

La **ley de Coulomb** establece que la fuerza eléctrica que ejerce una carga puntual  $q_1$  sobre una segunda carga puntual  $q_2$  es

$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12} \quad (23.6)$$

donde  $r$  es la distancia entre las dos cargas y  $\hat{r}_{12}$  es un vector unitario dirigido de  $q_1$  hacia  $q_2$ . La constante  $k_e$ , que se llama **constante de Coulomb**, tiene el valor  $k_e = 8.988 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ .

A una distancia  $r$  de una carga puntual  $q$ , el campo eléctrico generado por la carga es

$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad (23.9)$$

donde  $\hat{r}$  es un vector unitario dirigido desde la carga hacia el punto en cuestión. El campo eléctrico se dirige radialmente hacia fuera desde una carga positiva y radialmente hacia dentro hacia una carga negativa.

El campo eléctrico generado por un grupo de cargas puntuales se puede calcular usando el principio de superposición. Esto es, el campo eléctrico total en algún punto es igual a la suma vectorial de los campos eléctricos de todas las cargas:

$$\vec{E} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i \quad (23.10)$$

El campo eléctrico en algún punto generado por una distribución de carga continua es

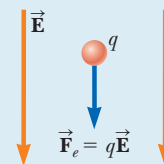
$$\vec{E} = k_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{r} \quad (23.11)$$

donde  $dq$  es la carga en un elemento de la distribución de carga y  $r$  es la distancia desde el elemento hasta el punto en cuestión.

## Análisis de modelos para resolver problemas

**Partícula en un campo (eléctrico)** Una partícula fuente con alguna carga eléctrica establece un campo eléctrico  $\vec{E}$  a través del espacio. Cuando se coloca una partícula con carga  $q$  en ese campo, experimenta una fuerza eléctrica dada por

$$\vec{F}_e = q\vec{E} \quad (23.8)$$



## Preguntas objetivas

1. indica que la respuesta está disponible en el *Manual de soluciones del estudiante/Guía de estudio*

- Un electrón y un protón libres son liberados en campos eléctricos idénticos. (i) ¿Cómo se comparan las magnitudes de la fuerza eléctrica ejercida sobre las dos partículas? (a) Es millones de veces más grande para el electrón. (b) Es miles de veces mayor para el electrón. (c) Son iguales. (d) Es miles de veces menor para el electrón. (e) Es millones de veces menor para el electrón. (f) Es cero para el protón. (ii) Compare las magnitudes de sus aceleraciones. Elija entre las mismas posibilidades del inciso (i).
- ¿Qué impide que la gravedad tire de usted a través del suelo hacia el centro de la Tierra? Elija la mejor respuesta. (a) La densidad de la materia es demasiado grande. (b) Los núcleos positivos de los átomos de su cuerpo repelen los núcleos positivos de los átomos de la Tierra. (c) La densidad de la Tierra es mayor que la densidad de su cuerpo. (d) Los átomos están unidos entre sí por enlaces químicos. (e) Los electrones en la superficie de la Tierra y la superficie de sus pies se repelen entre sí.
- Una pequeña bola tiene una masa de  $5.00 \times 10^{-3} \text{ kg}$  y una carga de  $4.00 \mu\text{C}$ . ¿Qué magnitud del campo eléctrico dirigido hacia arriba equilibra el peso de la bola para que ésta permanezca suspendida inmóvil sobre el suelo? (a)  $8.21 \times 10^2 \text{ N/C}$  (b)  $1.22 \times 10^4 \text{ N/C}$  (c)  $2.00 \times 10^{-2} \text{ N/C}$  (d)  $5.11 \times 10^{-6} \text{ N/C}$  (e)  $3.72 \times 10^{-3} \text{ N/C}$
- Un electrón con una velocidad de  $3.00 \times 10^6 \text{ m/s}$  se mueve en un campo eléctrico uniforme de magnitud  $1.00 \times 10^3 \text{ N/C}$ . Las líneas de campo son paralelas a la velocidad del electrón y apuntan en la misma dirección que la velocidad. ¿Hasta dónde llega el recorrido del electrón antes de alcanzar el reposo? (a) 2.56 cm (b) 5.12 cm (c) 11.2 cm (d) 3.34 m (e) 4.24 m
- Una carga puntual de  $-4.00 \text{ nC}$  se encuentra en  $(0, 1.00) \text{ m}$ . ¿Cuál es la componente  $x$  del campo eléctrico debido a la carga puntual en  $(4.00, -2.00) \text{ m}$ ? (a)  $1.15 \text{ N/C}$  (b)  $-0.864 \text{ N/C}$  (c)  $1.44 \text{ N/C}$  (d)  $-1.15 \text{ N/C}$  (e)  $0.864 \text{ N/C}$
- Un anillo circular de carga, con radio  $b$ , tiene carga total  $q$  uniformemente distribuida alrededor de él. ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico en el centro del anillo? (a) 0, (b)  $k_e q/b^2$ , (c)  $k_e q^2/b^2$ , (d)  $k_e q^2/b$ , (e) ninguna de estas respuestas.
- ¿Qué sucede cuando un aislante cargado se coloca cerca de un objeto metálico sin carga? (a) Se repelen entre sí. (b) Se atraen. (c) Se pueden atraer o repeler entre sí, dependiendo de si la carga en el aislante es positiva o negativa. (d) No ejercen ninguna fuerza electrostática el uno sobre el otro. (e) El aislante cargado siempre se descarga espontáneamente.
- Estime la magnitud del campo eléctrico debido al protón en un átomo de hidrógeno a una distancia de  $5.29 \times 10^{-11} \text{ m}$ , la posición esperada del electrón en el átomo. (a)  $10^{-11} \text{ N/C}$  (b)  $10^8 \text{ N/C}$  (c)  $10^{14} \text{ N/C}$  (d)  $10^6 \text{ N/C}$  (e)  $10^{12} \text{ N/C}$

9. (i) Si a una moneda metálica se le da una carga eléctrica positiva, su masa: ¿(a) aumenta mensurablemente, (b) aumenta una cantidad muy pequeña para medirla directamente, (c) permanece invariable, (d) disminuye una cantidad muy pequeña para medirla directamente o (e) disminuye mensurablemente? (ii) Ahora, a la moneda se le da una carga eléctrica negativa. ¿Qué ocurre con su masa? Elija entre las mismas posibilidades, como en el inciso (i).
10. Suponga que los objetos cargados en la figura PO23.10 son fijos. Observe que no hay línea de visión desde la ubicación de  $q_2$  a la ubicación de  $q_1$ . Si estuviera en  $q_1$ , sería incapaz de ver  $q_2$  porque está detrás de  $q_3$ . ¿Cómo calcularía la fuerza eléctrica ejercida sobre el objeto con carga  $q_1$ ? (a) Encontrando sólo la fuerza ejercida por  $q_2$  sobre la carga  $q_1$ . (b) Encontrando sólo la fuerza ejercida por  $q_3$  sobre la carga  $q_1$ . (c) Sumando la fuerza que  $q_2$  podría ejercer por sí misma sobre la carga  $q_1$  a la fuerza que  $q_3$  podría ejercer por sí misma sobre la carga  $q_1$ . (d) Añadir la fuerza que  $q_3$  ejercería por sí misma sobre una cierta fracción de la fuerza que  $q_2$  ejercería sobre sí misma. (e) No existe una manera definitiva de encontrar la fuerza sobre la carga  $q_1$ .

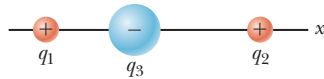


Figura PO23.10

11. Tres partículas con carga se colocan en las esquinas de un cuadrado, como se muestra en la figura PO23.11, con carga  $-Q$  en las partículas de las esquinas superior izquierda e inferior derecha, y carga  $+2Q$  en la partícula en la esquina inferior izquierda. (i) ¿Cuál es la dirección del campo eléctrico en la esquina superior derecha, que es un punto en el espacio vacío? (a) Es hacia arriba y a la derecha. (b) Es recta hacia la derecha. (c) Es recta hacia abajo. (d) Es hacia abajo y a la izquierda. (e) Es perpendicular hacia el plano de la imagen y hacia fuera. (ii) Suponga que se quita la carga  $+2Q$  en la esquina inferior izquierda. En tal caso la magnitud del campo en la esquina superior derecha, ¿(a) resulta mayor, (b) resulta menor, (c) permanece igual o (d) su cambio es impredecible?

