Statistik O4. z-Test und t-Test

Roland Schäfer

Institut für Germanistische Sprachwissenschaft Friedrich-Schiller-Universität Jena

stets aktuelle Fassungen: https://github.com/rsling/VL-Deutsche-Syntax

Inhalt

- Übersicht
- Wiederholungen Logik von statistischen Tests

- t-Test
 - t-Test mit einer Stichprobet-Test mit zwei Stichproben
- Nächste Woche | Überblick



Übersicht

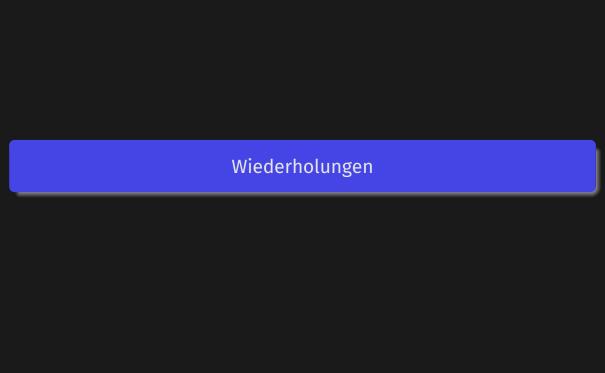
• Wann sind Unterschiede zwischen Mittelwerten signifikant?

Übersicht

- Wann sind Unterschiede zwischen Mittelwerten signifikant?
- Mittelwerte in Grundgesamtheiten und Stichproben

Literatur

- Gravetter & Wallnau (2007)
- Bortz & Schuster (2010)
- oder eben gleich Fisher (1935)



Tests in Fishers Philosophie

- Nullhypothese (Ho) festlegen: Der theoretisch angenommene Effekt existiert nicht (z.B.: Die Versuchsperson [VP] kann nicht erkennen, ob Tee oder Milch zuerst in der Tasse war).
- Stichprobengröße und Versuchsaufbau festlegen (z. B. acht Tassen mit vier Tee zuerst-Tassen; VP kennt das Verhältnis)
- 3 sig-Niveau festlegen: Wie unwahrscheinlich darf das Ergebnis unter Annahme der Ho sein, damit wir die Ho zurückweisen.
- Experiment durchführen, Ergebnis messen.
- p-Wert berechnen: Wie wahrscheinlich war es, dieses Ergebnis oder ein extremeres Ergebnis zu erreichen, wenn die Ho die Welt korrekt beschreibt.
- Wenn $p \le sig$, dann Ho zurückweisen: Entweder der Effekt existiert (z. B. die VP kann die Reihenfolge des Einschenkens erkennen) oder ein seltenes Ereignis ist eingetreten.

Einschränkungen und Probleme bei der Interpretation

- Voraussetzung: echte Zufallsstichprobe
- Ergebnis: kein Beweis
- keine Auskunft darüber, wie "wahrscheinlich" der Effekt ist
- keine Auskunft darüber, wie stark wir von der Existenz des Effekts überzeugt sein sollten (= inverse probability)
- jede Ho-Zurückweisung: nur ein kleinteiliger Hinweis auf einen Effekt
- substantielle theoretische Hypothese oft und hart testen!
- Sensitivity: keine Auskunft über die Stärke des Effekts
 - ightharpoonup große Stichprobe ightarrow hohe Sensitivität
 - ightharpoonup kleine Strichprobe ightarrow niedrige Sensitivität
 - ▶ je sensitiver desto leichter werden schwache Effekte signifikant
 - ▶ Abhilfe bei Neyman-Pearson: Power (Teststärke) vor dem Experiment
 - quasi-kompatibel zu Fisher: Effektstärke nach dem Experiment

Und beim Konfidenzintervall?

