UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

INSTITUTO OCEANOGRÁFICO

DISCIPLINA: IOF–5851 OCEANOGRAFIA REGIONAL

PROFESSORES: ILSON CARLOS ALMEIDA DA SILVEIRA

SUELI SUSANA DE GODOI

EMENTA – Oceanografia Regional

ANO LETIVO DE 2006

1. Introdução às Forçantes da Circulação Oceânica

1.1 Mecanismos geradores de correntes: as forçantes do oceano

1.2 Apresentação da forçante mecânica dos oceanos: a tensão de cisalhamento do vento

1.3 A circulação termohalina: resultado da forçante termodinâmica

2. Forçamento Mecânico da Circulação Oceânica

2.2 A importância da força de Coriolis, geostrofia, ajustamento geostrófico e intensificação da borda oeste

2.3 Efeito do atrito, Transporte e Bombeamento de Ekman

2.4 Balanço de Sverdrup, Efeito dinâmico da topografia

2.5 A Intensificação da borda oeste à luz da conservação de vorticidade potencial

Prova →

3. Formação e Composição das Massas de Água

3.1 Elementos da Termodinâmica da Água do Mar

3.2 O diagrama T-S e suas propriedades, Massas de Água e Águas Tipo

Sverdrup

3.3 Teoria analítica das curvas T-S

3.4 O Diagrama T-S estatístico volumétrico

3.5 Subdução e Processos de diapicnais: formação das águas centrais

Prova →

4. Oceanografia Polar

4.1 Oceanografia Antártica

4.2 Oceanografia Ártica: a Água Profunda do Atlântico Norte

5. O Oceano Atlântico

5.1 Características Físicas e Regime de Ventos

5.2 O sistema de Correntes Equatoriais de Superfície

5.3 As subcorrentes do Oceano Atlântico Tropical

5.4 As Correntes do Contorno Oeste de Médias e Baixas Latitudes

5.5 Hidrologia do Oceano Atlântico

5.6 A Corrente Profunda do Oceano Atlântico

5.7 A Célula de Revolvimento Meridional

5.8 Relações Trópico-Extra-trópico

5.9 Mares adjacentes

Livros Textos:

1. Tomczak, M. & Godfrey, J.S., Regional Ocenaography: An Introduction, Pergamon Press, 422pp., 1994.

   Disponível para "download", sem custos, da rede pelo endereço: http://www.es.flinders.edu.au/ mattom/regoc/figlist.html.

2. Cushman-Roisin, B. Introduction to Geophysical Fluid Dynamics, Prentice Hall, 320pp., 1994.

3. Abarbanel, H.D. & Young, W.R., General Circulation of the Ocean, Springer-Verlag, 291, 1986.

4. Apel, J. R. Principles of Ocean Physics, Academic Press, 634pp., 1995.

5. Open University, Ocean Circulation, Pergamon Press, 238pp., 1993.

6. Open University, Seawater: Its Composition, Properties and Behaviour, Pergamon Press, 238pp., 1993.

Dias de aula:

Terças-Quintas–9:00-12:00

Avaliação:

2 listas	40%
2 provas	40%
Seminário	20%

20/06/2006

Oceanografia Regional

Prof. Ilson

Profª. Sueli

1º Aula

Definição: Aspectos regionais relacionados à oceanografia física.

→ Oceanografia Física
- Observacional / Experimental
- Teórica → Oceanografia Dinâmica (englobada na dinâmica de fluidos geofísicos)

⇓

Mecânica de fluidos aplicada ao fluido oceano ⟹ Equações hidrodinâmicas ⟹ Condições de contorno

↳ Equações parciais, diferenciais, não lineares e precisam de condições de contorno para serem resolvidas.

Equação do Movimento

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot \vec{v} = K_\rho \nabla^2 \rho$$ → Eq. conservação de massa

$$\frac{DT}{Dt} = K_T \nabla^2 T$$ → Eq. conservação de calor

$$\frac{DS}{Dt} = K_S \nabla^2 S$$ → Eq. conservação de sal

20/06/2006

u, v, w, ρ, T, S

Para resolução do sistema hidrodinâmico é necessário o estabelecimento de condições de contorno e dos termos forçantes oceânicos.

Oceanografia Regional

↓

Condições de contorno [topografia]
- caracterizam a regionalidade do oceano
- aspectos regionais da dinâmica de uma determinada porção do oceano.

Forçantes oceânicas

Mecânica (ação da tensão de cisalhamento do vento sobre a superf. do oceano)

Termodinâmica (fluxos de massas, fluxos ar-mar)

Forçante Mecânica

→ é essencialmente o vento
↓
ação da tensão de cisalhamento do vento, que se relaciona com a velocidade do vento, com uma lei empírica.

$$\vec{\tau} = \rho_{ar} C_D |\vec{v}_{ar}| \vec{V}_{ar}$$

$$\tau^{(x)} = \rho_{ar} C_D |\vec{v}_{ar}| u$$

$C_D \equiv$ coeficiente de arrasto
→ Large & Pond (?)

$$\tau^{(y)} = \rho_{ar} C_D |\vec{v}_{ar}| v$$

20/06/2006

FIGURA COM DISTRIBUIÇÃO DA TENSÃO DE CISALHAMENTO DO VENTO, EM Pa

ANUAL / JUN-AGO / DEZ-FEV

ALTA SUBTROPICAL DO ATLÂNTICO SUL, CENTRADO NA LAT. 30°S

ALTA SUBTROPICAL DO ATLÂNTICO NORTE

MIGRA PARA UM POUCO MAIS AO SUL DE DEZ-FEV

CINTURÃO DE VENTOS OESTE

A RELAÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DE MOMENTO ENTRE A ATMOSFERA E O OCEANO É NÃO LINEAR, É QUADRÁTICO, OU SEJA, UM VENTO FORTE ATRAVESSA UMA TRANSFERÊNCIA DE MOMENTO MUITO MAIS INTENSO DO QUE O VENTO FRACO PORQUE TEM O FATOR QUADRÁTICO.

LER CIRCULAÇÃO DE POND E PICKARD

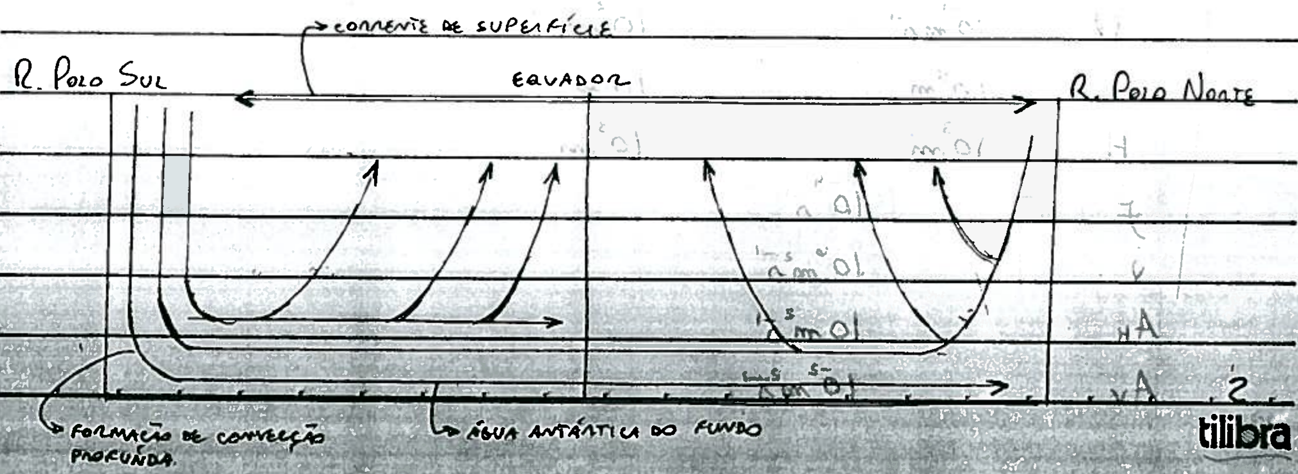
ESTUDAREMOS OS SISTEMAS DE RESSURGÊNCIAS ASSOCIADOS ÀS CORRENTES DE CONTORNO LESTE. HÁ UM ASPECTO DIFERENCIADO NA RESPOSTA DO OCEANO NAS BORDAS LESTE E OESTE.

FORÇANTE TERMODINÂMICA

↓

FLUXOS DE MASSAS

CIRCULAÇÃO TERMOHALINA



20/06/2006

NA REGIÃO POLAR A ESTRATIFICAÇÃO É FRACA.

A CIRCULAÇÃO TERMOHALINA DEPENDE DO FLUXO DE MASSAS ASSOCIADOS AOS POLOS.

PARA ENTENDER A FORÇANTE TERMODINÂMICA DEVEMOS CONHECER O PROCESSO DE FORMAÇÃO DE MASSAS DE ÁGUA; EM ÚLTIMA ANÁLISE REPRESENTAM OS INFLUXOS DO OCEANO.

CINTURÃO TERMOHALINO DE CIRCULAÇÃO MUNDIAL: QUANDO A ÁGUA AFLORA E DÁ O ATUAL CONTORNO, O ATLÂNTICO ESTÁ PERDENDO MASSA E PRECISA DE MASSA DE OUTROS OCEANOS PARA COMPLETAR.

Forçamento Mecânico da Circulação Oceânica

- COMPONENTE ZONAL SOB AS APROX. TRADICIONAL, BOUSSINESQ E DO PLANO β.

aceleração de Coriolis

VISC. TURBULENTA HORIZ E VERT.

$$\underbrace{\frac{\partial u}{\partial t}}_{\text{aceleração local}} + \underbrace{u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}}_{\text{aceleração advectiva}} \boxed{- f v = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}} + \underbrace{\nu \nabla^2 u}_{\text{FORÇA DE VISC. MOLECULAR}} + A_H \nabla_H^2 u + A_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

BALANÇO DOMINANTE NO OCEANO

BALANÇO GEOSTRÓFICO

ESCALAS:		MESO	GRANDE
vel. horizontal	U	$10^{-1} m s^{-1}$	$10^{-2} m s^{-1}$
comprimento	L	$10^{5} m$	$10^{6} m$
profundidade	H	$10^{3} m$	$10^{3} m$
frequência inercial	f	$10^{-4} s^{-1}$	
	ν	$10^{-6} m^2 s^{-1}$	
	A_H	$10 m^2 s^{-1}$	
	A_v	$10^{-2} m^2 s^{-1}$	

tilibra

20/06/2006

NO OCEANO HÁ UMA ISOTROPIA HORIZONTAL MUITO GRANDE E UMA VARIAÇÃO VERTICAL MUITO ACENTUADA.

