Statistik
05. ANOVA

Roland Schäfer

Institut für Germanistische Sprachwissenschaft
Friedrich-Schiller-Universität Jena

stets aktuelle Fassungen: `https://github.com/rsling/VL-Deutsche-Syntax`

Inhalt

ANOVA

Übersicht

- Vergleiche von Mittelwerten zwischen mehr als zwei Gruppen

Übersicht

- Vergleiche von Mittelwerten zwischen mehr als zwei Gruppen
- Mittelwertvergleiche mit mehreren Unabhängigen

Übersicht

- Vergleiche von Mittelwerten zwischen mehr als zwei Gruppen
- Mittelwertvergleiche mit mehreren Unabhängigen
- Warum kann man über Varianzen Mittelwerte vergleichen?

Literatur

- Gravetter & Wallnau (2007)
- Bortz & Schuster (2010)
- indirekt: Maxwell & Delaney (2004)

Mittelwerte und Varianzen

- Einschränkung beim t-test: immer nur 2 Gruppen

Mittelwerte und Varianzen

- Einschränkung beim t-test: immer nur 2 Gruppen
- t-Test bei mehr als 2 Gruppen: komplizierte paarweise Vergleiche

Mittelwerte und Varianzen

- Einschränkung beim t-test: immer nur 2 Gruppen
- t-Test bei mehr als 2 Gruppen: komplizierte paarweise Vergleiche

- stattdessen ANOVA: ANalysis Of VAriance

Mittelwerte und Varianzen

- Einschränkung beim t-test: immer nur 2 Gruppen
- t-Test bei mehr als 2 Gruppen: komplizierte paarweise Vergleiche

- stattdessen ANOVA: ANalysis Of VAriance
- Vergleich von Varianzen zwischen beliebigen Gruppen

Mittelwerte und Varianzen

- Einschränkung beim t-test: immer nur 2 Gruppen
- t-Test bei mehr als 2 Gruppen: komplizierte paarweise Vergleiche

- stattdessen ANOVA: ANalysis Of VAriance
- Vergleich von Varianzen zwischen beliebigen Gruppen
- Schluss auf Mittelwerte nur indirekt über die Varianzen

Mittelwerte und Varianzen

- Einschränkung beim t-test: immer nur 2 Gruppen
- t-Test bei mehr als 2 Gruppen: komplizierte paarweise Vergleiche

- stattdessen ANOVA: ANalysis Of VAriance
- Vergleich von Varianzen zwischen beliebigen Gruppen
- Schluss auf Mittelwerte nur indirekt über die Varianzen

- bei zwei Gruppen: Konvergenz von t-Test und ANOVA

Achtung: Gruppen vs. Faktoren

- ANOVA vergleicht immer mehrere Gruppen

Achtung: Gruppen vs. Faktoren

- ANOVA vergleicht immer mehrere Gruppen
- Gruppen bei der einfaktoriellen ANOVA =
  den Ausprägungen einer unabhängigen Variable (z. B. Text-Register)

Achtung: Gruppen vs. Faktoren

- ANOVA vergleicht immer mehrere Gruppen
- Gruppen bei der einfaktoriellen ANOVA =
  den Ausprägungen einer unabhängigen Variable (z. B. Text-Register)
- diese Variablen heißen hier Faktoren.

Achtung: Gruppen vs. Faktoren

- ANOVA vergleicht immer mehrere Gruppen
- Gruppen bei der einfaktoriellen ANOVA =
  den Ausprägungen einer unabhängigen Variable (z. B. Text-Register)
- diese Variablen heißen hier Faktoren.

- Einfluss der Faktoren auf eine abhängige (z. B. Satzlänge, Lesezeit)

Achtung: Gruppen vs. Faktoren

- ANOVA vergleicht immer mehrere Gruppen
- Gruppen bei der einfaktoriellen ANOVA = den Ausprägungen einer unabhängigen Variable (z. B. Text-Register)
- diese Variablen heißen hier Faktoren.

- Einfluss der Faktoren auf eine abhängige (z. B. Satzlänge, Lesezeit)

- bei mehreren Faktoren (z. B. Text-Register und Jahrhundert): mehrfaktorielle ANOVA.

