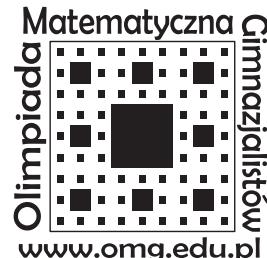


X Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów

Zawody drugiego stopnia
(7 marca 2015 r.)



- 1.** Liczby dodatnie a, b, c, d spełniają warunki $a+b=c+d$ oraz $ac=bd$. Udowodnij, że $a=d$ oraz $b=c$.
- 2.** Dany jest trójkąt ABC , w którym $AC < BC$. Punkty D i E leżą odpowiednio na bokach BC i AC tego trójkąta, przy czym $AE = BD$. Wykaż, że symetralne odcinków AB i DE przecinają się w punkcie leżącym na okręgu opisanym na trójkącie ABC .
- 3.** Na każdej ścianie sześciangu napisano pewną liczbę całkowitą. Następnie każdej krawędzi sześciangu przyporządkowano sumę liczb z dwóch ścian, pomiędzy którymi znajduje się dana krawędź. Udowodnij, że wśród dwunastu liczb przyporządkowanych krawędziom są co najmniej cztery liczby parzyste.
- 4.** Liczby pierwsze p, q, r, s spełniają warunki $p > q > r > s$ oraz $p - q = q - r = r - s$. Udowodnij, że liczba $p - s$ jest podzielna przez 18.
- 5.** Dany jest trójkąt równoboczny ABC . Niech P będzie punktem leżącym wewnątrz tego trójkąta. Proste AP, BP, CP przecinają odcinki BC, CA, AB odpowiednio w punktach D, E, F . Czy można punkt P wybrać w taki sposób, aby dokładnie cztery spośród trójkątów $AEP, AFP, BFP, BDP, CDP, CEP$ miały równe pola? Odpowiedź uzasadnij.