Am Beispiel des 95%-Konfidenzintervalls (KI)

- Falsch: Wir können zu 95% sicher sein, dass der wahre Wert im KI liegt.
- Falsch: Der wahre Wert liegt mit 95% Wahrscheinlichkeit im Kl.
- Warum? Wenn der wahre Wert nicht im geschätzten KI liegt, ist die Wahrscheinlichkeit 1, dass er nicht im KI liegt.
- Fakten haben die Wahrscheinlichkeit 1.
- Richtig: Entweder liegt der wahre Wert im KI oder ein seltenes Ereignis ist eingetreten
- "selten" heißt: nur in 5 von 100 Fällen (im Grenzwert)

Exakter vs. asymptotischer Test

- exakter Test:
 - Die Wahrscheinlichkeitverteilung ist bekannt und wird direkt zugrunde gelegt (= Berechnung der exakten Wahrhscheinlichkeit).
 - ► Fisher-Test, Binomialtest
 - hohe Sensitivität
 - geeignet für kleine Stichproben
 - oft rechenintensiv
- approximativer oder asymptotischer Test:
 - Die Wahrscheinlichkeitsverteilung ist nicht bekannt (oder kann mathematisch nicht effizient zugrundegelegt werden) und es wird ein Differenzwert berechnet, der asymptotisch eine bekannte Verteilung hat.
 - $ightharpoonup \chi^2$ -Test, t-Test, ANOVA
 - oft wird Normalverteilung approximiert
 - wegen asymptotischer Natur weniger sensitiv (= größere Stichprobe)

Parametrische und nichtparametrische Tests

- parametrischer Test:
 - ▶ Messung eines Parameters/mehrerer Parameter der Grundgesamtheit
 - ▶ (Parameter entsprechen in der Messung einer Variable)
 - zum Beispiel Mittelwert oder Varianz
 - Voraussetzung: bekannte Wahrscheinlichkeitsverteilung der Variable
 - z. B. t-Test (mittel), ANOVA (Varianz)
- nichtparametrischer Test:
 - keine direkte Messung eines zufallsverteilten Parameters
 - zum Beispiel Ränge oder Zähldaten
 - keine Verteilungsannahmen (auch: verteilungsfreier Test)
 - ightharpoonup z. B. χ^2 , Binomialtest, H-Test, U-Test

t-Test

• Mittel μ über X in der Grundgesamtheit bekannt (z. B. mittlere Satzlänge im Korpus).

- Mittel μ über X in der Grundgesamtheit bekannt (z. B. mittlere Satzlänge im Korpus).
- Stichprobe (z. B. der Grundriss von PE) zeigt gemessenes Mittel \bar{x} .

- Mittel μ über X in der Grundgesamtheit bekannt (z. B. mittlere Satzlänge im Korpus).
- Stichprobe (z. B. der Grundriss von PE) zeigt gemessenes Mittel \bar{x} .
- Ist die Abweichung signifikant?

- Mittel μ über X in der Grundgesamtheit bekannt (z. B. mittlere Satzlänge im Korpus).
- Stichprobe (z. B. der Grundriss von PE) zeigt gemessenes Mittel \bar{x} .
- Ist die Abweichung signifikant?
- Ho: $\bar{\mathbf{x}} = \mu$

z-Test

Wäre die Varianz der GG als $s^2(X)$ bekannt:

• SF(X) bei Stichprobengröße *n* ausrechnen, und...

Aufgabe: Mit Ihrer Stichprobe aus NaB und $\mu=6.8$ sowie $s^2(X)=10.8$ z-Test rechnen. (Bzw. erstmal die nötigen Werte ausrechnen. Wir besprechen dann die Interpretation als Test.)

Roland Schäfer (FSU Jena) Statistik 04. z-Test und t-Test

z-Test

Wäre die Varianz der GG als $s^2(X)$ bekannt:

- SF(X) bei Stichprobengröße *n* ausrechnen, und...
- mit $z=rac{ar{x}-\mu}{SF(X)}$ einen Signifikanztest über Normalverteilung rechnen

Aufgabe: Mit Ihrer Stichprobe aus NaB und $\mu=6.8$ sowie $s^2(X)=10.8$ z-Test rechnen. (Bzw. erstmal die nötigen Werte ausrechnen. Wir besprechen dann die Interpretation als Test.)