ESCALA DE TEMPO DEFINIDA COMO $T = \frac{L}{U}$

$$\nabla \cdot \vec{v} = \underbrace{\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}}_{\frac{U}{L}} + \underbrace{\frac{\partial w}{\partial z}}_{\frac{W}{H}} = 0$$

δ (RAZÃO DE ASPECTO)

$$\frac{U}{L} = \frac{W}{H} \Rightarrow W = \frac{H}{L} U$$

ESCALA DA VEL. HORIZONTAL

ESCALA DA VELOC. VERTICAL

$$W_{MESO} = \frac{10^3}{10^5} \cdot 10^{-1} = 10^{-3}\ m\,s^{-1}$$

VELOCIDADE VERTICAL CARACTERÍSTICA PARA MESO ESCALA, OU SEJA, A VELOCIDADE SERIA 100 VEZES MENOR QUE A VELOCIDADE HORIZONTAL.

$$W_{GRANDE} = \frac{10^3}{10^6} \cdot 10^{-2} = 10^{-5}\ m\,s^{-1}$$ VELOC. VERTICAL EM GRANDE ESCALA

$$\varepsilon = \frac{\frac{\partial u}{\partial t}}{Fv} = \frac{\frac{U}{T}}{FU} = \frac{\frac{U^2}{L}}{FU} = \frac{U}{FL} = \underbrace{\frac{10^{-1}}{10^{-4} \cdot 10^{5}}}_{\text{EM MESO ESCALA}} = 10^{-2} \ll 1$$

ANÁLISE DE $\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}$

ANÁLISE DE $\nu \nabla^2 u$:

$$\frac{\nu \nabla^2 u}{Fu} = \frac{\nu \frac{U}{L^2}}{FU} = \frac{\nu}{FL^2} = \frac{10^{-6}}{10^{-4} \cdot 10^{6}} = 10^{-8}$$

20/06/2006

ANÁLISE DE $A_H \nabla_H^2 u$:

É MUITO MAIOR QUE O TERMO ANTERIOR (10^{-8}) MAS AINDA É MUITO MENOR QUE CORIOLIS

$$E_H = \frac{A_H \nabla_H^2 u}{f v} = \frac{A_H \frac{U}{L^2}}{f U} = \frac{A_H}{f L^2} = \frac{10}{10^{-4} \cdot 10^{10}} = 10^{-5} \ll 1$$

ANÁLISE DE $A_V \dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2}$:

$$E_V = \frac{A_V \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}}{f v} = \frac{A_V \frac{U}{H^2}}{f U} = \frac{A_V}{f H^2} = \frac{10^{-2}}{10^{-4} \cdot 10^{6}} = 10^{-9} \ll 1$$

A ESCALA CARACTERÍSTICA BAROTRÓPICA É A PROFUNDIDADE DOS OCEANOS (PROF. MÉDIA DE 3.300m). NO OCEANO, EM LATITUDES MÉDIAS, A PROF. DA PICNOCLINA É DA ORDEM DE 800 A 1000m. NOS TRÓPICOS A PICNOCLINA PERMANENTE SE TORNA MAIS RASA (PROF. DE 10^2) E SE FUNDE COM A PICNOCLINA SAZONAL.

ESTADO BÁSICO DO OCEANO EM MESO E GRANDE ESCALAS

É DADO:

$$f v = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} \Rightarrow \tilde{p} = \rho_0 f U L$$

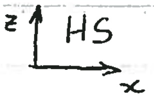
$$f u = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial y}$$

$$\tilde{\rho} g = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial z}$$

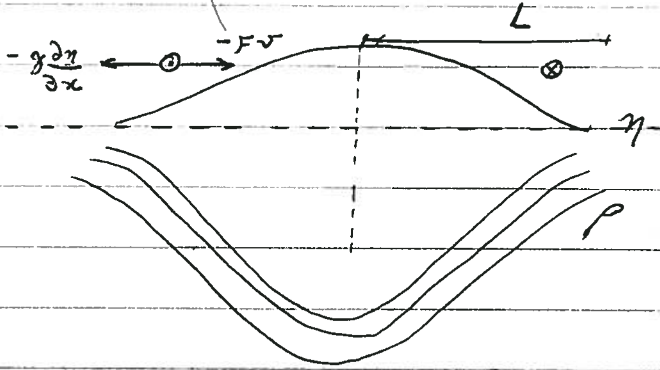
O MOVIMENTO GEOSTRÓFICO É O MOVIMENTO DO ESTADO BÁSICO DO OCEANO EM MESO E GRANDE ESCALAS.

20 06 2006

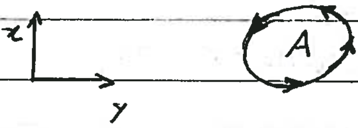
QUAL A CIRCULAÇÃO GEOSTRÓFICA ASSOCIADA A ESTE MORRO DE ÁGUA?



→ CORIOLIS ESTÁ SEMPRE À ESQUERDA DO MOV. NO HS.
A CIRCULAÇÃO, ENTÃO, SAI DA FOLHA.



$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} = -g\frac{\partial \eta}{\partial x}$$



O QUE GEROU O MORRO DE ÁGUA?

PELA RELAÇÃO DEGENERATIVA GEOSTRÓFICA. A RELAÇÃO GEOSTRÓFICA É PURAMENTE DIAGNÓSTICA. ELA DIZ O BALANÇO DOMINANTE QUE ESTÁ ACONTECENDO, MAS NÃO DÁ NENHUMA INFORMAÇÃO DE COMO AQUILO SURGIU, SE SUSTENTA OU SE MANTÉM.

A IMPORTÂNCIA DO ATRITO

$$E_v = \frac{A_v}{fH^2} = 10^{-4} \quad \text{(VISTO ANTERIORMENTE)}$$

→ E_v = Nº DE EKMAN VERTICAL

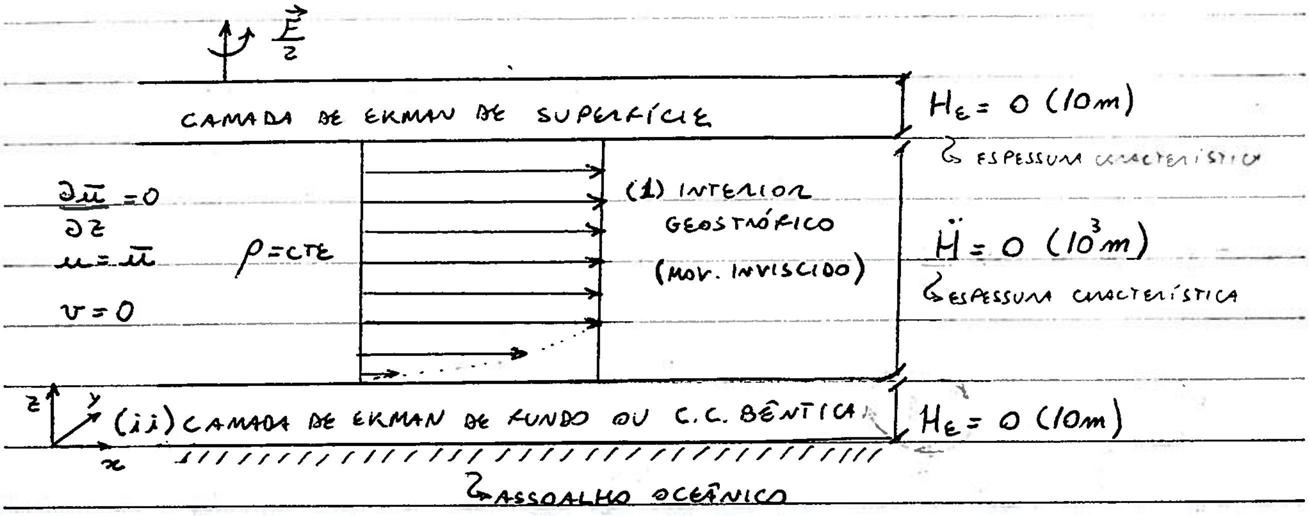
SE DESEJAMOS $E_v = O(1)$, É NECESSÁRIO QUE $H^2 = \frac{A_v}{f} \iff$

$$\iff H_E = \sqrt{\frac{A_v}{f}} = \sqrt{10^2} = O(10m)$$

20 06 2006

Conceito de Camada Limite.

Modelo de três camadas "dinâmicas" do oceano em meso e grande escalas.

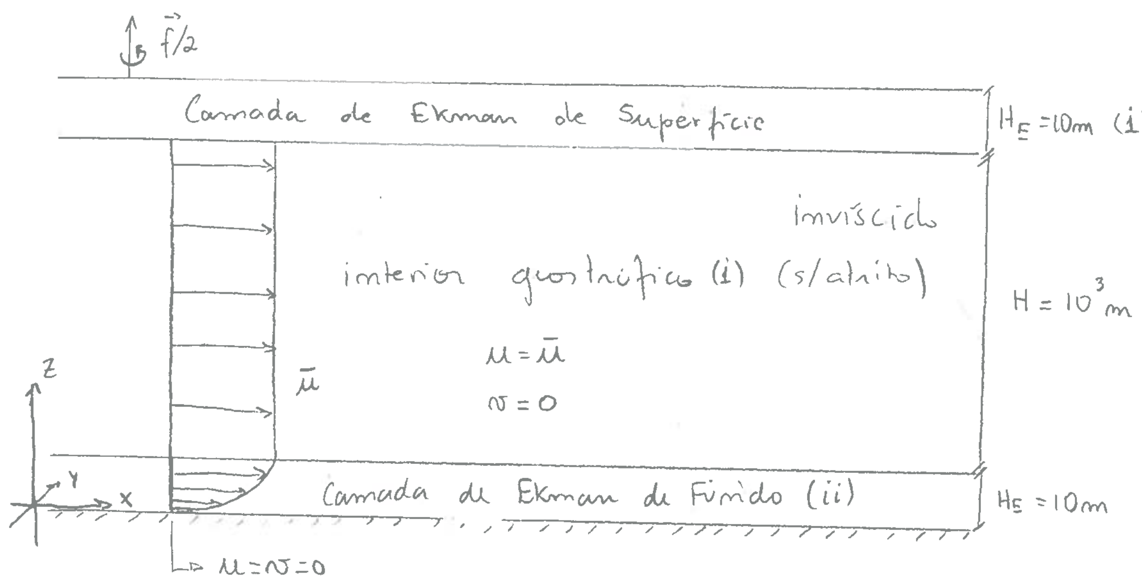


Característica singular da dinâmica de fluidos geofísicos: estabelecimento de uma espessura preferencial das camadas limites, que é dependente da velocidade angular.

