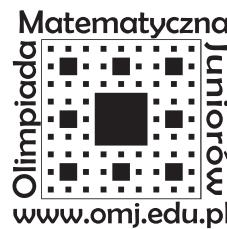


XIX Olimpiada Matematyczna Juniorów (2023/24)

Zadania konkursowe zawodów pierwszego stopnia — część korespondencyjna

(1 września – 16 października 2023 r.)

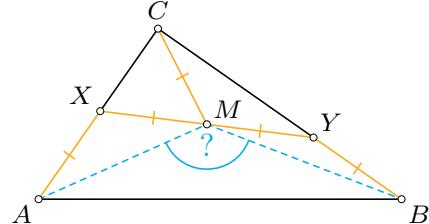


1. Wyznacz wszystkie takie liczby naturalne n , że liczba $\underbrace{11\dots1}_{n} \underbrace{99\dots9}_n$ jest pierwsza.

2. Punkty X oraz Y leżą odpowiednio na bokach AC oraz BC trójkąta ABC . Punkt M jest środkiem odcinka XY . Założymy, że

$$AX = MX = MC = MY = BY.$$

Wyznacz miarę kąta AMB .

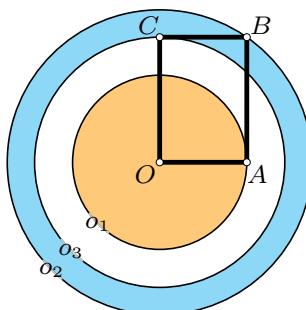


3. Tomek ma do dyspozycji n jednakowych patyczków, z których układają liczby wielocyfrowe (rysunek przedstawia wygląd układanych przez Tomka cyfr). Tomek zauważył, że suma cyfr największej z możliwych do ułożenia przez niego liczb jest równa dokładnie n . Wyznacz wszystkie liczby n , dla których taka sytuacja jest możliwa.

4. Wyznacz wszystkie liczby pierwsze, które można przedstawić jako różnicę sześcianów dwóch liczb pierwszych.



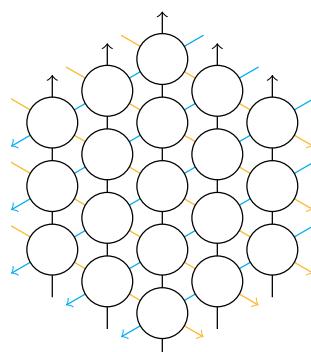
5. Dane są trzy okręgi o_1 , o_2 , o_3 o wspólnym środku O . Na tych okręgach leżą odpowiednio punkty A , B , C , przy czym czworokąt $ABCO$ jest prostokątem. Wykaż, że pole koła ograniczonego okręgiem o_1 jest równe polu pierścienia kołowego ograniczonego okręgami o_2 i o_3 .



6. Dane są liczby rzeczywiste a , b , c . Udowodnij, że jeżeli pewne dwie z liczb

$$ab + b + 1, \quad bc + c + 1, \quad ca + a + 1$$

są równe 0, to także trzecia z nich jest równa 0.



Rozwiązania powyższych zadań (wszystkich lub części z nich) należy przekazać szkolnemu koordynatorowi OMJ lub przesyłać bezpośrednio, listem poleconym, do Komitetu Okręgowego OMJ właściwego terytorialnie dla szkoły, najpóźniej dnia

16 października 2023 r. (decyduje data stempla pocztowego).

Rozwiązania przesłane w terminie późniejszym lub pod niewłaściwy adres nie będą rozpatrywane. Adresy Komitetów Okręgowych OMJ, szczegółowe wytyczne dotyczące sposobu redakcji rozwiązań i przesyłania prac, a także regulamin OMJ i inne bieżące informacje znajdują się na stronie internetowej Olimpiady: www.omj.edu.pl.

Olimpiada Matematyczna Juniorów jest finansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji i Nauki.