Roland Schäfer (FSU Jena) Statistik 04. z-Test und t-Test

Wäre die Varianz der GG als $s^2(X)$ bekannt:

- SF(X) bei Stichprobengröße *n* ausrechnen, und...
- mit $z=rac{ar{x}-\mu}{SF(X)}$ einen Signifikanztest über Normalverteilung rechnen
- Problem aber leider: $SF(X) = \frac{s(X)}{\sqrt{n}}$

Aufgabe: Mit Ihrer Stichprobe aus NaB und $\mu=6.8$ sowie $s^2(X)=10.8$ z-Test rechnen. (Bzw. erstmal die nötigen Werte ausrechnen. Wir besprechen dann die Interpretation als Test.)

Wäre die Varianz der GG als $s^2(X)$ bekannt:

- SF(X) bei Stichprobengröße *n* ausrechnen, und...
- mit $z=rac{ar{x}-\mu}{SF(X)}$ einen Signifikanztest über Normalverteilung rechnen
- Problem aber leider: $SF(X) = \frac{s(X)}{\sqrt{n}}$
- und $s^2(X)$ meist nicht bekannt!

Aufgabe: Mit Ihrer Stichprobe aus NaB und $\mu=6.8$ sowie $s^2(X)=10.8$ z-Test rechnen. (Bzw. erstmal die nötigen Werte ausrechnen. Wir besprechen dann die Interpretation als Test.)

Annahme beim t-Test mit einer Stichprobe

• Wir kennen μ oder haben eine Hypothese (z. B. $\mu=0.5$).

Roland Schäfer (FSU Jena) Statistik 04. z-Test und t-Test

Annahme beim t-Test mit einer Stichprobe

- Wir kennen μ oder haben eine Hypothese (z. B. $\mu=0.5$).
- Wir haben eine Stichprobe x mit n und bekannten \bar{x} und $s^2(x)$.

Annahme beim t-Test mit einer Stichprobe

- Wir kennen μ oder haben eine Hypothese (z. B. $\mu=0.5$).
- Wir haben eine Stichprobe x mit n und bekannten \bar{x} und $s^2(x)$.
- anders als bei z-Test: Wir schätzen $SF(X) \approx SF(x)$!

t-Formel

$$t = rac{ar{x} - \mu}{\mathsf{SF}(x)}$$

$$\mathsf{t} = rac{ar{\mathsf{x}} - \mu}{\mathsf{SF}(\mathsf{x})}$$

Bitte rechnen für Satzlängen (in Wörtern):

$$\begin{split} \mu &= 7.3 \\ \mathbf{X} &= [6, 3, 12, 16, 8, 15, 9, 9, 2, 11] \end{split}$$

Roland Schäfer (FSU Jena) Statistik 04. z-Test und t-Test

$$\bar{x} = 9.1$$

- $\bar{x} = 9.1$
- $s^2(\mathbf{x}) = 21.43$

$$\bar{x} = 9.1$$

$$s^2(x) = 21.43$$

$$s(x) = 4.63$$

$$\bar{x} = 9.1$$

$$s^2(x) = 21.43$$

$$s(x) = 4.63$$

$$\mathsf{SF}(\mathsf{X}) = \frac{4.63}{\sqrt{10}} = 1.464$$

$$\bar{x} = 9.1$$

$$s^2(x) = 21.43$$

$$s(x) = 4.63$$

$$SF(x) = \frac{4.63}{\sqrt{10}} = 1.464$$

$$t = \frac{9.1 - 7.3}{1.464} = 1.229$$

$$\bar{x} = 9.1$$

$$s^2(x) = 21.43$$

$$s(x) = 4.63$$

$$SF(x) = \frac{4.63}{\sqrt{10}} = 1.464$$

$$t = \frac{9.1 - 7.3}{1.464} = 1.229$$

$$\bar{x} = 9.1$$

$$s^2(x) = 21.43$$

$$s(x) = 4.63$$

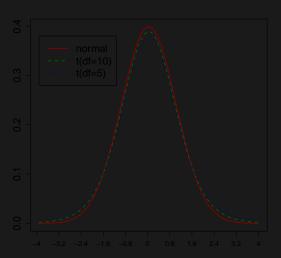
$$SF(x) = \frac{4.63}{\sqrt{10}} = 1.464$$

$$t = \frac{9.1 - 7.3}{1.464} = 1.229$$

Und was sagt uns t = 1.229?

