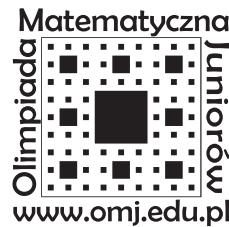


XVII Olimpiada Matematyczna Juniorów (2021/22)

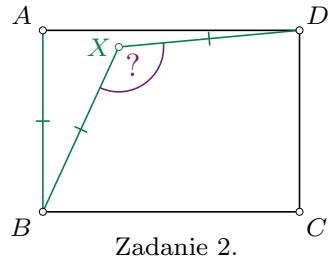
Zadania konkursowe zawodów pierwszego stopnia — część korespondencyjna

(1 września – 11 października 2021 r.)



1. W klasie Marka jest 17 uczniów i wszyscy napisali test. Marek uzyskał wynik o 17 punktów wyższy od średniej arytmetycznej wyników pozostałych uczniów. O ile punktów wynik Marka jest wyższy od średniej arytmetycznej wyników całej klasy? Odpowiedź uzasadnij.

2. W prostokącie $ABCD$ stosunek długości boków $BC : AB$ jest równy $\sqrt{2}$. Wewnątrz tego prostokąta zaznaczono taki punkt X , że $AB = BX = XD$. Wyznacz miarę kąta BXD .



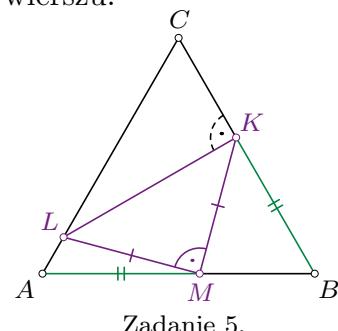
Zadanie 2.

3. Niech $n \geq 1$ będzie liczbą całkowitą. Wykaż, że istnieje taka liczba całkowita, która jest większa od $\sqrt{2n}$ i mniejsza od $\sqrt{5n}$.

4. W każde pole poniższej tabeli należy wpisać inną liczbę całkowitą spośród liczb od 1 do 17 w taki sposób, aby sumy liczb we wszystkich ośmiu kolumnach były równe, a suma liczb w górnym wierszu była dwa razy większa od sumy liczb w dolnym wierszu.

Której z liczb od 1 do 17 można nie wpisać do tabeli? Podaj wszystkie takie liczby. Odpowiedź uzasadnij.

5. Punkty K, L, M leżą odpowiednio na bokach BC, CA, AB trójkąta równobocznego ABC i spełniają warunki



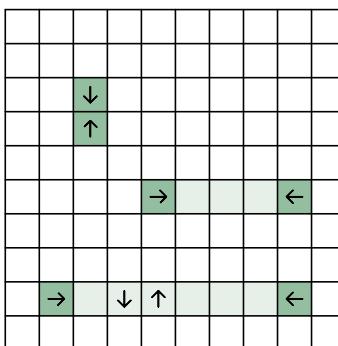
Zadanie 5.

$$KM = LM, \quad \angle KML = 90^\circ \quad \text{oraz} \quad AM = BK.$$

Udowodnij, że $\angle CKL = 90^\circ$.

6. W każdym polu tablicy 10×10 znajduje się strzałka skierowana w górę, w dół, w lewo lub w prawo. Wykaż, że można tak usunąć z tablicy 50 strzałek, aby żadne dwie z pozostałych nie wskazywały na siebie nawzajem.

Uwaga: Strzałki wskazują na siebie nawzajem także wtedy, gdy ich pola nie sąsiadują lub gdy pomiędzy nimi są inne strzałki.



Zadanie 6.

7. Wybrano n (niekoniecznie różnych) cyfr, z których żadna nie jest równa 0 ani 7. Okazało się, że każda liczba n -cyfrowa zapisana wszystkimi wybranymi cyframi jest podzielna przez 7. Udowodnij, że liczba n jest podzielna przez 6.

Rozwiązań powyższych zadań (wszystkich lub części z nich) należy przekazać szkolnemu koordynatorowi OMJ lub przesyłać bezpośrednio, listem poleconym, do Komitetu Okręgowego OMJ właściwego terytorialnie dla szkoły, najpóźniej dnia

11 października 2021 r. (decyduje data stempla pocztowego).

Rozwiązań przesłanych w terminie późniejszym lub pod niewłaściwy adres nie będą rozpatrywane. Adresy Komitetów Okręgowych OMJ, szczegółowe wytyczne dotyczące sposobu redakcji rozwiązań i przesyłania prac, a także regulamin OMJ i inne bieżące informacje znajdują się na stronie internetowej Olimpiady: www.omj.edu.pl.

Olimpiada Matematyczna Juniorów jest finansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji i Nauki.