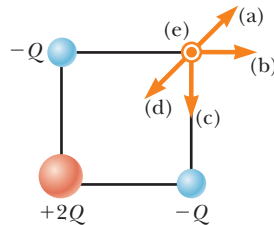
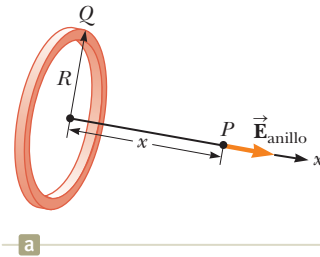
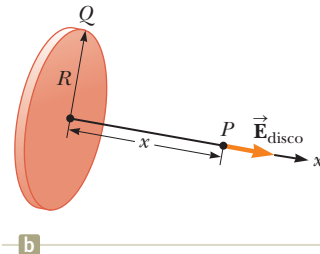


Figura PO23.11

12. Dos cargas puntuales se atraen entre sí con una fuerza eléctrica de magnitud  $F$ . Si la carga en una de las partículas se reduce a un tercio de su valor original y la distancia entre las partículas se duplica, ¿cuál es la magnitud resultante de la fuerza eléctrica entre ellas? (a)  $\frac{1}{12}F$  (b)  $\frac{1}{3}F$  (c)  $\frac{1}{6}F$  (d)  $\frac{3}{4}F$  (e)  $\frac{3}{2}F$
13. Suponga que un anillo de radio  $R$  está uniformemente cargado y la carga  $Q$  produce un campo eléctrico  $E_{\text{anillo}}$  en un punto  $P$  sobre su eje, a una distancia  $x$  del centro del anillo, como se muestra en la figura PO23.13a. Ahora la carga  $Q$  se dispersa uniformemente sobre el área circular que encierra el anillo y forma un disco plano de carga con el mismo radio como en la figura 23.13b. ¿Cómo se compara el campo  $E_{\text{disco}}$  producido por el disco en  $P$ , con el campo producido por el anillo en el mismo punto? (a)  $E_{\text{disco}} < E_{\text{anillo}}$ , (b)  $E_{\text{disco}} = E_{\text{anillo}}$ , (c)  $E_{\text{disco}} > E_{\text{anillo}}$ , (d) imposible de determinar.



a



b

Figura PO23.13

14. Se coloca un objeto con carga negativa en una región del espacio donde el campo eléctrico está dirigido verticalmente hacia arriba. ¿Cuál es la dirección de la fuerza eléctrica ejercida sobre esta carga? (a) Hacia arriba. (b) Hacia abajo. (c) No hay fuerza. (d) La fuerza puede ser en cualquier dirección.
15. La magnitud de la fuerza eléctrica entre dos protones es  $2.30 \times 10^{-26}$  N. ¿A qué distancia están uno del otro? (a) 0.100 m (b) 0.022 0 m (c) 3.10 m (d) 0.005 70 m (e) 0.480 m

## Preguntas conceptuales

1. indica que la respuesta está disponible en el *Manual de soluciones del estudiante/Guía de estudio*

1. (a) ¿La vida sería distinta si los electrones tuvieran carga positiva y los protones carga negativa? (b) ¿La elección de los signos eléctricos tiene alguna importancia sobre las interacciones físicas y químicas? Explique sus respuestas.
2. A menudo, un peine cargado atrae pequeños trozos de papel seco, que luego vuelan lejos cuando tocan el peine. Explique por qué ocurre esto.
3. Una persona se coloca en una gran esfera metálica hueca, que está aislada de la tierra. Si se coloca una gran carga

sobre la esfera, la persona será dañada al tocar el interior de la esfera?

4. Un estudiante que haya crecido en un país tropical, pero que estudie en Estados Unidos, quizá no tenga ninguna experiencia con chispas o descargas de electricidad estática hasta que él o ella pasen un invierno en ese país. Explique por qué.
5. Si un objeto suspendido A es atraído por un objeto cargado B, ¿podemos concluir que A está cargado? Explique.

6. Considere el punto A en la figura PC23.6 ubicado a una distancia arbitraria de dos cargas puntuales positivas en el espacio por lo demás vacío. (a) ¿Es posible que un campo eléctrico exista en el punto A en el espacio vacío? Explique. (b) ¿Existe carga en este punto? Explique. (c) ¿Existe una fuerza en este punto? Explique.

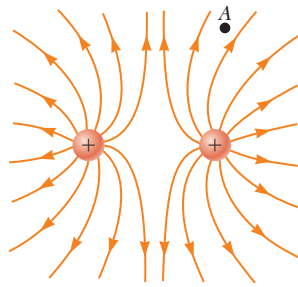


Figura PC23.6

7. Cuando hace buen tiempo hay un campo eléctrico en la superficie de la Tierra, apuntando hacia abajo dentro del suelo. En esta situación, ¿cuál es el signo de la carga eléctrica en el suelo?

8. ¿Por qué el personal de los hospitales debe usar zapatos especiales al trabajar rodeados de oxígeno en un quirófano? ¿Qué podría suceder si el personal usara zapatos con suela de goma?
9. Un globo cuelga de la pared después de ser cargado negativamente por frotamiento. (a) ¿Significa que la pared tiene carga positiva? (b) ¿Por qué el globo termina por caer?
10. Considere dos dipolos eléctricos en el espacio vacío. Cada dipolo tiene carga neta cero. (a) ¿Existe una fuerza eléctrica entre los dipolos; es decir, es posible que dos objetos con carga eléctrica neta cero ejerzan fuerzas entre sí? (b) Si es así, ¿la fuerza es de atracción o de repulsión?
11. Un objeto de vidrio recibe una carga positiva al frotarlo con un paño de seda. En el proceso de frotamiento, ¿se han añadido protones al objeto o se han eliminado los electrones del objeto?

## Problemas

1. sencillo; 2. intermedio; 3. retador

1. solución completa disponible en el *Manual de soluciones del estudiante/Guía de estudio*

### Sección 23.1 Propiedades de las cargas eléctricas

1. Determine con una precisión de tres dígitos significativos la carga y la masa de las siguientes partículas. *Sugerencia:* primero busque la masa de un átomo neutro en la tabla periódica de los elementos en el apéndice C. (a) Un átomo de hidrógeno ionizado, representado como  $H^+$ . (b) Un átomo de sodio ionizado  $Na^+$ . (c) Un ion de cloro  $Cl^-$ . (d) Un átomo de calcio doblemente ionizado  $Ca^{++} = Ca^{2+}$ . (e) El centro de una molécula de amoníaco modelada como un ion  $N^{3-}$ . (f) Átomos de nitrógeno ionizados al cuádruplo,  $N^{4+}$  encontrados en el plasma de una estrella caliente. (g) El núcleo del átomo de nitrógeno. (h) El ion molecular  $H_2O^-$ .
2. (a) Calcule el número de electrones que contiene un pequeño alfiler eléctricamente neutro hecho de plata, con una masa de 10.0 g. La plata tiene 47 electrones por átomo, y su masa molar es de 107.87 g/mol. (b) Suponga que se le agregan electrones al alfiler hasta que la carga neta negativa sea igual a 1.00 mC. ¿Cuántos electrones es necesario añadir por cada  $10^9$  electrones ya presentes?

### Sección 23.2 Objetos cargados mediante inducción

### Sección 23.3 Ley de Coulomb

3. Dos protones en un núcleo atómico están típicamente separados por una distancia de  $2 \times 10^{-15}$  m. La fuerza de repulsión eléctrica entre los protones es enorme, pero la fuerza nuclear atractiva es aún más fuerte y mantiene el núcleo apartado de la ruptura. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza eléctrica entre dos protones separados por  $2.00 \times 10^{-15}$  m?
4. Una partícula cargada A ejerce una fuerza de  $2.62 \mu N$  hacia la derecha sobre una partícula cargada B cuando las partículas están separadas 13.7 mm. La partícula B se mueve recta y alejándose de A para hacer que la distancia entre ellas sea de 17.7 mm. ¿Qué vector de fuerza se ejerce en tal caso sobre A?
5. En una nube de tormenta puede haber cargas eléctricas de +40.0 C cerca de la parte superior y -40.0 C cerca de la parte inferior de la nube. Estas cargas están separadas por 2.00 km. ¿Cuál es la fuerza eléctrica sobre la carga de la parte superior?
6. (a) Calcule la magnitud de la fuerza eléctrica entre un ion de  $Na^+$  y uno de  $Cl^-$  separados por 0.50 nm. (b) ¿La respuesta cambia si el ion de sodio fuera reemplazado por  $Li^+$  y el ion cloruro por  $Br^-$ ? Explique.
7. **Problema de repaso.** Una molécula de ADN (ácido desoxirribonucleico) es de  $2.17 \mu m$  de largo. Los extremos de la molécula se ionizan por separado: negativo en un extremo, positivo en el otro. La molécula helicoidal actúa como un resorte y se comprime 1.00% al ser cargada. Determine la constante efectiva de resorte de la molécula.
8. El premio Nobel Richard Feynman (1918-1988) dijo en alguna ocasión que si dos personas se colocaban a la distancia de sus brazos una de la otra y cada una de ellas tuviera 1% más electrones que protones, la fuerza de repulsión entre ambas sería suficiente para levantar un “peso” equivalente al de toda la Tierra. Efectúe un cálculo de magnitudes para sustentar esta afirmación.