t-Verteilung

Während die z-Werte normalverteilt sind, flacht die Verteilung der t-Werte durch die Schätzung je nach *df* verglichen mit der Normalverteilung ab.



df und Signifikanz

• df = n - 1 (\bar{x} muss für $s^s(x)$ bekannt sein)

df und Signifikanz

- df = n 1 (\bar{x} muss für $s^s(x)$ bekannt sein)
- Welche t-Werte machen 1α der Werte aus?

- df = n 1 (\bar{x} muss für $s^s(x)$ bekannt sein)
- Welche t-Werte machen 1α der Werte aus?
- > qt(c(0+0.05/2, 1-0.05/2), df=9) $\Rightarrow 2.262157..-2.262157$

- df = n 1 (\bar{x} muss für $s^s(x)$ bekannt sein)
- Welche t-Werte machen 1α der Werte aus?
- > qt(c(0+0.05/2, 1-0.05/2), df=9) $\Rightarrow 2.262157..-2.262157$
- Der errechnete t-Wert ist nicht signifikant.

- df = n 1 (\bar{x} muss für $s^s(x)$ bekannt sein)
- Welche t-Werte machen 1α der Werte aus?
- > qt(c(0+0.05/2, 1-0.05/2), df=9) $\Rightarrow 2.262157..-2.262157$
- Der errechnete t-Wert ist nicht signifikant.
- Ho: $\mu = \bar{x}$ nicht zurückgewiesen.

• Signifikanz \neq starker Effekt

- Signifikanz \neq starker Effekt
- Effektstärke beim t-Test für Stichprobe x:

- Signifikanz \neq starker Effekt
- Effektstärke beim t-Test für Stichprobe x:

- Signifikanz \neq starker Effekt
- Effektstärke beim t-Test für Stichprobe x:

Cohens
$$d=rac{ar{\mathsf{x}}-\mu}{\mathsf{s}(\mathsf{x})}$$

- Signifikanz \neq starker Effekt
- Effektstärke beim t-Test für Stichprobe x:

Cohens
$$d = \frac{\bar{\mathsf{x}} - \mu}{\mathsf{s}(\mathsf{x})}$$

• Herleitung/Erklärung: Gravetter & Wallnau, Kap. 9

Erklärung der Varianz

 ähnlich der Effektstärke:
 Welcher Anteil der Varianz in den Daten wird durch die Unabhängige erklärt?

Erklärung der Varianz

 ähnlich der Effektstärke:
 Welcher Anteil der Varianz in den Daten wird durch die Unabhängige erklärt?

Cohens
$$\emph{r}^2=rac{\emph{t}^2}{\emph{t}^2+\emph{df}}$$

Erklärung der Varianz

 ähnlich der Effektstärke:
 Welcher Anteil der Varianz in den Daten wird durch die Unabhängige erklärt?

Cohens
$$r^2 = rac{t^2}{t^2 + df}$$

Herleitung/Erklärung: Gravetter & Wallnau, Kap. 9

Zwei-Stichproben t-Test

• zwei Grundgesamtheiten (z.B. dt. Sätze im 19. und im 20. Jh.)