Idee bei ANOVA (z. B. drei Gruppen)

- H0: $\bar{x_1} = \bar{x_2} = \bar{x3}$

Idee bei ANOVA (z. B. drei Gruppen)

- H0: $\bar{x_1} = \bar{x_2} = \bar{x3}$
- aber: Es gibt keinen "Differenzwert" für drei Mittel (also sowas wie den t-Wert).

Idee bei ANOVA (z. B. drei Gruppen)

- H0: $\bar{x_1} = \bar{x_2} = \bar{x3}$
- aber: Es gibt keinen "Differenzwert" für drei Mittel (also sowas wie den t-Wert).
- daher Varianzvergleich

Idee bei ANOVA (z. B. drei Gruppen)

- H0: $\bar{x_1} = \bar{x_2} = \bar{x3}$
- aber: Es gibt keinen “Differenzwert” für drei Mittel (also sowas wie den t-Wert).

- daher Varianzvergleich
- F-Wert (Verteilung unter H0 bekannt) als Test-Statistik

Idee bei ANOVA (z. B. drei Gruppen)

- H0: $\bar{x_1} = \bar{x_2} = \bar{x3}$
- aber: Es gibt keinen “Differenzwert” für drei Mittel (also sowas wie den t-Wert).
- daher Varianzvergleich
- F-Wert (Verteilung unter H0 bekannt) als Test-Statistik

Idee bei ANOVA (z. B. drei Gruppen)

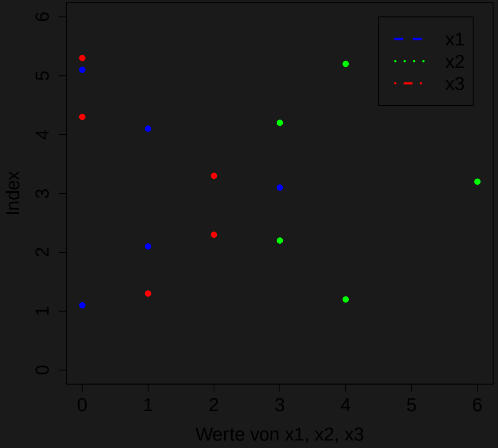
- H0: $\bar{x_1} = \bar{x_2} = \bar{x3}$
- aber: Es gibt keinen “Differenzwert” für drei Mittel (also sowas wie den t-Wert).

- daher Varianzvergleich
- F-Wert (Verteilung unter H0 bekannt) als Test-Statistik

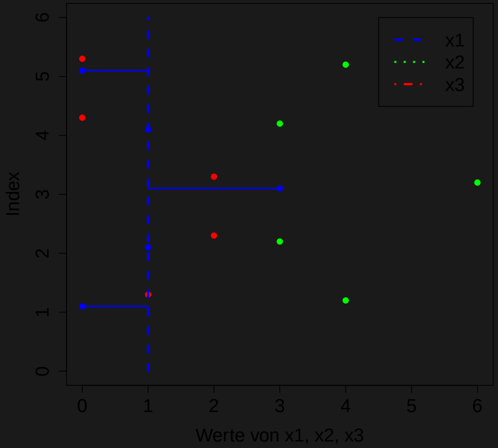
$$F = \frac{\text{Varianz zwischen Stichprobenmitteln}}{\text{Varianz in den Stichproben}} = \frac{\text{Varianz zwischen Stichprobenmitteln}}{\text{Varianz per Zufall}}$$

