TEMA 10

Instabilidade Baroclínica

10.1. O mecanismo da Instabilidade baroclínica

10.2. O cenário da Instabilidade baroclínica

10.3. Teoria linear de Instabilidade baroclínica

10.4. Condições necessárias para Instabilidade baroclínica

10. Instabilidade Baroclínica

10.1 O mecanismo de instabilidade baroclínica

• No oceano estratificado, o escoamento geostrófico baroclínico é acompanhado por superfícies de densidade inclinadas. A razão é simples: geostrofia requer gradiente de pressão horizontal, que por causa da hidrostática, só pode existir se houver gradiente horizontal de densidade.

• Em outras palavras, geostrofia e hidrostática se combinam para manter o escoamento em equilíbrio: é o princípio do vento térmico.

~~APRESENTAR FIGURA AQUI~~

• Tal equilíbrio, no entanto, não é aquele de mínima energia. A prova disto é que se causarmos uma redução na inclinação das isopicnais por espalhamento (assentamento) do fluido leve sobre o fluido mais pesado, reduziríamos o centro de gravidade do sistema e, consequentemente, sua energia potencial.

POWERPOINT: Modelo do André – campo de densidade em cor, superposto ao campo de correntes para o sistema CB-CCI

• Automaticamente, reduziríamos o gradiente baroclínico de pressão, e por consequência, a intensidade do escoamento geostrófico e sua energia cinética.

ESTADO DE MÍNIMA ENERGIA ≡ ISOPICNAIS PLANAS + ZERO ENERGIA CINÉTICA

• Num escoamento geostrófico baroclínico, o alcance de tal estado de mínima energia não pode ser alcançado de forma direta ou espontânea. A evolução para tal estado requer achatamento e estiramento das colunas de fluido, o que não é possível sem alteração da vorticidade potencial.

• É sabido que o atrito pode alterar a VP. Mas num oceano QG, o atrito é incluído de forma secundária e outro processo, muito mais dramático em natureza física que dissipação é, via de regra, dominante. É a instabilidade baroclínica.

• Desconsiderando o efeito do atrito, estiramento - achatamento das colunas de fluido só é possível caso geração de vorticidade relativa ocorra. Como visto em aulas anteriores, o estiramento tende a criar vorticidade ciclônica, e o achatamento, a vorticidade anticiclônica.

• Num sistema geostrófico baroclínico ligeiramente perturbado, estiramento e achatamento ocorrem simultaneamente em diferentes locais, podendo gerar um padrão de vórtices interagentes. Estas interações podem causar crescimento da perturbação inicial, forçando o sistema a evoluir para um estado diferente do inicial - é o processo de instabilidade.

• Fisicamente, a relaxação ainda que parcial das sup. isopicnais libera energia potencial. Esta liberação provoca estiramento - achatamento das colunas de fluido. Nova vorticidade relativa é criada bem como energia cinética dessas perturbações.

ENERGIA POTENCIAL DO ESCOAMENTO GEOSTR. → ENERGIA CINÉTICA DAS PERTURBAÇÕES = CONVERSÃO BAROCLÍNICA

• Se as condições são favoráveis, estes vórtices promoverão nova relaxação das isopicnais que os re-alimentarão com mais geração de vort. relativa e mais energia cinética. Torna-se-ão mais fortes e crescerão às custas do vento térmico, aumentando o cisalhamento horizontal de velocidades. Por conseqüência, o atrito aumenta e eventualmente dissipará a energia cinética das perturbações.