Zwei-Stichproben t-Test

- zwei Grundgesamtheiten (z.B. dt. Sätze im 19. und im 20. Jh.)
- dazu: zwei Stichproben (je eine) mit einem Mittelwert (z. B. Länge)

Zwei-Stichproben t-Test

- zwei Grundgesamtheiten (z.B. dt. Sätze im 19. und im 20. Jh.)
- dazu: zwei Stichproben (je eine) mit einem Mittelwert (z. B. Länge)
- Interesse: anhand der zwei Stichproben zeigen, dass sie (sehr wahrscheinlich) aus zwei Grundgesamtheiten kommen

- zwei Grundgesamtheiten (z.B. dt. Sätze im 19. und im 20. Jh.)
- dazu: zwei Stichproben (je eine) mit einem Mittelwert (z.B. Länge)
- Interesse: anhand der zwei Stichproben zeigen, dass sie (sehr wahrscheinlich) aus zwei Grundgesamtheiten kommen
- Ho: $\mu_1 \mu_0 = 0$

- zwei Grundgesamtheiten (z.B. dt. Sätze im 19. und im 20. Jh.)
- dazu: zwei Stichproben (je eine) mit einem Mittelwert (z. B. Länge)
- Interesse: anhand der zwei Stichproben zeigen, dass sie (sehr wahrscheinlich) aus zwei Grundgesamtheiten kommen
- Ho: $\mu_1 \mu_0 = 0$
- hier also: eine unabhängige Variable (Jahrhundert) und eine abhängige Variable (Satzlänge), gemessen als Mittel

Genereller Ansatz

Allgemein funktioniert der t-Test immer so:

$$t = \frac{\textit{Stichprobenwert} - \textit{Grundgesamtheitswert}}{\textit{Standardfehler}}$$

Genereller Ansatz

Allgemein funktioniert der t-Test immer so:

$$t = \frac{\textit{Stichprobenwert} - \textit{Grundgesamtheitswert}}{\textit{Standardfehler}}$$

Jetzt geht man per Hypothese von zwei GG und zwei Stichproben aus, also:

Roland Schäfer (FSU Jena) Statistik 04. z-Test und t-Test

Genereller Ansatz

Allgemein funktioniert der t-Test immer so:

$$t = \frac{\textit{Stichprobenwert} - \textit{Grundgesamtheitswert}}{\textit{Standardfehler}}$$

Jetzt geht man per Hypothese von zwei GG und zwei Stichproben aus, also:

$$\mathsf{t} = rac{(ar{x_1} - ar{x_2}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\mathsf{SF}(x_1 - x_2)}$$

Roland Schäfer (FSU Jena) Statistik 04. z-Test und t-Test

Allgemein funktioniert der t-Test immer so:

$$t = \frac{\textit{Stichprobenwert} - \textit{Grundgesamtheitswert}}{\textit{Standardfehler}}$$

Jetzt geht man per Hypothese von zwei GG und zwei Stichproben aus, also:

$$\mathsf{t} = rac{(ar{x_1} - ar{x_2}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\mathsf{SF}(x_1 - x_2)}$$

Wir testen also auf die Differenz der Unterschiede.

Statistik 04. z-Test und t-Test

Allgemein funktioniert der t-Test immer so:

$$t = \frac{\textit{Stichprobenwert} - \textit{Grundgesamtheitswert}}{\textit{Standardfehler}}$$

Jetzt geht man per Hypothese von zwei GG und zwei Stichproben aus, also:

$$t = rac{(ar{x_1} - ar{x_2}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\mathsf{SF}(x_1 - x_2)}$$

- Wir testen also auf die Differenz der Unterschiede.
- Per Ho wird gesetzt: $\mu_1 \mu_2 = 0$

Für gleichgroße Stichproben:

$$\mathsf{SF}(\bar{\mathsf{x}_1} - \bar{\mathsf{x}_2}) = \sqrt{\frac{\mathsf{s}^2(\mathsf{x}_1)}{\mathsf{n}_1} + \frac{\mathsf{s}^2(\mathsf{x}_2)}{\mathsf{n}_2}}$$

Roland Schäfer (FSU Jena) Statistik 04. z-Test und t-Test

Für gleichgroße Stichproben:

$$\mathsf{SF}(ar{\mathsf{x}_1} - ar{\mathsf{x}_2}) = \sqrt{rac{\mathsf{s}^2(\mathsf{x}_1)}{\mathsf{n}_1} + rac{\mathsf{s}^2(\mathsf{x}_2)}{\mathsf{n}_2}}$$

• Problem: Beitrag zum SF von beiden Stichproben gleich.