O vento sopra na superfície do oceano, coloca em movimento, faz o spin up do mov. geostrófico, atinge um estado de quase equilíbrio, e uma vez que há input de mov., há input de energia; para que a energia se conserve é necessário retirar energia e então há spin down no oceano através do fundo, ou seja, a atmosfera coloca energia mecânica no oceano através da tensão de cisalhamento do vento e a camada de Ekman do fundo vai remover.

A média da tensão de cisalhamento do vento varia de ponto a ponto no oceano, que acarreta diferenças do gradiente de pressão de ponto a ponto no oceano e, portanto, diferenças na circulação geostrófica de ponto a ponto no oceano.

Recapitulação da aula passada



ρ constante

$$-fv = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$fu = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}$$

A Camada de Ekman de Fundo

atenção: $z=0 \rightarrow$ fundo

- fundo plano
- ρ constante (Boussinesq)
- hemisfério Norte
- plano f

O caso de uma corrente geostrófica zonal espacialmente homogênea.

Reescrevendo (i),

$$0 = -\frac{1}{f\rho_0}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x}$$

$$f\bar{u} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} = \text{constante}$$

Considere o sistema hidrodinâmico em (ii)

$$\boxed{-fv = A_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}} \quad (1)$$

A_v = coeficiente de viscosidade turbulenta vertical

$$fu = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + A_v \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (2)$$

(2) pode ser reescrita como

$$fu = f\bar{u} + A_v \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$$

$$\boxed{f(u-\bar{u}) = A_v \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (3)}$$

O sistema é resolvido pelas equações (1) e (3).

→ sistema linear de eq. diferenciais:

- para resolver, é necessário ter condições de contorno

1º) $u \to \bar{u}$, $v \to 0$, $z \to \infty$, no interior geostrófico (cc1)

2º) $u = v = 0$, no fundo, $z=0$ (cc2)

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}(1): \quad -f\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = A_v \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} \quad (4)$$

resolvendo por derivação cruzada, é possível pois as eq. são lineares

(3) em (4) $\quad -\frac{f^2}{A_v}(u-\bar{u}) = A_v \frac{\partial^4 u}{\partial z^4}$

$$\frac{\partial^4 u}{\partial z^4} + \frac{f^2}{A_v^2}(u-\bar{u}) = 0 \quad \therefore \quad \boxed{\frac{\partial^4 u}{\partial z^4} + \frac{f^2}{A_v^2} u = \frac{f^2}{A_v^2}\bar{u} \quad (5)}$$

(5) é uma eq. bi-harmônica não-homogênea

Isso implica que a solução de (5) seja dada por

$$u = u_{homogênea} + u_{particular} \qquad \boxed{u_{part.} = \bar{u}}$$

u_h pode ser encontrado usando o método das características

(6) $\quad \frac{\partial^4 u_h}{\partial z^4} + \frac{f^2}{A_v^2} u_h = 0 \quad \Rightarrow$ eq. característica: $\lambda^4 + \frac{f^2}{A_v^2} = 0$,

que tem solução $\underbrace{\lambda = \pm(1 \pm i)\frac{1}{h_E}}_{(7)}$; $h_E = \sqrt{\frac{2A_v}{f}}$

A solução de (6),

$$u_h(z) = C_1 e^{\lambda_1 z} + C_2 e^{\lambda_2 z} + C_3 e^{\lambda_3 z} + C_4 e^{\lambda_4 z} \qquad (8)$$

$$u_h = C_1 \cancel{e^{(1+i)z/h_E}} + C_2 \cancel{e^{(1-i)z/h_E}} + C_3 e^{-(1+i)z/h_E} + C_4 e^{-(1-i)z/h_E}$$

... aplicando (cc 1) $\Rightarrow$ $C_1 = C_2 = 0$

$$u_h = \underline{\underline{C_3}}\, e^{-(1+i)z/h_E} + \underline{\underline{C_4}}\, e^{-(1-i)z/h_E} \qquad (9)$$

usando (9) em (1):

$$v_h = -i\, \underline{\underline{C_3}}\, e^{-(i+1)z/h_E} + i\, \underline{\underline{C_4}} \cdot e^{-(1-i)z/h_E} \qquad (10)$$

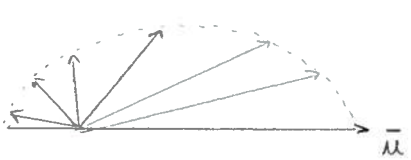
...aplicando (cc 2) : $v_h(z=0) = 0$

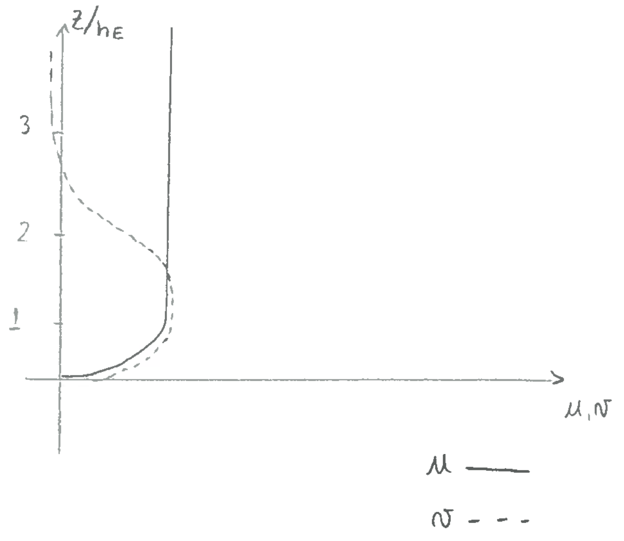
$u_h(z=0) = -\bar{u}$

$$\begin{cases} C_3 + C_4 = -\bar{u} \\ C_3 - C_4 = 0 \end{cases} \qquad C_3 = C_4 = -\frac{\bar{u}}{2}$$

Usando as definições de u_0, u_h e v_h e tomando a parte real das equações, obtemos:

$$\boxed{\begin{cases} u = \bar{u}\left(1 - e^{-z/h_E} \cdot \cos \dfrac{z}{h_E}\right) & (11) \\[2ex] v = \bar{u} \cdot e^{-z/h_E}\, \text{sen}\, \dfrac{z}{h_E} & (12) \end{cases}}$$





Correntes do Interior Geostrófico Espacialmente não-uniformes

$\bar{p} = \bar{p}(x,y)$

$$\begin{cases} -f\bar{v} = -\dfrac{1}{\rho_0}\dfrac{\partial \bar{p}}{\partial x} \\[2ex] f\bar{u} = -\dfrac{1}{\rho_0}\dfrac{\partial \bar{p}}{\partial y} \end{cases}$$

Similarmente ao caso anterior, a solução tem caráter espiral dada por:

$$\boxed{\begin{cases} u = \bar{u}\left(1 - e^{-z/h_E}\cos\dfrac{z}{h_E}\right) - \bar{v}\,e^{-z/h_E}\cdot \operatorname{sen}\dfrac{z}{h_E} & (13) \\[2ex] v = \bar{u}\,e^{-z/h_E}\operatorname{sen}\dfrac{z}{h_E} + \bar{v}\left(1 - e^{-z/h_E}\cos\dfrac{z}{h_E}\right) & (14) \end{cases}}$$

O Transporte (por unidade de comprimento) devido às correntes de atrito:

$$\left.\begin{aligned} U_E &= \int_0^\infty (u-\bar{u})\,dz \quad \therefore \quad U_E = -\frac{h_E}{2}(\bar{u}+\bar{v}) \\ V_E &= \int_0^\infty (v-\bar{v})\,dz \quad \therefore \quad V_E = \frac{h_E}{2}(\bar{u}-\bar{v}) \end{aligned}\right\} \text{TRANSPORTE DE EKMAN}$$

Consideremos a eq. da continuidade no atrito:

$$\int_0^\infty \frac{\partial w_E}{\partial z} = -\left(\frac{\partial u_E}{\partial x} + \frac{\partial v_E}{\partial y}\right) dz$$

$$\int_0^\infty \frac{\partial w_E}{\partial z}\,dz = -\frac{\partial}{\partial x}\underbrace{\int_0^\infty u_E\,dz}_{U_E} - \frac{\partial}{\partial y}\underbrace{\int_0^\infty v_E\,dz}_{V_E}$$

$$w_E(\infty) - \cancel{w_E(0)} = -\left(\frac{\partial}{\partial x}U_E + \frac{\partial}{\partial y}V_E\right)$$

fluxo nulo normal ao contorno = 0

→ teremos uma velocidade vertical no topo da camada de Ekman de fundo.

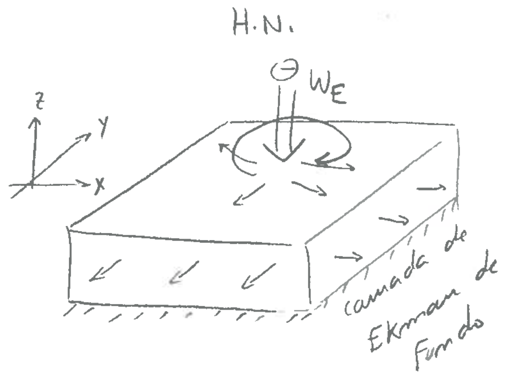
$$w_E(\infty) = \frac{h_E}{2}\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{h_E}{2}\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - \frac{h_E}{2}\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{h_E}{2}\frac{\partial \bar{v}}{\partial y}$$

$$= \frac{h_E}{2}\left(\underbrace{\cancel{\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y}}}_{\text{div. do mov. geostrófico} = 0} + \overbrace{\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}}^{\text{vort. relativa geostrófica: } \bar{\zeta}}\right)$$

$$\boxed{w_E(\infty) = \frac{h_E}{2}\bar{\zeta} = \frac{h_E}{2}\frac{\nabla^2 p}{\rho f}} \quad (15)$$

↓

BOMBEAMENTO DE EKMAN



27/06/2006

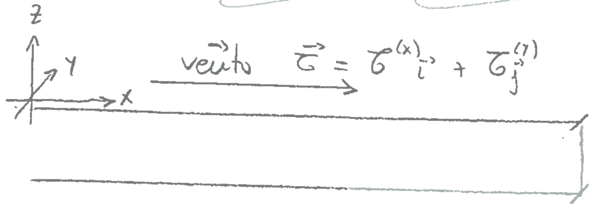
Aula com base no Benoit

Pond Pickard

cap 06 do Pedlosky

A CAMADA DE EKMAN DE SUPERFÍCIE

H.N.