9. Una carga puntual de  $7.50 \text{ nC}$  se encuentra a  $1.80 \text{ m}$  de una carga puntual de  $4.20 \text{ nC}$ . (a) Calcule la magnitud de la fuerza eléctrica que una partícula ejerce sobre la otra. (b) ¿La fuerza es de atracción o de repulsión?

10. (a) Dos protones en una molécula están separados  $3.80 \times 10^{-10} \text{ m}$ . Encuentre la magnitud de la fuerza eléctrica ejercida por un protón sobre el otro. (b) Establezca cómo se compara la magnitud de esta fuerza con la magnitud de la fuerza gravitacional ejercida por un protón sobre el otro. (c) **¿Qué pasaría si?** ¿Cuál debe ser la carga de una partícula en relación con la masa si la magnitud de la fuerza gravitacional entre dos de estas partículas es igual a la magnitud de la fuerza eléctrica entre ellas?

11. Tres cargas puntuales están dispuestas como se muestra en la figura P23.11. Halle (a) la magnitud y (b) la dirección de la fuerza eléctrica sobre la partícula en el origen.

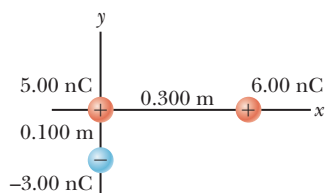


Figura P23.11 Problemas 11 y 35.

12. Tres cargas puntuales se encuentran a lo largo de una línea recta como se muestra en la figura P23.12, donde  $q_1 = 6.00 \mu\text{C}$ ,  $q_2 = 1.50 \mu\text{C}$  y  $q_3 = -2.00 \mu\text{C}$ . Las distancias de separación son  $d_1 = 3.00 \text{ cm}$  y  $d_2 = 2.00 \text{ cm}$ . Calcule la magnitud y la dirección de la fuerza eléctrica neta en (a)  $q_1$ , (b)  $q_2$  y (c)  $q_3$ .

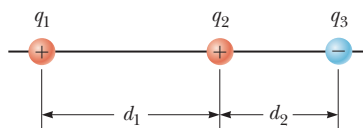


Figura P23.12

13. Dos pequeñas esferas que tienen cargas positivas  $q_1 = 3q$  y  $q_2 = q$  se fijan en los extremos opuestos de una barra aislante horizontal de longitud  $d = 1.50 \text{ m}$ . La esfera con carga  $q_1$  está en el origen. Como se muestra en la figura P23.13, una tercera esfera pequeña cargada es libre para deslizarse sobre la varilla. (a) ¿En qué posición  $x$  está en equilibrio la tercera esfera? (b) ¿Puede el equilibrio ser estable?

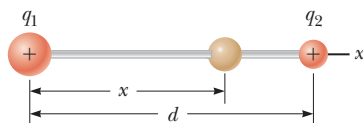


Figura P23.13 Problemas 13 y 14.

14. Dos pequeñas esferas que tienen cargas  $q_1$  y  $q_2$  del mismo signo se fijan en los extremos opuestos de una barra aislante horizontal de longitud  $d$ . La esfera con carga  $q_1$  está en el origen. Como se muestra en la figura P23.13, una tercera esfera pequeña cargada es libre para deslizarse sobre la varilla. (a) ¿En qué posición  $x$  la tercera esfera está en equilibrio? (b) ¿Puede ser el equilibrio estable?

15. En las esquinas de un triángulo equilátero hay tres partículas cargadas, como se ve en la figura P23.15. Calcule la fuerza eléctrica total sobre la carga de valor  $7.00 \mu\text{C}$ .

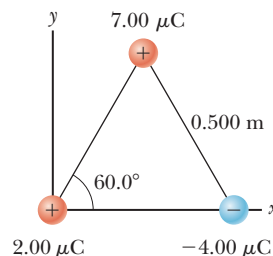


Figura P23.15 Problemas 15 y 30.

16. Dos pequeñas esferas metálicas, cada una de masa  $m = 0.200 \text{ g}$ , están suspendidas como péndulos por cuerdas ligeras de longitud  $L$ , como se muestra en la figura P23.16. A las esferas se les da la misma carga eléctrica de  $7.2 \text{ nC}$  y se equilibran cuando cada cuerda está en un ángulo de  $\theta = 5.00^\circ$  con la vertical. ¿Qué tan largas son las cuerdas?

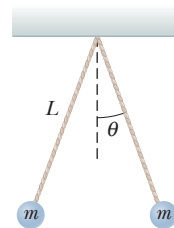


Figura P23.16

17. **Problema de repaso.** En la teoría de Bohr sobre el átomo de hidrógeno, un electrón se mueve en una órbita circular alrededor de un protón, donde el radio de la órbita es  $5.29 \times 10^{-11} \text{ m}$ . (a) Encuentre el valor de la fuerza eléctrica ejercida entre ambos. (b) Si esta fuerza es la que causa la aceleración centrípeta del electrón, ¿cuál es su rapidez?
18. Una partícula A de carga  $3.00 \times 10^{-4} \text{ C}$  está en el origen, la partícula B de carga  $-6.00 \times 10^{-4} \text{ C}$  está en  $(4.00 \text{ m}, 0)$  y la partícula C de carga  $1.00 \times 10^{-4} \text{ C}$  está en  $(0, 3.00 \text{ m})$ . Queremos encontrar la fuerza eléctrica neta sobre C. (a) ¿Cuál es la componente  $x$  de la fuerza eléctrica ejercida por A sobre C? (b) ¿Cuál es la componente  $y$  de la fuerza que ejerce A sobre C? (c) Determine la magnitud de la fuerza ejercida por B sobre C. (d) Calcule la componente  $x$  de la fuerza ejercida por B sobre C. (e) Calcule la componente  $y$  de la fuerza ejercida por B sobre C. (f) Sume las dos componentes  $x$  de los incisos (a) y (d) para obtener el componente  $x$  resultante de la fuerza eléctrica que actúa sobre C. (g) Del mismo modo, encuentre la componente  $y$  del vector de fuerza resultante que actúa sobre C. (h) Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza eléctrica resultante que actúa sobre C.

19. Una carga puntual  $+2Q$  está en el origen y la carga puntual  $-Q$  se encuentra a lo largo del eje  $x$  en  $x = d$ , como en la figura P23.19. Encuentre una expresión simbólica de la fuerza neta sobre una tercera carga puntual  $+Q$  situada a lo largo del eje  $y$  en  $y = d$ .

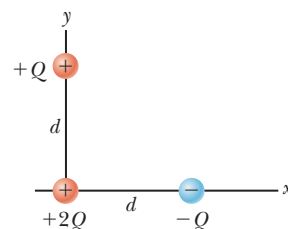


Figura P23.19

20. **Problema de repaso.** Dos partículas idénticas, cada una de ellas con una carga  $+q$ , están fijas en el espacio y separadas por una distancia  $d$ . Una tercera carga puntual  $-Q$  tiene libertad de movimiento y en un principio está en reposo sobre la bisectriz perpendicular de ambas cargas fijas, a

una distancia  $x$  del punto medio entre las dos cargas fijas (figura P23.20). (a) Demuestre que si  $x$  es pequeña en comparación con  $d$ , el movimiento de  $-Q$  será armónico simple a lo largo de la bisectriz perpendicular. (b) Determine el periodo de dicho movimiento. (c) ¿Qué tan rápido se moverá la carga  $-Q$  cuando llegue al punto medio entre las dos cargas fijas, si fue liberada inicialmente a una distancia  $a \ll d$  del punto medio?