Drei Stichproben

$x_1 = [0, 1, 3, 1, 0]$
$x_2 = [4, 3, 6, 3, 4]$
$x_3 = [1, 2, 2, 0, 0]$

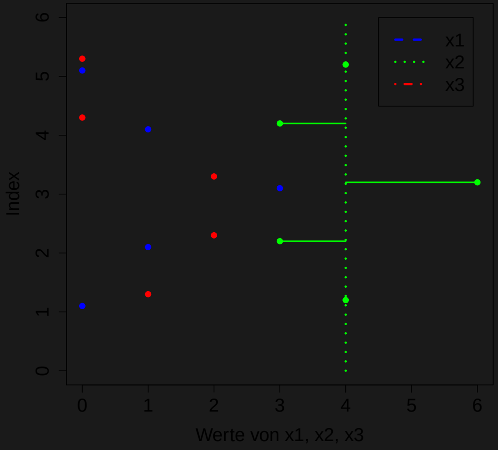


Komponenten der Varianz von x_1



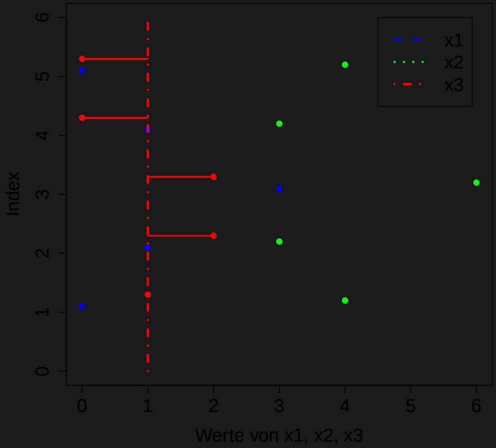
$$s^2(x_1) = 1.5$$

Komponenten der Varianz von x_2



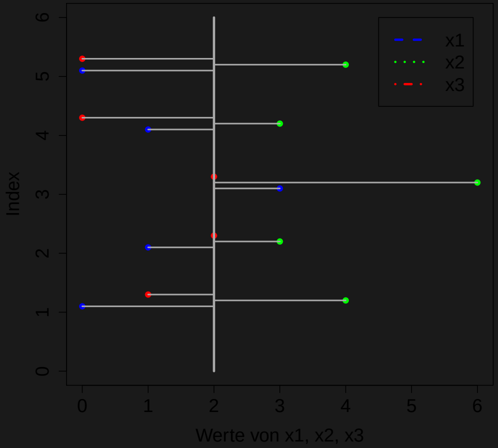
$$s^2(x_2) = 1.5$$

Komponenten der Varianz von x_3



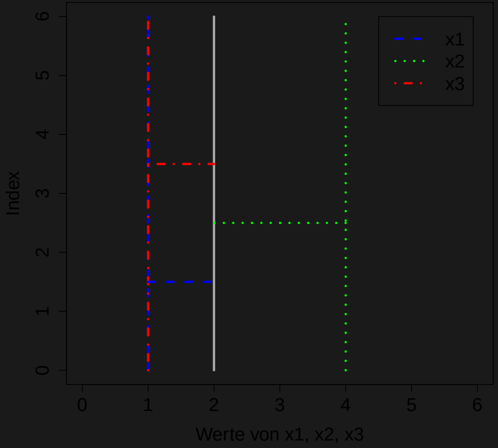
$$s^2(x_3) = 1$$

Varianz in der zusammengefassten Stichprobe X



$$s^2(X) = 3.29$$

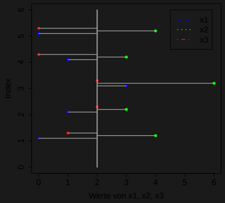
Varianz zwischen den drei Gruppen



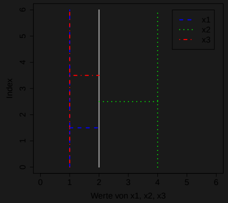
$$s^2([\bar{x_1}, \bar{x_2}, \bar{x_3}]) = 1.33$$

Achtung: Bei unterschiedlichen Stichprobengrößen

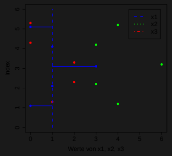
Es gilt bezüglich der Varianzen

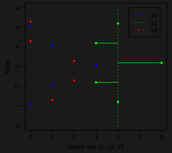


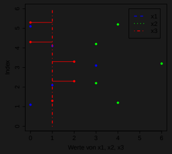
$=$



$+$





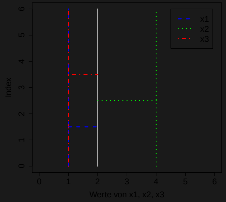


$$s^2(X) \quad = \quad s^2(\bar{x_1}, \bar{x_2}, \bar{x_3}) \quad + \quad s^2(x_1) + s^2(x_2) + s^2(x_3)$$

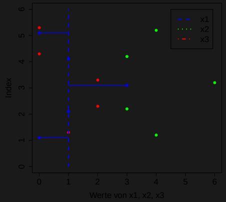
Wenn man den Abstand zwischen den Mitteln verschiebt