10.2. O Cenário da Instabilidade Baroclínica

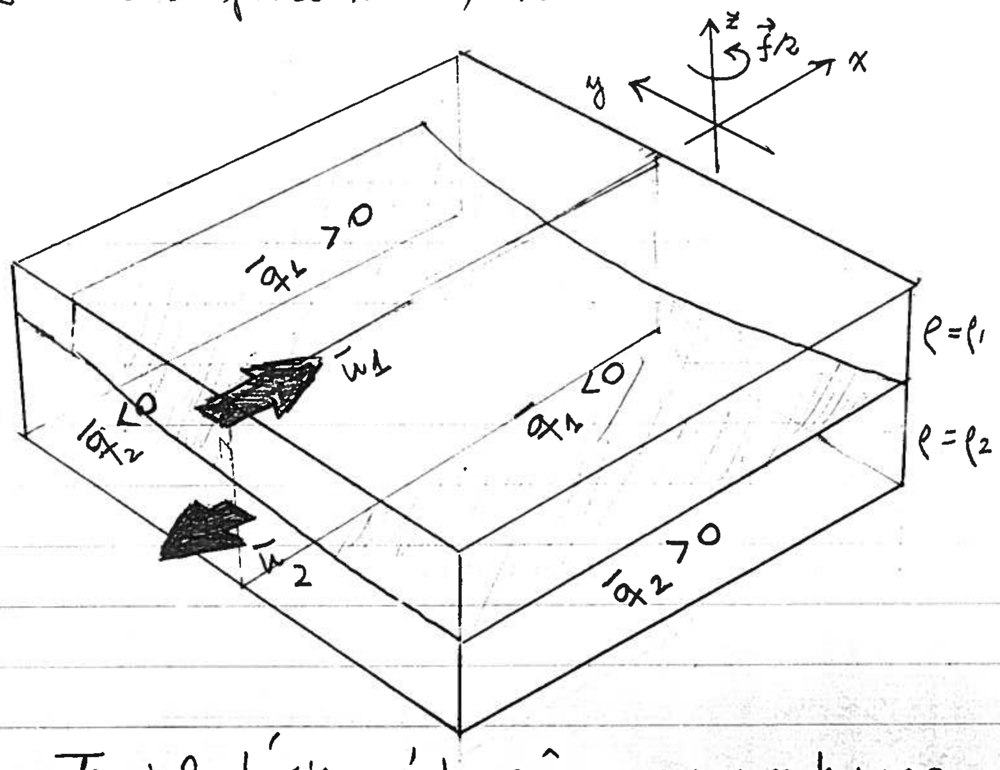
• Consideremos um cenário bastante simplificado, baseado em um jato baroclínico zonal num oceano de duas camadas no plano f no Hemisfério Norte.

• Na camada superior, o jato é para leste: $\bar{u}_1 > 0$.
• Na camada inferior, o jato é para sul: $\bar{u}_2 < 0$.
• A interface separando os dois jatos e representando a picnoclina se inclina para norte, de acordo com o vento térmico

POWERPOINT

FAZER:

HEYJOW

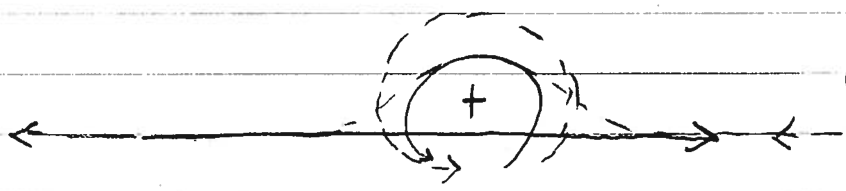


• A vorticidade potencial básica é homogênea a menos de uma discontinuidade no centro do jato.

POWER POINT:

- Transparência com:

perturbação na camada 1



perturbação na camada 2

- Aproveitar saída do modelo do Meacham
  (vide transp. Proj. INCLINA)

IMPORTANTE: exibir quadratura - situação instável

10.3. Teoria linear de Instabilidade

Escrevamos a eq de conservação de VPQG para um escoamento no plano β:

$$\frac{\partial}{\partial t} q + J(\psi, q) = 0 \qquad (1)$$

$$q = \nabla^2 \psi + \beta y + \frac{\partial}{\partial z} \frac{f_0^2}{N^2} \frac{\partial}{\partial z} \psi \qquad (2)$$

A elegância do sistema QG reside no fato de que todas as incógnitas do sistema dinâmico se relacionam com a função de corrente ψ.

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial y} \quad , \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

$$p' = \rho_0 f_0 \psi \qquad \text{via geostrofia}$$

$$\rho' = -\frac{\rho_0 f_0}{g} \frac{\partial \psi}{\partial z} \qquad \text{via hidrostática}$$

$$w = -\frac{f_0}{N^2} \left[\frac{\partial}{\partial t} + J(\psi, \cdot) \right] \frac{\partial \psi}{\partial z} \qquad \text{via cons. de densidade}$$

• Recuonamos novamente ao estudo de instabilidade de escoamento paralelos, assumindo um jato básico baroclínico zonal de forma arbitrária:

$$u = \bar{u}(y,z) + u'(x,y,z,t) \qquad (3)$$
$$v = v'(x,y,z,t)$$

• Por consequência: $\psi(x,y,z,t) = \overline{\Psi}(y,z) + \psi'(x,y,z,t)$ (4)

• E VP: $$\bar{q} = \frac{\partial^2 \overline{\Psi}}{\partial y^2} + \beta y + \frac{\partial}{\partial z} \frac{f_0^2}{N^2} \frac{\partial \overline{\Psi}}{\partial z} \qquad (5a)$$

$$q' = \nabla^2 \psi' + \frac{\partial}{\partial z} \frac{f_0^2}{N^2} \frac{\partial \psi'}{\partial z} \qquad (5b)$$

