

# X Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów

Zawody trzeciego stopnia  
(25 kwietnia 2015 r.)



- 1.** Udowodnij, że każdą liczbę całkowitą większą od 5 można przedstawić w postaci sumy liczby pierwszej i liczby złożonej.
  
- 2.** Każdą liczbę całkowitą dodatnią pomalowano na pewien kolor. Okazało się, że dla każdej pary liczb całkowitych  $a, b$  większych od 1 liczby  $a + b$  i  $ab$  są tego samego koloru. Wykaż, że wszystkie liczby większe od 4 zostały pomalowane tym samym kolorem.

- 3.** Dany jest czworokąt wypukły  $ABCD$ , w którym

$$\measuredangle DAB + \measuredangle ABC = 90^\circ.$$

Punkt  $M$  jest środkiem boku  $CD$ . Znając długości odcinków  $AD$  oraz  $BC$ , które wynoszą odpowiednio  $a$  oraz  $b$ , oblicz wartość wyrażenia  $[ABM] - [DAM] - [BCM]$ .

*Uwaga.* Symbol  $[\mathcal{F}]$  oznacza pole figury  $\mathcal{F}$ .

- 4.** Dane są takie dodatnie liczby całkowite  $a$  i  $b$ , że liczby

$$a^2 + 2b + 1 \quad \text{oraz} \quad b^2 + 2a + 1$$

są kwadratami pewnych liczb naturalnych. Wykaż, że  $a = b$ .

- 5.** Czy istnieje wielościan wypukły, którego dokładnie jedna ściana nie jest wielokątem foremnym? Odpowiedź uzasadnij.

---

Honorowy patronat Małżonki Prezydenta RP Pani Anny Komorowskiej

MINISTERSTWO  
EDUKACJI  
NARODOWEJ  
—>—>

 Stowarzyszenie  
na rzecz Edukacji  
Matematycznej