Graphische Verdeutlichung des F-Werts

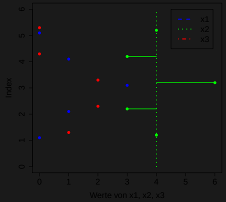
$$F = \frac{\text{Varianz zwischen Stichprobenmitteln}}{\text{Varianz in den Stichproben}} = \frac{\text{Varianz zwischen Stichprobenmitteln}}{\text{Varianz per Zufall}}$$



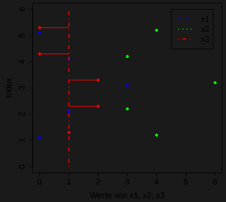
$F =$ ———————————————



\+



\+



Wenn man den Abstand zwischen den Mitteln verschiebt,
muss die Gesamtvarianz größer werden!

Wie funktioniert der F-Wert

- $F = \frac{\text{Varianz zwischen Stichprobenmitteln}}{\text{Varianz in den Stichproben}}$

Wie funktioniert der F-Wert

- $F = \frac{\text{Varianz zwischen Stichprobenmitteln}}{\text{Varianz in den Stichproben}}$
- Warum?

Wie funktioniert der F-Wert

- $F = \frac{\text{Varianz zwischen Stichprobenmitteln}}{\text{Varianz in den Stichproben}}$
- Warum?
- $F = \frac{\text{Unterschied durch Effekt} + \text{Unterschiede durch restliche Varianz}}{\text{Unterschied durch restliche Varianz}}$

Wie funktioniert der F-Wert

- $F = \frac{\text{Varianz zwischen Stichprobenmitteln}}{\text{Varianz in den Stichproben}}$
- Warum?
- $F = \frac{\text{Unterschied durch Effekt} + \text{Unterschiede durch restliche Varianz}}{\text{Unterschied durch restliche Varianz}}$
- Unter Annahme der H0 gibt es keinen Effekt, …

Wie funktioniert der F-Wert

- $F = \frac{\text{Varianz zwischen Stichprobenmitteln}}{\text{Varianz in den Stichproben}}$
- Warum?
- $F = \frac{\text{Unterschied durch Effekt}+\text{Unterschiede durch restliche Varianz}}{\text{Unterschied durch restliche Varianz}}$
- Unter Annahme der H0 gibt es keinen Effekt, ...
- also *Unterschied durch Effekt* $= 0$

Wie funktioniert der F-Wert

- $F = \frac{\text{Varianz zwischen Stichprobenmitteln}}{\text{Varianz in den Stichproben}}$

- Warum?
- $F = \frac{\text{Unterschied durch Effekt}+\text{Unterschiede durch restliche Varianz}}{\text{Unterschied durch restliche Varianz}}$

- Unter Annahme der H0 gibt es keinen Effekt, …
- also *Unterschied durch Effekt* $= 0$

- dann: $F = \frac{0+\text{Unterschiede durch restliche Varianz}}{\text{Unterschied durch restliche Varianz}} = 1$

Notation, fast wie in Gravetter & Wallnau, Kap. 13

- Anzahl der Gruppen x_i: k

Notation, fast wie in Gravetter & Wallnau, Kap. 13

- Anzahl der Gruppen x_i: k
- Größe der Gruppen: n_i

Notation, fast wie in Gravetter & Wallnau, Kap. 13

- Anzahl der Gruppen x_i: k
- Größe der Gruppen: n_i
- Größe der Gesamtstichprobe X: N

Notation, fast wie in Gravetter & Wallnau, Kap. 13

- Anzahl der Gruppen x_i: k
- Größe der Gruppen: n_i
- Größe der Gesamtstichprobe X: N
- Summen der Gruppen: T_i

Notation, fast wie in Gravetter & Wallnau, Kap. 13

- Anzahl der Gruppen x_i: k
- Größe der Gruppen: n_i
- Größe der Gesamtstichprobe X: N
- Summen der Gruppen: T_i
- Gesamtsumme: G

Notation, fast wie in Gravetter & Wallnau, Kap. 13

- Anzahl der Gruppen x_i: k
- Größe der Gruppen: n_i
- Größe der Gesamtstichprobe X: N
- Summen der Gruppen: T_i
- Gesamtsumme: G
- Mittel (anders als G&W): $\bar{x}_i$, $\bar{X}$

