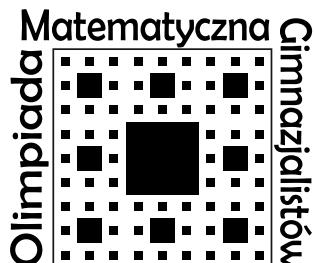


# V Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów

Zawody stopnia drugiego  
(9 stycznia 2010 r.)



**1.** Danych jest 21 liczb rzeczywistych. Wiadomo, że suma każdych jedenastu spośród tych liczb jest większa od sumy pozostałych dziesięciu. Wykaż, że wszystkie te liczby są dodatnie.

**2.** Dany jest trapez  $ABCD$  o podstawach  $AB$  i  $CD$ , w którym  $\angle BAD = \angle ABC = 60^\circ$  oraz  $CD < BC$ .

Na boku  $BC$  tego trapezu wybrano taki punkt  $E$ , że  $EB = CD$ . Wykaż, że  $BD = AE$ .

**3.** Wyznacz wszystkie takie dodatnie liczby całkowite  $n$ , dla których obie liczby

$$n^2 + n + 1 \quad \text{oraz} \quad n^2 + n + 3$$

są pierwsze.

**4.** Na przyjęciu spotkało się sześć osób. Okazało się, że każda z nich ma wśród pozostałych dokładnie trzech znajomych. Wykaż, że pewne cztery z tych osób mogą usiąść przy okrągłym stole w taki sposób, aby każda z nich siedziała pomiędzy swoimi dwoma znajomymi.

**5.** Czy istnieje taki ostrosłup czworokątny, którego każda krawędź boczna jest prostopadła do którejś krawędzi podstawy? Odpowiedź uzasadnij.

*Uwaga:*

Proste prostopadłe w przestrzeni nie muszą się przecinać.