• A Eq. (1)-(2) com (4)-(5) nos conduz a

$$\frac{\partial q'}{\partial t} + J(\overline{\Psi}, q') + J(\psi', \bar{q}) = 0 \qquad (6)$$

• Assumnemos uma solução do tipo: $\psi' = Re\{\phi(y,z)e^{ik(x-ct)}\}$.
A equação da evolução da amplitude é dada por

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2}\phi + \frac{\partial}{\partial z}\frac{f^2}{N^2}\frac{\partial \phi}{\partial z} + \left(\frac{1}{\bar{u}-c}\frac{\partial \bar{q}}{\partial y} - k^2\right)\phi = 0 \qquad (7)$$

• Precisamos de <u>4 condições de contorno</u>:

→ tampas rígidas na superfície $(z=H)$ e no fundo $(z=0)$

$w = 0$ em $z = 0, H$

$$-\frac{f_0}{N^2}\left[\frac{\partial}{\partial t}\psi' + J\left(\bar{\Psi}, \frac{\partial \psi'}{\partial z}\right) + J\left(\psi', \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial z}\right)\right] = 0 \qquad (8)$$

Usando a definição de ψ em (8), chegamos a

$$(\bar{u} - c)\frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\phi = 0 \quad \text{em } z = 0, H. \qquad (9)$$

→ Na direção meridional, confinamos as perturbações num canal de largura L "imaginário", onde $v' = 0$ em seus limites zonais. Isto simplesmente impõe

$$\phi = 0 \quad \text{em} \quad y = 0, L. \qquad (10)$$

Multiplicando (7) pelo complexo conjugado ϕ^*, integrando-a entre os limites verticais e horizontais, fazendo uso de (9) e (10), chegamos a

$$\int_0^H\int_0^L \left[\left|\frac{\partial \phi}{\partial y}\right|^2 + \frac{f_0^2}{N^2}\left|\frac{\partial \phi}{\partial z}\right|^2 + k^2|\phi|^2\right] dy\,dz$$

$$= \int_0^H\int_0^L \frac{1}{\bar{u} - c}\frac{\partial \bar{q}}{\partial y}|\phi|^2\,dy\,dz + \int_0^L \left[\frac{f^2}{N^2}\frac{1}{\bar{u}-c}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}|\phi|^2\right]_0^H dy$$

(11)

A parte imaginária da eq. (11) é

$$c_i\left\{\int_0^H\int_0^L \frac{|\phi|^2}{|\bar{u}-c|^2}\frac{\partial \bar{q}}{\partial y}\,dy\,dz + \int_0^L\left[\frac{f_0^2}{N^2}\frac{|\phi|^2}{|\bar{u}-c|^2}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right]_0^H dy\right\} = 0$$

(12)

- A condição de instabilidade é que $c_i \neq 0$, logo a quantidade entre chaves tem de ser nula.

- Note que há dependência nos sinais de $\dfrac{\partial \bar{q}}{\partial y}$ e $\left.\dfrac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right]_0^H$

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial y} = \beta - \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{f_0^2}{N^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) \qquad (13)$$

- As condições necessárias para instabilidade são:

i) $\partial \bar{q}/\partial y$ mude de sinal dentro do domínio;

ii) o sinal de $\partial \bar{q}/\partial y$ é oposto ao de $\partial \bar{u}/\partial z$ no topo (em $z = H$); e

iii) o sinal de $\partial \bar{q}/\partial y$ é o mesmo de $\partial \bar{u}/\partial z$ no fundo (em $z = 0$).

IMPORTANTE: se (i) é satisfeita, (ii) e (iii) automaticamente também o são.

IMPORTANTE 2: note que o efeito β é de fato estabilizador, pois torna $\partial \bar{q}/\partial y$ mais positivo.

Estudos de casos [Gill et al. (1974)]

Consideremos : $\bar{u} = \bar{u}(z) = U_0 \, e^{\frac{(z-H)}{d}}$; $\frac{N^2}{f^2} = 10^4 \, e^{\frac{(z-H)}{d}}$

caso I : $U_0 > 0$, $\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \frac{U_0}{d} \, e^{(z-H)/d} > 0$

→ podem ocorrer instabilidades fracas ($\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$ é pequeno)
→ condição (3) é atendida

caso II : $U_0 < 0$, $\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} < 0$

→ podem ocorrer instabilidades mais vigorosas
→ condição (2) é atendida

POWER POINT : Fazer plots de $\bar{u}$, N^2, $\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$, $\frac{\partial \bar{q}}{\partial y}$ para os dois casos

→ use modelo Gill
→ explicite valores de U_0 , H e d.