Notation, fast wie in Gravetter & Wallnau, Kap. 13

- Anzahl der Gruppen x_i: k
- Größe der Gruppen: n_i
- Größe der Gesamtstichprobe X: N
- Summen der Gruppen: T_i
- Gesamtsumme: G
- Mittel (anders als G&W): $\bar{x}_i$, $\bar{X}$
- Summe der Quadrate (=Zähler der Varianz): $SQ(x_i)$, $SQ(X)$

Notation, fast wie in Gravetter & Wallnau, Kap. 13

- Anzahl der Gruppen x_i: k
- Größe der Gruppen: n_i
- Größe der Gesamtstichprobe X: N
- Summen der Gruppen: T_i
- Gesamtsumme: G
- Mittel (anders als G&W): $\bar{x}_i$, $\bar{X}$
- Summe der Quadrate (=Zähler der Varianz): $SQ(x_i)$, $SQ(X)$

Notation, fast wie in Gravetter & Wallnau, Kap. 13

- Anzahl der Gruppen x_i: k
- Größe der Gruppen: n_i
- Größe der Gesamtstichprobe X: N
- Summen der Gruppen: T_i
- Gesamtsumme: G
- Mittel (anders als G&W): $\bar{x}_i$, $\bar{X}$
- Summe der Quadrate (=Zähler der Varianz): $SQ(x_i)$, $SQ(X)$

Zur Erinnerung: $s^2(x) = \frac{\sum(x-\bar{x})}{n-1} = \frac{SQ(x)}{df(x)}$

Varianz ist Varianz beim F-Wert

$$F = \frac{Varianz\ zwischen\ den\ Gruppen}{Varianz\ in\ den\ Gruppen} = \frac{s^2_{zwischen}}{s^2_{in}} = \frac{\frac{SQ_{zwischen}}{df_{zwischen}}}{\frac{SQ_{in}}{df_{in}}}$$

denn

$$s^2(x) = \frac{SQ(x)}{df(x)}$$

Berechnung der SQ

Am einfachsten unter Beachtung von:
$SQ_{gesamt} = SQ_{zwischen} + SQ_{in}$

Berechnung der SQ

Am einfachsten unter Beachtung von:
$SQ_{gesamt} = SQ_{zwischen} + SQ_{in}$

Es gilt: $SQ_{gesamt} = SQ(X) = \sum(X - \bar{X})$

Berechnung der SQ

Am einfachsten unter Beachtung von:
$SQ_{gesamt} = SQ_{zwischen} + SQ_{in}$

Es gilt: $SQ_{gesamt} = SQ(X) = \sum(X - \bar{X})$

Außerdem: $SQ_{in} = \sum SQ(x_i)$

Berechnung der SQ

Am einfachsten unter Beachtung von:
$SQ_{gesamt} = SQ_{zwischen} + SQ_{in}$

Es gilt: $SQ_{gesamt} = SQ(X) = \sum(X - \bar{X})$

Außerdem: $SQ_{in} = \sum SQ(x_i)$

Damit: $SQ_{zwischen} = SQ_{gesamt} - SQ_{in}$

$SQ_{zwischen}$ kann man auch direkt ausrechnen:

$$SQ_{zwischen} = \sum_i \left(\frac{T_i^2}{n_i}\right) - \frac{G^2}{N}$$

Aufgabe

$$x_1 = [0, 1, 3, 1, 0]$$
$$x_2 = [4, 3, 6, 3, 4]$$
$$x_3 = [1, 2, 2, 0, 0]$$

Bitte alle SQ ausrechnen, inkl. $SQ_{zwischen}$ direkt.

Tipp: Sie brauchen als Vorwissen nur
den Stoff der ersten Statistik-Sitzung:

- arithmetisches Mittel
- SQ

Freiheitsgrade ausrechnen

Es gilt auch hier, ähnlich wie bei den *SQ*:
$df_{gesamt} = df_{zwischen} + df_{in}$

$df_{gesamt} = N - 1$

$df_{zwischen} = k - 1$

$$df_{in} = \sum_{i=1}^{k}(n_i - 1) = (N - 1) - (k - 1)$$

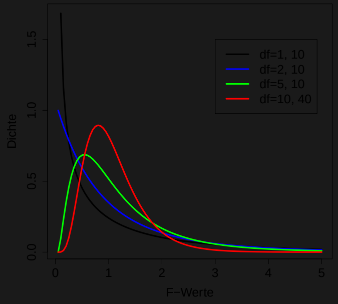
Alles zusammen: F-Wert

$$F = \frac{s^2_{zwischen}}{s^2_{in}} = \frac{\frac{SQ_{zwischen}}{df_{zwischen}}}{\frac{SQ_{in}}{df_{in}}}$$

Bitte ausrechnen für o. g. Beispiel.

