

Statistische Inferenz | 03. Einfache Tests für Mittelwerte

Prof. Dr. Roland Schäfer | Germanistische Linguistik FSU Jena

28. November 2024

Hinweis: Wo nicht anders angegeben, runden Sie die Ergebnisse auf zwei Nachkommastellen.

1 z-Test bzw. t-Test für ein Stichprobenmittel

Gegeben sei eine in vorherigen Split-100-Experimenten abgesicherte mittlere Bewertung von *obwohl*-Sätzen mit Verbzweitstellung bei Komma vor *obwohl* und fehlendem Interpunktionszeichen nach *obwohl* von $\mu = 22.3$ (Standardabweichung $\sigma = 8.4$) gegenüber identisch markierten *obwohl*-Sätzen mit Verb-Letzt-Stellung (Mittel $\mu' = 77.7$). (In Split-100-Experimenten bewerten Probanden zwei gegebene Varianten eines Satzes, indem Sie 100 Punkte zwischen den beiden Möglichkeiten verteilen.) In einem Folge-Experiment soll getestet werden, ob sich die Bewertung ändert, wenn vor *obwohl* ein Punkt gesetzt wird. Die 17 Probanden vergeben die folgenden Punktzahlen für die Verb-Zweit-Sätze.

$$x = [7, 23, 20, 10, 37, 21, 40, 53, 28, 30, 44, 35, 46, 27, 51, 23, 38]$$

(a) Rechnen Sie zunächst von Hand Schritt für Schritt einen z-Test mit der gegebenen Standardabweichung $\sigma = 8.4$ bei $\text{sig}=0.01$. (b) Vergleichen Sie das Ergebnis mit einem t-Test, ebenfalls bei $\text{sig}=0.01$. (c) Falls Sie Abweichungen feststellen, wie kommen diese Abweichungen zustande? (d) Quantifizieren Sie die Effektstärke für den t-Test mit d und r^2 . Interpretieren Sie die Testergebnisse und die Effektstärke.

2 t-Test für zwei Stichprobenmittel

Nehmen wir an, ein Experiment wie das aus Aufgabe 1 hätte nicht auf bekannten bzw. etablierten Vorergebnissen beruht. Stattdessen wurden zwei Gruppen (O für *ohne besondere Interpunktion* und M für *mit besonderer Interpunktion*) in einem Experiment verglichen. In den Gruppen wurden für die Verbzweitstellung folgende Werte vergeben:

$$x_O = [15, 26, 17, 37, 36, 18, 29, 32, 42, 27, 32, 47, 5, 20, 22] \quad (1)$$

$$x_M = [25, 38, 45, 32, 43, 32, 27, 37, 58, 33, 26, 32, 43, 19, 47] \quad (2)$$

(a) Rechnen Sie einen t-Test für zwei Stichproben bei $\text{sig}=0.05$ und $\text{sig}=0.01$. (b) Quantifizieren Sie die Effektstärke mit d und r^2 . Interpretieren Sie die Testergebnisse und die Effektstärke. (c) **(Bonus)** Es stellt sich heraus, dass die Person, die Gruppe M betreut hat, den letzten vier Teilnehmenden aus Versehen verraten hat, um welches Phänomen es im Experiment geht. Die letzten vier Werte aus x_M müssen also entfernt werden. Berechnen Sie den neuen korrekten t-Test und interpretieren Sie das Ergebnis.

3 Transfer: Tests und Konfidenzintervalle

Berechnen Sie die 95%- und 99%-Konfidenzintervalle für Aufgabe 2. Versuchen Sie zu verstehen, in welcher Relation die Tests und die Konfidenzintervalle stehen.

4 Transfer: Einseitige und zweiseitige Tests

Wie haben zweiseitige Tests gerechnet. Der Unterschied zu einem einseitigen Test besteht in der Art der H_0 und der zugehörigen theoretischen Erwartung an das Testergebnis. Überlegen Sie anhand der untenstehenden H_0 s für den Zwei-Stichproben-t-Test, wie sich die Tests unterscheiden könnten, und was sich mathematisch ändern müsste.

$H_{0\text{einseitig,kleiner}}$: Der wahre Mittelwert für die Grundgesamtheit zu Gruppe O ist nicht kleiner als der wahre Mittelwert für die Grundgesamtheit zu Gruppe M.

$H_{0\text{einseitig,gößer}}$: Der wahre Mittelwert für die Grundgesamtheit zu Gruppe O ist nicht größer als der wahre Mittelwert für die Grundgesamtheit zu Gruppe M.

