

VIII Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów

Zawody trzeciego stopnia
(16 marca 2013 r.)



1. Liczby całkowite a, b, c spełniają warunek $a+b+c=bc$. Udowodnij, że liczba $(a+b)(a+c)$ jest podzielna przez 4.

2. Na przyjęciu spotkało się 99 osób. Wiadomo, że wśród każdych trzech osób można wskazać taką, która zna dwie pozostałe osoby z tej trójki. Wykaż, że pewna osoba zna wszystkie inne osoby obecne na przyjęciu.

Uwaga. Przyjmujemy, że jeśli osoba A zna osobę B , to osoba B zna osobę A .

3. Dany jest trójkąt ABC , w którym $\angle ACB = 120^\circ$. Punkt M jest środkiem boku AB . Na odcinkach AC i BC wybrano odpowiednio takie punkty P i Q , że $AP = PQ = QB$. Wykaż, że $\angle PMQ = 90^\circ$.

4. Liczby a, b, c, d są większe od 2. Wykaż, że co najmniej dwie spośród liczb

$$\frac{ab}{c}, \quad \frac{bc}{d}, \quad \frac{cd}{a}, \quad \frac{da}{b}$$

są większe od 2.

5. Czy istnieje taki wielościan wypukły, który ma nieparzystą liczbę ścian i w którego każdym wierzchołku schodzi się parzysta liczba krawędzi? Odpowiedź uzasadnij.



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓŁNOŚCI



Stowarzyszenie
na rzecz Edukacji
Matematycznej

MINISTERSTWO
EDUKACJI
NARODOWEJ



OŚRODEK
ROZWOJU
EDUKACJI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