10.4. Equação da Energia

• A fim de obter uma melhor idéia acerca das fontes de instabilidade, é muito útil que utilizemos a equação da energia das perturbações para ondas na presença do mesmo fluxo zonal médio $\bar{u}$ (y,z) - sujeito à cisalhamentos horizontal e vertical [vide eq. (3)].

• O ponto de partida é novamente a forma linearizada da VPQG (6)

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right]\left[\nabla^2\psi' + \frac{\partial}{\partial z}\frac{f_0^2}{N^2}\frac{\partial \psi'}{\partial z}\right] + \frac{\partial \psi'}{\partial x}\left(\frac{\partial \bar{q}}{\partial y}\right) = 0 \qquad (14)$$

onde $$\frac{\partial \bar{q}}{\partial y} = \beta - \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} - \frac{\partial}{\partial z}\frac{f_0^2}{N^2}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \qquad (15)$$

que pode pode ser reescrita como

via vento térmico

$$= \beta - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - f_0^2 \frac{\partial}{\partial z}\boxed{\frac{\partial \bar{u}/\partial z}{g/\rho_0\, \partial\rho/\partial z}} = \frac{g f_0^{-1} \rho_0^{-1}\, \partial\bar{\rho}/\partial y}{g\, \rho_0^{-1}\, \partial\bar{\rho}/\partial z}$$

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial y} = \beta - \frac{\partial^2 u}{\partial z} - f_0 \left\{\frac{\partial \bar{z}}{\partial y}\right\}_\rho \qquad (16)$$

onde a interpretação do último termo é a posição de uma dada isopicnal no estado básico.

• Para de (14) chegarmos à equação de E' é necessário que multipliquemos (14) por ψ' e manipulemos as derivadas de forma a escrever a nova equação em termos de balanço de energia.

• Omitimos aqui a pesada álgebra envolvida e apresentamos o resultado para a eq. de E' obtida por Pedlosky (2003).

• O resultado é:

$$\overset{(i)}{\frac{\partial E'}{\partial t}} + \overset{(ii)}{\nabla \cdot \vec{S}} + \overset{(iii)}{\frac{\partial}{\partial z}\left\{\psi' \frac{f_0^2}{N^2}\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \psi'}{\partial z}\right) + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \psi'}{\partial z}\right)\right]\right\}}$$

$$= + \overset{(iv)}{\frac{\partial \psi'}{\partial x}\frac{\partial \psi'}{\partial y}\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}} + \overset{(v)}{\frac{\partial \psi'}{\partial x}\frac{\partial \psi'}{\partial z}\frac{f_0^2}{N^2}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}} \qquad (17)$$

$$(18)$$

onde $E' = \underbrace{\frac{(\nabla \psi')^2}{2}}_{\text{energia cinética}} + \underbrace{\frac{f_0^2}{2N^2}\left(\frac{\partial \psi'}{\partial z}\right)^2}_{\text{energia potencial}}$ é a energia mecânica das perturbações

$$\rightarrow \frac{f_0^2}{2N^2}\left(\frac{\partial \psi'}{\partial z}\right)^2 = \frac{f_0^2}{2N^2}\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho_0^{-1} f_0^{-1} \frac{\partial p'}{\partial z}\right)\right]^2 = \frac{f_0^2}{2N^2}\left[\frac{g^2}{f_0^2 \rho_0^2}\rho'^2\right]^2$$

$$= \frac{g^2}{2N^2}(\rho'/\rho_0)^2$$ → energia potencial das ondas

• O termo $\vec{S}$ representa o fluxo horizontal da energia das perturbações dado por

$$\vec{S} = -\psi'\left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)\nabla \psi'\right] + \vec{i}\left[-\frac{\partial \bar{q}}{\partial y}\frac{\psi'}{2} + \bar{u}E' + \psi'(\nabla \psi' \cdot \nabla \bar{u})\right]$$

$$+ \psi' \bar{u}\frac{\partial \nabla \psi'}{\partial x} \qquad (19)$$

spiral

• Voltemos à eq. (17), e enumeremos o significado físico dos termos que a compõem:

(i) - variação local de E'

(ii) - divergência horizontal do fluxo de energia das ondas $\vec{S}$

(iii) - divergência vertical "

• Se repetirmos e integrarmos entre $y=0$ e $y=L$ e $z=0$ e $z=H$, como feito para a eq. (11) e considerarmos novamente uma solução periódica em x para ψ', os termos da divergência de fluxo não contribuem para o resultado integrado no balanço de energia.

• Tal "não contribuição" é consequência da definição de fluxo de energia: o vetor fluxo simplesmente move energia de um local para o outro sem criar ou destruir energia.