Ermitteln der kritischen Werte

F-Verteilung:



In R für $df_{zwischen} = 2$ und $df_{in} = 12$ bei sig=0.05:
`> qf(0.95, 2, 12)` $\Rightarrow$ `3.885294`

Effektstärke

$$\eta^2 = \frac{SQ_{zwischen}}{SQ_{gesamt}}$$

(wieder ein r^2-Maß)

Post-Hoc-Tests

- Problem: Welche Gruppen unterscheiden sich denn nun?

Post-Hoc-Tests

- Problem: Welche Gruppen unterscheiden sich denn nun?
- Lösung: Post(-Hoc)-Tests, z. B. Scheffé-Test:

Post-Hoc-Tests

- Problem: Welche Gruppen unterscheiden sich denn nun?
- Lösung: Post(-Hoc)-Tests, z. B. Scheffé-Test:
  - paarweise ANOVA

Post-Hoc-Tests

- Problem: Welche Gruppen unterscheiden sich denn nun?
- Lösung: Post(-Hoc)-Tests, z. B. Scheffé-Test:
  - paarweise ANOVA
  - aber: k wird gesetzt wie bei ursprünglicher ANOVA

Post-Hoc-Tests

- Problem: Welche Gruppen unterscheiden sich denn nun?
- Lösung: Post(-Hoc)-Tests, z. B. Scheffé-Test:
  - paarweise ANOVA
  - aber: k wird gesetzt wie bei ursprünglicher ANOVA
  - dadurch Vermeidung kumulierten Alpha-Fehlers (Vorteil ggü. paarweisen t-Tests)

Post-Hoc-Tests

- Problem: Welche Gruppen unterscheiden sich denn nun?
- Lösung: Post(-Hoc)-Tests, z. B. Scheffé-Test:
  - paarweise ANOVA
  - aber: *k* wird gesetzt wie bei ursprünglicher ANOVA
  - dadurch Vermeidung kumulierten Alpha-Fehlers (Vorteil ggü. paarweisen t-Tests)
  - weiterer Vorteil: paarweise Post-Tests nur erforderlich, wenn Omnibus-ANOVA bereits Signifikanz gezeigt hat

Post-Hoc-Tests

- Problem: Welche Gruppen unterscheiden sich denn nun?
- Lösung: Post(-Hoc)-Tests, z. B. Scheffé-Test:
  - paarweise ANOVA
  - aber: *k* wird gesetzt wie bei ursprünglicher ANOVA
  - dadurch Vermeidung kumulierten Alpha-Fehlers (Vorteil ggü. paarweisen t-Tests)
  - weiterer Vorteil: paarweise Post-Tests nur erforderlich, wenn Omnibus-ANOVA bereits Signifikanz gezeigt hat
  - und: Generalisierbarkeit zu mehrfaktorieller ANOVA (geht mi t-Test nicht)

Post-Hoc-Tests

- Problem: Welche Gruppen unterscheiden sich denn nun?
- Lösung: Post(-Hoc)-Tests, z. B. Scheffé-Test:
  - paarweise ANOVA
  - aber: k wird gesetzt wie bei ursprünglicher ANOVA
  - dadurch Vermeidung kumulierten Alpha-Fehlers (Vorteil ggü. paarweisen t-Tests)
  - weiterer Vorteil: paarweise Post-Tests nur erforderlich, wenn Omnibus-ANOVA bereits Signifikanz gezeigt hat
  - und: Generalisierbarkeit zu mehrfaktorieller ANOVA (geht mi t-Test nicht)

Post-Hoc-Tests

- Problem: Welche Gruppen unterscheiden sich denn nun?

