A Aproximação Quase-Geostrófica num Oceano Homogêneo

5.1. O princípio da Aproximação QG

5.2. Interpretando o nº de Rossby

5.3. Aplicação da Aproximação QG num oceano Homogêneo

O Teorema de Ertel e a aproximação QG

5.5. Exemplo da Solução QG no estudo de
de mov oceânicos ⇒ Ondas de Rossby planetárias

5.1. O Princípio da Aproximação QG

• A aproximação geostrófica consiste numa fundamental simplificação das equações hidrodinâmicas para movimentos de meso e grande escala tanto no oceano qto na atmosfera

• Esta teoria se consiste no arcabouço onde a maioria dos modelos analíticos da Dinâmica de Fluidos Geofísicos está calcada

• Foi pré-elaborada por Rossby (1939) e desenvolvida por Charney (1947, 1948) e Eady (1949).

• O cerne desta aproximação, que na realidade consiste de um conjunto de três-quatro aproximações, estuda escoamentos que se apresentam bastante próximos do balanço geostrófico. Daí, o termo "quase-geostrofia"

• Segundo Flierl (1978) e Young (1986) podemos listar as três-quatro aproximações que conduzem ao sistema quase-geostrófico

1) a aproximação geostrófica cujo cerne em termos de hipótese de escalas é:

$$Ro_T, Ro \ll 1 \qquad Ro_T = (fT)^{-1}, \quad Ro = U/fL$$

que deve ser acompanhada da aproximação hidrostática,

$$\delta \ll 1 \qquad \delta = \frac{H}{L}$$

além das condições de $E_V, E_H \ll 1$. $\quad E_V = \dfrac{A_V}{fH^2}, \; E_H = \dfrac{A_H}{fL^2}$

2) a aproximação do plano β de latitudes médias

$$f = \underset{f_0}{f_0} + \underset{\beta L}{\beta y} \quad ; \quad f_0 = 2\Omega \sin\theta_0$$
$$\beta = \frac{2\Omega \cos\theta_0}{a}$$

que requer a hipótese de

$$\underbrace{\hat{\beta}}_{\text{nº planetário}} \ll 1 \quad , \quad \hat{\beta} = \frac{\beta L}{f_0} .$$ ⇒ explique significado

3) a aproximação das espessuras onde se consideramos:

$h \equiv$ espessura instantânea do fluido

$$h = \underbrace{H}_{\substack{\text{espessura} \\ \text{média ou} \\ \text{de repouso}}} + \underbrace{\Delta h}_{\text{anomalia}}$$

devemos restringir

$$Ro_S = \frac{\Delta h}{H} \ll 1$$ nº de Rossby do estiramento

Antes de Prosseguirmos definamos as escalas envolvidas nestas aproximações ...

	Meso - Escala	Grande - Escala
U	$10^{-1}\ ms^{-1}$	$10^{-2}\ ms^{-1}$
L	$10^{5}\ m$	$10^{6}\ m$
H	$10^{3}\ m$	$10^{3}\ m$

- Outros valores : $f_0 = 10^{-4} s^{-1}$ $\rho_0 = 10^{3}\ Kg\ m^{-3}$
  $\beta = 10^{-1}\ m^{-1} s^{-1}$
  $A_V = 10^{-2}\ m^2 s^{-1}$
  $A_H = 10^{3}\ m^2 s^{-1}$

  SLIDE : Escalas basicas de Meso - Escala

- Avaliemos o valor de Ro, Ro_T, δ, $\hat{\beta}$ em meso-escala

- $$Ro = \frac{U}{f_0 L} = 10^{-2}$$

- se usarmos $T = L U^{-1}$, $Ro_T = Ro = 10^{-2}$

- $$\delta = Ro = 10^{-2}$$

- $$\hat{\beta} = \frac{\beta L}{f_0} = 10^{-11} 10^{6} 10^{4} = 10^{-2} = Ro$$

- por analogia, imponhamos que $Ro_S = 10^{-2} \Rightarrow \boxed{\Delta h = 10\,m}$

- A aproximação QG pode então ser formalmente obtida expandindo as equações do movimento em Termos do nº de Rossby.
- Uma variável genérica φ pode ser expandida como

$$\varphi = \varphi_0' + Ro\, \varphi_1' + Ro^2 \varphi_2' + \dots \quad (1)$$

5.2. Interpretando o Nº de Rossby

- Consideremos a equação horizontal do movimento sob a aproximação de Boussinesq

$$\frac{D}{Dt}\vec{V}_H + f\vec{k}\times\vec{V}_H = -\frac{1}{\rho_0}\nabla p + A_H \nabla_H^2\vec{V} + A_V\frac{\partial^2}{\partial z^2}\vec{V} \qquad (2)$$

(1) (2)

onde $\vec{F}$ representa genericamente as forças de viscosidade.