• Atenção deve ser dada aos termos (iv) e (v). Estes não se integral provendo resultado nulo.

$$\int_0^H\!\!\int_0^L (iv) \rightarrow \int_0^H\!\!\int_0^L \frac{\partial}{\partial x}\psi' \frac{\partial \psi'}{\partial y} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\, dy dz = -\int_0^H\!\!\int_0^L u'v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\, dy\, dz$$

e representa a integral do produto das Tensões de Reynolds horizontais pelo cisalhamento horizontal da corrente básica.

- Se a perturbação carregar valores altos de momento zonal para região de baixo momento, tenderá a suavizar o cisalhamento lateral.

- Como exemplo, se $\partial\bar{u}/\partial y > 0$ e $u' > 0$, $v' < 0$, as perturbações advirão de uma região alto momento zonal comparado a seu destino, o termo (iv) será positivo e se traduzirá em

$$\int_0^H \int_0^L \frac{\partial E'}{\partial t}\, dy dz > 0 .$$

- Como consequência, a energia das perturbações crescerá às custas do decaimento de energia do escoamento básico $\bar{E}$. Isto se traduz justamente no decaimento do cisalhamento horizontal.

- Esta transferência de energia que requer apenas movimentos horizontais é comum em escoamentos cisalhados de fluidos homogêneos e é comumente referida como conversão barotrópica.

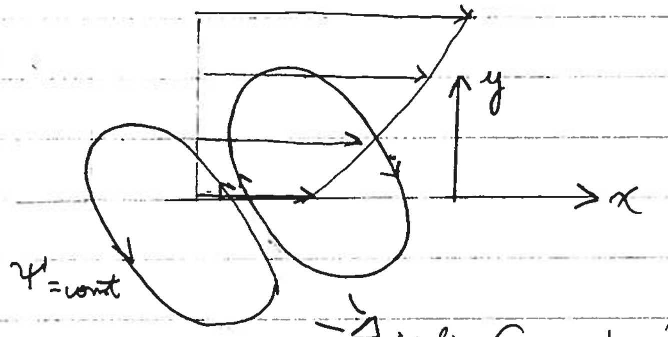
(iv) → termo de conversão barotrópica
→ precisa ser > 0
→ a taxa / intensidade da conversão é dependente de $\dfrac{\partial \bar{u}}{\partial z}$

- Podemos avançar na interpretação de (iv)

$$\Rightarrow \frac{\partial \psi'}{\partial x}\frac{\partial \psi'}{\partial y}\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \left(\frac{\partial \psi'}{\partial x}\Big/\frac{\partial \psi'}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial \psi'}{\partial y}\right)^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$$

$$= -\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{\psi'} \left(\frac{\partial \psi'}{\partial y}\right)^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$$

→ linhas de ψ' const precisam então para noroeste p/ sudeste em regiões que $\partial\bar{u}/\partial y > 0$ se instabilidade barotrópica fomentar a energia da perturbação.



• inclinação de ψ' para o qual as tensões de Reynolds extraem energia da cisalhamento horizontal da cor. básica $\bar{u}$

⇓

inclinação contrária à $\bar{u}$ ⇒ conversão barotrópica

→ a situação oposta drena energia das perturbações para o escoamento básico

• Analisemos agora o (V), onde há dependência do cisalhamento vertical das correntes e, por consequência, no gradiente lateral de densidade:

$$\frac{1}{\rho_0 f_0}\frac{\partial}{\partial z}p' = -\frac{\rho g}{\rho_0 f_0} \qquad \frac{g}{\rho_0 f_0}\frac{\partial \rho}{\partial y}$$

$$\int_0^H\!\!\int_0^L (V) \rightarrow \int_0^H\!\!\int_0^L \frac{f_0^2}{N^2}\frac{\partial \psi'}{\partial x}\frac{\partial \psi'}{\partial z}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\,dy\,dz = \iint -(v'\rho' g)\left(\frac{g\,\partial\bar{\rho}/\partial y}{\rho_0^2 N^2}\right)$$

$$= \iint -(v' g)\left|\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{\bar{\rho}} dy\,dz$$

• A transformação da energia baroclínica é proporcional ao transporte na direção y, isto é, na direção do gradiente de densidade da perturbação de densidade

• Por exemplo, se $\partial\bar{\rho}/\partial y > 0$, $\partial\bar{u}/\partial z > 0$ no HN, e em média, parcelas de fluido se movendo para regiões de y positivos carregarão anomalias negativas de ρ'. O produto $-v\rho' > 0$ e a energia das ondas crescerá.

→ O campo de ondas produz um fluxo de densidade para regiões de alta p/ baixa densidade básica, tendendo a suavizar o gradiente de densidade, que por consequência, irá aplainar a inclinação das superfícies isopicnais básicas e liberar energia potencial para perturbações.

