

VII Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów

Zawody stopnia drugiego
(7 stycznia 2012 r.)



1. Wyznacz wszystkie pary dodatnich liczb całkowitych a , b , których iloczyn ab jest podzielny przez 175, a suma $a+b$ równa się 175.
2. W pewnym turnieju uczestniczyło 6 drużyn. Każda drużyna rozegrała z każdą inną dokładnie jeden mecz. Za zwycięstwo w meczu drużyna otrzymywała 3 punkty, za porażkę 0 punktów, a za remis 1 punkt. Po turnieju okazało się, że suma punktów zdobytych przez wszystkie drużyny wynosi 41. Wykaż, że istnieją takie cztery drużyny, z których każda co najmniej jeden raz zremisowała.
3. Czy istnieje taki trójkąt o bokach długości a , b , c , którego pole jest równe $\frac{1}{4}(ab+bc)$? Odpowiedź uzasadnij.
4. Wyznacz wszystkie trójkę (a, b, c) liczb nieujemnych i nie większych od 1, dla których spełniona jest równość

$$a+b+c = ab + bc + ca.$$

5. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$, w którym

$$\measuredangle DAB + \measuredangle BCD = \measuredangle ABC.$$

Punkt O jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC . Wykaż, że punkt O jest jednakowo odległy od prostych AD i CD .



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓŁNOŚCI



Stowarzyszenie
na rzecz Edukacji
Matematycznej

MINISTERSTWO
EDUKACJI
NARODOWEJ



OŚRODEK
ROZWOJU
EDUKACJI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