$H_E = \sqrt{\frac{A_V}{f}}$

$\rho = c^{te}$

plano f → camada de mistura

As equações são simplesmente as eq. do balanço puro de Ekman:

$$\begin{cases} -fv = A_V \dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2} & (16) \\[2ex] fu = A_V \dfrac{\partial^2 v}{\partial z^2} & (17) \end{cases}$$

- oceano lateralmente e verticalmente infinitos

- Condições de Contorno:

→ $\tau^{(x)} = \rho_0 A_V \dfrac{\partial u}{\partial z}\Big|_{z=0}$; $\tau^{(y)} = \rho_0 A_V \dfrac{\partial v}{\partial z}\Big|_{z=0}$ em $z=0$ (cc1)

$\tau^x, \tau^y \Rightarrow$ vento

ρ_0 da cam. de mistura

→ $u \to 0$, $v \to 0$ em $z \to \infty$ (cc2)

Def. de Camada Limite, segundo PRANDTL (parênteses)

2 sistemas distintos de escoamentos, que resultam na formulação da teoria das camadas limite.

- Regime Interior ⇒ longe dos contornos, onde a viscosidade é desconsiderada
- Camada Limite ⇒ delgada, próxima aos contornos, onde a viscosidade é relevante. O atrito vai trazer a velocidade do escoamento à ZERO junto ao contorno

---

Voltando a solução da camada de Ekman de superfície, que é matemáticamente analoga à solução da camada de Ekman Bêntica

$\dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$ (16) → $-f\dfrac{\partial^2 v}{\partial z^2} = A_V \dfrac{\partial^4 u}{\partial z^4}$ (18)

c/(17) em (18) → $-\dfrac{f^2}{A_V} u = \dfrac{\partial^4 u}{\partial z^4}$

$$\frac{\partial^4 u}{\partial z^4} + \frac{f^2 u}{A_V^2} = 0 \quad (19)$$

↳ eq. dif. homogênea de 4ª ordem

bi-harmônica

Eq. característica: $\lambda^4 + \frac{f^2}{A_v^2} = 0$ *

$$u(z) = C_1 e^{\lambda_1 z} + C_2 e^{-\lambda_2 z} + C_3 e^{\lambda_3 z} + C_4 e^{-\lambda_4 z}$$

(cc2) → 2 const terão que ser nulos, pois não pode haver crescimento expon

FAZER EM CASA ? o desenvolvimento (no verso da folha)

finalmente, a solução geral do sistema, após a determinação dos constantes de integração por cc1 e cc2:

$$\begin{cases} u(z) = \frac{\sqrt{2}}{\rho_0 f h_E} \cdot e^{z/h_E} \left[\tau^x \cos\left(\frac{z}{h_E} - \frac{\pi}{4}\right) - \tau^y \operatorname{sen}\left(\frac{z}{h_E} - \frac{\pi}{4}\right) \right] & (20) \\ v(z) = \frac{\sqrt{2}}{\rho_0 f h_E} \cdot e^{z/h_E} \left[\tau^x \cos\left(\frac{z}{h_E} - \frac{\pi}{4}\right) + \tau^y \operatorname{sen}\left(\frac{z}{h_E} - \frac{\pi}{4}\right) \right] & (21) \end{cases}$$

Espiral Evanescente da supf para o limite do Interior Geostrófico

o $\frac{\pi}{4}$ mostram que as correntes de Ekman estão a 45° a direita do vento (CORRENTES DE DERIVA / DERIVA DE EKMAN)

- a espiral de Ekman perde robustez ao considerar constante o coeficiente de viscosidade (A_v)
- o TRANSPORTE DE EKMAN sim, é robusto, por não depender desse coeficiente

TRANSPORTE DE EKMAN

- sempre por unidade de comprimento

$$U = \int_{-\infty}^{0} u\, dz = \frac{1}{\rho_0 f} \tau^y \quad (22)$$

$$V = \int_{-\infty}^{0} v\, dz = -\frac{1}{\rho_0 f} \tau^x \quad (23)$$

90° da tensão de cisalhamento do vento — { dir → H.S. ; esq → H.N. }

BIZU p/ resolver essa integral por partes monstruosa: $\int_{-\infty}^{0} v = -\frac{1}{\rho f} \frac{\partial \tau^x}{\partial z}\, dz \ldots$

BOMBEAMENTO DE EKMAN → cam. lim. superior

Voltando a eq. da continuidade

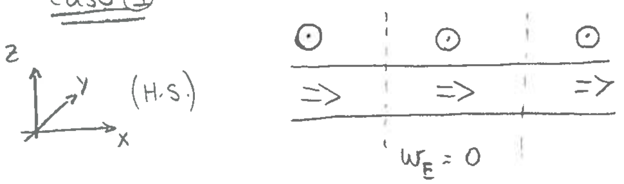
$$\int_{-\infty}^{0} \left[\frac{\partial w}{\partial z} = - \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] dz$$

$$w(0) - w(-\infty) = - \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) \quad \therefore \quad w(-\infty) = \frac{1}{\rho_0 f} \left(\frac{\partial \tau^y}{\partial x} - \frac{\partial \tau^x}{\partial y} \right)$$

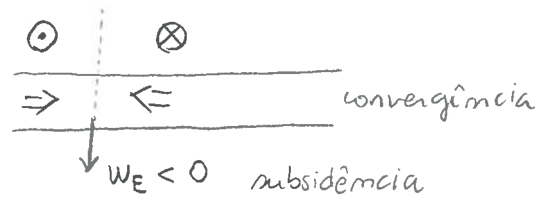
$$\boxed{w_E(-\infty) = \frac{\vec{k}}{\rho_0 f} \cdot \nabla \times \vec{\tau} \quad (24)}$$ → comp. vert. do rot. da tensão de cis. do vento

→ se o vento tiver vorticidade, haverá bombeamento!

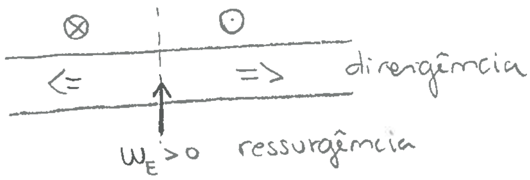
caso ①



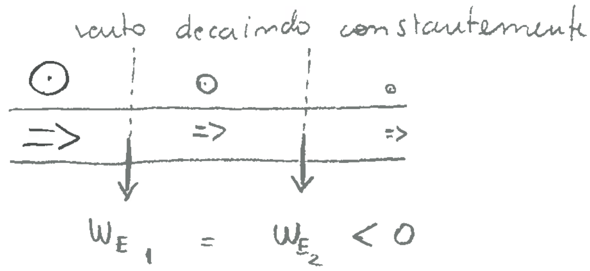
caso ②



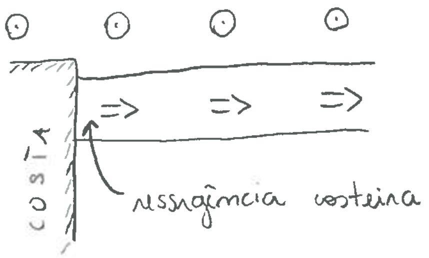
caso ③



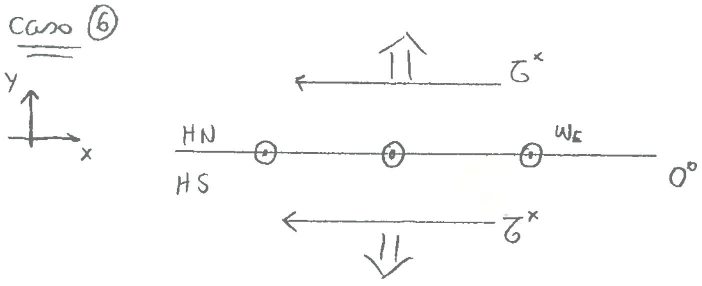
caso ④



caso ⑤



caso ⑥



Ressurgência Equatorial

A TEORIA DE EKMAN VS ESCOAMENTOS GEOFÍSICOS REAIS

ler Pond e Pickard

- limitações da Teoria de Ekman

- diferenças entre teoria e observações advém de 2 fatores;
  - Turbulência
  - Estratificação

Mellor & Yamada (1982)

Dentre as várias discordâncias entre o modelo teórico e a observação, dois resultados são mais comumente apontados

(i) o ângulo entre $\vec{\tau}$ e $\vec{V}_E(z=0)$ é sistematicamente muito menor que 45°. Varia tipicamente entre 5° e 20°.

→ modelo teórico de Madson (1977): Av varia linearmente

(ii) a espessura da Camada de Ekman

$$h_E = \frac{\gamma}{f} u_*$$

$\gamma = 0{,}4$ usualmente (cte de Von Karman)

$u_* = \sqrt{\frac{|\vec{\tau}|}{f}}$, velocidade friccional

<u>DESAFIO</u>: calcular a espiral de Ekman numericamente para situações diferentes de Av

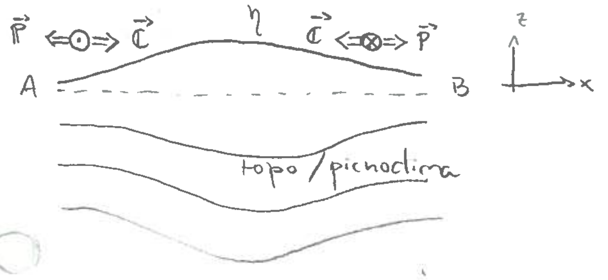
- Av = cte (Ekman)
- Av variando linearmente (Madson)
- Av variando exponencialmente

