

Statistik

10. Generalisierte Lineare Modelle

Roland Schäfer

Institut für Germanistische Sprachwissenschaft
Friedrich-Schiller-Universität Jena

stets aktuelle Fassungen: <https://github.com/rsling/VL-Statistik>

1 Generalisierte Lineare Modelle

- LM und GLM
- GLM Grundlagen
- Maximum Likelihood
- Nominale Unabhängige

- Modellselektion
- Modellevaluation
- Alternativen und Lösungen
- In R

2 Nächste Woche | Überblick

GLMs

- Generalisierte Lineare Modelle mit Logit-Link = Logistische Regression

- Generalisierte Lineare Modelle mit Logit-Link = Logistische Regression
- Regression zur Modellierung dichotomer Abhängiger

- Generalisierte Lineare Modelle mit Logit-Link = Logistische Regression
- Regression zur Modellierung dichotomer Abhängiger
- Modellselektion für GLMs

- Generalisierte Lineare Modelle mit Logit-Link = Logistische Regression
- Regression zur Modellierung dichotomer Abhängiger
- Modellselektion für GLMs
- Modellevaluation für GLMs

- Generalisierte Lineare Modelle mit Logit-Link = Logistische Regression
- Regression zur Modellierung dichotomer Abhängiger
- Modellselektion für GLMs
- Modellevaluation für GLMs
- Problemlösungen (Ausblick):
Zufallseffekte (GLMMs), Kreuzvalidierung, Bootstrapping, GAMs

- Backhaus u. a. 2011
- Zuur u. a. 2009
- Fahrmeir u. a. 2009

Alternation von Genitiv und Kasusidentität
in der Maßangabe im Deutschen:

- *Wir trinken eine Flasche guten Wein.* (Agree=1)

Alternation von Genitiv und Kasusidentität
in der Maßangabe im Deutschen:

- *Wir trinken eine Flasche guten Wein.* (Agree=1)
- *Wir trinken eine Flasche guten Weines.* (Agree=0)

Alternation von Genitiv und Kasusidentität
in der Maßangabe im Deutschen:

- *Wir trinken eine Flasche guten Wein.* (Agree=1)
- *Wir trinken eine Flasche guten Weines.* (Agree=0)
- Welche Faktoren beeinflussen die Wahl von Agree=1 oder Agree=0?

Alternation von Genitiv und Kasusidentität
in der Maßangabe im Deutschen:

- *Wir trinken eine Flasche guten Wein.* (Agree=1)
- *Wir trinken eine Flasche guten Weines.* (Agree=0)
- Welche Faktoren beeinflussen die Wahl von Agree=1 oder Agree=0?
- Unabhängige hier:

Alternation von Genitiv und Kasusidentität
in der Maßangabe im Deutschen:

- *Wir trinken eine Flasche guten Wein.* (Agree=1)
- *Wir trinken eine Flasche guten Weines.* (Agree=0)
- Welche Faktoren beeinflussen die Wahl von Agree=1 oder Agree=0?
- Unabhängige hier:
 - Kasus der Maßangabe (Nom, Akk, Dat)

Alternation von Genitiv und Kasusidentität
in der Maßangabe im Deutschen:

- *Wir trinken eine Flasche guten Wein.* (Agree=1)
- *Wir trinken eine Flasche guten Weines.* (Agree=0)
- Welche Faktoren beeinflussen die Wahl von Agree=1 oder Agree=0?
- Unabhängige hier:
 - ▶ Kasus der Maßangabe (Nom, Akk, Dat)
 - ▶ Definitheit der NP (0, 1)

Alternation von Genitiv und Kasusidentität
in der Maßangabe im Deutschen:

- *Wir trinken eine Flasche guten Wein.* (Agree=1)
- *Wir trinken eine Flasche guten Weines.* (Agree=0)
- Welche Faktoren beeinflussen die Wahl von Agree=1 oder Agree=0?
- Unabhängige hier:
 - ▶ Kasus der Maßangabe (Nom, Akk, Dat)
 - ▶ Definitheit der NP (0, 1)
 - ▶ Maß ist als Zahl geschrieben (0, 1)

Alternation von Genitiv und Kasusidentität
in der Maßangabe im Deutschen:

- *Wir trinken eine Flasche guten Wein.* (Agree=1)
- *Wir trinken eine Flasche guten Weines.* (Agree=0)
- Welche Faktoren beeinflussen die Wahl von Agree=1 oder Agree=0?
- Unabhängige hier:
 - ▶ Kasus der Maßangabe (Nom, Akk, Dat)
 - ▶ Definitheit der NP (0, 1)
 - ▶ Maß ist als Zahl geschrieben (0, 1)
- Das Beispiel kommt dann in der R-Session tatsächlich dran.

- LM sagt kontinuierliche Werte voraus

Problem von LM für kategoriale Abhängige

- LM sagt kontinuierliche Werte voraus
- unplausibel für dichotome Abhängige

Problem von LM für kategoriale Abhängige

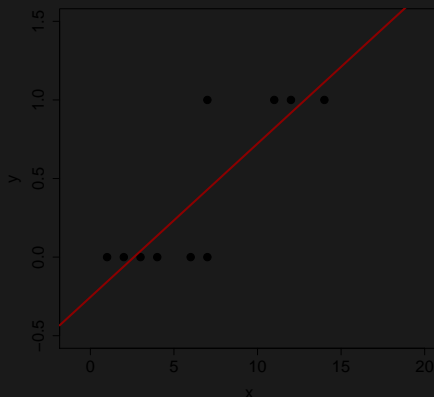
- LM sagt kontinuierliche Werte voraus
- unplausibel für dichotome Abhängige
- auch als Eintrittswahrscheinlichkeit unplausibel (außerhalb $[0,1]$)

Problem von LM für kategoriale Abhängige

- LM sagt kontinuierliche Werte voraus
- unplausibel für dichotome Abhängige
- auch als Eintrittswahrscheinlichkeit unplausibel (außerhalb $[0,1]$)
- Normalitätsannahmen nicht erfüllt

Illustration der Probleme

Datenpunkte einer dichotomen Abhängigen y
zu einer intervallskalierten Unabhängigen x
und lineares Modell $y \sim x$



- Vorhersage der Eintrittswahrscheinlichkeiten

- Vorhersage der Eintrittswahrscheinlichkeiten
- lineare Kombination der Regressoren wie beim LM

- Vorhersage der Eintrittswahrscheinlichkeiten
- lineare Kombination der Regressoren wie beim LM
- Linearkombination ergibt die Logits (z):

- Vorhersage der Eintrittswahrscheinlichkeiten
- lineare Kombination der Regressoren wie beim LM
- Linearkombination ergibt die Logits (z):

