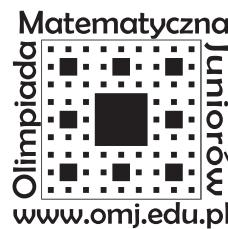
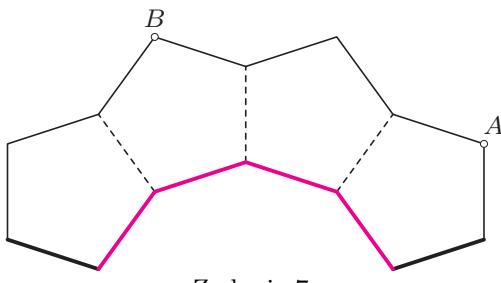


XVI Olimpiada Matematyczna Juniorów (2020/21)

Zadania konkursowe zawodów pierwszego stopnia —
część korespondencyjna
(1 września – 12 października 2020 r.)



1. Czy istnieje taka liczba sześciocyfrowa, której każde dwie kolejne cyfry tworzą pewną liczbę dwucyfrową będącą kwadratem liczby całkowitej? Odpowiedź uzasadnij.
2. Dany jest trójkąt ABC , w którym $AC = BC = 5$. Wysokość tego trójkąta poprowadzona z wierzchołka A ma długość 4. Oblicz długość wysokości trójkąta ABC poprowadzonej z wierzchołka C .
3. Liczby a, b, c spełniają warunek $|a - b| = 2|b - c| = 3|c - a|$. Udowodnij, że $a = b = c$.
4. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$, w którym $\measuredangle DAB = \measuredangle ABC = 120^\circ$ oraz $CD = 3$, $BC = 2$, $AB = 1$. Oblicz długość odcinka AD .
5. Czy istnieją takie cztery dodatnie liczby całkowite, których suma jest równa 2^{1002} , a iloczyn jest równy 5^{1002} ? Odpowiedź uzasadnij.
6. W $(2n+2)$ -kącie wypukłym narysowano n^2 przekątnych. Udowodnij, że pewna z tych przekątnych rozcina $(2n+2)$ -kąt na dwa wielokąty, z których każdy ma nieparzystą liczbę wierzchołków.
7. Poniższą figurę, złożoną z czterech pięciokątów foremnych o boku długości 1, sklejono w przestrzeni w następujący sposób. Najpierw zagięto ją wzduż odcinków przerywanych, łącząc pogrubione odcinki, a następnie uformowano w taki sposób, aby kolorowe odcinki utworzyły kwadrat. Wyznacz długość powstałego w ten sposób odcinka AB .



Zadanie 7.

Rozwiązania powyższych zadań (wszystkich lub części z nich) należy przekazać szkolnemu koordynatorowi OMJ lub przesyłać bezpośrednio, listem poleconym, do Komitetu Okręgowego OMJ właściwego terytorialnie dla szkoły, najpóźniej dnia

12 października 2020 r. (decyduje data stempla pocztowego).

Rozwiązania przesłane w terminie późniejszym lub pod niewłaściwy adres nie będą rozpatrywane. Adresy Komitetów Okręgowych OMJ, szczegółowe wytyczne dotyczące sposobu redakcji rozwiązań i przesyłania prac, a także regulamin OMJ i inne bieżące informacje znajdują się na stronie internetowej Olimpiady: www.omj.edu.pl.

Olimpiada Matematyczna Juniorów jest współfinansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji Narodowej.