Roland Schäfer (FSU Jena) Statistik 04. z-Test und t-Test

Für gleichgroße Stichproben:

$$\mathsf{SF}(ar{\mathsf{x}_1} - ar{\mathsf{x}_2}) = \sqrt{rac{\mathsf{s}^2(\mathsf{x}_1)}{\mathsf{n}_1} + rac{\mathsf{s}^2(\mathsf{x}_2)}{\mathsf{n}_2}}$$

- Problem: Beitrag zum SF von beiden Stichproben gleich.
- Besser: zusammengefasste Varianz, und daraus dann SF.

Für gleichgroße Stichproben:

$$\mathsf{SF}(ar{\mathsf{x}_1} - ar{\mathsf{x}_2}) = \sqrt{rac{\mathsf{s}^2(\mathsf{x}_1)}{\mathsf{n}_1} + rac{\mathsf{s}^2(\mathsf{x}_2)}{\mathsf{n}_2}}$$

- Problem: Beitrag zum SF von beiden Stichproben gleich.
- Besser: zusammengefasste Varianz, und daraus dann SF.

Statistik 04. z-Test und t-Test

Für gleichgroße Stichproben:

$$\mathsf{SF}(ar{\mathsf{x}_1} - ar{\mathsf{x}_2}) = \sqrt{rac{\mathsf{s}^2(\mathsf{x}_1)}{\mathsf{n}_1} + rac{\mathsf{s}^2(\mathsf{x}_2)}{\mathsf{n}_2}}$$

- Problem: Beitrag zum SF von beiden Stichproben gleich.
- Besser: zusammengefasste Varianz, und daraus dann SF.

$$s_{p}^{2}(\mathbf{x}_{1}, \mathbf{x}_{2}) = \frac{(\sum\limits_{i=1}^{n} (\mathbf{x}_{1,i} - \bar{\mathbf{x}_{1}})^{2}) + (\sum\limits_{i=1}^{n} (\mathbf{x}_{2,i} - \bar{\mathbf{x}_{2}})^{2})}{(n_{1} - 1) + (n_{2} - 1)} = \frac{SQ(\mathbf{x}_{1}) + SQ(\mathbf{x}_{2})}{(n_{1} - 1) + (n_{2} - 1)}$$

Für gleichgroße Stichproben:

$$\mathsf{SF}(ar{\mathsf{x}_1} - ar{\mathsf{x}_2}) = \sqrt{rac{\mathsf{s}^2(\mathsf{x}_1)}{\mathsf{n}_1} + rac{\mathsf{s}^2(\mathsf{x}_2)}{\mathsf{n}_2}}$$

- Problem: Beitrag zum SF von beiden Stichproben gleich.
- Besser: zusammengefasste Varianz, und daraus dann SF.

$$\begin{split} s_p^2(\mathbf{X}_1,\mathbf{X}_2) &= \frac{(\sum\limits_{i=1}^n (\mathbf{X}_{1,i} - \bar{\mathbf{X}_1})^2) + (\sum\limits_{i=1}^n (\mathbf{X}_{2,i} - \bar{\mathbf{X}_2})^2)}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)} = \frac{\mathsf{SQ}(\mathbf{X}_1) + \mathsf{SQ}(\mathbf{X}_2)}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)} \\ \mathsf{SF}(\mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_2) &= \sqrt{\frac{\mathsf{s}_p^2(\mathbf{X}_1,\mathbf{X}_2)}{n_1} + \frac{\mathsf{s}_p^2(\mathbf{X}_1,\mathbf{X}_2)}{n_2}} \end{split}$$

Statistik 04. z-Test und t-Test

Für gleichgroße Stichproben:

$$\mathsf{SF}(ar{\mathsf{x}_1} - ar{\mathsf{x}_2}) = \sqrt{rac{\mathsf{s}^2(\mathsf{x}_1)}{\mathsf{n}_1} + rac{\mathsf{s}^2(\mathsf{x}_2)}{\mathsf{n}_2}}$$