- Vorhersage der Eintrittswahrscheinlichkeiten
- lineare Kombination der Regressoren wie beim LM
- Linearkombination ergibt die Logits (z):

$$z = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n + \beta_0$$

Die Logits werden transformiert in Eintrittswahrscheinlichkeiten mittels der logistischen Funktion (e ist die Euler-Konstante):

$$\hat{p}(y = 1) = \frac{1}{1+e^{-z}}$$

Die Logits werden transformiert in Eintrittswahrscheinlichkeiten mittels der logistischen Funktion (e ist die Euler-Konstante):

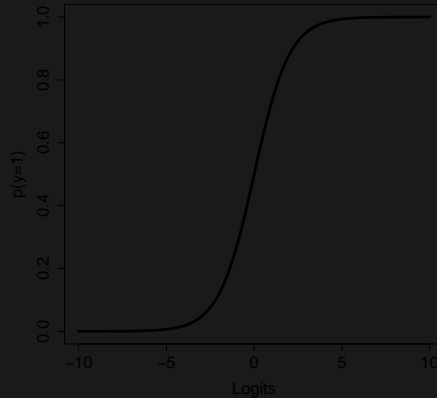
$$\hat{p}(y = 1) = \frac{1}{1+e^{-z}}$$

Bei der binären Vorhersage dann:

$$\hat{y} = \begin{cases} 0 & \text{wenn } \hat{p}(y = 1) \leq 0.5 \\ 1 & \text{wenn } \hat{p}(y = 1) > 0.5 \end{cases}$$

Darstellung des Effekts der Logit-Transformation

Die transformierten Logits als $\hat{p}(y = 1)$:



- Interpretation der Koeffizienten nur indirekt möglich

- Interpretation der Koeffizienten nur indirekt möglich
- β_i positiv \Rightarrow positiver Einfluss auf $\hat{p}(y = 1)$

- Interpretation der Koeffizienten nur indirekt möglich
- β_i positiv \Rightarrow positiver Einfluss auf $\hat{p}(y = 1)$
- β_i negativ \Rightarrow negativer Einfluss auf $\hat{p}(y = 1)$

- Interpretation der Koeffizienten nur indirekt möglich
- β_i positiv \Rightarrow positiver Einfluss auf $\hat{p}(y = 1)$
- β_i negativ \Rightarrow negativer Einfluss auf $\hat{p}(y = 1)$
- Stärke des Einflusses: nicht linear

- Interpretation der Koeffizienten nur indirekt möglich
- β_i positiv \Rightarrow positiver Einfluss auf $\hat{p}(y = 1)$
- β_i negativ \Rightarrow negativer Einfluss auf $\hat{p}(y = 1)$
- Stärke des Einflusses: nicht linear
- linearer Einfluss nur auf die Logits, nicht auf $\hat{p}(y = 1)$

- Chance (Odds): $o(y=1) = \frac{p(y=1)}{1-p(y=1)}$

- Chance (Odds): $o(y=1) = \frac{p(y=1)}{1-p(y=1)}$
- Die Chancen des Modells verteilen sich (zum Glück) einfach:

- Chance (Odds): $o(y=1) = \frac{p(y=1)}{1-p(y=1)}$
- Die Chancen des Modells verteilen sich (zum Glück) einfach:

- Chance (Odds): $o(y=1) = \frac{p(y=1)}{1-p(y=1)}$
- Die Chancen des Modells verteilen sich (zum Glück) einfach:

$$o(y=1) = \frac{p(y=1)}{1-p(y=1)} = e^z$$

Beachte: $\ln(e^z) = z = \text{Logits}$

Chancen (Odds) des Modells

- Chance (Odds): $o(y=1) = \frac{p(y=1)}{1-p(y=1)}$
- Die Chancen des Modells verteilen sich (zum Glück) einfach:

$$o(y=1) = \frac{p(y=1)}{1-p(y=1)} = e^z$$

Beachte: $\ln(e^z) = z = \text{Logits}$

- Die Chance liegt offensichtlich in $[0, \infty]$.

Chancen (Odds) des Modells

- Chance (Odds): $o(y=1) = \frac{p(y=1)}{1-p(y=1)}$
- Die Chancen des Modells verteilen sich (zum Glück) einfach:

$$o(y=1) = \frac{p(y=1)}{1-p(y=1)} = e^z$$

Beachte: $\ln(e^z) = z = \text{Logits}$

- Die Chance liegt offensichtlich in $[0, \infty]$.
- Mit steigender Wahrscheinlichkeit gehen die Odds gegen ∞ .

Chancen (Odds) des Modells

- Chance (Odds): $o(y=1) = \frac{p(y=1)}{1-p(y=1)}$
- Die Chancen des Modells verteilen sich (zum Glück) einfach:

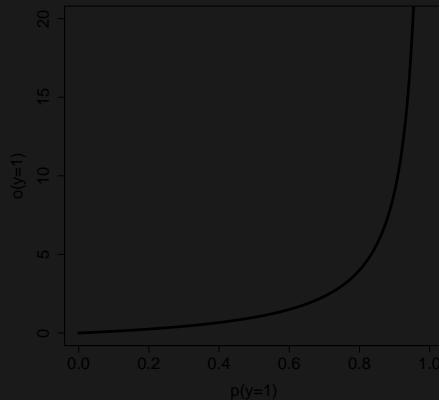
$$o(y=1) = \frac{p(y=1)}{1-p(y=1)} = e^z$$

Beachte: $\ln(e^z) = z = \text{Logits}$

- Die Chance liegt offensichtlich in $[0, \infty]$.
- Mit steigender Wahrscheinlichkeit gehen die Odds gegen ∞ .
- Bei einem Logit von 3 ist die Chance für $y = 1$ doppelt so hoch wie bei einem Logit von 1.5 usw.

Beziehung zwischen Wahrscheinlichkeit und Odds

In der Interpretation stellen die Odds die Linearität her, die den Wahrscheinlichkeiten bei der log. Regression fehlen.



Für die Interpretation der einzelnen Koeffizienten β_i
im Sinne eines Chancenverhältnisses:

$$or(y = 1 | x_i) = e^{\beta_i}$$

Für die Interpretation der einzelnen Koeffizienten β_i
im Sinne eines Chancenverhältnisses:

$$or(y = 1 | x_i) = e^{\beta_i}$$

In Worten: Steigt x_i (intervallskaliert!) um eine Einheit,
dann steigt die Chance für $y = 1$ um e^{β_i} .

Für die Interpretation der einzelnen Koeffizienten β_i im Sinne eines Chancenverhältnisses:

$$or(y = 1 | x_i) = e^{\beta_i}$$

In Worten: Steigt x_i (intervallskaliert!) um eine Einheit, dann steigt die Chance für $y = 1$ um e^{β_i} .

Ein Chancenverhältnis von 1 entspricht einem Koeffizienten 0, also einem ohne jeglichen Effekt.

Beziehungen zwischen den Maßen
sowie ihre Wertebereiche.