- Lösung: Post(-Hoc)-Tests, z. B. Scheffé-Test:
  - paarweise ANOVA
  - aber: k wird gesetzt wie bei ursprünglicher ANOVA
  - dadurch Vermeidung kumulierten Alpha-Fehlers (Vorteil ggü. paarweisen t-Tests)
  - weiterer Vorteil: paarweise Post-Tests nur erforderlich, wenn Omnibus-ANOVA bereits Signifikanz gezeigt hat
  - und: Generalisierbarkeit zu mehrfaktorieller ANOVA (geht mi t-Test nicht)

Bitte ausrechnen für die oben gerechnete ANOVA.

Wozu mehrfaktorielle Designs

Oft vermutet man den Einfluss mehrerer Unabhängiger auf eine Abhängige.
Beispiel: Satzlängen

		Textsorte		
		Fiktion	**Zeitung**	**Wissenschaft**
Jahrhundert	**19**	x_{11}	x_{12}	x_{13}
	20	x_{21}	x_{22}	x_{23}

Hier also: $2 \cdot 3 = 6$ Gruppen

Ablauf der zweifaktoriellen ANOVA

1. erste ANOVA zwischen Zeilen

Ablauf der zweifaktoriellen ANOVA

1. erste ANOVA zwischen Zeilen
2. zweite ANOVA zwischen Spalten

Ablauf der zweifaktoriellen ANOVA

1. erste ANOVA zwischen Zeilen
2. zweite ANOVA zwischen Spalten
3. dritte ANOVA für Interaktionen zwischen Zeilen und Spalten

Ablauf der zweifaktoriellen ANOVA

1. erste ANOVA zwischen Zeilen
2. zweite ANOVA zwischen Spalten
3. dritte ANOVA für Interaktionen zwischen Zeilen und Spalten

4. Interaktion: Ungleichverteilung in Gruppen, die nicht durch die Spalten- und Zeileneffekte erklärt werden kann

Ablauf der zweifaktoriellen ANOVA

1. erste ANOVA zwischen Zeilen
2. zweite ANOVA zwischen Spalten
3. dritte ANOVA für Interaktionen zwischen Zeilen und Spalten

4. Interaktion: Ungleichverteilung in Gruppen, die nicht durch die Spalten- und Zeileneffekte erklärt werden kann

5. Alle drei ANOVAs sind unabhängig voneinander!

Komponenten der zweifaktoriellen ANOVA

- Gesamtvarianz = Varianz zwischen Gruppen + Varianz in den Gruppen

Komponenten der zweifaktoriellen ANOVA

- Gesamtvarianz = Varianz zwischen Gruppen + Varianz in den Gruppen
- Varianz zwischen den Gruppen =
  Haupt-Faktoren-Varianz + Interaktions-Varianz

Komponenten der zweifaktoriellen ANOVA

- Gesamtvarianz = Varianz zwischen Gruppen + Varianz in den Gruppen
- Varianz zwischen den Gruppen =
  Haupt-Faktoren-Varianz + Interaktions-Varianz
- Haupt-Faktoren-Varianz =
  Varianz zwischen Faktor A-Gruppen +
  Varianz zwischen Faktor B-Gruppen

Schritt 1(1): SQ/df zwischen den Gruppen

Jede Zelle der Tabelle ist eine Gruppe.

$$SQ_{zwischen} = \sum_i \left(\frac{T_i^2}{n_i}\right) - \frac{G^2}{N}$$

$$df_{zwischen} = k - 1 \text{ (k = Anzahl der Zellen/Gruppen)}$$

Beachte: Keine Änderung verglichen mit einfaktorieller ANOVA!

Schritt 1(2): SQ/df in den Gruppen

Jede Zelle der Tabelle ist eine Gruppe.

$$SQ_{in} = \sum SQ(x_i)$$
$$df_{in} = \sum df(x_i)$$

Beachte: Keine Änderung verglichen mit einfaktorieller ANOVA!