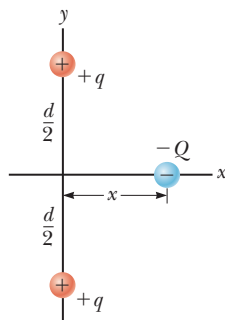


Figura P23.20

21. Dos pequeñas esferas conductoras idénticas se colocan de forma que sus centros se encuentren separados 0.300 m. A una se le da una carga de 12.0 nC y a la otra una carga de  $-18.0$  nC. (a) Determine la fuerza eléctrica que ejerce una esfera sobre la otra. (b) **¿Qué pasaría si?** Las esferas están conectadas mediante un alambre conductor. Determine la fuerza eléctrica entre ellas una vez que alcanzan el equilibrio.
22. *¿Por qué es imposible la siguiente situación?* Dos partículas de polvo idénticas con masa de  $1.00 \mu\text{g}$  están flotando en el espacio vacío, lejos de cualquier fuente externa de grandes campos gravitacionales o eléctricos, y en reposo una con respecto de la otra. Ambas partículas llevan cargas eléctricas que son idénticas en magnitud y signo. Las fuerzas gravitacional y eléctrica entre las partículas tienen la misma magnitud, por lo que cada partícula experimenta fuerza neta cero y la distancia entre las partículas se mantiene constante.

#### Sección 23.4 Análisis de modelo: partícula en un campo (eléctrico)

23. ¿Cuál será la magnitud y la dirección del campo eléctrico que equilibre el peso de (a) un electrón y (b) un protón? (Use los datos de la tabla 23.1.)
24. Un pequeño objeto de  $3.80$  g de masa y carga de  $-18.0 \mu\text{C}$  está suspendido inmóvil por encima del suelo cuando se sumerge en un campo eléctrico uniforme perpendicular al suelo. ¿Cuáles son la magnitud y dirección del campo eléctrico?
25. En las esquinas de un cuadrado de lado  $a$ , como se muestra en la figura P23.25, existen cuatro partículas cargadas. Determine (a) el campo eléctrico en la ubicación de la carga  $q$  y (b) la fuerza eléctrica total ejercida sobre  $q$ .

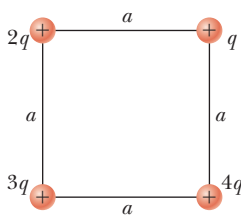


Figura P23.25

26. Tres cargas puntuales se encuentran a lo largo de un círculo de radio  $r$  en ángulos de  $30^\circ$ ,  $150^\circ$  y  $270^\circ$ , como se muestra en la figura P23.26. Encuentre una expresión simbólica para el campo eléctrico resultante en el centro del círculo.

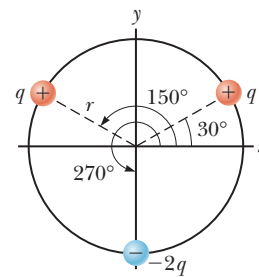


Figura P23.26

27. Dos partículas iguales y cargadas positivamente están en las esquinas opuestas de un trapecio, como se muestra en la figura P23.27. Encuentre expresiones simbólicas para el campo eléctrico total en (a) el punto  $P$  y (b) el punto  $P'$ .

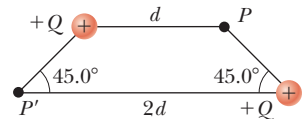


Figura P23.27

28. Considere  $n$  partículas con cargas positivas iguales cada una con magnitud  $Q/n$  y colocadas de manera simétrica alrededor de un círculo de radio  $a$ . (a) Calcule la magnitud del campo eléctrico en un punto a una distancia  $x$  del centro del círculo y sobre la línea que pasa a través del centro y que es perpendicular al plano del círculo. (b) Explique por qué este resultado es idéntico al cálculo del ejemplo 23.8.
29. En la figura P23.29, determine el punto (que no sea infinito) en el que el campo eléctrico es cero.

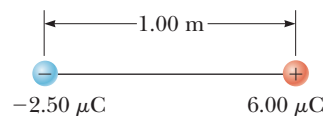


Figura P23.29

30. Tres partículas cargadas están en los vértices de un triángulo equilátero, como se muestra en la figura P23.15. (a) Calcule el campo eléctrico en la posición de la carga de  $2.00 \mu\text{C}$  debido a las cargas de  $7.00 \mu\text{C}$  y  $-4.00 \mu\text{C}$ . (b) Utilice su respuesta a la parte (a) para determinar la fuerza de la carga de  $2.00 \mu\text{C}$ .
31. Tres cargas puntuales están situadas en un arco circular como se muestra en la figura P23.31. (a) ¿Cuál es el campo eléctrico total en  $P$ , el centro del arco? (b) Halle la fuerza eléctrica que se ejerce sobre una carga puntual de  $-5.00$  nC situada en  $P$ .

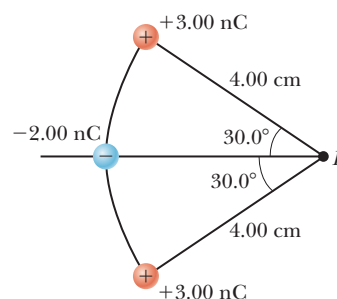


Figura P23.31



32. Dos partículas cargadas se encuentran sobre el eje  $x$ . La primera es una carga  $+Q$  en  $x = -a$ . La segunda es una carga desconocida ubicada en  $x = +3a$ . El campo eléctrico neto que estas cargas producen en el origen tiene un valor de  $2k_e Q/a^2$ . Explique cuántos valores son posibles para la carga desconocida y encuentre los valores posibles.
33. Una pequeña bola de plástico de 2.00 g está suspendida por una larga cuerda de 20.0 cm en un campo eléctrico uniforme, como se muestra en la figura P23.33. Si la bola está en equilibrio cuando la cuerda forma un ángulo de  $15.0^\circ$  con la vertical, ¿cuál es la carga neta de la bola?

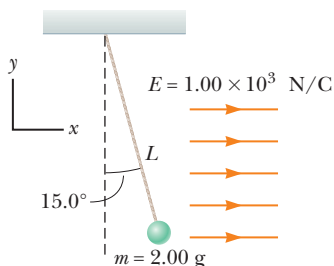


Figura P23.33

34. Dos cargas puntuales de  $2.00 \mu\text{C}$  están localizadas sobre el eje  $x$ . Una está en  $x = 1.00 \text{ m}$  y la otra en  $x = -1.00 \text{ m}$ . (a) Determine el campo eléctrico sobre el eje  $y$  en  $y = 0.500 \text{ m}$ . (b) Calcule la fuerza eléctrica ejercida sobre una carga de  $-3.00 \mu\text{C}$  colocada sobre el eje de las  $y$  en  $y = 0.500 \text{ m}$ .
35. Tres cargas puntuales están dispuestas como se muestra en la figura P23.11. (a) Encuentre el vector de campo eléctrico que las cargas de  $6.00 \text{ nC}$  y  $-3.00 \text{ nC}$  juntas crean en el origen. (b) Halle el vector fuerza sobre la carga de  $5.00 \text{ nC}$ .
36. Considere el dipolo eléctrico que se ilustra en la figura P23.36. Demuestre que el campo eléctrico en un punto *distante* sobre el eje  $+x$  es  $E_x \approx 4k_e qa/x^3$ .

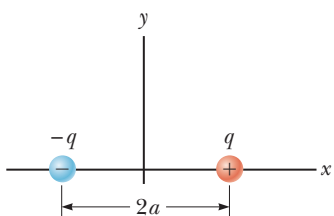


Figura P23.36

### Sección 23.5 Campo eléctrico de una distribución de carga continua

37. Una varilla de 14.0 cm de largo está uniformemente cargada y su carga total es de  $-22.0 \mu\text{C}$ . Determine (a) la magnitud y (b) la dirección del campo eléctrico a lo largo del eje de la varilla en un punto a 36.0 cm de su centro.
38. Un disco uniformemente cargado con un radio de 35.0 cm tiene una densidad de carga de  $7.90 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2$ . Calcule el campo eléctrico sobre el eje del disco a (a) 5.00 cm, (b) 10.0 cm, (c) 50.0 cm y (d) 200 cm del centro del disco.
39. Un anillo con un radio de 10.0 cm uniformemente cargado tiene una carga total de  $75.0 \mu\text{C}$ . Determine el campo eléctrico sobre el eje del anillo a las siguientes distancias del

centro del mismo: (a) 1.00 cm, (b) 5.00 cm, (c) 30.0 cm y (d) 100 cm.