• Podemos avançar na interpretação de (V):

$$\rightarrow \frac{\partial\psi'}{\partial x}\frac{\partial\psi'}{\partial z}\frac{\partial\bar{u}}{\partial z} = -\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_{\psi'}\left(\frac{\partial\psi'}{\partial z}\right)\frac{\partial u}{\partial z} > 0$$

para haver conversão baroclínica. Ou seja, em regiões de $\frac{\partial\bar{u}}{\partial z} > 0$, linhas de $\psi' = \text{const}$ precisam se inclinar para cima e para oeste para que o termo (V) seja positivo

→ A sensitividade dos processos de conversão de energia à estrutura espacial de ψ' é a manifestação do delicado e complexo processo de instabilidade na qual as perturbações estão devidamente organizadas para permitir a liberação da energia cinética disponível e potencial disponível do fluxo básico.

PROVA DIDÁTICA : Instabilidade Baroclínica

~~Vorticidade Potencial~~

- Em aulas anteriores, mostramos que a presença de um gradiente de vorticidade potencial → ondas de freqüência subinercial comumente chamadas de Ondas de Vorticidade ou Ondas de Rossby.

- A presença do gradiente de vorticidade planetária, β, permite a existência do ondas de Rossby planetárias. O mesmo acontece com a presença do relevo submarino → ondas de Rossby Topográficas.

- Qdo estudamos, o modelo QG para estimar a relação de de dispersão num oceano estratificado, derivamos que

ESCREVER LOUSA

$$q = \underbrace{\nabla^2\psi}_{\text{vort. relativa}} + \underbrace{\beta y}_{\text{variação de vort. planetária}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z}\frac{f_0^2}{N^2}\frac{\partial\psi}{\partial z}}_{\text{vorticidade de estiramento}} \qquad (1)$$

DEFINIR
ψ
N^2
β

- Ao inspecionarmos, a expressão acima verificamos que a presença de uma corrente oceânica pode propiciar a existência deste gradiente, seja pela presença de cisalhamento horizontal seja pelo cisalhamento vertical.

$\boxed{\text{SLIDE 1 - Campos de CB-CCI do Filipe}}$

→ MOSTRAR CISALHAMENTO HORIZONTAL NAS CORRENTES (VR)
→ " DISTRIBUIÇÃO DAS ISOPICNAIS (VE)

Definindo Instabilidade

• Observamos que ondas superpostas ao escoamento básico crescem espontaneamente em amplitude, drenando energia das correntes básicas e eventualmente dominando o escoamento.

• Chamamos de instabilidade geofísica aos processos de crescimento exponencial das ondas de vorticidade às custas da energia do escoamento geostrófico. → ESCREVER LOUSA

SLIDE 2 - Imagens AVHRR - mostram o crescimento REAL

SLIDE 3 - Simulação do Leandro NUMÉRICO

→ instabilidade de cisalhamento horizontal → instabilidade Barotrópica

→ " " vertical → " Baroclínica

↳ ESCREVER LOUSA

⇒ mencionar o envolvimento de energia cinética e potencial

O Mecanismo da Instabilidade Baroclínica

- Voltemos à usar o exemplo da seção de velocidade do Sistema Corrente do Brasil

SLIDE 1 - Campos da CB - CCI do Filipe

- No cenário de um oceano estratificado:

LOUSA

$\underbrace{\text{correntes geostróficas (cisalham verticalmente)} \rightarrow \text{grad. horizontal pressão} \rightarrow \text{grad horiz de densidade}}_{\text{VENTO TÉRMICO}}$

→ situação de equilíbrio que NÃO é a de energia potencial mínima

→ se causar redução na inclinação das isopicnais por assentamento de fluido + leve sob fluido + pesado, reduziríamos o centro de grav. do sistema e por conseguinte, seu estado de energia potencial

Estado de mínima energia = isopicnais planas + zero energia cinética

→ O alcance de tal estado não pode ser alcançado de forma direta. Requer achatamento e estiramento da coluna de água

- Se o atrito não é relevante no interior geostrófico, estiramento - achatamento da coluna de fluido geram vort. ciclônica e anticiclônica

- Padrões de vórtices obtidos a partir de uma pequena perturbação inicial podem causar crescimento destes fazendo que o sistema evolua para um estado bastante diferente do inicial

• A Relaxação parcial das sup. Isopicnais libera energia potencial, que gera adicionais achatamentos - estiramentos na coluna de fluido. Nova vorticidade relativa, e portanto, energia cinética das perturbações é obtida

SLIDE			
ENERGIA POT DO ESCOAMENTO BÁSICO	→	ENERGIA POT DAS PERTURBAÇÕES	→ ENERGIA CINÉTICA DA PERTUBAÇÕES
	⇑ CONVERSÃO BAROCLÍNICA		(Cronin & Watts, 1996)

• O esquema acima é do que é conhecido como Diagrama ~~de Energia~~ de Lorenz.