- Como vimos em aulas anteriores, a razão entre

$$\frac{\text{Termo (1)}}{\text{Termo (2)}} = R_0 = \frac{U}{f_0 L}.$$

- Sob a condição de $R_0 \ll 1$, as acelerações locais e advectivas se tornam desprezíveis em relação à aceleração de Coriolis.

→ regime onde o efeito da rotação domina

$E_H, E_V < R_0 \;:\; E_H = 10^{-3},\; E_V = 10^{-4}$

- Já desconsiderando os termos de viscosidade, obtemos de (2) que

$$\left.\begin{aligned} -fv &= -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x} + O\left(\frac{U^2}{L}\right) \\ fu &= -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x} + O\left(\frac{U^2}{L}\right) \end{aligned}\right\}$$

ou

$$\left.\begin{aligned} v &= \frac{1}{\rho_0 f_0}\frac{\partial p}{\partial x} + O(R_0) \\ u &= -\frac{1}{\rho_0 f_0}\frac{\partial p}{\partial y} + O(R_0) \end{aligned}\right\} \text{relações geostróficas + correções}$$

→ o índice "zero" no parâmetro de Coriolis se deve à $\hat{\beta} \ll 1$.

• Claramente vemos que a velocidade geostrófica é o termo de mais baixa ordem da expansão da velocidade horizontal, ou seja, da Eq. (1) escrevemos:

$$u = u_g + u_a \qquad v = v_g + v_a \quad (4) \qquad \text{onde} \quad \frac{u_a, v_a}{u_g, v_g} = O(R_o)$$

• Dada à condição de $\hat{\beta} \ll 1$, o mov. geostrófico é não div em ordem mais baixa, o que nos leva a estabelecer que

$$\frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y} = 0 \qquad \left(\text{div. no plano } \beta \text{ é muito fraca.} \right)$$

$$\rightarrow \quad \frac{\partial u_a}{\partial x} + \frac{\partial v_a}{\partial y} + \frac{\partial w_a}{\partial z} = 0 \quad (5) \quad \rightarrow$$ w é ageostrófico, o mov. geostrófico é horizontal

IMPORTANTE $\rightarrow \quad w = O\left(R_o\, U \frac{H}{L}\right) = R_o^2 U$ no limite QG.

• Mas voltemos à interpretação do significado físico de R_o de outra forma...

• Relembremos o conceito de vorticidade,

$$\vec{\zeta} = \nabla \times \vec{V} \qquad (5)$$

$$= \underbrace{\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right)}_{\xi} \vec{i} + \underbrace{\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right)}_{\chi} \vec{j} + \underbrace{\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)}_{\zeta} \vec{k}$$

→ vorticidade é uma medida da velocidade angular do fluido

• Isto fica explícito se considerarmos um regime de fluido girando uniformemente com uma velocidade angular Ω_0, perpendicular ao plano horizontal

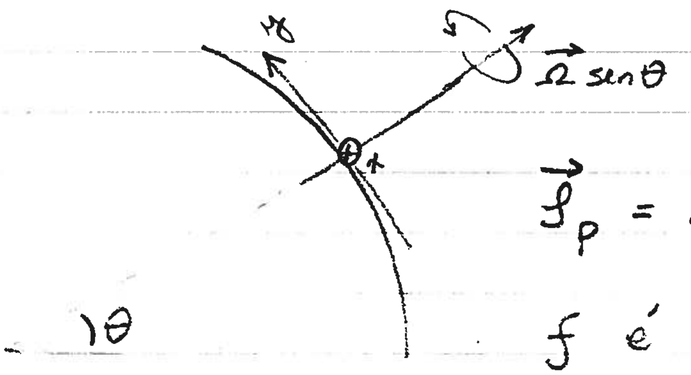
$$\vec{\Omega} = \vec{\Omega}_0 \, \vec{k} \, ,$$

que velocidade é descrita por $\vec{v} = \vec{\Omega}_0 \times \vec{r}$, onde $\vec{r}$ é o vetor posição

Usando (5), $\vec{\zeta} = \nabla \times (\vec{\Omega}_0 \times \vec{r}) = 2 \Omega_0 \vec{k}$

dobro da velocidade angular

• No caso do plano β,



$$\vec{\zeta}_p = 2 \Omega \, \mathrm{sen}\,\theta = f$$

f é vorticidade planetária

Logo,

$$\vec{\zeta}_a = \vec{\zeta} + f \, \vec{k}$$

é o vetor vorticidade absoluta.