40. El campo eléctrico a lo largo del eje de un disco de radio  $R$  uniformemente cargado y carga total  $Q$  fue calculado en el ejemplo 23.9. Demuestre que el campo eléctrico a distancias  $x$  que son grandes en comparación con  $R$  se aproxima al de una partícula con carga  $Q = \sigma\pi R^2$ . *Sugerencia:* primero demuestre que  $x/(x^2 + R^2)^{1/2} = (1 + R^2/x^2)^{-1/2}$  y use la expansión binomial  $(1 + \delta)^n \approx 1 + n\delta$ , cuando  $\delta \ll 1$ .
41. En el ejemplo 23.9 se dedujo la expresión exacta del campo eléctrico en un punto en el eje de un disco con carga uniforme. Considere un disco con un radio de  $R = 3.00 \text{ cm}$  y una carga uniformemente distribuida de  $+5.20 \mu\text{C}$ . (a) Utilice el resultado del ejemplo 23.9, calcule el campo eléctrico en un punto sobre el eje a 3.00 mm del centro. (b) ¿Qué pasaría si? Explique cómo se compara esta respuesta con el campo que se calculó con la aproximación al campo cercano  $E = \sigma/2\epsilon_0$  (esta expresión se obtuvo en el ejemplo 23.9). (c) Utilice el resultado del ejemplo 23.9 y calcule el campo eléctrico en un punto sobre el eje a 30.0 cm del centro del disco. (d) ¿Qué pasaría si? Explique cómo se compara la respuesta al (c) con el campo eléctrico obtenido al tratar al disco como una partícula cargada con  $+5.20 \mu\text{C}$  a una distancia de 30.0 cm.

42. Una varilla uniformemente cargada de longitud  $L$  y carga total  $Q$  se encuentra a lo largo del eje  $x$  como se muestra en la figura P23.42. (a) Halle las componentes del campo eléctrico en el punto  $P$  sobre el eje  $y$  a una distancia  $d$  desde el origen. (b) ¿Cuáles son los valores



Figura P23.42

- aproximados de las componentes del campo cuando  $d \gg L$ ? Explique por qué se pueden esperar estos resultados.
43. A lo largo del eje  $x$  existe una línea de carga continua que se extiende desde  $x = +x_0$  hasta el infinito positivo. La línea transporta una carga positiva con una densidad de carga lineal uniforme  $\lambda_0$ . ¿Cuál es (a) la magnitud y (b) la dirección del campo eléctrico en el origen?
44. Una varilla delgada de longitud  $\ell$  y uniformemente cargada por unidad de longitud  $\lambda$  yace a lo largo del eje  $x$ , como se muestra en la figura P23.44. (a) Demuestre que el campo eléctrico en  $P$ , a una distancia  $d$  de la varilla a lo largo de su bisectriz perpendicular, no tiene componente en  $x$  y está dado por  $E = 2k_e\lambda \sin \theta_0/d$ . (b) ¿Qué pasaría si? Usando

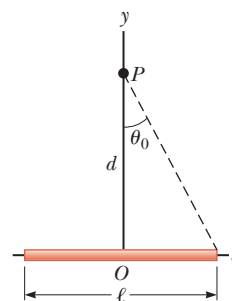


Figura P23.44

el resultado obtenido en el inciso (a), demuestre que el campo de una varilla de longitud infinita es igual a  $E = 2k\lambda/d$ .

45. Una barra aislante uniformemente cargada, de 14.0 cm de longitud, se dobla en la forma de un semicírculo, como se muestra en la figura P23.45. La barra tiene una carga total de  $-7.50 \mu\text{C}$ . Encuentre (a) la magnitud y (b) la dirección del campo eléctrico en  $O$ , el centro del semicírculo.



Figura P23.45

46. (a) Considere un cilindro con una pared delgada uniformemente cargada con una carga total  $Q$ , radio  $R$  y una longitud  $\ell$ . Determine el campo eléctrico en un punto a una distancia  $d$  del lado derecho del cilindro, como se muestra en la figura P23.46. *Sugerencia:* use el resultado del ejemplo 23.8 y considere el cilindro como si lo formara un conjunto de anillos con carga. (b) ¿Qué pasaría si? Piense ahora en un cilindro sólido de las mismas dimensiones y con la misma carga distribuida uniformemente en su volumen. Use el resultado del ejemplo 23.9 para calcular el campo que genera en el mismo punto.

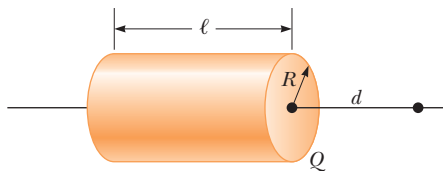


Figura P23.46

### Sección 23.6 Líneas de campo eléctrico

47. Una varilla con carga negativa de longitud finita tiene una carga uniforme por unidad de longitud. Trace las líneas del campo eléctrico en el plano que contiene a la varilla.
48. Un disco cargado positivamente tiene una carga uniforme por unidad de área  $\sigma$  según se describe en el ejemplo 23.9. Trace las líneas del campo eléctrico en un plano perpendicular al plano del disco pasando a través de su centro.

49. La figura P23.49 muestra las líneas de campo eléctrico correspondientes a dos partículas cargadas con una pequeña separación. (a) Determine la razón  $q_1/q_2$ . (b) ¿Cuáles son los signos de  $q_1$  y de  $q_2$ ?

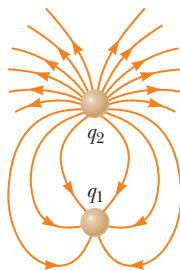


Figura P23.49

50. Tres cargas  $q$  positivas idénticas están ubicadas en las esquinas de un triángulo equilátero de lado  $a$ , como se muestra en la figura P23.50. Suponga que las tres cargas juntas producen un campo eléctrico. (a) Dibuje las líneas de campo en el plano de las cargas. (b) Determine la localización de un punto (distinto de  $\infty$ ) donde el campo eléctrico es igual a cero. ¿Cuál es (c) la magnitud y (d) la dirección del campo eléctrico en  $P$  debido a las dos cargas ubicadas en la base?

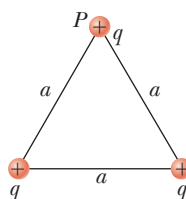


Figura P23.50

### Sección 23.7 Movimiento de partículas cargadas en un campo eléctrico uniforme

51. Un protón se acelera a partir del reposo en un campo eléctrico uniforme de  $640 \text{ N/C}$ . Poco tiempo después su rapidez es de  $1.20 \text{ Mm/s}$  (no relativista, ya que  $v$  es mucho menor que la rapidez de la luz). (a) Determine la aceleración del protón. (b) ¿En qué intervalo de tiempo el protón alcanza esta rapidez? (c) ¿Qué distancia recorre en ese intervalo de tiempo? (d) ¿Cuál es su energía cinética al final de este intervalo?
52. Un protón es proyectado en la dirección positiva de  $x$  al interior de una región de un campo eléctrico uniforme  $\vec{E} = (-6.00 \times 10^5) \hat{i} \text{ N/C}$  en el instante  $t = 0$ . El protón recorre una distancia de  $7.00 \text{ cm}$  antes de llegar al reposo. Determine (a) la aceleración del protón, (b) su rapidez inicial y (c) el intervalo de tiempo en el cual el protón queda en reposo.
53. Un electrón y un protón se colocan cada uno en reposo en un campo eléctrico uniforme de magnitud  $520 \text{ N/C}$ . Calcule la rapidez de cada partícula  $48.0 \text{ ns}$  después de ser liberados.
54. Se proyectan varios protones con una rapidez inicial  $v_i = 9.55 \text{ km/s}$  desde una región libre de campo a través de un plano y dentro de una región donde está presente un campo eléctrico uniforme  $\vec{E} = -720 \hat{j} \text{ N/C}$ , como se muestra en la figura P23.54. El vector de velocidad inicial de los protones forma un ángulo  $\theta$  con el plano. Los protones deben alcanzar un objetivo que se encuentra a una distancia horizontal de  $R = 1.27 \text{ mm}$  del punto por donde los protones atraviesan el plano y entran en el campo eléctrico. Queremos encontrar el ángulo  $\theta$  con el que los protones deben pasar a través del plano para dar en el blanco. (a) ¿Qué análisis de modelo describe el movimiento horizontal de los protones por encima del plano? (b) ¿Qué análisis de modelo describe el movimiento vertical de los protones por encima del plano? (c) Argumente por qué la ecuación 4.13 se aplicaría a los protones en esta situación. (d) Utilice la ecuación 4.13 para escribir una expresión para  $R$  en términos de  $v_i$ ,  $E$ , la carga y la masa del protón y el ángulo  $\theta$ . (e) Halle los dos valores posibles del ángulo  $\theta$ . (f) Encuentre el intervalo de tiempo durante el cual el protón está por encima del plano en la figura P23.54 para cada uno de los dos valores posibles de  $\theta$ .