• Vamos considerar um jato baroclínico zonal no HN. A razão para tanto é ter um grad básico de VP planetário na mesma direção daquele devido à VR e VE

• O exemplo mais emblemático é a extensão da corrente do Golfo.

SLIDE: Corrente do Golfo

• Examinaremos agora como efetivamente como esse fenômeno ocorre. Usemos um exemplo MUITO idealizado de um modelo duas camadas.

SLIDES: Modelo de Dinâmica de Contorno

• Agora vejamos o que acontece quando perturbamos o sistema...

• Ao deslocarmos o jato para norte, comprimimos a coluna de água na camada superior, que responde desenvolvendo vort. anticiclônica. Mas, como a interface não é rígida, ocorre um relaxamento parcial, a interface afunda e gera vorticidade relativa anticiclônica na camada inferior.

• Agora desloquemos a frente do jato na camada inferior para o norte. A coluna sofrerá estiramento parcial e desenvolverá vorticidade ciclônica. Como a interface ñ é rígida, o estiramento será parcial, a interface afunda e induzirá alguma vorticidade ciclônica na camada superior.

• Se o escoamento é perturbado nas duas camadas ao mesmo tempo, haverá um vórtice anticiclônico na camada 1 e um vórtice ciclônico na camada 2.

• Em regiões de gradientes de VP, movimentos periódicos gerarão sucessão de cristas e cavados em ambas as camadas. São ondas de vorticidade, são ondas de Rossby.

• A propagação dessas ondas e a advecção destas perturbações pelos jatos básicos podem levar a uma situação de quadratura entre as duas camadas, estabelecendo uma interação tanto favorável (modo instável) quanto desfavorável (modo evanescente).

• No caso do modo instável, as perturbações se amplificarão e o sistema evoluirá se distanciando da situação de equilíbrio original (i.e., do vento térmico)

• O cenário exibido no caso simplificado de um modelo de duas camadas ressalta o ponto de uma específica distribuição de fase e ressalta a importância do papel da geração de vorticidade no desenvolvimento da instabilidade.

→ o comprimento da onda ñ pode nem ser tão longo nem tão curto. Tem de ser tal que achatamento / estiramento sejam efetivos.

Para tanto, consideremos a forma da VPQG no plano f

$$q = \nabla^2\psi + \frac{\partial}{\partial z}\frac{f^2}{N^2}\frac{\partial^2}{\partial z}\psi \quad .$$

Idealmente, $\dfrac{\nabla^2\psi}{\dfrac{\partial}{\partial z}\dfrac{f^2}{N^2}\dfrac{\partial\psi}{\partial z}} = \dfrac{\Psi L^{-2}}{\Psi \dfrac{f^2}{N^2H^2}} = \dfrac{Rd_i^2}{L^2} \sim O(1)$

nº de Burger

Rd_i^{-2} — Raio de deformação interno

• Se $L \ll Rd_i$, a vorticidade relativa domina, as duas camadas se tornam desacopladas e há energia potencial insuficiente p/ gerar instabilidade

• Se $L \gg Rd_i$, a vorticidade relativa não consegue responder ao estiramento e as perturbações em cada camada tendirão a permanecer em fase, sem propiciar crescimento.

⇒ O efeito β é estabilizador

Teoria Linear de Instabilidade Baroclínica

oceano de Boussinesq no plano β

→ instabilidade de cisalhamento vertical

$$\frac{\partial}{\partial t} q + J(\psi, q) = 0 \qquad (2)$$

$$q = \nabla^2 \psi + \beta y + \frac{\partial}{\partial z} \frac{f_0^2}{N^2} \frac{\partial}{\partial z} \psi \qquad (1)$$

- Recorramos novamente ao estudo de um jato básico baroclínico normal na forma de

$$u = \bar{u}(y,z) + u'(x,y,z,t) \qquad (3)$$
$$v = v'(x,y,z,t)$$

- Função de corrente: $\psi = \bar{\Psi}(y,z) + \psi'(x,y,z,t)$ (4)

- VP: $$\bar{q} = \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial y^2} + \beta y + \frac{\partial}{\partial z} \frac{f_0^2}{N^2} \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial z} \qquad (5)$$

$$q' = \nabla^2 \psi' + \frac{\partial}{\partial z} \frac{f_0^2}{N^2} \frac{\partial}{\partial z} \psi' \qquad (6)$$