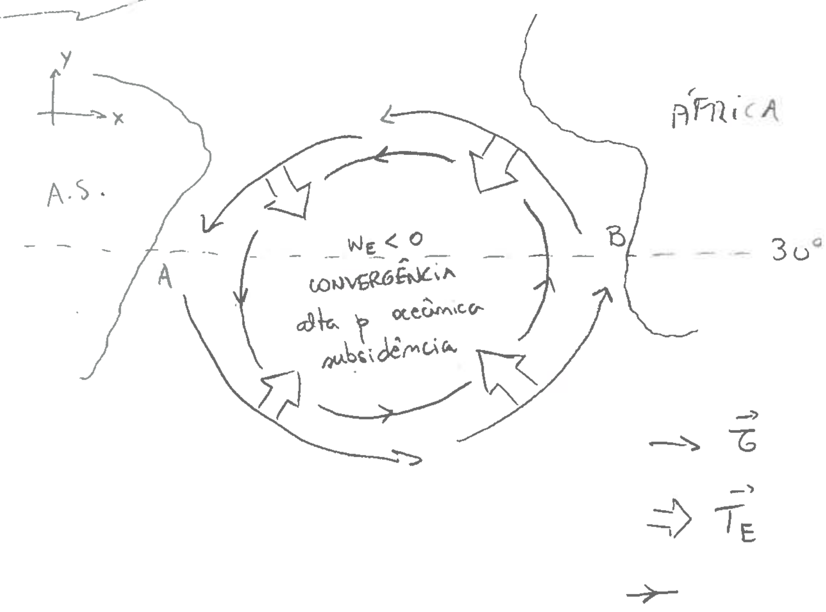
29/06/2006

A CIRCULAÇÃO NAS REGIÕES OCEÂNICAS

$$\overbrace{\underbrace{-fv = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}}_{\text{bal geostrófico}} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau^x}{\partial z}}^{\text{bal. de Ekman}}$$

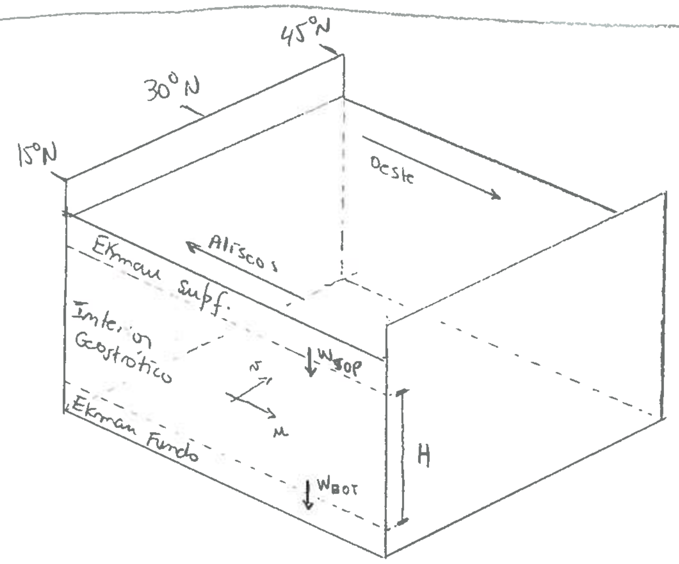
$$\underbrace{fu = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}}_{\vec{C} \quad \vec{P}} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau^y}{\partial z}$$

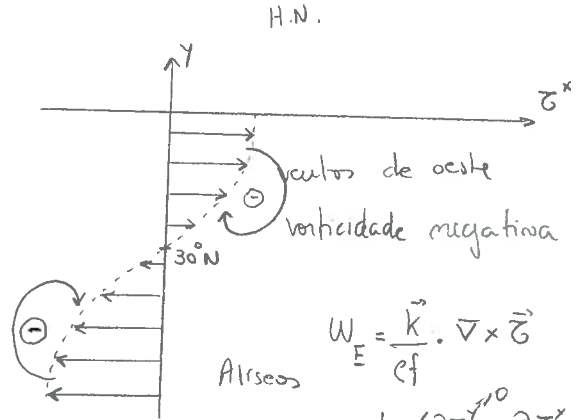




UM MODELO PARA CIRCULAÇÃO EM GRANDE ESCALA PARA LATITUDES MÉDIAS DO OCEANO

aprox: $\vec{\tau} \cong \tau^x \vec{i}$





$$W_E = \frac{\vec{k}}{\rho f} \cdot \nabla \times \vec{\tau}$$

$$= \frac{1}{\rho f}\left(\cancel{\frac{\partial \tau^y}{\partial x}}^{\,0} - \frac{\partial \tau^x}{\partial y}\right)$$

$f > 0$

↓

$W_E < 0$ ⇓

- modelo movimento formado por 3 camadas dinâmicas

$$\left\{\begin{array}{l} \text{plano } \beta \\ \rho = c^{te} \\ x_1 - x_2 \\ y_1 - y_2 \quad \sim 10^6\,m \\ \text{fundo plano} \end{array}\right.$$

1) camada de Ekman de superfície

$$W_{TOP} = \frac{-1}{\rho f_0}\frac{\partial \tau^x}{\partial y} \quad (1)$$

2) Camada de Ekman de fundo

$$W_{BOT} = \frac{h_E}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) \quad (2)$$

$u, v \rightarrow$ velocidades geostróficas

3) Interior geostrófico

p': pressão geostrófica

$$-(f_0 + \beta y)\, v = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p'}{\partial x} \quad (3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho_0 g \quad \text{eq hidrostática}$$

$$(f_0 + \beta y)\, u = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p'}{\partial y} \quad (4)$$

$$p = p_0(z) + p'(x,y)$$

$$\frac{\partial p_0}{\partial z} = -\rho_0 g \quad \therefore \quad -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p'}{\partial z} = 0$$

$$0 = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p'}{\partial z} \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

Colocando (3) e (4) em (6)

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{1}{f\rho_0}\frac{\partial p'}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{f\rho_0}\frac{\partial p'}{\partial x}\right) = -\frac{\partial w}{\partial z} \quad \therefore \quad \cancel{-\frac{1}{f\rho_0}\frac{\partial^2 p'}{\partial x \partial y}} + \cancel{\frac{1}{f\rho_0}\frac{\partial^2 p'}{\partial x \partial y}} - \overset{v}{\frac{\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p'}{\partial x}}{f^2}}\beta = -\frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\boxed{\frac{\beta v}{f} = +\frac{\partial w}{\partial z}} \quad (7)$$

a velocidade vertical no interior geostrófico é devido à divergência do mov. geostrófico no plano β. Este w tem de ser contínuo através das camadas dinâmicas e se aproximar dos valores do bombeamento de Ekman nas camadas limite de superfície e de fundo.

CENÁRIO DO MODELO

- ventos sopram sobre o oceano e estabelecem uma camada de Ekman em superfície. Como a tensão de cisalhamento do v[ento] tem rotacional $\neq 0$, uma velocidade vertical (Bombeamento de Ekman) é gerada e comunicada para as águas do interior geostrófico.
- nesta camada interior a velocidade vertical só pode ser acomodada pela existência de convergência/divergência do escoamento geostrófico sob a influência do plano β. Em outras palavras, é necessário que se estabeleça um escoamento geostrófico no interior em reação ao bombeamento de Ekman da cam. limite de sup

- finalmente este escoamento geostrófico atinge o fundo e o atrito contra ele estabelece a camada limite de fundo. Como a corrente geostrófica do interior tem vorticidade, haverá geração adicional de w dentro dessa camada. O escoamento interior terá de acomodar portanto as velocidades verticais nas interfaces com as duas camadas limites, sem ferir o princípio da continuidade.

<u>Número planetário</u> $(\hat{\beta})$: $f = f_0 + \beta y$ $\quad \hat{\beta} = O\left(\frac{\beta y}{f_0}\right)$ $\quad \beta = \frac{\overbrace{2\Omega}^{10^{-4}} \overbrace{\cos\theta}^{10^{0}}}{\underbrace{a}_{10^{7}}}$

$f_0 \quad \beta L$

$$\hat{\beta} = \frac{\beta L}{f_0} = \frac{10^{-11} \cdot 10^{6}}{10^{-4}} \therefore \hat{\beta} = O(10^{-1})$$

$\beta = \frac{\partial f}{\partial y}$ $\quad \beta = O\,(10^{-11}\, m^{-1} s^{-1})$

$\boxed{(7)\ \beta v \cong +f_0 \frac{\partial w}{\partial z}}$, com 10^{-1} de erro (10%, meio alto p/ plano β)

$\boxed{\text{p/ aplicar o plano } \beta,\ \hat{\beta} \ll 1}$

$$\boxed{\beta v = f_0 \frac{\partial w}{\partial z}} \ (8)$$

se $\frac{\partial w}{\partial z} \uparrow$ (estirar o tubo de vórtice), $f_0 \uparrow$ (vorticidade planetária)

$$\frac{\partial}{\partial z}(8) \rightarrow \beta \frac{\partial v}{\partial z} = f_0 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0 \text{ no interior geostrófico}$$

$\hookrightarrow \emptyset$ (Taylor Proudman)

$\frac{\partial w}{\partial z} = cte \Rightarrow \underline{w}$ é uma fç linear de z no interior geostrófico

$$\boxed{\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{W_{TOP} - W_{BOT}}{H}} \ (9)$$

(1) e (2) em (9)

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{\rho_0 f_0 H}\left(-\frac{\partial \tau^x}{\partial y}\right) - \frac{h_E}{2H}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) \quad (10)$$

– com (10) em (8):

$$\boxed{\beta v = \frac{1}{\rho_0 H}\left(-\frac{\partial \tau^x}{\partial y}\right) - \frac{f_0 h_E}{2H}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) \quad (11)} \quad (11)$$

$$\beta\left(\frac{1}{\rho_0 f_0}\frac{\partial p'}{\partial x}\right) = \frac{1}{\rho_0 H}\left(-\frac{\partial \tau^x}{\partial y}\right) - \frac{h_E}{2H\rho_0}\nabla_H^2 p' \quad (\times\, \rho_0 f_0)$$

$\longrightarrow$

$$\beta \frac{\partial p'}{\partial x} = -\frac{f_0}{H}\frac{\partial \tau^x}{\partial y} - \frac{f_0 h_E}{2H}\nabla_H^2 p' \quad (12) \quad \div \beta$$

$$L_S = O\left(\frac{10^{-4} \cdot 10}{10^{-11}\ 10^3 \cdot 10}\right) = O(10^4)\,m$$

$$\frac{\partial p'}{\partial x} = -\frac{f_0}{H\beta}\frac{\partial \tau^x}{\partial y} - \frac{f_0 h_E}{2H\beta}\nabla_H^2 p'$$

$$L_S = \frac{f_0 h_E}{2\beta H}$$

$$\underbrace{\boxed{\frac{\partial p'}{\partial x} = -\frac{f_0}{\beta H}\frac{\partial \tau^x}{\partial y}}}_{I} - \underbrace{L_S \nabla_H^2 p'}_{II} \quad (13)$$