• Aceitemos que em meso e grande escalas, a componente vertical do vetor vorticidade é a mais relevante, assim

$$\zeta_a = \zeta + f \, ,$$

$$\frac{\zeta}{f} = O\left(\frac{U L^{-1}}{f_0} \right) = R_0$$

• Ou seja, uma segunda interpretação para o nº de Rossby é que em meso e grande escalas, a vorticidade planetária média é muito mais importante que a relativa

$\boxed{\text{→ A vorticidade da coluna de fluido é essencialmente aquela imposta pela rotação do planeta.}}$

5.3. A Aproximação Quase-Geostrófica num Oceano Homogêneo

• Desenvolvamos a Teoria QG para um oceano barotrópico invíscido, onde introduzimos a aproximação hidrostática / geostrófica ($Ro, \delta \ll 1$)

• A pressão oceanográfica associada ao escoamento é dada por

$$p = \rho_0 g \eta. \qquad (6)$$

• A velocidade é dada então por (dimensionalmente)

$$u = u_g + u_a = -\frac{g}{f_0}\frac{\partial \eta}{\partial y} + u_a \qquad (7)$$

$$v = v_g + v_a = \frac{g}{f_0}\frac{\partial \eta}{\partial x} + v_a$$

onde $f \sim f_0$ sob a condição de que $\dfrac{g}{f_0(1+\underbrace{\frac{\beta y}{f_0}}_{\hat{\beta} \ll 1})} \sim \dfrac{g}{f_0}$.

• A aproximada não-divergência mov. geostrófico no plano β nos permite definir uma função de corrente geostrófica ψ

$$u_g = -\frac{\partial \psi}{\partial y} = -\frac{g}{f_0}\frac{\partial \eta}{\partial y}$$

$$v_g = \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{g}{f_0}\frac{\partial \eta}{\partial x} \qquad (8)$$

$$\frac{\beta L v}{f_0 R_0 V} = \frac{\hat{\beta}}{R_0} = O(1)$$

• Se (8) representa o balanço de ordem zero,

$$\frac{\partial u_g}{\partial t} + u_g\frac{\partial u_g}{\partial x} + v_g\frac{\partial u_g}{\partial y} - f_0\, v_a - \beta y\, v_g = 0 \qquad (9)$$

e

$$\frac{\partial v_g}{\partial t} + u_g\frac{\partial v_g}{\partial x} + v_g\frac{\partial v_g}{\partial y} + f_0\, u_a + \beta y\, u_g = 0$$

representam o balanço de primeira ordem.

(9) pode ser reescrita como

$$\frac{D_g}{Dt} u_g - f_0\, v_a - \beta y\, v_g = 0$$

$$\frac{D_g}{Dt} v_g + f_0\, u_a - \beta y\, u_g = 0 \qquad (10)$$

Tomando o rotacional de (10),

$$\frac{D_g}{Dt}\zeta_g + f_0\underbrace{\left(\frac{\partial u_a}{\partial x} + \frac{\partial v_a}{\partial y}\right)}_{\text{termo de estiramento}} + \beta\, v_g = 0 . \qquad (12)$$

• Consideremos a equação da continuidade e, por simplicidade, assumamos fundo plano ($h = H + \eta$):

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(hu) + \frac{\partial}{\partial y}(hv) = 0$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u_g \frac{\partial \eta}{\partial x} + v_g \frac{\partial \eta}{\partial y} + H\left(\frac{\partial u_a}{\partial x} + \frac{\partial v_a}{\partial y}\right) = 0 \quad (13)$$

onde consideramos $\underbrace{\frac{\eta}{H}}_{Ros} \ll 1$ pela aproximação das espessuras.