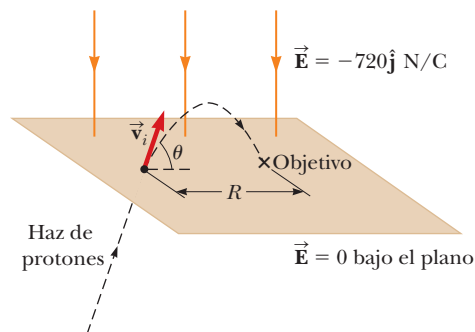


Figura P23.54

55. Los electrones en un haz de partículas tienen cada uno una energía cinética  $K$ . ¿Cuáles son (a) la magnitud y (b) la dirección del campo eléctrico que detendrá a estos electrones en una distancia  $d$ ?

56. Dos placas metálicas horizontales cuadradas, cada una de 10.0 cm de lado, están alineadas una sobre la otra con una separación de 1.00 cm. Se les proporcionan cargas de igual magnitud y de signo opuesto de manera que se genere un campo eléctrico uniforme hacia abajo de  $2 \times 10^3$  N/C entre las placas. Una partícula con masa de  $2.00 \times 10^{-16}$  kg y con una carga positiva de  $1.00 \times 10^{-6}$  C parte del centro de la placa negativa inferior con una rapidez inicial de  $1.00 \times 10^5$  m/s en un ángulo de  $37.0^\circ$  sobre la horizontal. (a) Describa la trayectoria de la partícula. (b) ¿Contra qué placa se impactará? (c) ¿Dónde se impactará en relación con su punto de partida?

57. Un protón se mueve a  $4.50 \times 10^5$  m/s en dirección horizontal, y entra en un campo eléctrico vertical uniforme con una magnitud de  $9.60 \times 10^3$  N/C. Si ignora cualquier efecto gravitacional, determine (a) el intervalo de tiempo requerido para que el protón recorra 5.00 cm horizontalmente, (b) su desplazamiento vertical durante el intervalo de tiempo que viaja los 5.00 cm horizontalmente y (c) las componentes horizontales y verticales de su velocidad después de haber recorrido 5.00 cm horizontalmente.

### Problemas adicionales

58. Tres cilindros sólidos de plástico tienen un radio de 2.50 cm y una longitud de 6.00 cm. Uno (a) está cargado con una densidad uniforme  $15.0$  nC/m<sup>2</sup> en toda su superficie. Otro (b) está cargado con la misma densidad uniforme sólo en su superficie lateral curva. El tercero (c) está cargado con una densidad uniforme de  $500$  nC/m<sup>3</sup> en todo el plástico. Determine la carga de cada uno.
59. Considere un número infinito de partículas idénticas, cada una con carga  $q$ , colocadas a lo largo del eje  $x$  a distancias  $a, 2a, 3a, 4a, \dots$ , desde el origen. ¿Cuál es el campo eléctrico en el origen debido a esta distribución? *Sugerencia:* use el hecho de que

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$$

60. Una partícula con carga  $-3.00$  nC está en el origen y una partícula con carga negativa de magnitud  $Q$  está a  $x = 50.0$  cm. una tercera partícula con carga positiva está en equilibrio en  $x = 20.9$  cm. ¿Cuál es la magnitud de  $Q$ ?

61. Un pequeño bloque de masa  $m$  y carga  $Q$  se coloca en un plano inclinado aislado, sin fricción, con un ángulo  $\theta$ , como en la figura P23.61. Se aplica un campo eléctrico paralelo a la rampa. (a) Encuentre una expresión para la magnitud del campo eléctrico que permite que el bloque permanezca en reposo. (b) Si  $m = 5.40$  g,  $Q = -7.00$   $\mu$ C y  $\theta = 25.0^\circ$ , determine la magnitud y la dirección del campo eléctrico que permite que el bloque permanezca en reposo sobre la rampa.

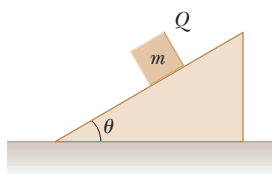


Figura P23.61

62. Una pequeña esfera de carga  $q_1 = 0.800$   $\mu$ C cuelga del extremo de un resorte como en la figura P23.62a. Cuando otra pequeña esfera de carga  $q_2 = -0.600$   $\mu$ C se coloca

por debajo de la primera esfera como en la figura P23.62b, el resorte se extiende  $d = 3.50$  cm de su longitud original y llega a una nueva posición de equilibrio con una separación entre las cargas de  $r = 5.00$  cm. ¿Cuál es la constante de fuerza del resorte?

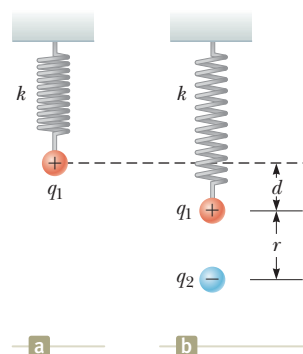


Figura P23.62

63. Una línea de carga comienza en  $x = +x_0$  y se extiende al infinito positivo. La densidad de carga lineal es  $\lambda = \lambda_0 x_0/x$ , donde  $\lambda_0$  es una constante. Determine el campo eléctrico en el origen.
64. Una pequeña esfera de masa  $m = 7.50$  g y carga  $q_1 = 32.0$  nC está unida al extremo de una cuerda y cuelga verticalmente como en la figura P23.64. Una segunda carga de igual masa y carga  $q_2 = -58.0$  nC se coloca por debajo de la primera carga a una distancia  $d = 2.00$  cm, como en la figura P23.64. (a) Determine la tensión en la cuerda. (b) Si la cuerda puede soportar una tensión máxima de  $0.180$  N, ¿cuál es el valor más pequeño que  $d$  puede tener antes de que la cuerda se rompa?

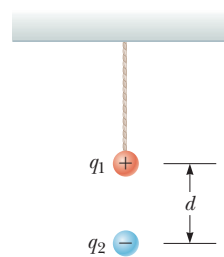


Figura P23.64

65. Entre dos placas paralelas separadas 4.00 cm existe un campo eléctrico uniforme de magnitud 640 N/C. De manera simultánea se libera un protón de la placa positiva y un electrón de la negativa. (a) Determine la distancia a la placa positiva en el momento en que ambos se cruzan. (Ignore la atracción eléctrica entre el protón y el electrón.) (b) ¿Qué pasaría si? Repita el inciso (a) ahora con un ion de sodio ( $\text{Na}^+$ ) y con un ion de cloro ( $\text{Cl}^-$ ).
66. Dos pequeñas esferas de plata, cada una con una masa de 10.0 g, están separadas 1.00 m. Calcule la fracción de electrones de una esfera que deberá ser transferida a la otra a fin de producir una fuerza de atracción de  $1.00 \times 10^4$  N (casi una tonelada) entre las esferas. El número de electrones por átomo de plata es igual a 47.



67. Una pelota de corcho cargada con 1.00 g de masa está suspendida de una cuerda muy ligera en un campo eléctrico uniforme, como se observa en la figura P23.67. Cuando  $\vec{E} = (3.00\hat{i} + 5.00\hat{j}) \times 10^5 \text{ N/C}$ , la pelota está en equilibrio en  $\theta = 37.0^\circ$ . Determine (a) la carga sobre la pelota y (b) la tensión en la cuerda.

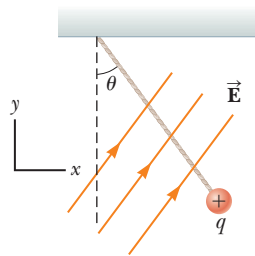


Figura P23.67  
Problemas 67 y 68.