Schritt 2(2): SQ/df für Gruppe A

Berechnung nach dem Schema für Zwischen-Gruppen-Varianz

		Textsorte			
		Fiktion	**Zeitung**	**Wissenschaft**	
Jahrhundert	**19**	x_{11}	x_{12}	x_{13}	A_1
	20	x_{21}	x_{22}	x_{23}	A_2

Auch hier keine wesentliche Änderung:

$$SQ_A = \sum_i \left(\frac{T_{A_i}^2}{n_{A_i}}\right) - \frac{G^2}{N}$$

$df_A = k_A - 1$ (k_A = Anzahl der Zeilen)

Schritt 2(2): SQ/df für Gruppe A

Berechnung nach dem Schema für Zwischen-Gruppen-Varianz

		Textsorte		
		Fiktion	**Zeitung**	**Wissenschaft**
Jahrhundert	**19**	x_{11}	x_{21}	x_{31}
	20	x_{12}	x_{22}	x_{32}
		B_1	B_2	B_3

Auch hier keine Änderung:

$$SQ_B = \sum_i \left(\frac{T_{B_i}^2}{n_{B_i}}\right) - \frac{G^2}{N}$$

$df_B = k_B - 1$ (k_B = hier Anzahl der Spalten)

Schritt 2(3): SQ/df für Interaktion $A \times B$

Die Varianz, die auf Kosten der Interaktion geht, ist
die Zwischen-Gruppen-Varianz ohne die Einzelfaktor-Varianz.

$$SQ_{A\times B} = SQ_{zwischen} - SQ_A - SQ_B$$
$$df_{A\times B} = df_{zwischen} - df_A - df_B$$

Alle drei F-Werte ausrechnen

Die zweifaktorielle ANOVA
erfordert wie gesagt drei Einzel-ANOVAs.

$$F_A = \frac{\frac{SQ_A}{df_A}}{\frac{SQ_{zwischen}}{df_{zwischen}}} = \frac{s_A^2}{s_{zwischen}^2}$$

$$F_B = \frac{\frac{SQ_A}{df_B}}{\frac{SQ_{zwischen}}{df_{zwischen}}} = \frac{s_B^2}{s_{zwischen}^2}$$

$$F_{A\times B} = \frac{\frac{SQ_{A\times B}}{df_{A\times B}}}{\frac{SQ_{zwischen}}{df_{zwischen}}} = \frac{s_{A\times B}^2}{s_{zwischen}^2}$$

Effektstärken

Entsprechend sind drei η^2 auszurechnen:

$$\eta^2_A = \frac{SQ_A}{SQ_{gesamt} - SQ_B - SQ_{A \times B}}$$

$$\eta^2_B = \frac{SQ_B}{SQ_{gesamt} - SQ_A - SQ_{A \times B}}$$

$$\eta^2_{A \times B} = \frac{SQ_{A \times B}}{SQ_{gesamt} - SQ_A - SQ_B}$$

Wir fragen jeweils, welchen Anteil an der Varianz,
die die anderen beiden Faktoren nicht erklären,
der jeweilige dritte Faktor hat.

Das jetzt alles zusammen

Bitte vollständige zweifaktorielle ANOVA
bei sig=0.05 und sig=0.01 rechnen:

	B1	**B2**	**B3**
A1	$1, 3, 1, 4$	$4, 3, 3, 6$	$8, 6, 8, 10$
A2	$8, 6, 6, 8$	$1, 6, 8, 1$	$1, 4, 1, 4$

Nächste Woche | Überblick

Einzelthemen

1. Inferenz
2. Deskriptive Statistik
3. Nichtparametrische Verfahren
4. z-Test und t-Test
5. ANOVA
6. Freiheitsgrade und Effektstärken
7. Power und Severity
8. Lineare Modelle
9. Generalisierte Lineare Modelle
10. Gemischte Modelle

Literatur I

Bortz, Jürgen & Christof Schuster. 2010. *Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler*. 7. Aufl. Berlin: Springer.

Gravetter, Frederick J. & Larry B. Wallnau. 2007. *Statistics for the Behavioral Sciences*. 7. Aufl. Belmont: Thomson.

Maxwell, Scott E. & Harold D. Delaney. 2004. *Designing experiments and analyzing data: a model comparison perspective*. Mahwa, New Jersey, London: Taylor & Francis.

Autor

Kontakt

Prof. Dr. Roland Schäfer
Institut für Germanistische Sprachwissenschaft
Friedrich-Schiller-Universität Jena
Fürstengraben 30
07743 Jena

https://rolandschaefer.net
roland.schaefer@uni-jena.de

Lizenz