• Com (13) em (12)

$$\underbrace{\frac{D_g}{Dt} \zeta_g}_{\frac{V^2}{L^2}} - \underbrace{f_0 \frac{D_g}{Dt} \frac{\eta}{H}}_{f_0 \frac{V}{L} \frac{V}{f_0 L}} + \underbrace{\frac{D_g}{Dt} \beta y}_{\frac{V}{L} \beta L} = 0 \quad (14)$$

$\frac{V^2}{L^2} = 10^{-2} \, 10^{-10} = 10^{-12}$

$\beta V = 10^{-11} \, 10^{-1} = 10^{-12}$

Com (8), reescrevemos (14)

$$\frac{D_g}{Dt} \nabla^2 \psi - \frac{f_0^2}{gH} \frac{D_g}{Dt} \psi + \frac{D_g}{Dt} \beta y = 0 \quad (15)$$

(15) pode ser novamente escrita se definirmos

$$q = \nabla^2 \psi - \underbrace{\frac{1}{R_d^2} \psi}_{\substack{\text{vorticidade} \\ \text{de estiramento}}} + \beta y \quad \text{como a VPQG} \quad (16)$$

$$\frac{D_g q}{Dt} = \frac{\partial q}{\partial t} + J(\psi, q) = 0 \quad (17)$$

Eq. (17) revela a elegância do sistema QG:

→ através do conjunto das aproximações QG, há redução de um sistema hidrodinâmico com incógnitas u, v, w, η em termos de uma única quantidade: ψ.

→ isso pq pela relação (16), determina-se q a partir de ψ.

→ Mas as relações entre u, v, w, η são dadas por

$$u_g = -\frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v_g = \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad \eta = \frac{f_0}{g}\psi, \quad w = \frac{D_g}{Dt}\left(\frac{f_0}{g}\psi\right)$$

• A quantidade q é, no entanto, um traçador importante e usado amplamente em esquemas e modelos teóricos.

• Tanto assim que a relação (16) é conhecida pelos dinamicistas como relação de inversibilidade pois:

$$q = \Gamma(\psi)$$

e, por conseguinte, Γ → representa um operador diferencial

$$\psi = \Gamma^{-1}(q).$$

• Ou seja, se conhecido o campo q num dado estado de tempo, inverte-se (16) e se obtém ψ.

• Conhecido ψ, evolui-se q no tempo usando (17). Com este q num novo instante t, calcula-se ψ para o este novo t.

5.5. O Teorema de Ertel e a aproximação QG

- Anteriormente, aplicamos o conjunto das aproximações QG nas eqs. do movimento e da continuidade para chegarmos à eq. da VPQG.

- Pedlosky (1987) mostra que o mesmo é possível se partirmos do Teorema de Ertel sob o conjunto de aprox. QG.

- O Teorema de Ertel é $\frac{D}{Dt}\Pi = 0$ onde

$$\Pi = \frac{1}{\rho_0}(\vec{\zeta} + f\vec{k}) \cdot \nabla \lambda$$ onde λ é uma propriedade conservativa do fluido

- No caso do fluido homogêneo é usual utilizar a função status dada por

$$\lambda = \frac{z - b}{h}, \quad \text{onde} \quad h = H + \eta - b$$ variações Topográficas

- Na aproximação de fundo plano, $\Pi = \frac{1}{\rho_0}(\zeta + f)\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{z}{h}\right)$

$$\Pi = \frac{1}{\rho_0}\frac{(\zeta + f)}{h} \sim \frac{\zeta + f}{h}$$ (visto que ρ_0 é apenas uma constante)

$$\Pi = \frac{\zeta + f_0 + \beta y}{H + \eta} \quad [m^{-1}s^{-1}]$$

• Considerando a aproximação das espessuras $\frac{\eta}{H} \ll 1$,

$$\Pi = \frac{\zeta + f_0 + \beta y}{H\left(1 + \frac{\eta}{H}\right)}$$

• Utilizando-se de expansão em série do tipo:

$$(1+a)^{-1} = 1 - a + a^2 - a^3 + \dots \quad , \text{ onde } a \ll 1$$

• Assim, $$\Pi = \frac{\zeta + f_0 + \beta y}{H}\left(1 - \frac{\eta}{H}\right)$$

→ note que retivemos até o termo $O(Ro_s)$ na série acima.

$$\Pi = \frac{f_0}{H} + \frac{\zeta_g}{H} + \frac{\beta y}{H} - \frac{f_0}{H}\eta + O(Ro^2)$$

$$\Pi = \frac{f_0}{H} + \frac{\overbrace{\nabla^2\psi + \beta y - \frac{f_0^2}{gH}\psi}^{q}}{H}$$

de acordo com (16)

• O primeiro termo é a VP básica e que $\frac{(II)}{(I)} = O(Ro, \hat{\beta}, Ro_s)$.