68. Una pelota de corcho cargada de masa  $m$  está suspendida de una cuerda muy ligera en un campo eléctrico uniforme, como se observa en la figura P23.67. Cuando  $\vec{E} = A\hat{i} + B\hat{j}$ , donde  $A$  y  $B$  son números positivos, la pelota está en equilibrio cuando el ángulo es igual a  $\theta$ . Determine (a) la carga sobre la pelota y (b) la tensión en la cuerda.
69. Tres partículas cargadas están alineadas a lo largo del eje  $x$ , según se muestra en la figura P23.69. Determine el campo eléctrico en (a) la posición  $(2.00 \text{ m}, 0)$  y (b) la posición  $(0, 2.00 \text{ m})$ .

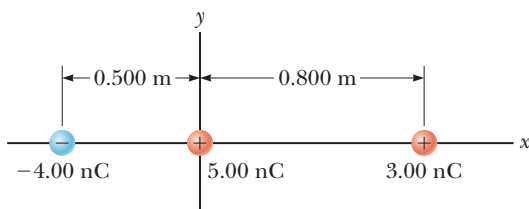


Figura P23.69

70. Dos cargas puntuales,  $q_A = 12.0 \mu\text{C}$  y  $q_B = 45.0 \mu\text{C}$ , así como una tercera partícula con carga desconocida  $q_C$ , se encuentran en el eje  $x$ . La partícula  $q_A$  está ubicada en el origen y la partícula  $q_B$  está en  $x = 15.0 \text{ cm}$ . La tercera partícula debe ser colocada de tal forma que cada partícula quede en equilibrio bajo la acción de las fuerzas eléctricas ejercidas por las otras dos partículas. (a) ¿Es posible esta situación? Si es así, ¿es posible de alguna otra forma? Explique. Encuentre (b) la ubicación requerida, (c) la magnitud y signo de la tercera partícula.

71. Una línea de carga positiva se distribuye en un semicírculo de radio  $R = 60.0 \text{ cm}$ , como se observa en la figura P23.71. La carga por unidad de longitud a lo largo del semicírculo queda descrita por la expresión  $\lambda = \lambda_0 \cos \theta$ . La carga total sobre el semicírculo es de  $12.0 \mu\text{C}$ . Calcule la fuerza total sobre una carga de  $3.00 \mu\text{C}$  colocada en el centro de curvatura  $P$ .

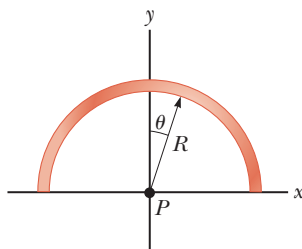


Figura P23.71

72. En las esquinas de un rectángulo, según se muestra en la figura P23.72, se localizan cuatro cargas puntuales idénticas ( $q = +10.0 \mu\text{C}$ ). Las dimensiones del rectángulo son  $L = 60.0 \text{ cm}$  y  $W = 15.0 \text{ cm}$ . Calcule (a) la magnitud y (b) la dirección de la fuerza eléctrica total ejercida por las otras tres cargas sobre la carga en la esquina inferior izquierda.

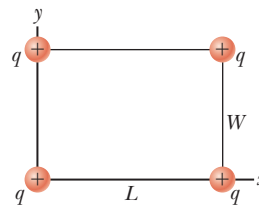


Figura P23.72

73. Dos pequeñas esferas cuelgan en equilibrio en los extremos inferiores de hilos de  $40.0 \text{ cm}$  de longitud, que tienen sus extremos superiores amarrados al mismo punto fijo. Una esfera tiene  $2.40 \text{ g}$  de masa y  $+300 \text{ nC}$  de carga. La otra esfera tiene la misma masa y una carga de  $+200 \text{ nC}$ . Encuentre la distancia entre los centros de las esferas.
74. ¿Por qué es imposible la siguiente situación? Un electrón entra en una región de campo eléctrico uniforme entre dos placas paralelas. Las placas se utilizan en un tubo de rayos catódicos para ajustar la posición de un haz de electrones sobre una pantalla fluorescente distante. La magnitud del campo eléctrico entre las placas es de  $200 \text{ N/C}$ . Las placas son de  $0.200 \text{ m}$  de longitud y están separadas por  $1.50 \text{ cm}$ . El electrón entra en la región con una rapidez de  $3.00 \times 10^6 \text{ m/s}$ , desplazándose paralelo al plano de las placas en la dirección de su longitud. Abandona las placas dirigiéndose a su posición correcta en la pantalla fluorescente.

75. **Problema de repaso.** Dos bloques idénticos que descansan sobre una superficie horizontal sin fricción, están conectados por un ligero resorte que tiene una constante de resorte  $k = 100 \text{ N/m}$  y una longitud no estirada  $L_i = 0.400 \text{ m}$ , como se muestra en la figura P23.75a. Una carga  $Q$  se coloca lentamente en cada bloque, haciendo que el resorte se estire a una longitud del equilibrio  $L = 0.500 \text{ m}$ , como se muestra en la figura P23.75b. Determine el valor de  $Q$ , modelando los bloques como partículas cargadas.

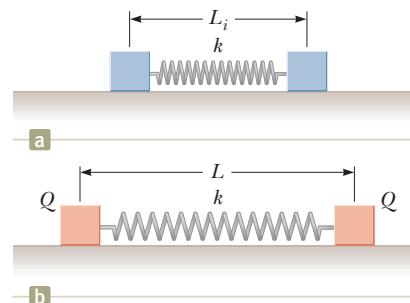


Figura P23.75 Problemas 75 y 76.

76. **Problema de repaso.** Dos bloques idénticos que descansan sobre una superficie horizontal sin fricción, están conectados por un ligero resorte que tiene una constante de resorte  $k$  y una longitud no estirada  $L_i$  como se muestra en la figura P23.75a. Una carga  $Q$  se coloca lentamente en cada bloque, haciendo que el resorte se estire a una longitud del equilibrio  $L$ , como se muestra en la figura P23.75b. Determine el valor de  $Q$ , modelando los bloques como partículas cargadas.

77. Tres cargas puntuales idénticas, cada una de masa  $m = 0.100$  kg, cuelgan de tres cuerdas como se muestra en la figura P23.77. Si las longitudes de las cuerdas izquierda y derecha son cada una  $L = 30.0$  cm y el ángulo  $\theta$  es  $45.0^\circ$ , determine el valor de  $q$ .

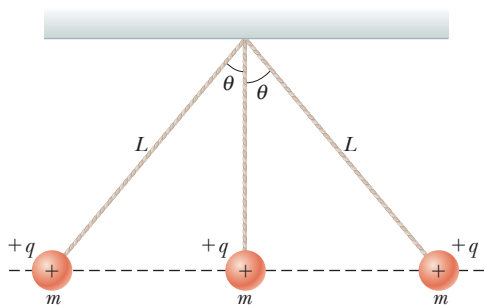


Figura P23.77

78. Demuestre que la magnitud máxima  $E_{\text{máx}}$  del campo eléctrico existente a lo largo del eje de un anillo con carga uniforme se presenta en  $x = a/\sqrt{2}$  (véase la figura 23.16) con un valor  $Q/(6\sqrt{3}\pi\epsilon_0 a^2)$ .
79. Dos esferas de goma dura, cada una de masa  $m = 15.0$  g, se frotan con piel en un día seco y después se suspenden con dos cuerdas aislantes de longitud  $L = 5.00$  cm cuyos puntos de apoyo están a una distancia  $d = 3.00$  cm uno de otro, como se muestra en la figura P23.79. Durante el proceso de frotamiento, una esfera recibe exactamente el doble de la carga de la otra. Se colocan para estar en equilibrio, cada una en un ángulo de  $\theta = 10.0^\circ$  con la vertical. Encuentre la cantidad de carga en cada esfera.

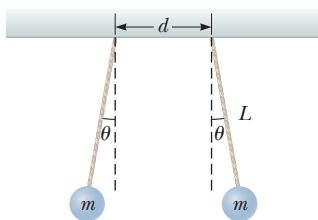


Figura P23.79

80. Dos esferas pequeñas idénticas tienen una masa  $m$  y una carga  $q$ . Cuando se les coloca en un tazón hemisférico de radio  $R$  y de paredes no conductoras y libres de fricción, las esferas se mueven, y cuando están en equilibrio se encuentran a una distancia  $d$  (figura P23.80). (a) Determine la carga  $q$  sobre cada esfera. (b) Determine la carga requerida por  $d$  para que sea igual a  $2R$ .