Einzel-Koeffizient		Gesamtmodell		
Koeffizient	Chancenverhältnis	Logit	Chance	$\hat{p}(y = 1)$
$\beta > 0$	$e^\beta > 1$	steigt um βx	steigt um $e^{\beta x}$	steigt
$\beta < 0$	$e^\beta < 1$	sinkt um βx	sinkt um $e^{\beta x}$	sinkt
$[-\infty, +\infty]$	$[0, +\infty]$	$[-\infty, +\infty]$	$[0, +\infty]$	$[0, 1]$

- Es gibt keine direkte Lösung für die Koeffizientenberechnung.

- Es gibt keine direkte Lösung für die Koeffizientenberechnung.
- Das Schätzverfahren funktioniert iterativ.

- Es gibt keine direkte Lösung für die Koeffizientenberechnung.
- Das Schätzverfahren funktioniert iterativ.
- Es kommt der sog. Maximum-Likelihood-Schätzer zum Einsatz.

- Es gibt beliebig viele Modelle = Belegungen für die β -Koeffizienten

- Es gibt beliebig viele Modelle = Belegungen für die β -Koeffizienten
- Das wahrscheinlichste Modell angesichts der Beobachtungen ist zu finden.

- Es gibt beliebig viele Modelle = Belegungen für die β -Koeffizienten
- Das wahrscheinlichste Modell angesichts der Beobachtungen ist zu finden.
- In den Beobachtungsdaten für jeden Fall k : $y_k = 1$ oder $y_k = 0$

- Es gibt beliebig viele Modelle = Belegungen für die β -Koeffizienten
- Das wahrscheinlichste Modell angesichts der Beobachtungen ist zu finden.
- In den Beobachtungsdaten für jeden Fall k : $y_k = 1$ oder $y_k = 0$
- Für jeden Beobachtungswert y_k betrachtet man:

- Es gibt beliebig viele Modelle = Belegungen für die β -Koeffizienten
- Das wahrscheinlichste Modell angesichts der Beobachtungen ist zu finden.
- In den Beobachtungsdaten für jeden Fall k : $y_k = 1$ oder $y_k = 0$
- Für jeden Beobachtungswert y_k betrachtet man:

- Es gibt beliebig viele Modelle = Belegungen für die β -Koeffizienten
- Das wahrscheinlichste Modell angesichts der Beobachtungen ist zu finden.
- In den Beobachtungsdaten für jeden Fall k : $y_k = 1$ oder $y_k = 0$
- Für jeden Beobachtungswert y_k betrachtet man:

$$p_k = \left(\frac{1}{1+e^{-z_k}} \right)^{y_k} \cdot \left(1 - \frac{1}{1+e^{-z_k}} \right)^{1-y_k}$$

$$p_k = \left(\frac{1}{1+e^{-z_k}} \right)^{y_k} \cdot \left(1 - \frac{1}{1+e^{-z_k}} \right)^{1-y_k}$$

- z_k ist der Modell-Logit für die zu y_k empirische gemessenen x .

$$p_k = \left(\frac{1}{1+e^{-z_k}} \right)^{y_k} \cdot \left(1 - \frac{1}{1+e^{-z_k}} \right)^{1-y_k}$$

- z_k ist der Modell-Logit für die zu y_k empirische gemessenen x .
- In den () steht links die vom Model geschätzte Wahrscheinlichkeit $\hat{p}(y_k)$ und rechts jeweils die Gegenwarscheinlichkeit dazu $1 - \hat{p}(y_k)$.

$$p_k = \left(\frac{1}{1+e^{-z_k}} \right)^{y_k} \cdot \left(1 - \frac{1}{1+e^{-z_k}} \right)^{1-y_k}$$

- z_k ist der Modell-Logit für die zu y_k empirische gemessenen x .
- In den () steht links die vom Model geschätzte Wahrscheinlichkeit $\hat{p}(y_k)$ und rechts jeweils die Gegenwahrscheinlichkeit dazu $1 - \hat{p}(y_k)$.
- Wenn der Modellwert nahe an 0 (z. B. 0.1) und $y_k = 0$ ist:
 $p_k = (0.1)^0 \cdot (0.9)^1 = 1 \cdot 0.9 = 0.9$ („gute“ Approximation)

$$p_k = \left(\frac{1}{1+e^{-z_k}} \right)^{y_k} \cdot \left(1 - \frac{1}{1+e^{-z_k}} \right)^{1-y_k}$$

- z_k ist der Modell-Logit für die zu y_k empirische gemessenen x .
- In den () steht links die vom Model geschätzte Wahrscheinlichkeit $\hat{p}(y_k)$ und rechts jeweils die Gegenwarscheinlichkeit dazu $1 - \hat{p}(y_k)$.
- Wenn der Modellwert nahe an 0 (z. B. 0.1) und $y_k = 0$ ist:
 $p_k = (0.1)^0 \cdot (0.9)^1 = 1 \cdot 0.9 = 0.9$ („gute“ Approximation)
- Wenn der Modellwert bei gleichen empirischen Daten umgekehrt ist:
 $p_k = (0.9)^0 \cdot (0.1)^1 = 1 \cdot 0.1 = 0.1$ („schlechte“ Approximation)

$$p_k = \left(\frac{1}{1+e^{-z_k}} \right)^{y_k} \cdot \left(1 - \frac{1}{1+e^{-z_k}} \right)^{1-y_k}$$

- z_k ist der Modell-Logit für die zu y_k empirische gemessenen x .
- In den () steht links die vom Model geschätzte Wahrscheinlichkeit $\hat{p}(y_k)$ und rechts jeweils die Gegenwarscheinlichkeit dazu $1 - \hat{p}(y_k)$.
- Wenn der Modellwert nahe an 0 (z. B. 0.1) und $y_k = 0$ ist:
 $p_k = (0.1)^0 \cdot (0.9)^1 = 1 \cdot 0.9 = 0.9$ („gute“ Approximation)
- Wenn der Modellwert bei gleichen empirischen Daten umgekehrt ist:
 $p_k = (0.9)^0 \cdot (0.1)^1 = 1 \cdot 0.1 = 0.1$ („schlechte“ Approximation)
- Die p_k messen also die Güte der vom Modell vorhergesagten Wahrscheinlichkeit für jeden beobachteten Datenpunkt.

- Bei unabhängigen Ereignissen $E_{1..n}$ gilt:
$$P(E_1 + E_2 + \dots + E_n) = \prod_i P(E_i)$$

- Bei unabhängigen Ereignissen $E_{1..n}$ gilt:
$$P(E_1 + E_2 + \dots + E_n) = \prod_i P(E_i)$$
- Die Wahrscheinlichkeit eines Modells (seine „Likelihood“) angesichts aller empirischen Werte y_k ist also:

- Bei unabhängigen Ereignissen $E_{1..n}$ gilt:
$$P(E_1 + E_2 + \dots + E_n) = \prod_i P(E_i)$$
- Die Wahrscheinlichkeit eines Modells (seine „Likelihood“) angesichts aller empirischen Werte y_k ist also:

- Bei unabhängigen Ereignissen $E_{1..n}$ gilt:
$$P(E_1 + E_2 + \dots + E_n) = \prod_i P(E_i)$$
- Die Wahrscheinlichkeit eines Modells (seine „Likelihood“) angesichts aller empirischen Werte y_k ist also:

$$L = \prod_k p_k$$

- Bei unabhängigen Ereignissen $E_{1..n}$ gilt:
$$P(E_1 + E_2 + \dots + E_n) = \prod_i P(E_i)$$
- Die Wahrscheinlichkeit eines Modells (seine „Likelihood“) angesichts aller empirischen Werte y_k ist also:

$$L = \prod_k p_k$$

- Der Maximum Likelihood-Schätzer maximiert L für die Belegungen der β -Koeffizienten (= konkurrierende Modelle).