• $\frac{q}{H}$ é o desvio relativamente à VP básica e que, como vimos anteriormente, permite avaliar a evolução do escoamento

• Aplicando a cons. de Π,

$$\frac{1}{H}\cancelto{0}{\frac{D_g}{Dt}} f_0 + \frac{1}{H}\frac{D_g}{Dt}q = 0 \Leftrightarrow \frac{D_g}{Dt}q = 0$$

$f_0 = \text{const}$

- No caso de escoamento estacionário,

$$J(\psi, q) = 0 \Rightarrow q \, // \, \psi$$

ou seja, isolinhas de q são coincidentes com as de ψ.

- As isolinhas de q, neste caso, são usualmente denominadas de contornos geostróficos.

RESUMO - Tema 5 - A Aproximação Quase-Geostrófica

→ conjunto de 3-4 aproximações [Flierl (1978) e Young (1986)]

a) a aproximação geostrófica $Ro, Ro_T \ll 1$
+ " hidrostática $\delta \ll 1$
além de $E_H, E_V \ll 1$

b) a aproximação do plano β de latitudes médias $\hat{\beta} \ll 1$

c) a aproximação das espessuras

$h \equiv$ espessura instântanea do fluido

$$h = H + \Delta h$$

logo, $Ro_s = \dfrac{\Delta h}{H}$, nº de Rossby de estiramento

→ Forneça escalas para U, L, H em meso e grande escalas

→ avalie $Ro, Ro_T, \delta, \hat{\beta}, Ro_s$ → estime $\Delta h \sim 10\,m$

→ Formalmente, consiste na expansão das variáveis em termos de Ro.

$$\varphi = \varphi_0 + Ro\,\varphi_1 + Ro^2\varphi_2 + \ldots$$, φ é uma variável genérica adimensionalizada

→ conduziremos aqui a derivação "heurística" de Young (1986) sem formalmente realizar as expansões

Interpretando o Nº de Rossby

- Eq. horizontal do mov. sob Boussinesq:

$$\underbrace{\frac{D}{Dt}\vec{v}_H}_{(I)} + \underbrace{f\vec{k}\times\vec{v}_H}_{(II)} = -\frac{1}{\rho_0}\nabla p + \vec{\mathcal{F}}$$

$$Ro \equiv \frac{\text{termo (I)}}{\text{termo (II)}}$$

$T = LU^{-1}$
$Ro_T \sim Ro$

- Se $Ro \ll 1$, (1) em suas componentes se tornam

$$v = \frac{1}{\rho_0 f_0}\frac{\partial p}{\partial x} + O(Ro)$$

$$u = \underbrace{-\frac{1}{\rho_0 f_0}\frac{\partial p}{\partial y}}_{\text{geostrófico}} + \underbrace{O(Ro)}_{\text{correções}}$$

→ condição $\hat{\beta} \ll 1$ foi utilizada

(2)

- Essas correções são ageostróficas. Se retornamos a expansão em termos de Ro,

$$u = u_g + u_a$$
$$v = v_g + v_a$$
$$\rightarrow \frac{u_a, v_a}{u_g, v_g} = O(Ro)$$

- Pela equação da continuidade:

em + baixa ordem: $\dfrac{\partial u_g}{\partial x} + \dfrac{\partial v_g}{\partial y} = 0$

em $O(Ro)$: $\dfrac{\partial u_a}{\partial x} + \dfrac{\partial v_a}{\partial y} + \dfrac{\partial w}{\partial z} = 0$

→ ~~note que por $\delta \ll 1$,~~ $\boxed{w = O\left(Ro\, U \frac{H}{L}\right) \sim Ro^2 U}$

Vorticidade Relativa e Planetária

vorticidade → medida da velocidade angular do fluido

$$\vec{\zeta} = \nabla \times \vec{v} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)\vec{k}$$

→ num fluido em rotação de corpo sólido em rotação com velocidade angular Ω_0 ⊥ ao plano horizontal

$$\vec{\Omega} = \Omega_0 \vec{k} \rightarrow \vec{v} = \Omega_0 \vec{k} \times \vec{r}, \text{ onde } \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\vec{\zeta} = \nabla \times (\Omega_0 \vec{k} \times \vec{r}) = 2\Omega_0 \vec{k}$$

→ no plano β, a velocidade angular é $\Omega \operatorname{sen}\theta$ e $f = 2\Omega \operatorname{sen}\theta$, a vorticidade planetária

