

VII Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów

Zawody stopnia trzeciego
(17 marca 2012 r.)



1. Wyznacz wszystkie takie liczby rzeczywiste x , dla których liczby $x + \sqrt{3}$ oraz $x^2 + \sqrt{3}$ są wymierne.
2. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$. Punkty K i L są odpowiednio środkami boków BC i AD . Symetralne odcinków AB i CD przecinają odcinek KL odpowiednio w punktach P i Q . Wykaż, że jeżeli $KP = LQ$, to proste AB i CD są równoległe.

3. Dane są takie dodatnie liczby całkowite a , b , że iloczyn ab jest podzielny przez sumę $a + b$. Niech d będzie największym wspólnym dzielnikiem liczb a i b . Udowodnij, że

$$d \geq \sqrt{a+b}.$$

4. Dana jest dodatnia liczba całkowita n . Wykaż, że w zapisie dziesiętnym liczby

$$\sqrt{100^n + 2}$$

na n -tym miejscu po przecinku jest cyfra 0.

5. Czy na powierzchni każdego czworościanu można wskazać takie cztery punkty, które są wierzchołkami kwadratu i z których żadne dwa nie leżą na jednej ścianie tego czworościanu? Odpowiedź uzasadnij.



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓŁNOŚCI



Stowarzyszenie
na rzecz Edukacji
Matematycznej

MINISTERSTWO
EDUKACJI
NARODOWEJ

ORE
OŚRODEK
Rozwoju
Edukacji

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