I BALANÇO DOMINANTE

II → apresenta camadas-limite laterais

$$(I) \Rightarrow \frac{p'}{L}\ ; \quad (II)\ \frac{p' L_S}{L^2}\ ; \quad \frac{(II)}{(I)} = \frac{\cancel{p'} L_S \cancel{L}}{\cancel{p'} L^{\cancel{2}}} = \frac{L_S}{L} = 10^{-2} \Rightarrow II \ll I$$

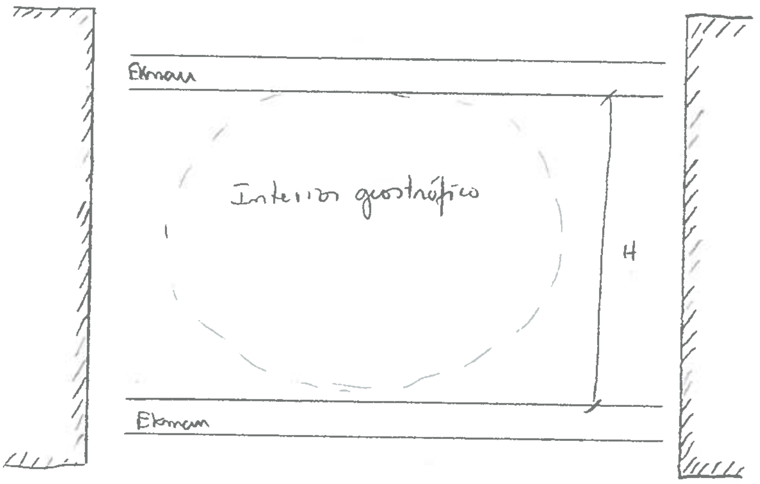
04/07/2006

PROVA 1 → 8/8 - 3ª feira

A RELAÇÃO DE SVERDRUP

- fundo plano
- $\rho = cte$
- plano β ($\hat{\beta} \ll 1$)
- taylor proudman
- aprox. geostrófica

$$\underbrace{\beta v}_{\text{advecção de vort. plan.}} = f_0 \frac{\partial w}{\partial z} \Big\}\ \text{estiramento do tubo de vórtice}$$



→ Esta relação mostra que a velocidade meridional, em todas as localidades, é função do rotacional de $\vec{\tau}$ localmente

$$\boxed{v = \frac{1}{\rho_0 \beta H}\left(-\frac{\partial \tau^x}{\partial y}\right)}$$

O Balanço dominante na porção central do interior é:

$$\frac{\partial p'}{\partial x} = \frac{f_0}{\beta H}\left(-\frac{\partial \tau^x}{\partial y}\right) \quad (14)$$

$$\frac{1}{\rho_0 f_0}(14) \Rightarrow v = \frac{1}{\rho_0 \beta H}\left(-\frac{\partial \tau^x}{\partial y}\right) \quad (15)$$

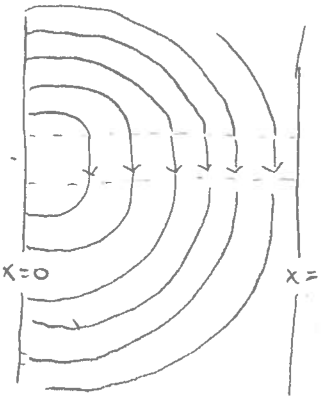
(14) ou (15) é conhecida como RELAÇÃO DE SVERDRUP

A relação de Sverdrup portanto mostra que o fluido se movimenta cruzando as linhas de $f=cte$, devido à vorticidade introduzida na coluna de água pelo rotacional da tensão de cizalhamento do vento

Como a Eq. 15 é de 1ª ordem em x, só podemos admitir $\underline{\underline{1}}$ condição de contorno. Deveremos escolher ou $x=0$ ou $x=L_1$.

Baseado em observações, Sverdrup escolheu $x=L_1$, pois é a borda leste, menos intensa

O Giro está aberto por enquanto:



$u=0$ p/ $x=L_1$

INTENSIFICAÇÃO DA BORDA OESTE

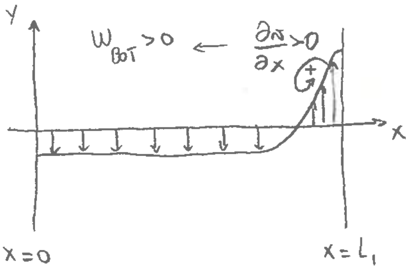
Retomando a Eq. 13,

$$\frac{\partial p'}{\partial x} = -\frac{f_0}{\beta H}\frac{d\tau^x}{dy} - \underbrace{L_s \nabla^2 p'}_{\sim \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} \sim \frac{\partial v}{\partial x}} \quad (13)$$

• Como o coef do termo envolvendo a mais alta derivada é pequeno, este só será relevante onde a derivada for muito grande. É de se supor que tal relevância ocorra numa região limitada da bacia, a qual chamaremos de camada limite lateral. Onde deve ser colocada a camada limite; no lado leste ou no lado oeste?

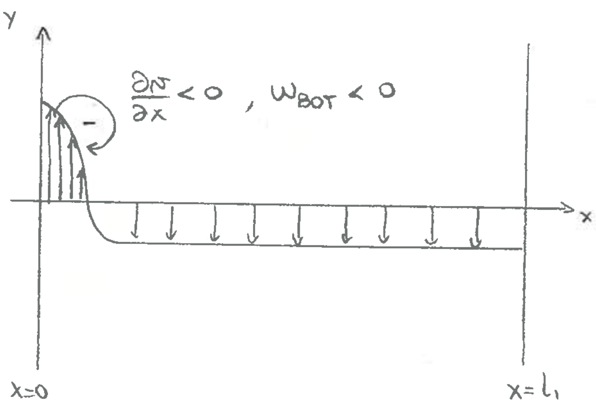
O MODELO DE STOMMEL

No Lado Leste $w_{top}<0$



viola o princípio da continuidade

No lado OESTE $w_{TOP}<0$



No lado oeste o modelo funciona

CENÁRIO DA INTENSIFICAÇÃO DA BORDA OESTE, concluindo (H.N.)

- Os sistemas de vento em larga escala geram tensão de cizalhamento na supf. do oceano. Nos subtrópicos, o rotacional desta tensão de cizalhamento tem sentido anti-ciclônico.

- Como a água do mar é apenas ligeiramente viscosa e o efeito da rotação em larga escala é importante, uma delgada camada limita a ação direta da tensão de cizalhamento a 10-15 m de profundidade.

- O efeito da rotação gera nos subtrópicos convergência nesta camada delgada, tendo como resultado um bombeamento de água para o interior do oceano.

- As parcelas de fluido são então comprimidas verticalmente, em resposta a essa compressão, se alargam, mas em larga escala, a compensação via geração de vorticidade relativa não é satisfatória. A água tem de migrar para o sul, e assim se estabelece o <u>transporte de Sverdrup</u>.

- Ao sul da bacia o rotacional do vento é ∅ e a água tem de migrar para oeste. E fazem-o porque a fricção com o fundo impõe uma camada limite lateral na borda oeste da bacia.

- O escoamento então entra na borda oeste e se confina num intenso jato que flui para Norte. Esse jato e sua vorticidade geram divergência acentuada na camada de Ekman de fundo. Tal divergência causa um estiramento na coluna que ao fim do percurso em direção ao Norte eventualmente recupera sua altura original. Nos limites Norte da bacia reiniciam então sua viagem rumo ao sul.

Podemos reescrever (23) usando (24):

$$\underbrace{\nabla p}_{\frac{\partial p'}{\partial x}\vec{i}} \cdot \underbrace{[\nabla B \times \vec{k}]}_{\beta \vec{i}} = -\frac{f_0}{H}\frac{\partial \tau^x}{\partial y} \qquad (25)$$

A relação de Sverdrup determina um escoamento normal às isolinhas de vorticidade potencial ambiente B.

$$\boxed{\text{Digressão: } B = \beta y \qquad \nabla B \times \vec{k} = \beta(\vec{j}\times\vec{k}) = \beta \vec{i} \qquad \nabla B = \beta \vec{j}}$$

Os contornos geostróficos são as isolinhas de B, ao longo das quais o escoamento geostrófico flui.

Agora, vamos incluir o efeito da topografia, modificando a eq (?) para:

$$w_{BOT} = \underbrace{\frac{h_E}{2}\nabla^2 \frac{p'}{\rho_0 f_0}}_{\substack{\text{Bombeamento}\\ \text{de Ekman no}\\ \text{topo da camada}\\ \text{limite de fundo}}} + \underbrace{J\left(\frac{p'}{\rho_0 f_0}, h_B\right)}_{\text{efeito topográfico}} \qquad (26)$$

$$w = \frac{Dh_B}{Dt} = \frac{\partial h_B}{\partial t} + u\frac{\partial h_B}{\partial x} + v\frac{\partial h_B}{\partial y}$$

$$-\frac{\partial}{\partial y}\frac{p'}{\rho_0 f_0}\frac{\partial h_B}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\underbrace{\left(\frac{p'}{\rho_0 f_0}\right)}_{A}\frac{\partial \overbrace{h_B}^{B}}{\partial y}$$

$$J(A,B) = \frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial B}{\partial y} - \frac{\partial A}{\partial y}\frac{\partial B}{\partial x}$$

$$w = \cancelto{0}{\frac{\partial h_B}{\partial t}} + J\left(\frac{p'}{\rho_0 f_0}, h_B\right)$$

Relembrando que (23) emergiu da manipulação de:

$$\beta v = f_0\frac{\partial w}{\partial z} = f_0\left(\frac{w_{TOP} - w_{BOT}}{H}\right) \qquad (27)$$

Usando (26) em (27) e as definições geostróficas ($\times \rho_0 f_0$)

$$\beta\frac{\partial p'}{\partial x} = \frac{f_0}{H}\left[-\frac{\partial \tau^x}{\partial y} - \frac{h_E}{2}\nabla^2 p' + J(p', h_B)\right]$$

Reescrevendo a relação de Sverdrup (23) incluindo o efeito da topografia

$$\boxed{\frac{\partial p'}{\partial x}\left(\beta + \frac{f_0}{H}\frac{\partial h_B}{\partial y}\right) - \frac{\partial p'}{\partial y}\left(\frac{f_0}{H}\frac{\partial h_B}{\partial x}\right) = -\frac{f_0}{H}\frac{\partial \tau^x}{\partial y}} \qquad (28)$$

Os contornos geostróficos passam a ser escritos como

$$B(x,y) = \beta y + \frac{f_0}{H}h_B \qquad (29)$$

PÓS-GRADUAÇÃO EM OCEANOGRAFIA FÍSICA - IOUSP, 2008 (1)

OCEANOGRAFIA REGIONAL - 2º Trimestre

Prof: ILSON CARLOS ALMEIDA DA SILVEIRA
SUELI SUZANA DE GODOI

10/06/08

---

1. INTRODUÇÃO À OCEANOGRAFIA REGIONAL

Dinâmica de fluidos geofísicos:
- → forçantes
- → cond. de contorno
- → cond. iniciais

Forçantes Oceânicas

> Mecânica: TCV

> Termodinâmica: fluxos (calor, sal, massa, ...)