Vorticidade absoluta : $\vec{\zeta}_a = \vec{\zeta} + f\vec{k}$

Aceitemos que a componente vertical é mais relevante dinamicamente que as horizontais, no temos que

$$\frac{\zeta}{f} = O\left(\frac{UL^{-1}}{f_0}\right) = Ro\,!$$

A Aproximação QG num Oceano Homogêneo

- consideremos oceano não-viscoso

- a pressão associada ao escoamento : $p = \rho_0 g \eta$

Por (2) : $u = u_g + u_a = -\dfrac{g}{f_0}\dfrac{\partial \eta}{\partial x} + u_a$

idem p/ $v = v_g + v_a$

→ a aproximada ñ divergência no plano β do mov. geostrófico,

$$\psi = \frac{g}{f_0}\eta . \qquad (3)$$

→ Logo, $u_g = -\dfrac{\partial \psi}{\partial y}$, $v_g = \dfrac{\partial \psi}{\partial x}$ (4)

(4) representa o balanço de mais baixa ordem (zero) da eq. do mov. (1)

• Logo:

$$\frac{\partial u_g}{\partial t} + u_g\frac{\partial u_g}{\partial x} + v_g\frac{\partial u_g}{\partial y} - f_0 v_a - \beta y v_g = 0 \qquad (5)$$

idem p/ v_g

representam a eq. do mov. em $O(Ro)$

→ Reescrevemos (5) como:

$$\frac{D_g}{Dt}u_g - f_0 v_a - \beta y v_g = 0$$
$$\frac{D_g}{Dt}v_g + f_0 u_a + \beta y u_g = 0 \qquad (6)$$

Tomando o rotacional k (6):

$$\frac{D_g}{Dt}\zeta_g + f_0\left(\frac{\partial u_a}{\partial x} + \frac{\partial v_a}{\partial y}\right) + \beta v_g = 0 \qquad (7)$$

OCEANO HOMOGÊNEO - Teorema de Ertel

$$\Pi = \frac{1}{\rho_0}(\vec{\zeta} + f\vec{k}) \cdot \nabla \lambda$$

$$\lambda = \frac{z - b}{h} \quad , \quad h = H + \eta - b$$ - espessura instantânea do fluido

$$\Pi = \frac{1}{\rho_0} \frac{\zeta + f}{h} \sim \boxed{\Pi = \frac{\zeta + f}{h}}$$

• A equação da continuidade p/ um oceano de fundo plano ($h = H + \eta$)

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(hu) + \frac{\partial}{\partial y}(hv) = 0 \qquad (8)$$

$$R_{o_S} = \frac{\eta}{H} \ll 1$$

usando as condições $R_o, R_{o_S} \ll 1$,

$$\frac{D_g}{Dt}\eta + H\left(\frac{\partial u_a}{\partial x} + \frac{\partial v_a}{\partial y}\right) = 0 \qquad (9)$$

Combinando (8) e (9),

$$\frac{D_g}{Dt}\zeta_g - \frac{D_g}{Dt}\left(\frac{f_o}{H}\eta\right) + \frac{D_g}{Dt}(\beta y) = 0 \qquad (10)$$

Usando (3) :

$$\frac{D_g}{Dt} q = \frac{\partial q}{\partial t} + J(\psi, q) = 0 \qquad (11)$$

onde $q = \nabla^2\psi - \frac{1}{R_{de}^2}\psi + \beta y$ (12) , $R_{de} = \frac{\sqrt{gH}}{|f_o|}$

→ q tem dimensão de vorticidade $[s^{-1}]$

→ Pelo teorema de Ertel, $\Pi = \frac{\zeta + f}{h}$ $[m^{-1}s^{-1}]$

→ Notemos que

$$\Pi = \underbrace{\frac{f_o}{H}}_{\substack{\text{VP básica} \\ = \text{const}}} + \frac{q}{H} + O\left(\frac{R_o^2}{H}\right).$$

→ Definir contornos geostróficos na condição de estacionaridade: $J(\psi, q) = 0$

OCEANO ESTRATIFICADO

USE A APROXIMAÇÃO QG

PARTINDO DO TEOREMA DE

ERTEL:

$$\Pi = \frac{1}{\rho_0}(\vec{\zeta} + f\vec{k}) \cdot \nabla \rho \quad \text{sob Bousinesq.}$$

onde $\rho \equiv$ densidade potencial

$= \bar{\rho}(z) + \rho'(x,y,z,t)$, $\frac{\rho'}{\bar{\rho}} = o(Ro)$

$\vec{\zeta} \equiv$ vetor vorticidade

$= \xi \vec{i} + \chi \vec{j} + \zeta \vec{k}$