Wie bei der LM-Variante der ANOVA müssen kategoriale Unabhängige mit mehr als zwei Ausprägungen als dichotome Dummy-Variablen kodiert werden.

Wie bei der LM-Variante der ANOVA müssen kategoriale Unabhängige mit mehr als zwei Ausprägungen als dichotome Dummy-Variablen kodiert werden.

Beispiel für dreiwertige Variable A und Dummy-Regressoren $x_{1..3}$

	A = 1	A = 2	A = 3
$x_1 =$	1	0	0
$x_2 =$	0	1	0
$x_3 =$	0	0	1

Wie bei der LM-Variante der ANOVA müssen kategoriale Unabhängige mit mehr als zwei Ausprägungen als dichotome Dummy-Variablen kodiert werden.

Beispiel für dreiwertige Variable A und Dummy-Regressoren $x_{1..3}$

	A = 1	A = 2	A = 3
$x_1 =$	1	0	0
$x_2 =$	0	1	0
$x_3 =$	0	0	1

Achtung! De facto gibt es für einen kategorialen Regressor mit k Ausprägungen nur $k - 1$ Dummies (s. Abschnitt zum Intercept).

Nominale Unabhängige in Modellgleichungen

Beispiel für eine als $x_{1..3}$ dummy-kodierte Unabhängige A
und eine intervallskalierte Unabhängige x_4 :

Nominale Unabhängige in Modellgleichungen

Beispiel für eine als $x_{1..3}$ dummy-kodierte Unabhängige A und eine intervallskalierte Unabhängige x_4 :

$$\hat{p}(y = 1) = \frac{1}{1+e^{-z}}$$

$$\text{mit } z = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + \beta_0$$

Nominale Unabhängige in Modellgleichungen

Beispiel für eine als $x_{1..3}$ dummy-kodierte Unabhängige A und eine intervallskalierte Unabhängige x_4 :

$$\hat{p}(y = 1) = \frac{1}{1+e^{-z}}$$

$$\text{mit } z = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + \beta_0$$

Dabei treten die Werte auf:

- $x_{1..3}$: 0 oder 1

Nominale Unabhängige in Modellgleichungen

Beispiel für eine als $x_{1..3}$ dummy-kodierte Unabhängige A und eine intervallskalierte Unabhängige x_4 :

$$\hat{p}(y = 1) = \frac{1}{1+e^{-z}}$$

$$\text{mit } z = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + \beta_0$$

Dabei treten die Werte auf:

- $x_{1..3}$: 0 oder 1
- Wenn $x_1 = 1$, dann $x_2 = 0$ und $x_3 = 0$ usw.

(Wh.:) Für die Interpretation der einzelnen Koeffizienten β_i
im Sinne eines Chancenverhältnisses:

$$or(y = 1 | x_i) = e^{\beta_i}$$

(Wh.:) Für die Interpretation der einzelnen Koeffizienten β_i
im Sinne eines Chancenverhältnisses:

$$or(y = 1 | x_i) = e^{\beta_i}$$

In Worten für nominale Regressoren bzw. ihr dichotomen Dummies:

(Wh.:) Für die Interpretation der einzelnen Koeffizienten β_i im Sinne eines Chancenverhältnisses:

$$or(y = 1 | x_i) = e^{\beta_i}$$

In Worten für nominale Regressoren bzw. ihr dichotomen Dummies:

Wenn $x_i = 1$ (x_i ist dichotom skaliert!),
dann ist die Chance $o(y = 1)$ um e^{β_i} höher als bei $x_i = 0$.

(Wh.:) Für die Interpretation der einzelnen Koeffizienten β_i im Sinne eines Chancenverhältnisses:

$$or(y = 1 | x_i) = e^{\beta_i}$$

In Worten für nominale Regressoren bzw. ihr dichotomen Dummies:

Wenn $x_i = 1$ (x_i ist dichotom skaliert!),
dann ist die Chance $o(y = 1)$ um e^{β_i} höher als bei $x_i = 0$.
Andere Fälle gibt es wegen der dichotomen Skalierung nicht.

- „Intercept“ (β_0) in GLMs \neq Schnittpunkt mit y-Achse

- „Intercept“ (β_0) in GLMs \neq Schnittpunkt mit y-Achse
- intervallskalierte Regressoren:

- „Intercept“ (β_0) in GLMs \neq Schnittpunkt mit y-Achse
- intervallskalierte Regressoren:
 - ▶ einfachstes binomiales GLM: $\hat{p}(y = 1) = \beta_1 x_1 + \beta_0$

- „Intercept“ (β_0) in GLMs \neq Schnittpunkt mit y-Achse
- intervallskalierte Regressoren:
 - ▶ einfachstes binomiales GLM: $\hat{p}(y = 1) = \beta_1 x_1 + \beta_0$
 - ▶ Wenn $x_1 = 0$, wird β_0 vorhergesagt.

- „Intercept“ (β_0) in GLMs \neq Schnittpunkt mit y-Achse
- intervallskalierte Regressoren:
 - ▶ einfachstes binomiales GLM: $\hat{p}(y = 1) = \beta_1 x_1 + \beta_0$
 - ▶ Wenn $x_1 = 0$, wird β_0 vorhergesagt.
- bei Dummy-Variablen wird eine zur Referenz-Kategorie:

- „Intercept“ (β_0) in GLMs \neq Schnittpunkt mit y-Achse
- intervallskalierte Regressoren:
 - ▶ einfachstes binomiales GLM: $\hat{p}(y = 1) = \beta_1 x_1 + \beta_0$
 - ▶ Wenn $x_1 = 0$, wird β_0 vorhergesagt.
- bei Dummy-Variablen wird eine zur Referenz-Kategorie:
 - ▶ GLM mit drei Dummies: $\hat{p}(y = 1) = \beta_{Akk} \cdot x_{Akk} + \beta_{Dat} \cdot x_{Dat} + \beta_{Nom}$

- „Intercept“ (β_0) in GLMs \neq Schnittpunkt mit y-Achse
- intervallskalierte Regressoren:
 - ▶ einfachstes binomiales GLM: $\hat{p}(y = 1) = \beta_1 x_1 + \beta_0$
 - ▶ Wenn $x_1 = 0$, wird β_0 vorhergesagt.
- bei Dummy-Variablen wird eine zur Referenz-Kategorie:
 - ▶ GLM mit drei Dummies: $\hat{p}(y = 1) = \beta_{Akk} \cdot x_{Akk} + \beta_{Dat} \cdot x_{Dat} + \beta_{Nom}$
 - ▶ „Alle Regressoren werden 0“ heißt hier, es liegt Nom vor.