Grande Escala

> circulação gerada pelo vento ≈ 0-1000 m no ocn. real

> circulação termohalina.

2. Escoamentos Geostróficos no Oceano Homogêneo

Recapitulação:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \underbrace{2\vec{\Omega}\times\vec{v}} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \vec{g} + A_H \nabla_H^2 \vec{v} + A_V \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial z^2} \qquad (1)$$

$$\nabla\cdot\vec{v} = 0 \qquad \vec{k} f \times \vec{v} \Rightarrow \text{aprox. tradicional} \qquad (2)$$

Escalas básicas no oceano:

	meso	grande
L	10^5 m	10^6 m
U	10^{-1} ms^{-1}	10^{-2} ms^{-1}
H	10^3 m	10^3 m
$T = LU^{-1}$	10^6 s	10^8 s

$f = 10^{-4}\ s^{-1}$

$A_V = 10^{-2}\ m^2 s^{-1}$

$A_H = 10^2\ m^2 s^{-1}$

$W = \frac{H}{L} U$ (eq. da cont.)

$\rho_0 = 10^3\ kg\ m^{-3}$

Números adimensionais

$\delta = \frac{H}{L} \ll 1 \rightarrow$ aproximação hidrostática

→ as acelerações verticais são incapazes de destruir o balanço hidrostático.

$$E_H = \frac{A_H \nabla_H^2 \vec{v}_H}{|\vec{k} f \times \vec{v}_H|} = \frac{A_H \frac{U}{L^2}}{fU} = \frac{A_H}{fL^2} \begin{cases} 10^{-4} \text{ (meso)} \\ 10^{-6} \text{ (grande)} \end{cases}$$

$$E_V = \frac{A_V \frac{\partial^2 \vec{v}_H}{\partial z^2}}{|\vec{k} f \times \vec{v}_H|} = \frac{A_V}{fH^2} = 10^{-4}$$

$$\varepsilon = \frac{\frac{d}{dt}\vec{v}_H}{|\vec{k} f \times \vec{v}|} = \frac{U}{fL} \begin{cases} 10^{-2} \text{ (meso)} \\ 10^{-4} \text{ (grande)} \end{cases}$$

Reescrevendo equações do movimento:

$$-fv = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + O\left(\frac{U^2}{L}\right) \quad (3)$$

$$fu = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + O\left(\frac{U^2}{L}\right) \quad (4)$$

balanço geostrófico

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = -g + O\left(\delta\frac{U^2}{L}\right) \quad (5)$$

balanço geostrófico

Escalas da pressão:

$$\rho = \rho_0(z) + \tilde{\rho}(x,y,z,t), \quad \frac{\tilde{\rho}}{\rho_0} \ll 1$$

$$p = p_0(z) + \tilde{p}(x,y,z,t)$$

$$-fv = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x}$$

$$fu = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \tilde{p}}{\partial y}$$

$$\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p_0}{\partial z} = -g$$

$$\frac{1}{\tilde{\rho}}\frac{\partial \tilde{p}}{\partial z} = -g' \text{ (grav. reduzida)}$$

(5) em termos de p_0 e ρ_0:

$$P_0 = \rho_0 g H = \underline{10^7 \text{ Pa}}$$

(3) e (4) em termos de $\tilde{p}$ e balanço geostrófico:

$$fU = \frac{\tilde{P}}{\rho_0 L} \Rightarrow \tilde{P} = \rho_0 f U L = \underline{10^3 \text{ Pa}}$$

$\tilde{p}$, ou seja, a pressão geostrófica, é muito menor do que $p_0(z)$, porém é $\tilde{p}$ que põe o oceano em movimento

(3) e (4) em forma vetorial:

$$\boxed{\vec{k} f \times \vec{v}_H = -\frac{1}{\rho_0}\nabla_H \tilde{p}} \quad (6) \rightarrow \text{eq. vetorial do mov. geostrófico}$$

Integrando os termos dominantes de (5) verticalmente,

$$p = p_{atm} + g \int_z^{\eta} \rho \, dz \qquad (7)$$

Considerando apenas a pressão oceanográfica, calculamos o gradiente horizontal de pressão, via regra de Leibniz:

$$\nabla_H p = \underbrace{g\rho \Big|_{z=\eta} \nabla_H \eta}_{\text{GRAD. BAROTRÓPICO DE PRESSÃO}} + \underbrace{g \int_z^{\eta} \nabla_H \rho \, dz}_{\text{GRAD. BAROCLÍNICO DE PRESSÃO}} \qquad (8)$$

Portanto, a força do gradiente de pressão é dada por:

$$-\frac{1}{\rho} \nabla_H p = -g \nabla_H \eta - \frac{g}{\rho} \int_z^{\eta} \nabla_H \tilde{\rho} \, dz \qquad (9)$$

O MOVIMENTO GEOSTRÓFICO BAROTRÓPICO

$\tilde{\rho} = 0 \Rightarrow \rho = \rho_0$

(9) em (6)

$$\boxed{\vec{k} f \times \vec{v}_H = -g \nabla_H \eta} \qquad (10)$$

Escrevendo (10) em componentes

$$\boxed{\begin{aligned} -fv &= -g \frac{\partial \eta}{\partial x} \qquad (11) \\ fu &= -g \frac{\partial \eta}{\partial y} \qquad (12) \end{aligned}}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(11, 12) = 0 \Rightarrow \underbrace{\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} = 0}_{\text{TEOREMA DE TAYLOR PROUDMAN}}$$

APROXIMAÇÃO QUASE-GEOSTRÓFICA NO OCEANO HOMOGÊNEO

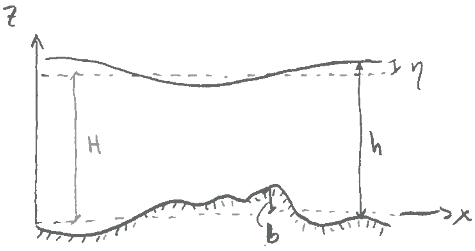
- Segundo Flierl (1978) e Young (1986), é um conjunto básico de 3 aproximações:

i) aproximação geostrófica: $\varepsilon \ll 1$ $\quad (\delta \ll 1,\ \varepsilon_t,\ E_V,\ E_H \ll 1)$

ii) aproximação do plano β de latitudes médias:

$$f = f_0 + \beta y, \qquad \frac{\beta y}{|f_0|} \ll 1$$

iv) aproximação das espessuras:



$$\frac{h}{H} \approx 1$$

$$\frac{\Delta h}{H} \ll 1 \qquad \varepsilon_s = \frac{\eta, b}{H} \ll 1$$

↳ Nº de Rossby de Estiramento

Avaliemos ε, ε_s, $\hat{\beta}$ e δ para meso-escala:

$$\varepsilon = 10^{-2} \qquad \delta = 10^{-2}$$

$$\hat{\beta} = \frac{\beta L}{|f_0|} = \frac{10^{-11}\, 10^{5}}{10^{-4}} = 10^{-2}$$

$$\varepsilon_s \sim \varepsilon = 10^{-2} \rightarrow \Delta h = 10\,m$$

Partindo de (3) e (4) e a condição (i):

$$v = \frac{1}{\rho_0 f}\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} + O(\varepsilon U)$$

$$u = \underbrace{-\frac{1}{\rho_0 f}\frac{\partial \tilde{p}}{\partial y}}_{\text{VELOCIDADE GEOSTRÓFICA } u_g,\, v_g} + \underbrace{O(\varepsilon U)}_{\text{VELOCIDADE AGEOSTRÓFICA } u_a,\, v_a}$$

Dada a condição (ii), o movimento geostrófico é não-divergente em mais baixa ordem, o que nos leva à

$$\frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y} = 0 \qquad (14)$$

$$\frac{\partial u_a}{\partial x} + \frac{\partial v_a}{\partial y} + \frac{\partial w_a}{\partial z} = 0 \qquad (15)$$

Então, qual a escala de w_a para a quase geostrofia?

$$W_a = U_a \frac{H}{L} = \varepsilon \frac{H}{L} U \quad \delta = 10^{-2} = \varepsilon \implies \boxed{W_a = \varepsilon^2 U}$$

Voltando, as velocidades para o oceano BT

$$u = -\frac{g}{f_0}\frac{\partial \eta}{\partial y} + u_a \qquad (16)$$

$$v = \frac{g}{f_0}\frac{\partial \eta}{\partial x} + v_a \qquad (17)$$

$$\implies \boxed{\psi = \frac{g\eta}{f_0}}$$

FUNÇÃO DE CORRENTE GEOSTRÓFICA BAROTRÓPICA

As equações do movimento para o balanço de $O(\varepsilon)$ são:

$$\frac{\partial u_g}{\partial t} + u_g \frac{\partial u_g}{\partial x} + v_g \frac{\partial u_g}{\partial y} - f_0 v_a - \beta y v_g = 0 \qquad (18)$$

$$\frac{\partial v_g}{\partial t} + u_g \frac{\partial v_g}{\partial x} + v_g \frac{\partial v_g}{\partial y} + f_0 u_a + \beta y u_g = 0 \qquad (19)$$

Tomando o rotacional de (18, 19)

$$\frac{d}{dt}\zeta_g + f_0\left(\frac{\partial u_a}{\partial x} + \frac{\partial v_a}{\partial y}\right) + \beta v_g = 0 \qquad (20)$$

Consideremos a equação da continuidade em forma de fluxos:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(hu) + \frac{\partial}{\partial y}(hv) = 0$$

Por simplicidade, assumamos fundo plano:

$$h = H + \eta \; ; \; \frac{\eta}{H} = \varepsilon_s << 1$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u_g \frac{\partial \eta}{\partial x} + v_g \frac{\partial \eta}{\partial y} + H \left(\frac{\partial u_a}{\partial x} + \frac{\partial v_a}{\partial y} \right) = 0 \qquad (21)$$