$H_{0\text{zweiseitig}}$: Die wahren Mittelwerte der Grundgesamtheiten zu Gruppe O und Gruppe M sind gleich groß.

Kritische Werte für zweiseitige z- und t-Tests

Alle Werte sind als \pm zu lesen, da es sich um die Werte für einen zweiseitigen Test handelt.

	0.75	0.76	0.77	0.78	0.79	0.8	0.81	0.82	0.83	0.84	0.85	0.86	0.87	0.88	0.89	0.9	0.91	0.92	0.93	0.94	0.95	0.96	0.97	0.98	0.99
z	1.15	1.17	1.20	1.23	1.25	1.28	1.31	1.34	1.37	1.41	1.44	1.48	1.51	1.55	1.60	1.64	1.70	1.75	1.81	1.88	1.96	2.05	2.17	2.33	2.58
t(49)	1.16	1.19	1.22	1.24	1.27	1.30	1.33	1.36	1.39	1.43	1.46	1.50	1.54	1.58	1.63	1.68	1.73	1.79	1.85	1.93	2.01	2.11	2.24	2.40	2.68
t(48)	1.16	1.19	1.22	1.24	1.27	1.30	1.33	1.36	1.39	1.43	1.46	1.50	1.54	1.58	1.63	1.68	1.73	1.79	1.85	1.93	2.01	2.11	2.24	2.41	2.68
t(47)	1.16	1.19	1.22	1.24	1.27	1.30	1.33	1.36	1.39	1.43	1.46	1.50	1.54	1.58	1.63	1.68	1.73	1.79	1.85	1.93	2.01	2.11	2.24	2.41	2.68
t(46)	1.17	1.19	1.22	1.24	1.27	1.30	1.33	1.36	1.39	1.43	1.46	1.50	1.54	1.58	1.63	1.68	1.73	1.79	1.86	1.93	2.01	2.11	2.24	2.41	2.69
t(45)	1.17	1.19	1.22	1.24	1.27	1.30	1.33	1.36	1.39	1.43	1.46	1.50	1.54	1.58	1.63	1.68	1.73	1.79	1.86	1.93	2.01	2.12	2.24	2.41	2.69
t(44)	1.17	1.19	1.22	1.24	1.27	1.30	1.33	1.36	1.40	1.43	1.47	1.50	1.54	1.59	1.63	1.68	1.73	1.79	1.86	1.93	2.02	2.12	2.24	2.41	2.69
t(43)	1.17	1.19	1.22	1.24	1.27	1.30	1.33	1.36	1.40	1.43	1.47	1.50	1.54	1.59	1.63	1.68	1.73	1.79	1.86	1.93	2.02	2.12	2.24	2.42	2.70
t(42)	1.17	1.19	1.22	1.25	1.27	1.30	1.33	1.36	1.40	1.43	1.47	1.50	1.54	1.59	1.63	1.68	1.74	1.79	1.86	1.93	2.02	2.12	2.25	2.42	2.70
t(41)	1.17	1.19	1.22	1.25	1.27	1.30	1.33	1.36	1.40	1.43	1.47	1.50	1.55	1.59	1.63	1.68	1.74	1.80	1.86	1.93	2.02	2.12	2.25	2.42	2.70
t(40)	1.17	1.19	1.22	1.25	1.27	1.30	1.33	1.36	1.40	1.43	1.47	1.51	1.55	1.59	1.63	1.68	1.74	1.80	1.86	1.94	2.02	2.12	2.25	2.42	2.70
t(39)	1.17	1.19	1.22	1.25	1.27	1.30	1.33	1.37	1.40	1.43	1.47	1.51	1.55	1.59	1.64	1.68	1.74	1.80	1.86	1.94	2.02	2.12	2.25	2.43	2.71
t(38)	1.17	1.19	1.22	1.25	1.28	1.30	1.33	1.37	1.40	1.43	1.47	1.51	1.55	1.59	1.64	1.69	1.74	1.80	1.86	1.94	2.02	2.13	2.25	2.43	2.71
t(37)	1.17	1.19	1.22	1.25	1.28	1.30	1.34	1.37	1.40	1.43	1.47	1.51	1.55	1.59	1.64	1.69	1.74	1.80	1.87	1.94	2.03	2.13	2.26	2.43	2.72
t(36)	1.17	1.19	1.22	1.25	1.28	1.31	1.34	1.37	1.40	1.43	1.47	1.51	1.55	1.59	1.64	1.69	1.74	1.80	1.87	1.94	2.03	2.13	2.26	2.43	2.72
