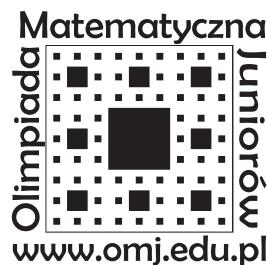


XVIII Olimpiada Matematyczna Juniorów

Zawody drugiego stopnia
(14 stycznia 2023 r.)



- 1.** Na bokach AB i BC trójkąta ABC leżą odpowiednio takie punkty D i E , że

$$\not\propto ADC = \not\propto BDE \quad \text{oraz} \quad \not\propto BCD = \not\propto AED.$$

Wykaż, że $AE = BE$.

- 2.** Początkowo na tablicy napisane są liczby 2 oraz 5. *Ruch* polega na zastąpieniu jednej z dwóch liczb napisanych na tablicy ich sumą. Czy po wykonaniu pewnej liczby ruchów można uzyskać sytuację, w której na tablicy napisane są dwie kolejne liczby naturalne? Odpowiedź uzasadnij.

- 3.** Liczba naturalna n jest co najmniej dwucyfrowa. Jeżeli pomiędzy cyfrę dziesiątek a cyfrę jedności tej liczby wpiszemy pewną cyfrę, to uzyskamy sześciokrotność liczby n . Wyznacz wszystkie liczby n o tej własności.

- 4.** Dany jest równoległybok $ABCD$, w którym $AB > AD$. Punkty X oraz Y , różne od B , leżą na półprostej BD^\rightarrow , przy czym

$$CX = CB \quad \text{oraz} \quad AY = AB.$$

Udowodnij, że $DX = DY$.

Uwaga: Zapis BD^\rightarrow oznacza półprostą o początku w punkcie B przechodzącą przez punkt D .

- 5.** W każde pole tabeli 4×4 wpisano jedną z liczb 1 lub 2. Dla każdego wiersza obliczono sumę wpisanych w niego liczb, a dla każdej kolumny obliczono iloczyn wpisanych w nią liczb. Wykaż, że pewne dwa z ośmiu uzyskanych wyników są równe.