- „Intercept“ (β_0) in GLMs \neq Schnittpunkt mit y-Achse
- intervallskalierte Regressoren:
 - ▶ einfachstes binomiales GLM: $\hat{p}(y = 1) = \beta_1 x_1 + \beta_0$
 - ▶ Wenn $x_1 = 0$, wird β_0 vorhergesagt.
- bei Dummy-Variablen wird eine zur Referenz-Kategorie:
 - ▶ GLM mit drei Dummies: $\hat{p}(y = 1) = \beta_{Akk} \cdot x_{Akk} + \beta_{Dat} \cdot x_{Dat} + \beta_{Nom}$
 - ▶ „Alle Regressoren werden 0“ heißt hier, es liegt Nom vor.
 - ▶ Die Dummies modellieren den Unterschied zwischen Referenz (Nom) und den anderen Fällen.

- „Intercept“ (β_0) in GLMs \neq Schnittpunkt mit y-Achse
- intervallskalierte Regressoren:
 - ▶ einfachstes binomiales GLM: $\hat{p}(y = 1) = \beta_1 x_1 + \beta_0$
 - ▶ Wenn $x_1 = 0$, wird β_0 vorhergesagt.
- bei Dummy-Variablen wird eine zur Referenz-Kategorie:
 - ▶ GLM mit drei Dummies: $\hat{p}(y = 1) = \beta_{Akk} \cdot x_{Akk} + \beta_{Dat} \cdot x_{Dat} + \beta_{Nom}$
 - ▶ „Alle Regressoren werden 0“ heißt hier, es liegt Nom vor.
 - ▶ Die Dummies modellieren den Unterschied zwischen Referenz (Nom) und den anderen Fällen.
 - ▶ Die Referenzkategorie sollte die häufigste sein, besonders bei Interaktionen.

- nichts wesentlich anderes als in LM

- nichts wesentlich anderes als in LM
- vereinte Effekte, die über die Einzeleffekte hinausgehen

- nichts wesentlich anderes als in LM
- vereinte Effekte, die über die Einzeleffekte hinausgehen
- bei Interpretationsschwierigkeiten ggf. nachlesen

- Signifikanz wird für das Modell und Koeffizienten bestimmt.

- Signifikanz wird für das Modell und Koeffizienten bestimmt.
- Allerdings: Signifikanz heißt nicht automatisch Modellgüte.

- Signifikanz wird für das Modell und Koeffizienten bestimmt.
- Allerdings: Signifikanz heißt nicht automatisch Modellgüte.
- Je „weniger signifikant“ ein Regressor, desto wahrscheinlicher kann er ohne Güteverlust entfernt werden.

- Signifikanz wird für das Modell und Koeffizienten bestimmt.
- Allerdings: Signifikanz heißt nicht automatisch Modellgüte.
- Je „weniger signifikant“ ein Regressor, desto wahrscheinlicher kann er ohne Güteverlust entfernt werden.
- Modellselektion: Auswahl des einfachsten Modells mit der größten Modellgüte.

- Signifikanz wird für das Modell und Koeffizienten bestimmt.
- Allerdings: Signifikanz heißt nicht automatisch Modellgüte.
- Je „weniger signifikant“ ein Regressor, desto wahrscheinlicher kann er ohne Güteverlust entfernt werden.
- Modellselektion: Auswahl des einfachsten Modells mit der größten Modellgüte.
- Achtung bei dichotomen Dummy-Regressoren: Immer alle Dummies im Modell lassen oder herausnehmen, die zu einer kategorialen Unabhängigen gehören!

- 1 Weglassen des Regressors mit der geringsten Signifikanz

- 1 Weglassen des Regressors mit der geringsten Signifikanz
- 2 Vergleich des vollen und des reduzierten Modells

Weglassen von Faktoren: Log-Likelihood-Ratio-Test

- 1 Weglassen des Regressors mit der geringsten Signifikanz
- 2 Vergleich des vollen und des reduzierten Modells
- 3 bei nicht-signifikantem Unterschied: Regressor weglassen

Weglassen von Faktoren: Log-Likelihood-Ratio-Test

- 1 Weglassen des Regressors mit der geringsten Signifikanz
- 2 Vergleich des vollen und des reduzierten Modells
- 3 bei nicht-signifikantem Unterschied: Regressor weglassen
- 4 von vorne beginnen...

Weglassen von Faktoren: Log-Likelihood-Ratio-Test

- 1 Weglassen des Regressors mit der geringsten Signifikanz
- 2 Vergleich des vollen und des reduzierten Modells
- 3 bei nicht-signifikantem Unterschied: Regressor weglassen
- 4 von vorne beginnen...

- 1 Weglassen des Regressors mit der geringsten Signifikanz
- 2 Vergleich des vollen und des reduzierten Modells
- 3 bei nicht-signifikantem Unterschied: Regressor weglassen
- 4 von vorne beginnen...

Log-Likelihood-Ratio für Likelihood des vollen (L_f) und reduzierten (L_r) Modells:

$$LR = (-2 \cdot \ln(L_r)) - (-2 \cdot \ln(L_f))$$

Weglassen von Faktoren: Log-Likelihood-Ratio-Test

- 1 Weglassen des Regressors mit der geringsten Signifikanz
- 2 Vergleich des vollen und des reduzierten Modells
- 3 bei nicht-signifikantem Unterschied: Regressor weglassen
- 4 von vorne beginnen...

Log-Likelihood-Ratio für Likelihood des vollen (L_f) und reduzierten (L_r) Modells:

$$LR = (-2 \cdot \ln(L_r)) - (-2 \cdot \ln(L_f))$$

Test: Unter der H_0 $L_r = L_f$ ist die LR χ^2 -verteilt
mit $df = df_f - df_r$ (df jeweils: Zahl der Regressoren)

Weglassen von Faktoren: Log-Likelihood-Ratio-Test

- 1 Weglassen des Regressors mit der geringsten Signifikanz
- 2 Vergleich des vollen und des reduzierten Modells
- 3 bei nicht-signifikantem Unterschied: Regressor weglassen
- 4 von vorne beginnen...

Log-Likelihood-Ratio für Likelihood des vollen (L_f) und reduzierten (L_r) Modells:

$$LR = (-2 \cdot \ln(L_r)) - (-2 \cdot \ln(L_f))$$

Test: Unter der H_0 $L_r = L_f$ ist die LR χ^2 -verteilt
mit $df = df_f - df_r$ (df jeweils: Zahl der Regressoren)

Ist die LR größer als der kritische Wert: Regressor im Modell lassen!