Combinando a equação da vorticidade absoluta (20) com a equação da continuidade (21), chegamos a equação da vorticidade potencial.

$$\frac{d_g \zeta_g}{dt} - f_0 \frac{d_g}{dt} \frac{\eta}{H} + \frac{d_g}{dt} \beta y = 0$$

$$\frac{d_g}{dt} \left(\zeta_g - \frac{f_0}{H} \eta + \beta y \right) = 0 \quad , \quad \text{colocando def. de } \psi ,$$

$$\frac{d_g}{dt} \left(\nabla^2 \psi - \frac{f_0^2}{gH} \psi + \beta y \right) = 0 \quad , \quad \frac{f_0^2}{gH} = \frac{1}{Rd_e^2}$$

$$\boxed{\frac{d_g q}{dt} = \frac{\partial q}{\partial t} + J(\psi, q) = 0} \quad , \quad \text{onde} \quad \boxed{q = \nabla^2 \psi - \frac{\psi}{Rd_e^2} + \beta y}$$

CONSERVAÇÃO DE VPQG

VORTICIDADE POTENCIAL QUASE-GEOSTRÓFICA BAROTRÓPICA

17/06/2008

Recapitulação

→ dinâmica QG do oceano homogêneo $\frac{\tilde{p}}{\rho_0 f_0} = \rho_0 \frac{g\eta}{f_0} = \psi$

→ aprox. QG parte do sistema de águas rasas no fluido invíscido ($\delta << 1$)

$$\frac{du}{dt} - fv = -g\frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{dv}{dt} + fu = -g\frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (2)$$

$$\frac{d\eta}{dt} + (H+\eta)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) = 0 \quad (3)$$

$\rightarrow$ oceano invíscido no plano β com fundo plano

Como chegar em (3) a partir de $\nabla\cdot\vec{v} = 0$

$$\int_{-H}^{\eta}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0\right)dz$$

$$\underbrace{\int_{-H}^{\eta}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)dz}_{} + \underbrace{w(\eta)}_{\boxed{\frac{d\eta}{dt}}} - \underbrace{w(-H)}_{=0 \text{ no fundo plano}} = 0$$

$$\rightarrow \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)\cdot z\Big|_{-H}^{\eta} = \boxed{(H+\eta)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)}$$

(1), (2) e (3) sob ε, ε_t e $\varepsilon_s \ll 1$, quando combinadas,

$\frac{dq}{dt} = 0$, onde $q = \nabla^2\psi + \beta y - \frac{1}{Rd_e^2}\psi$, que é resultado do rotacional de (1) e (2) e subst. de (3) na eq da vorticidade absoluta.

$\beta y \equiv$ variação da vorticidade planetária

$\frac{1}{Rd_e^2}\psi \equiv$ vorticidade de estiramento

——— " ——— " ——— " ——— " ——— " ———

<u>Qual</u> a <u>relação</u> <u>entre</u> q e a VP de <u>Erthel</u> (Π)?

$\frac{d\Pi}{dt} = 0 \rightarrow$ Teorema de Erthel (4)

(5) $\rightarrow \Pi = \frac{1}{\rho}(\vec{\zeta} + f\vec{k})\cdot\nabla\lambda$, onde λ é uma prop. conservativa do fluido

Para o oceano homogêneo, λ é a função de status:

$$\lambda = \frac{z-b}{h}, \quad \text{onde} \quad b \equiv \text{variações topográficas}$$

$$h \equiv H + \eta - b$$

No fundo plano, $\lambda = \dfrac{z}{h} = \dfrac{z}{H+\eta}$,

$$\Pi = \frac{1}{\rho_0}\,\frac{\zeta+f}{h}$$

Por (4), $\dfrac{1}{\rho_0}$ é irrelevante dinamicamente $\Rightarrow$ $\boxed{\Pi = \dfrac{\zeta+f}{h}}$

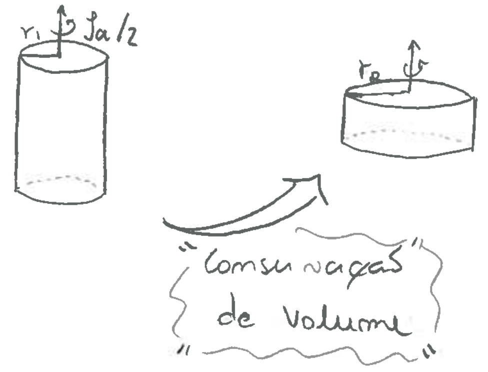
O que significa $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\zeta+f}{h}\right) = 0$ fisicamente?

VORTICIDADE POTENCIAL <=> MOMENTUM ANGULAR

$$\Pi = \frac{\zeta+f}{h} = \frac{\zeta_a}{h} \qquad \mathcal{L} = I \cdot \Omega$$

, onde $I \equiv$ momentum de inérc

$I = \rho_0 \sum_i r_i^2$, onde $i \equiv$ índice das parcelas de fluido



Voltando à relação entre Π e q...

→ sob $\varepsilon, \varepsilon_t, \varepsilon_s \ll 1$, $\hat{\beta} \ll 1$

$$\Pi = \frac{\zeta+f}{h} = \underbrace{\frac{f_0}{H}}_{\text{Vorticidade Potencial Básica}} + \frac{q}{H} + O\left(\varepsilon^2 \frac{f_0}{H}\right)$$

$$\frac{d\Pi}{dt} = \frac{1}{H}\frac{dq}{dt} = 0 \approx \frac{dq}{dt} = 0$$

3. Ajustamento Geostrófico no Oceano Barotrópico

- Rossby (1938)
- oceano homogêneo, fundo plano $(z=-H)$, plano f $(f=f_0)$

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -g\frac{\partial \eta}{\partial x} \qquad (6)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -g\frac{\partial \eta}{\partial y} \qquad (7)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + H\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) = 0 \qquad (8)$$

Tomando a divergência de (6) e (7):

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) - f_0\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) + g\left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2}\right) = 0 \qquad (9)$$

Usando (8),

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - gH\left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2}\right) + f_0 H \zeta = 0 \qquad (10)$$

Agora tomemos o rotacional de (6) e (7) para obter uma eq da vort. absoluta:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + f_0\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) = 0 \qquad (11)$$

Usando (8) p/ eliminar o termo da div. horizontal

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\zeta + \frac{f_0}{H}\eta\right) = 0 \qquad (12)$$

(12) representa uma anomalia da VP em sua forma lineariz
de

$$Q = \zeta + \frac{f_0}{H}\eta \qquad (13)$$

Por (12), Q é conservada, logo,

$$Q(x,y,t) = Q(x,y,0) \qquad (14)$$

↳ cond. iniciais

Considerando as seguintes condições iniciais:

$$u=0, \; v=0$$
$$\eta = \eta_0 \, sgn(x) \qquad (15) \qquad sgn(x) = \begin{cases} 1, & x>0 \\ -1, & x<0 \end{cases}$$

Assim, por (14) e (15):

$$\zeta - \frac{f}{H}\eta = \frac{f}{H}\eta_0 \, sgn(x) \qquad (16)$$

Usando (16) para eliminar ζ em (10):

$$\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2} - gH\nabla_H^2\eta + f^2\eta = -f^2\eta_0 \, sgn(x) \qquad (17)$$

A forma estacionária de (17) é:

$$-gH\frac{\partial^2\eta}{\partial x^2} + f^2\eta = -f_0^2\eta_0 \, sgn(x) \qquad (18)$$

onde assumiu-se, por simplicidade, que $\eta = \eta(x)$

(18) é uma eq diferencial não-homogênea e tem solução.

$$\frac{(18)}{-gH} \rightarrow \frac{\partial^2\eta}{\partial x^2} - \frac{1}{Rd_e^2}\eta = \frac{1}{Rd_e^2}\eta_0 \, sgn(x) \qquad (19)$$

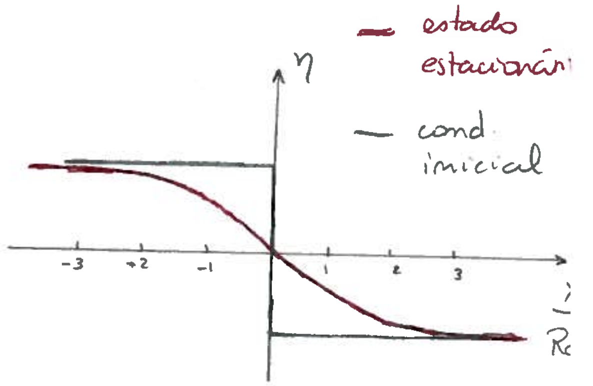
A solução é contínua e assimétrica em torno de $x=0$,

$$\frac{\eta}{\eta_0} = \begin{cases} -1 + e^{-x/Rd_e}, & p/\, x>0 \\ 1 - e^{x/Rd_e}, & p/\, x<0 \end{cases} \qquad (20)$$

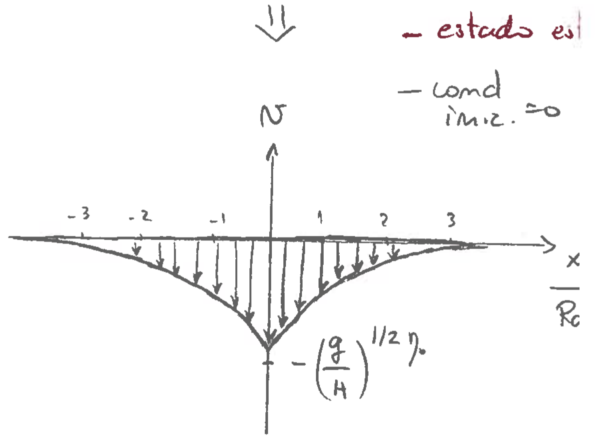
O campo de velocidade final, já ajustado geostroficamente, é dado por:

$$u = 0$$

$$v = -\frac{g}{f}\eta_0 \left(\frac{1}{Rd_e} e^{-x/Rd_e} \right) \qquad (21)$$



→ Repare a relação das soluções de η e v com o Rd_e.



• Se as escalas de x forem mto menores que o Rd_e, a elevação η irá simplesmente se aplainar, sendo dissipada na forma de ondas de gravidade. Seria o caso não-estacionário, onde $\frac{\partial \eta}{\partial t}$ não pode ser desconsiderado.