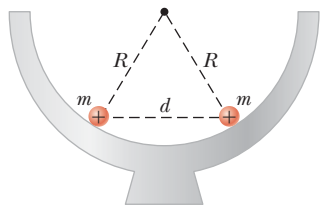


Figura P23.80

81. Dos pequeñas esferas de masa  $m$  están suspendidas de cuerdas de longitud  $\ell$  que están conectadas en un punto común.

Una de las esferas tiene una carga  $Q$ , la otra una carga  $2Q$ . Las cuerdas forman ángulos  $\theta_1$  y  $\theta_2$  con la vertical. (a) Explique la relación existente entre  $\theta_1$  y  $\theta_2$ . (b) Suponga que  $\theta_1$  y  $\theta_2$  son pequeños. Demuestre que la distancia  $r$  entre las esferas es aproximadamente

$$r \approx \left( \frac{4k_e Q^2 \ell}{mg} \right)^{1/3}$$

82. **Problema de repaso.** Una partícula de carga negativa  $-q$  está situada en el centro de un anillo con carga uniforme, que tiene una carga positiva total  $Q$ , como se muestra en la figura 23.82. La partícula, limitada a moverse a lo largo del eje  $x$ , es desplazada una pequeña distancia  $x$  (donde  $x \ll a$ ) y luego se le libera. Demuestre que la partícula oscila en un movimiento armónico simple con una frecuencia dada por

$$f = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{k_e q Q}{ma^3} \right)^{1/2}$$

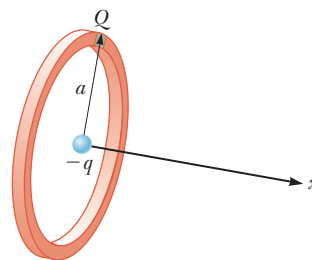


Figura P23.82

83. **Problema de repaso.** Una pelota de corcho de  $1.00$  g con una carga de  $2.00 \mu\text{C}$  está suspendida verticalmente de una ligera cuerda de  $0.500$  m de largo en un campo eléctrico uniforme dirigido hacia abajo de magnitud  $E = 1.00 \times 10^5$  N/C. Si se desplaza ligeramente de la vertical, la pelota oscila como un péndulo simple. (a) Determine el periodo de esta oscilación. (b) ¿Deberán incluirse los efectos de la gravitación en el cálculo del inciso (a)? Explique.

### Problemas de desafío

84. Dos varillas delgadas idénticas con una longitud  $2a$  tienen cargas iguales  $+Q$  uniformemente distribuidas a lo largo de sus longitudes. Las varillas yacen a lo largo del eje  $x$ , con sus centros separados por una distancia  $b > 2a$  (figura P23.84). Demuestre que la magnitud de la fuerza ejercida por la varilla izquierda sobre la derecha está dada por

$$F = \left( \frac{k_e Q^2}{4a^2} \right) \ln \left( \frac{b^2}{b^2 - 4a^2} \right)$$

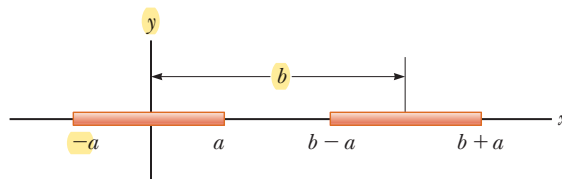


Figura P23.84

85. Ocho partículas con carga, cada una de magnitud  $q$ , están situadas en las esquinas de un cubo de arista  $s$ , como se observa en la figura P23.85 (página 724).

(a) Determine las componentes en  $x$ ,  $y$  y  $z$  de la fuerza total ejercida por las demás cargas sobre la carga ubicada en el punto A. (b) ¿Cuáles son la magnitud y (c) la dirección de esta fuerza total?

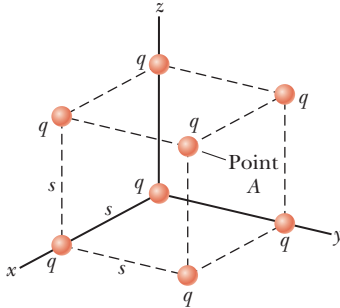


Figura P23.85 Problemas 85 y 86.

86. Considere la distribución de cargas que se muestra en la figura P23.85. (a) Demuestre que la magnitud del campo eléctrico en el centro de cualesquiera de las caras del cubo tiene un valor de  $2.18 k_e q/s^2$ . (b) ¿Cuál es la dirección del campo eléctrico en el centro de la cara superior del cubo?

87. **Problema de repaso.** Un dipolo eléctrico en un campo eléctrico uniforme se desplaza ligeramente de su posición de equilibrio, como se observa en la figura P23.87, donde  $\theta$  es pequeña. La separación entre cargas es  $2a$ , y cada una de las dos partículas tiene masa  $m$ . (a) Suponiendo que el dipolo es liberado de su posición, demuestre que su orientación angular exhibe un movimiento armónico simple con una frecuencia

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{qE}{ma}}$$

**¿Qué pasaría si?** (b) Suponga que las masas de las dos partículas cargadas en el dipolo no son iguales, a pesar de que cada partícula sigue teniendo carga  $q$ . Sean  $m_1$  y  $m_2$  las masas de las partículas. Demuestre que la frecuencia de la oscilación en este caso es

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{qE(m_1 + m_2)}{2am_1m_2}}$$

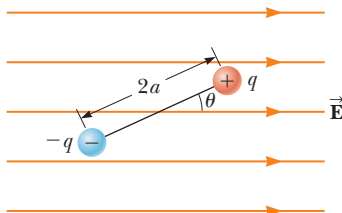


Figura P23.87

88. Inés decora el portón para la fiesta de los 15 años de su hermana. Amarra tres listones de seda juntos en la parte superior del portón y cuelga un globo de látex a cada listón (figura P23.88). A fin de incluir los efectos gravitacionales y de flotación sobre los globos, cada uno de ellos se representa como una partícula con 2.00 g de masa, con su centro a 50.0 cm del punto de soporte. Para destacar los colores de los globos, Inés frota la superficie completa de cada uno de los globos contra su bufanda de lana, para que cuelguen uno lejos del otro. Los centros de los globos colgantes forman un triángulo equilátero horizontal con lados de 30.0 cm de largo. ¿Cuál es la carga común de cada globo?

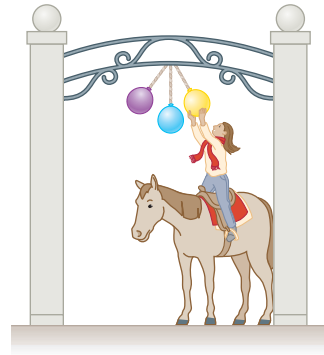


Figura P23.88

89. A lo largo de la línea  $y = -15.0$  cm está colocada una carga de densidad uniforme igual a  $35.0$  nC/m, entre los puntos de coordenadas  $x = 0$  y  $x = 40.0$  cm. Determine el campo eléctrico que produce en el origen.

90. Una partícula de masa  $m$  y carga  $q$  se mueve a gran velocidad a lo largo del eje  $x$ . Está en un principio cerca de  $x = -\infty$ , y termina cerca de  $x = +\infty$ . Una segunda carga  $Q$  se fija en el punto  $x = 0$ ,  $y = -d$ . A medida que la carga en movimiento pasa a la carga estacionaria, su componente  $x$  de la velocidad no cambia apreciablemente, pero adquiere una pequeña velocidad en la dirección  $y$ . Determinar el ángulo a través del cual la carga en movimiento se desvía de la dirección de su velocidad inicial.

91. Dos partículas, cada una con 52.0 nC de carga, se ubican en el eje  $y$  en  $y = 25.0$  cm y  $y = -25.0$  cm. (a) Encuentre el vector de campo eléctrico en un punto sobre el eje  $x$ , como función de  $x$ . (b) Encuentre el campo en  $x = 36.0$  cm. (c) ¿En qué posición el campo es  $1.00\hat{i}$  kN/C? Es posible que necesite resolver numéricamente una ecuación. (d) ¿En qué posición el campo es  $16.0\hat{i}$  kN/C?