Regressoren-Selektion auf Basis des Akaike Information Criterion:

- Ablauf wie bei LR-Test

Regressoren-Selektion auf Basis des Akaike Information Criterion:

- Ablauf wie bei LR-Test
- Maß für Modellvergleich ist das AIC

Regressoren-Selektion auf Basis des Akaike Information Criterion:

- Ablauf wie bei LR-Test
- Maß für Modellvergleich ist das AIC
- Informationstheoretisches Maß:
Distanz des Modells zur (geschätzten) absoluten Realität

Regressoren-Selektion auf Basis des Akaike Information Criterion:

- Ablauf wie bei LR-Test
- Maß für Modellvergleich ist das AIC
- Informationstheoretisches Maß:
Distanz des Modells zur (geschätzten) absoluten Realität
- Je kleiner das AIC, desto besser das Modell.

Regressoren-Selektion auf Basis des Akaike Information Criterion:

- Ablauf wie bei LR-Test
- Maß für Modellvergleich ist das AIC
- Informationstheoretisches Maß:
Distanz des Modells zur (geschätzten) absoluten Realität
- Je kleiner das AIC, desto besser das Modell.
- Achtung: Nur zum Vergleich eingebetteter Modelle verwenden, also bei gleichem Datensatz, und wenn das reduzierte Modell eine Teilmenge der Regressoren des vollen enthält.

- Signifikanzbestimmung für einzelne Regressoren

- Signifikanzbestimmung für einzelne Regressoren
- wie bei LM: Standardfehler für jeden Regressor

- Signifikanzbestimmung für einzelne Regressoren
- wie bei LM: Standardfehler für jeden Regressor
- darauf basierend: z-Wert für jeden Regressor...

- Signifikanzbestimmung für einzelne Regressoren
- wie bei LM: Standardfehler für jeden Regressor
- darauf basierend: z-Wert für jeden Regressor...
- und z-Test auf Basis der Normalverteilung

- Log-Likelihood-Ratio-Test für Gesamtheit aller Regressoren

- Log-Likelihood-Ratio-Test für Gesamtheit aller Regressoren
- volles Modell (ggf. nach Eliminierung von Koeffizienten)

- Log-Likelihood-Ratio-Test für Gesamtheit aller Regressoren
- volles Modell (ggf. nach Eliminierung von Koeffizienten)
- Nullmodell, das nur einen konstanten Term zur Vorhersage nutzt

- Log-Likelihood-Ratio-Test für Gesamtheit aller Regressoren
- volles Modell (ggf. nach Eliminierung von Koeffizienten)
- Nullmodell, das nur einen konstanten Term zur Vorhersage nutzt
- ähnlich den Modellvergleichen im Kapitel „ANOVA als LM“

- auch Vergleich des vollen Modells und Nullmodells
- Interpretation wie gewohnt: Varianzerklärung

- auch Vergleich des vollen Modells und Nullmodells
- Interpretation wie gewohnt: Varianzerklärung

$$\text{Cox \& Snell: } R_C^2 = 1 - \left(\frac{L_0}{L_f} \right)^{\frac{2}{n}}$$

- auch Vergleich des vollen Modells und Nullmodells
- Interpretation wie gewohnt: Varianzerklärung

$$\text{Cox \& Snell: } R_C^2 = 1 - \left(\frac{L_0}{L_f} \right)^{\frac{2}{n}}$$

Problem: Geht nicht bis 1!

- auch Vergleich des vollen Modells und Nullmodells
- Interpretation wie gewohnt: Varianzerklärung

$$\text{Cox \& Snell: } R_C^2 = 1 - \left(\frac{L_0}{L_f}\right)^{\frac{2}{n}}$$

Problem: Geht nicht bis 1!

$$\text{Nagelkerke: } R_N^2 = \frac{R_C^2}{R_{max}^2}$$

$$\text{mit } R_{max}^2 = 1 - (L_0)^{\frac{2}{n}}$$

- gutes GLM \Rightarrow gute Vorhersagen

- gutes GLM \Rightarrow gute Vorhersagen
- einfache Vorhersagegüte: Anteil der richtigen Vorhersagen

- gutes GLM \Rightarrow gute Vorhersagen
- einfache Vorhersagegüte: Anteil der richtigen Vorhersagen
- instruktiv: Vergleich mit „Baseline“
(= Anteil der richtigen Vorhersagen bei Vorhersage der modalen Kategorie)

- gutes GLM \Rightarrow gute Vorhersagen
- einfache Vorhersagegüte: Anteil der richtigen Vorhersagen
- instruktiv: Vergleich mit „Baseline“
(= Anteil der richtigen Vorhersagen bei Vorhersage der modalen Kategorie)
- Problem wie bei Fehlerreduktion:
auch bei starkem Effekt nicht unbedingt Umkehrung der modalen Kategorie

- zugrundegelegte Verteilung: Binomialverteilung

Überdispersion

- zugrundegelegte Verteilung: Binomialverteilung
- Überdispersion: Varianz ist größer als für Binomialverteilung angenommen

- zugrundegelegte Verteilung: Binomialverteilung
- Überdispersion: Varianz ist größer als für Binomialverteilung angenommen
- mögliche Gründe:

- zugrundegelegte Verteilung: Binomialverteilung
- Überdispersion: Varianz ist größer als für Binomialverteilung angenommen
- mögliche Gründe:
 - ▶ unbeobachtete Heterogenität (fehlende erklärende Variablen)

- zugrundegelegte Verteilung: Binomialverteilung
- Überdispersion: Varianz ist größer als für Binomialverteilung angenommen
- mögliche Gründe:
 - ▶ unbeobachtete Heterogenität (fehlende erklärende Variablen)
 - ▶ Gruppenbildung (= Beobachtungen nicht unabhängig)

- zugrundegelegte Verteilung: Binomialverteilung
- Überdispersion: Varianz ist größer als für Binomialverteilung angenommen
- mögliche Gründe:
 - ▶ unbeobachtete Heterogenität (fehlende erklärende Variablen)
 - ▶ Gruppenbildung (= Beobachtungen nicht unabhängig)

- zugrundegelegte Verteilung: Binomialverteilung
- Überdispersion: Varianz ist größer als für Binomialverteilung angenommen
- mögliche Gründe:
 - ▶ unbeobachtete Heterogenität (fehlende erklärende Variablen)
 - ▶ Gruppenbildung (= Beobachtungen nicht unabhängig)

Schätzung des Dispersionsparameters:

$$\hat{\phi} = \sum \left(\frac{R_p}{df_R} \right)^2$$

wobei: R_p ist das Pearson-Residual (hier nicht behandelt) und

df_R die Residual-Freiheitsgrade $n - p$, p die Anzahl der Modellparameter

- Problem: $\hat{\phi}$ deutlich über 1

- Problem: $\hat{\phi}$ deutlich über 1
- Lösung: Schätzung der Parameter bleibt (im Ergebnis) gleich

- Problem: $\hat{\phi}$ deutlich über 1
- Lösung: Schätzung der Parameter bleibt (im Ergebnis) gleich
- aber für die Evaluation der Koeffizienten:

