trials = 100, p-value = 0.08863

alternative hypothesis: true probability of success is not equal to $0.5\,$

95 percent confidence interval:

0.4871442 0.6873800 sample estimates:

probability of success 0.59



Einzelthemen

- Inferenz
- Deskriptive Statistik
- Nichtparametrische Verfahren
- z-Test und t-Test
- 5 ANOVA
- Freiheitsgrade und Effektstärken
- Power und Severity
- 8 Lineare Modelle
- Generalisierte Lineare Modelle
- Gemischte Modelle

Literatur I

Bortz, Jürgen & Gustav Lienert. 2008. Kurzgefasste Statistik für die klinische Forschung. Heidelberg: Springer.

Gravetter, Frederick J. & Larry B. Wallnau. 2007. Statistics for the Behavioral Sciences. 7. Aufl. Belmont: Thomson.

Autor

Kontakt

Prof. Dr. Roland Schäfer Institut für Germanistische Sprachwissenschaft Friedrich-Schiller-Universität Jena Fürstengraben 30 07743 Jena

https://rolandschaefer.net roland.schaefer@uni-jena.de

Lizenz

Creative Commons BY-SA-3.0-DE

Dieses Werk ist unter einer Creative Commons Lizenz vom Typ Namensnennung - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 3.0 Deutschland zugänglich. Um eine Kopie dieser Lizenz einzusehen, konsultieren Sie

http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/de/ oder wenden Sie sich brieflich an Creative Commons, Postfach 1866, Mountain View, California, 94042, USA.