t(35)	1.17	1.20	1.22	1.25	1.28	1.31	1.34	1.37	1.40	1.44	1.47	1.51	1.55	1.59	1.64	1.69	1.74	1.80	1.87	1.94	2.03	2.13	2.26	2.44	2.72
t(34)	1.17	1.20	1.22	1.25	1.28	1.31	1.34	1.37	1.40	1.44	1.47	1.51	1.55	1.59	1.64	1.69	1.75	1.80	1.87	1.95	2.03	2.14	2.27	2.44	2.73
t(33)	1.17	1.20	1.22	1.25	1.28	1.31	1.34	1.37	1.40	1.44	1.47	1.51	1.55	1.60	1.64	1.69	1.75	1.81	1.87	1.95	2.03	2.14	2.27	2.44	2.73
t(32)	1.17	1.20	1.22	1.25	1.28	1.31	1.34	1.37	1.40	1.44	1.47	1.51	1.55	1.60	1.64	1.69	1.75	1.81	1.87	1.95	2.04	2.14	2.27	2.45	2.74
t(31)	1.17	1.20	1.22	1.25	1.28	1.31	1.34	1.37	1.40	1.44	1.48	1.51	1.56	1.60	1.65	1.70	1.75	1.81	1.88	1.95	2.04	2.14	2.27	2.45	2.74
t(30)	1.17	1.20	1.23	1.25	1.28	1.31	1.34	1.37	1.41	1.44	1.48	1.52	1.56	1.60	1.65	1.70	1.75	1.81	1.88	1.95	2.04	2.15	2.28	2.46	2.75
t(29)	1.17	1.20	1.23	1.25	1.28	1.31	1.34	1.37	1.41	1.44	1.48	1.52	1.56	1.60	1.65	1.70	1.75	1.81	1.88	1.96	2.05	2.15	2.28	2.46	2.76
t(28)	1.17	1.20	1.23	1.25	1.28	1.31	1.34	1.38	1.41	1.44	1.48	1.52	1.56	1.60	1.65	1.70	1.76	1.82	1.88	1.96	2.05	2.15	2.29	2.47	2.76
t(27)	1.18	1.20	1.23	1.26	1.28	1.31	1.34	1.38	1.41	1.44	1.48	1.52	1.56	1.61	1.65	1.70	1.76	1.82	1.89	1.96	2.05	2.16	2.29	2.47	2.77
t(26)	1.18	1.20	1.23	1.26	1.29	1.31	1.35	1.38	1.41	1.45	1.48	1.52	1.56	1.61	1.65	1.71	1.76	1.82	1.89	1.97	2.06	2.16	2.30	2.48	2.78
t(25)	1.18	1.20	1.23	1.26	1.29	1.32	1.35	1.38	1.41	1.45	1.49	1.52	1.57	1.61	1.66	1.71	1.76	1.82	1.89	1.97	2.06	2.17	2.30	2.49	2.79
t(24)	1.18	1.20	1.23	1.26	1.29	1.32	1.35	1.38	1.41	1.45	1.49	1.53	1.57	1.61	1.66	1.71	1.77	1.83	1.90	1.97	2.06	2.17	2.31	2.49	2.80
t(23)	1.18	1.21	1.23	1.26	1.29	1.32	1.35	1.38	1.42	1.45	1.49	1.53	1.57	1.61	1.66	1.71	1.77	1.83	1.90	1.98	2.07	2.18	2.31	2.50	2.81
t(22)	1.18	1.21	1.23	1.26	1.29	1.32	1.35	1.38	1.42	1.45	1.49	1.53	1.57	1.62	1.67	1.72	1.77	1.84	1.90	1.98	2.07	2.18	2.32	2.51	2.82
t(21)	1.18	1.21	1.24	1.26	1.29	1.32	1.35	1.39	1.42	1.46	1.49	1.53	1.58	1.62	1.67	1.72	1.78	1.84	1.91	1.99	2.08	2.19	2.33	2.52	2.83
t(20)	1.18	1.21	1.24	1.27	1.30	1.33	1.36	1.39	1.42	1.46	1.50	1.54	1.58	1.62	1.67	1.72	1.78	1.84	1.91	1.99	2.09	2.20	2.34	2.53	2.85
t(19)	1.19	1.21	1.24	1.27	1.30	1.33	1.36	1.39	1.43	1.46	1.50	1.54	1.58	1.63	1.68	1.73	1.79	1.85	1.92	2.00	2.09	2.20	2.35	2.54	2.86