- Problem: $\hat{\phi}$ deutlich über 1
- Lösung: Schätzung der Parameter bleibt (im Ergebnis) gleich
- aber für die Evaluation der Koeffizienten:
 - ▶ Signifikanzschätzung mit größeren Standardfehlern

- Problem: $\hat{\phi}$ deutlich über 1
- Lösung: Schätzung der Parameter bleibt (im Ergebnis) gleich
- aber für die Evaluation der Koeffizienten:
 - ▶ Signifikanzschätzung mit größeren Standardfehlern
 - ▶ t-Verteilung statt Normalverteilung (z-Werte)

- Problem: $\hat{\phi}$ deutlich über 1
- Lösung: Schätzung der Parameter bleibt (im Ergebnis) gleich
- aber für die Evaluation der Koeffizienten:
 - ▶ Signifikanzschätzung mit größeren Standardfehlern
 - ▶ t-Verteilung statt Normalverteilung (z-Werte)
- Ein „Quasi-Likelihood-Modell“ folgt im Wesentlichen dieser Strategie.

- (Multi-)kollinearität: Abhängigkeit zwischen Regressoren

- (Multi-)kollinearität: Abhängigkeit zwischen Regressoren
- Probleme: β -Fehler, Überanpassung, ungenaue Koeffizientenschätzung

- (Multi-)kollinearität: Abhängigkeit zwischen Regressoren
- Probleme: β -Fehler, Überanpassung, ungenaue Koeffizientenschätzung
- Test: Varianzinflations-Faktoren (nicht im Detail behandelt)

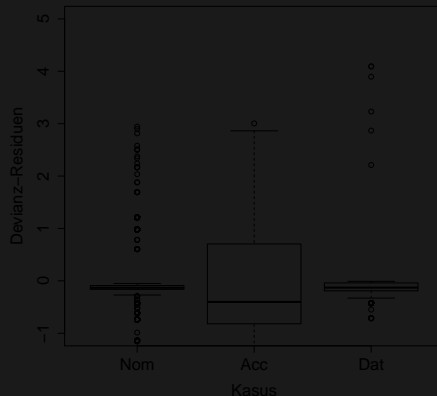
- (Multi-)kollinearität: Abhängigkeit zwischen Regressoren
- Probleme: β -Fehler, Überanpassung, ungenaue Koeffizientenschätzung
- Test: Varianzinflations-Faktoren (nicht im Detail behandelt)
- Lösungen z. B.: mehr Daten, Regressoren weglassen

- (Multi-)kollinearität: Abhängigkeit zwischen Regressoren
- Probleme: β -Fehler, Überanpassung, ungenaue Koeffizientenschätzung
- Test: Varianzinflations-Faktoren (nicht im Detail behandelt)
- Lösungen z. B.: mehr Daten, Regressoren weglassen
- Test des Modells auf Robustheit trotz Kollinearität (z. B. Kreuzvalidierung)

Varianzhomogenität

Die Residuen werden im GLM zwar anders berechnet, sind aber trotzdem ein Maß für die Varianz.

Die Varianz sollte nicht mit den Regressorausprägungen variieren!



- bei Problemen: Test auf Robustheit des Modells

- bei Problemen: Test auf Robustheit des Modells
- Idee bei k -facher Kreuzvalidierung:

- bei Problemen: Test auf Robustheit des Modells
- Idee bei k -facher Kreuzvalidierung:
 - 1 teile Daten in k Teile

- bei Problemen: Test auf Robustheit des Modells
- Idee bei k -facher Kreuzvalidierung:
 - 1 teile Daten in k Teile
 - 2 Modellanpassung auf $k - 1$ von k Teilen

- bei Problemen: Test auf Robustheit des Modells
- Idee bei k -facher Kreuzvalidierung:
 - 1 teile Daten in k Teile
 - 2 Modellanpassung auf $k - 1$ von k Teilen
 - 3 Prüfung der Vorhersage auf verbleibendem Teil

- bei Problemen: Test auf Robustheit des Modells
- Idee bei k -facher Kreuzvalidierung:
 - 1 teile Daten in k Teile
 - 2 Modellanpassung auf $k - 1$ von k Teilen
 - 3 Prüfung der Vorhersage auf verbleibendem Teil
 - 4 Modell ist Robust, wenn die Parameter in der Kreuzvalidierung nicht wesentlich anders geschätzt werden als im Ursprungsmodell

- bei Problemen: Test auf Robustheit des Modells
- Idee bei k -facher Kreuzvalidierung:
 - 1 teile Daten in k Teile
 - 2 Modellanpassung auf $k - 1$ von k Teilen
 - 3 Prüfung der Vorhersage auf verbleibendem Teil
 - 4 Modell ist Robust, wenn die Parameter in der Kreuzvalidierung nicht wesentlich anders geschätzt werden als im Ursprungsmodell
- wenn $k = n$: Leave-One-Out-Kreuzvalidierung

- bei Problemen: Test auf Robustheit des Modells
- Idee bei k -facher Kreuzvalidierung:
 - 1 teile Daten in k Teile
 - 2 Modellanpassung auf $k - 1$ von k Teilen
 - 3 Prüfung der Vorhersage auf verbleibendem Teil
 - 4 Modell ist Robust, wenn die Parameter in der Kreuzvalidierung nicht wesentlich anders geschätzt werden als im Ursprungsmodell
- wenn $k = n$: Leave-One-Out-Kreuzvalidierung
- verwandtes Verfahren: Bootstrapping (mit Zurücklegen)

Einige typische Anwendungsfälle für nicht-binomiale GLMs:

- Zähldaten: Poisson

Einige typische Anwendungsfälle für nicht-binomiale GLMs:

- Zähldaten: Poisson
- Zähldaten mit Überdispersion: negativ-binomial

Einige typische Anwendungsfälle für nicht-binomiale GLMs:

- Zähldaten: Poisson
- Zähldaten mit Überdispersion: negativ-binomial
- bestimmte Intervalldaten in $[0, \infty]$: Gamma

Einige typische Anwendungsfälle für nicht-binomiale GLMs:

- Zähldaten: Poisson
- Zähldaten mit Überdispersion: negativ-binomial
- bestimmte Intervalldaten in $[0, \infty]$: Gamma
- viele Nullen: zero-inflated Varianten

Einige typische Anwendungsfälle für nicht-binomiale GLMs:

- Zähldaten: Poisson
- Zähldaten mit Überdispersion: negativ-binomial
- bestimmte Intervalldaten in $[0, \infty]$: Gamma
- viele Nullen: zero-inflated Varianten

Einige typische Anwendungsfälle für nicht-binomiale GLMs:

- Zähldaten: Poisson
- Zähldaten mit Überdispersion: negativ-binomial
- bestimmte Intervalldaten in $[0, \infty]$: Gamma
- viele Nullen: zero-inflated Varianten