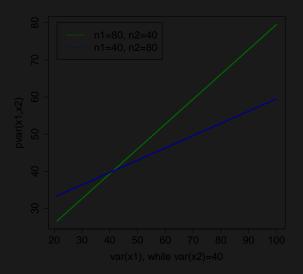
- Problem: Beitrag zum SF von beiden Stichproben gleich.
- Besser: zusammengefasste Varianz, und daraus dann SF.

$$s_p^2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \frac{(\sum\limits_{i=1}^n (\mathbf{x}_{1,i} - \bar{\mathbf{x}_1})^2) + (\sum\limits_{i=1}^n (\mathbf{x}_{2,i} - \bar{\mathbf{x}_2})^2)}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)} = \frac{s_Q(\mathbf{x}_1) + s_Q(\mathbf{x}_2)}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}$$

$$\mathsf{SF}(\mathsf{x}_1 - \mathsf{x}_2) = \sqrt{rac{\mathsf{s}_{p}^2(\mathsf{x}_1, \mathsf{x}_2)}{\mathsf{n}_1} + rac{\mathsf{s}_{p}^2(\mathsf{x}_1, \mathsf{x}_2)}{\mathsf{n}_2}}$$

Mehr: Gravetter & Wallnau, Kap. 10

Roland Schäfer (FSU Jena) Statistik 04. z-Test und t-Test



$$t = \frac{(\bar{x_1} - \bar{x_2}) - (\mu_1 - \mu_2)}{SF(x_1 - x_2)} = \frac{(\bar{x_1} - \bar{x_2}) - 0}{SF(x_1 - x_2)} = \frac{\bar{x_1} - \bar{x_2}}{SF(x_1 - x_2)}$$

$$t = \frac{(\bar{x_1} - \bar{x_2}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\mathsf{SF}(x_1 - x_2)} = \frac{(\bar{x_1} - \bar{x_2}) - 0}{\mathsf{SF}(x_1 - x_2)} = \frac{\bar{x_1} - \bar{x_2}}{\mathsf{SF}(x_1 - x_2)}$$

Freiheitsgrade

$$df = df(x_1) + df(x_2) = (n_1 - 1) + (n_2 - 1)$$

$$t = \frac{(\bar{x_1} - \bar{x_2}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\mathsf{SF}(x_1 - x_2)} = \frac{(\bar{x_1} - \bar{x_2}) - 0}{\mathsf{SF}(x_1 - x_2)} = \frac{\bar{x_1} - \bar{x_2}}{\mathsf{SF}(x_1 - x_2)}$$

Freiheitsgrade

$$df = df(x_1) + df(x_2) = (n_1 - 1) + (n_2 - 1)$$

Effektstärke

$$d=rac{ar{x_1}-ar{x_2}}{\sqrt{s_p^2}}$$

$$t = \frac{(\bar{x_1} - \bar{x_2}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\mathsf{SF}(x_1 - x_2)} = \frac{(\bar{x_1} - \bar{x_2}) - 0}{\mathsf{SF}(x_1 - x_2)} = \frac{\bar{x_1} - \bar{x_2}}{\mathsf{SF}(x_1 - x_2)}$$

Freiheitsgrade

$$df = df(x_1) + df(x_2) = (n_1 - 1) + (n_2 - 1)$$

Effektstärke

$$d=rac{ar{x_1}-ar{x_2}}{\sqrt{s_p^2}}$$

Erklärung der Varianz

$$\mathbf{r}^2 = \frac{\mathbf{t}^2}{\mathbf{t}^2 + \mathbf{d}\mathbf{f}}$$

Übung

Bitte "von Hand in R" t-Test für folgende zwei Stichproben bei $\alpha=0.05$ rechnen:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1 &= [11, 11, 8, 8, 11, 9, 8, 11, 9, 8] \\ \mathbf{x}_2 &= [10, 14, 14, 13, 11, 14, 10, 14, 12, 10] \end{aligned}$$

Übung

Bitte "von Hand in R" t-Test für folgende zwei Stichproben bei $\alpha=0.05$ rechnen:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1 &= [11, 11, 8, 8, 11, 9, 8, 11, 9, 8] \\ \mathbf{x}_2 &= [10, 14, 14, 13, 11, 14, 10, 14, 12, 10] \end{aligned}$$

Und überprüfen mit:

> t.test(x1, x2)

Die GGs müssen normalerverteilt sein:

shapiro.test(x)

Wenn $p \le 0.05$ wird die Nullhypothese des Shapiro-Wilk-Tests verworfen – Ho: Die Werte stammen aus einer normalverteilten GG.