t(18)	1.19	1.22	1.24	1.27	1.30	1.33	1.36	1.39	1.43	1.47	1.50	1.54	1.59	1.63	1.68	1.73	1.79	1.86	1.93	2.01	2.10	2.21	2.36	2.55	2.88
t(17)	1.19	1.22	1.25	1.27	1.30	1.33	1.37	1.40	1.43	1.47	1.51	1.55	1.59	1.64	1.69	1.74	1.80	1.86	1.93	2.02	2.11	2.22	2.37	2.57	2.90
t(16)	1.19	1.22	1.25	1.28	1.31	1.34	1.37	1.40	1.44	1.47	1.51	1.55	1.60	1.64	1.69	1.75	1.80	1.87	1.94	2.02	2.12	2.24	2.38	2.58	2.92
t(15)	1.20	1.22	1.25	1.28	1.31	1.34	1.37	1.41	1.44	1.48	1.52	1.56	1.60	1.65	1.70	1.75	1.81	1.88	1.95	2.03	2.13	2.25	2.40	2.60	2.95
t(14)	1.20	1.23	1.26	1.28	1.31	1.35	1.38	1.41	1.45	1.48	1.52	1.56	1.61	1.66	1.71	1.76	1.82	1.89	1.96	2.05	2.14	2.26	2.41	2.62	2.98
t(13)	1.20	1.23	1.26	1.29	1.32	1.35	1.38	1.42	1.45	1.49	1.53	1.57	1.62	1.66	1.72	1.77	1.83	1.90	1.97	2.06	2.16	2.28	2.44	2.65	3.01
t(12)	1.21	1.24	1.26	1.29	1.32	1.36	1.39	1.42	1.46	1.50	1.54	1.58	1.63	1.67	1.73	1.78	1.84	1.91	1.99	2.08	2.18	2.30	2.46	2.68	3.05
t(11)	1.21	1.24	1.27	1.30	1.33	1.36	1.40	1.43	1.47	1.51	1.55	1.59	1.64	1.69	1.74	1.80	1.86	1.93	2.01	2.10	2.20	2.33	2.49	2.72	3.11
t(10)	1.22	1.25	1.28	1.31	1.34	1.37	1.41	1.44	1.48	1.52	1.56	1.60	1.65	1.70	1.75	1.81	1.88	1.95	2.03	2.12	2.23	2.36	2.53	2.76	3.17
t(9)	1.23	1.26	1.29	1.32	1.35	1.38	1.42	1.45	1.49	1.53	1.57	1.62	1.67	1.72	1.77	1.83	1.90	1.97	2.06	2.15	2.26	2.40	2.57	2.82	3.25
t(8)	1.24	1.27	1.30	1.33	1.36	1.40	1.43	1.47	1.51	1.55	1.59	1.64	1.69	1.74	1.80	1.86	1.93	2.00	2.09	2.19	2.31	2.45	2.63	2.90	3.36
t(7)	1.25	1.28	1.31	1.35	1.38	1.41	1.45	1.49	1.53	1.57	1.62	1.66	1.72	1.77	1.83	1.89	1.97	2.05	2.14	2.24	2.36	2.52	2.71	3.00	3.50
t(6)	1.27	1.30	1.34	1.37	1.40	1.44	1.48	1.52	1.56	1.60	1.65	1.70	1.75	1.81	1.87	1.94	2.02	2.10	2.20	2.31	2.45	2.61	2.83	3.14	3.71
t(5)	1.30	1.33	1.37	1.40	1.44	1.48	1.52	1.56	1.60	1.65	1.70	1.75	1.81	1.87	1.94	2.02	2.10	2.19	2.30	2.42	2.57	2.76	3.00	3.36	4.03
t(4)	1.34	1.38	1.41	1.45	1.49	1.53	1.58	1.62	1.67	1.72	1.78	1.84	1.90	1.97	2.05	2.13	2.23	2.33	2.46	2.60	2.78	3.00	3.30	3.75	4.60
t(3)	1.42	1.46	1.50	1.55	1.59	1.64	1.69	1.74	1.80	1.86	1.92	2.00	2.07	2.16	2.25	2.35	2.47	2.61	2.76	2.95	3.18	3.48	3.90	4.54	5.84
t(2)	1.60	1.65	1.71	1.76	1.82	1.89	1.95	2.03	2.10	2.19	2.28	2.38	2.50	2.62	2.76	2.92	3.10	3.32	3.58	3.90	4.30	4.85	5.64	6.96	9.92
t(1)	2.41	2.53	2.65	2.78	2.92	3.08	3.25	3.44	3.66	3.89	4.17	4.47	4.83	5.24	5.73	6.31	7.03	7.92	9.06	10.58	12.71	15.89	21.20	31.82	63.66