- Linearizando a eq. (2), chegamos a

$$\frac{\partial q'}{\partial t} + J(\bar{\Psi}, q') + J(\psi', \bar{q}) = 0 \qquad (7)$$

SLIDE DO MODELO DO CANAL

- Consideremos uma solução do tipo $\psi' = Re\{\phi(y,z)\, e^{ik(x-ct)}\}$ (8)

- Com (8) em (7):

$$\boxed{\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{f_0^2}{N^2} \frac{\partial \phi}{\partial z} + \left(\frac{1}{\bar{u} - c} \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} - k^2 \right) \phi = 0} \qquad (9)$$

Precisamos de 4 condições de contorno :

$\rightarrow$ $w = 0$ em $z = 0, H$ (tampa rígida)
($z=0$ no fundo)

$\rightarrow$ $\phi = 0$ em $y = 0, L$ (canal zonal)

- A expressão para w é obtida via conservação de densidade e hidrostática:

$\frac{\partial \rho'}{\partial t} - \frac{\rho_0}{g} N^2 w = 0$; $\rho' = -\frac{\rho_0}{g} f_0 \frac{\partial}{\partial z}\psi$

$$w = -\frac{f_0}{N^2}\left[\frac{\partial}{\partial t} + J(\psi, \cdot)\right]\frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z=0, H$$

linearizando :

$$\rightarrow \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial \psi'}{\partial z} + J\left(\bar{\psi}, \frac{\partial \psi'}{\partial z}\right) + J\left(\psi', \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial z}\right) = 0 \quad \text{em } z=0, H$$

usando (8)

$$\boxed{\begin{array}{ll} (\bar{u}-c)\dfrac{\partial \phi}{\partial z} - \left(\dfrac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)\phi = 0 \quad \text{em } z=0, H & (10) \\ \\ \phi = 0 \quad \text{em } y = 0, L & (11) \end{array}}$$

- O sistema de equações (9)-(10)-(11) formam um problema de autovalor em $\underline{c}$ e onde ϕ são as autofunções. geralmente complexas :

$c = c_r + i c_i$ CONJUGADO: $c^* = c_r - i c_i$

ϕ ϕ^*

logo,
$c \rightarrow \psi \propto e^{kc_i t} e^{ik(x - c_r t)}$ MODO INSTÁVEL
$c \rightarrow \psi \propto e^{-kc_i t} e^{ik(x - c_r t)}$ MODO EVANESCENTE

- O sistema (9)-(10)-(11) não admite soluções para um $\bar{u}(y,z)$ genérico, logo buscaremos desenvolver teoremas integrais para estabelecer as condições necessárias p/ instabilidade baroclínica.

• Para tanto, multipliquemos (21) por ϕ^*, integrando-a entre os limites vertical e meridional. Após o uso das condições de contorno, obtemos

$$\int_0^H\int_0^L \left[\left|\frac{\partial\phi}{\partial y}\right|^2 + \frac{f_0^2}{N^2}\left|\frac{\partial\phi}{\partial z}\right|^2 + k^2|\phi| \right] dy\, dz$$

$$= \int_0^H\int_0^L \frac{1}{\bar{u}-c}\frac{\partial\bar{q}}{\partial y}|\phi|^2\, dy\, dz + \int_0^L \left[\frac{f_0^2}{N^2}\frac{1}{\bar{u}-c}\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}|\phi|^2\right]_0^H dy$$

cuja parte imaginária é:

$$c_i\left\{\int_0^H\int_0^L \frac{|\phi|^2}{|\bar{u}-c|^2}\frac{\partial\bar{q}}{\partial y}\, dy\, dz + \int_0^L \left[\frac{f_0^2}{N^2}\frac{|\phi|^2}{|\bar{u}-c|^2}\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}\right]_0^H dy\right\} = 0 \qquad (12)$$

Condições necessárias:

i) $\partial\bar{q}/\partial y$ troque sinal dentro do domínio

ii) o sinal $\frac{\partial\bar{q}}{\partial y}$ seja o oposto de $\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}$ em $z = H$ (superfície)

ii) o sinal $\frac{\partial\bar{q}}{\partial y}$ seja o mesmo de $\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}$ em $z = 0$ (fundo)

$$\frac{\partial\bar{q}}{\partial y} = \beta - \frac{\partial}{\partial z}\frac{f_0^2}{N^2}\frac{\partial\bar{u}}{\partial z} \qquad (13)$$

→ Fica evidente o efeito estabilizador do grad. de vort. planetária (no sentido que $\frac{\partial\bar{q}}{\partial y}$ se tornar mais positivo.

→ mencionar regiões tropicais X regiões de latitudes médias