Roland Schäfer (FSU Jena) Statistik 04. z-Test und t-Test

Die GGs müssen normalerverteilt sein:

Wenn $p \le 0.05$ wird die Nullhypothese des Shapiro-Wilk-Tests verworfen – Ho: Die Werte stammen aus einer normalverteilten GG.

Die Varianzen müssen homogen sein:

var.test(x1, x2)

Auch hier: $p \le 0.05$ weist die Ho zurück (sehr informell) – Ho: Die Varianzen von x1 und x2 sind homogen.

Die GGs müssen normalerverteilt sein:

Wenn $p \le 0.05$ wird die Nullhypothese des Shapiro-Wilk-Tests verworfen – Ho: Die Werte stammen aus einer normalverteilten GG.

Die Varianzen müssen homogen sein:

var.test(x1, x2)

Auch hier: $p \le 0.05$ weist die Ho zurück (sehr informell) – Ho: Die Varianzen von x1 und x2 sind homogen.

Solche Tests sind umstritten, weil sie i. d. R. viel zu empfindlich reagieren. Zuur u. a. (2009) empfehlen z. B. grafische Methoden (bei linearen Modellen).

Roland Schäfer (FSU Jena) Statistik 04. z-Test und t-Test

Wenn Voraussetzungen nicht erfüllt sind:

• steigt das Risiko für Typ 1-Fehler

Wenn Voraussetzungen nicht erfüllt sind:

- steigt das Risiko für Typ 1-Fehler
- nicht-parametrische Alternative nehmen

Wenn Voraussetzungen nicht erfüllt sind:

- steigt das Risiko für Typ 1-Fehler
- nicht-parametrische Alternative nehmen
- Daten transformieren

Wenn Voraussetzungen nicht erfüllt sind:

- steigt das Risiko für Typ 1-Fehler
- nicht-parametrische Alternative nehmen
- Daten transformieren
- sich über Robustheit des Test ggü. verletzten Annahmen informieren (oft schwer zugängliche und kontroverse Spezialliteratur)



Einzelthemen

- Inferenz
- Deskriptive Statistik
- Nichtparametrische Verfahren
- z-Test und t-Test
- 5 ANOVA
- Freiheitsgrade und Effektstärken
- Power und Severity
- 8 Lineare Modelle
- Generalisierte Lineare Modelle
- Gemischte Modelle

Literatur I

Bortz, Jürgen & Christof Schuster. 2010. Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler. 7. Aufl. Berlin: Springer.

Fisher, Ronald A. 1935. The Design of Experiments. London: Macmillan.

Gravetter, Frederick J. & Larry B. Wallnau. 2007. Statistics for the Behavioral Sciences. 7. Aufl. Belmont: Thomson.

Zuur, Alain F., Elena N. Ieno, Neil Walker, Anatoly A. Saveliev & Graham M. Smith. 2009. Mixed effects models and extensions in ecology with R. Berlin etc.: Springer.

Kontakt

Prof. Dr. Roland Schäfer Institut für Germanistische Sprachwissenschaft Friedrich-Schiller-Universität Jena Fürstengraben 30 07743 Jena

https://rolandschaefer.net roland.schaefer@uni-jena.de

Lizenz

Creative Commons BY-SA-3.0-DE

Dieses Werk ist unter einer Creative Commons Lizenz vom Typ Namensnennung - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 3.0 Deutschland zugänglich. Um eine Kopie dieser Lizenz einzusehen, konsultieren Sie

http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/de/ oder wenden Sie sich brieflich an Creative Commons, Postfach 1866, Mountain View, California, 94042, USA.