Das Vademecum, vor allem für R-Benutzer:
Zuur u. a. 2009

- typisches gemischtes Modell: mit Zufallseffekten

- typisches gemischtes Modell: mit Zufallseffekten
- Idee: Varianzunterschiede oder Dispersion durch Gruppen

- typisches gemischtes Modell: mit Zufallseffekten
- Idee: Varianzunterschiede oder Dispersion durch Gruppen
- mögliche Gruppen in linguistischen Experimenten:

- typisches gemischtes Modell: mit Zufallseffekten
- Idee: Varianzunterschiede oder Dispersion durch Gruppen
- mögliche Gruppen in linguistischen Experimenten:
 - ▶ Werte von einem Probanden bei Befragung, Rating-Studie

- typisches gemischtes Modell: mit Zufallseffekten
- Idee: Varianzunterschiede oder Dispersion durch Gruppen
- mögliche Gruppen in linguistischen Experimenten:
 - ▶ Werte von einem Probanden bei Befragung, Rating-Studie
 - ▶ Werte zu einem Lexem bei Korpusstudie

- typisches gemischtes Modell: mit Zufallseffekten
- Idee: Varianzunterschiede oder Dispersion durch Gruppen
- mögliche Gruppen in linguistischen Experimenten:
 - ▶ Werte von einem Probanden bei Befragung, Rating-Studie
 - ▶ Werte zu einem Lexem bei Korpusstudie
 - ▶ Werte aus einer Textsorte bei Korpusstudie

- typisches gemischtes Modell: mit Zufallseffekten
- Idee: Varianzunterschiede oder Dispersion durch Gruppen
- mögliche Gruppen in linguistischen Experimenten:
 - ▶ Werte von einem Probanden bei Befragung, Rating-Studie
 - ▶ Werte zu einem Lexem bei Korpusstudie
 - ▶ Werte aus einer Textsorte bei Korpusstudie
- ideal: Gruppeneffekte durch zusätzliche normale Regressoren auflösen

- typisches gemischtes Modell: mit Zufallseffekten
- Idee: Varianzunterschiede oder Dispersion durch Gruppen
- mögliche Gruppen in linguistischen Experimenten:
 - ▶ Werte von einem Probanden bei Befragung, Rating-Studie
 - ▶ Werte zu einem Lexem bei Korpusstudie
 - ▶ Werte aus einer Textsorte bei Korpusstudie
- ideal: Gruppeneffekte durch zusätzliche normale Regressoren auflösen
- sonst (vereinfacht): Schätzung eines Intercepts pro Gruppe

- typisches gemischtes Modell: mit Zufallseffekten
- Idee: Varianzunterschiede oder Dispersion durch Gruppen
- mögliche Gruppen in linguistischen Experimenten:
 - ▶ Werte von einem Probanden bei Befragung, Rating-Studie
 - ▶ Werte zu einem Lexem bei Korpusstudie
 - ▶ Werte aus einer Textsorte bei Korpusstudie
- ideal: Gruppeneffekte durch zusätzliche normale Regressoren auflösen
- sonst (vereinfacht): Schätzung eines Intercepts pro Gruppe
- Typisch für Zufallseffekte: In der GG sind vermutlich viel mehr Ausprägungen vorhanden, als gemessen (wie z. B. Sprecher oder Lexeme) wurden.

GAMs oder „nichtparametrische Regression“

$$\hat{y} = f_1(x_1) + f_2(x_2) + \dots + f_n(x_n) + \beta_0$$

- f_n : besondere Art von Funktion, die geschätzt wird

GAMs oder „nichtparametrische Regression“

$$\hat{y} = f_1(x_1) + f_2(x_2) + \dots + f_n(x_n) + \beta_0$$

- f_n : besondere Art von Funktion, die geschätzt wird
- Wenn die Funktionen ungefähr linear sind, ist ein GLM genauso gut.

GAMs oder „nichtparametrische Regression“

$$\hat{y} = f_1(x_1) + f_2(x_2) + \dots + f_n(x_n) + \beta_0$$

- f_n : besondere Art von Funktion, die geschätzt wird
- Wenn die Funktionen ungefähr linear sind, ist ein GLM genauso gut.
- Interpretation von GAMs: viel schwieriger als GLMs

GAMs oder „nichtparametrische Regression“

$$\hat{y} = f_1(x_1) + f_2(x_2) + \dots + f_n(x_n) + \beta_0$$

- f_n : besondere Art von Funktion, die geschätzt wird
- Wenn die Funktionen ungefähr linear sind, ist ein GLM genauso gut.
- Interpretation von GAMs: viel schwieriger als GLMs
- letzter Ausweg bei schlechtem GLM

1 Modell-Anpassung:

```
> m <- glm(y ~ x1+x2*y3, data=mydata, family="binomial")  
> summary(m)
```

7 Modellselektion (wenn nicht von Hand):

```
> drop1(m)
```

8 Varianzinflationsfaktoren:

```
> library(car); vif(m)
```

9 Dispersion $\hat{\phi}$ schätzen:

```
> sum(resid(m, type="pear")^2 / df.residual(m))
```

10 Vorhersagegüte:

```
> pred <- ifelse(predict(m) <= 0.5, 0, 1)
> tab <- table(pred, mydata$response)
> sum(diag(tab))/sum(tab)
```

11 Fehlerrate in Kreuzvalidierung (hier $k = 10$):

```
library(boot); cv.glm(mydata, m, K=10)$delta
```

Nächste Woche | Überblick

- 1 Inferenz
- 2 Deskriptive Statistik
- 3 Nichtparametrische Verfahren
- 4 z-Test und t-Test
- 5 ANOVA
- 6 Freiheitsgrade und Effektstärken
- 7 Power und Severity
- 8 Lineare Modelle
- 9 Generalisierte Lineare Modelle
- 10 Gemischte Modelle

- Backhaus, Klaus, Bernd Erichson, Wulff Plinke & Rolf Weiber. 2011. *Multivariate Analysemethoden*. 13. Aufl. Berlin etc.: Springer.
- Fahrmeir, Ludwig, Thomas Kneib & Stefan Lang. 2009. *Regression – Modelle, Methoden und Anwendungen*. 2. Aufl. Heidelberg etc.: Springer.
- Zuur, Alain F., Elena N. Ieno, Neil Walker, Anatoly A. Saveliev & Graham M. Smith. 2009. *Mixed effects models and extensions in ecology with R*. Berlin etc.: Springer.

Kontakt

Prof. Dr. Roland Schäfer
Institut für Germanistische Sprachwissenschaft
Friedrich-Schiller-Universität Jena
Fürstengraben 30
07743 Jena

<https://rolandschaefer.net>
roland.schaefer@uni-jena.de

Creative Commons BY-SA-3.0-DE

Dieses Werk ist unter einer Creative Commons Lizenz vom Typ *Namensnennung - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 3.0 Deutschland* zugänglich. Um eine Kopie dieser Lizenz einzusehen, konsultieren Sie

<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/de/> oder wenden Sie sich brieflich an Creative Commons, Postfach 1866, Mountain View, California, 94042, USA.