10. 형식언어

충북대학교

이 재 성

LaKE LAB
Language Knowledge Engineering

학습내용

- 형식 언어 정의 방법
- 형식 문법 정의 방법
- 언어 및 문법 계층 구조

알파벳과 스트링

알파벳과 스트링

- 잘 정의된 언어는 문장으로 구성됨
- 알파벳은 문장을 이루는 기본적인 심볼

꼭 기억해야 할 세 가지 개념

1. 언어의 정의
2. 문법의 정의 및 개념
3. 인식기의 의미

(1) 알파벳(alphabet)

– 심벌들의 유한 집합

– ex) T_1 = {ㄱ,ㄴ,ㄷ,...,ㅎ,ㅏ,ㅑ, … ,ㅡ,ㅣ}

T_2 = {A,B,C, … ,Z}

T_3 = {begin, integer, … ,end}

(2) 스트링(string) (또는 문장, 단어)

– 알파벳 T에 속하는 하나 이상의 심벌들의 나열

(3) 길이(length)

– 스트링을 이루는 심벌들의 개수

– **|ω| 로 표시**

(4) empty 스트링(empty string)

- 스트링의 길이가 0인 것
- ε(epsilon) 또는 λ(lambda)로 표시

(5) T^* 알파벳 T에 대하여 empty 스트링을 포함한 모든 스트링의 집합

$$T^+ = T^* - \{\varepsilon\}$$

T^* : T star

T^+ : T dagger

(6) 접속(concatenation)

- 스트링을 연속으로 연결한 것
- $u = a_1a_2a_3...a_n$, $v = b_1b_2b_3...b_m$, $u \bullet v = a_1a_2a_3...a_nb_1b_2b_3...b_m$
- $u \bullet v$를 보통 uv로 표기.
- $u\varepsilon = u = \varepsilon u$
- $\forall u,v \in T^*, uv \in T^*$.
- $|uv| = |u| + |v|$

(7) a^n

- n개의 a를 나타낸다.
- $a^0 = \varepsilon$

(8) 문자ω의 반전은 문자ω에 반전 표시를 $(\omega^R)^R=\omega$ 로 표시한다.
i.e., if $\omega = a_1a_2...a_n$ then $\omega^R = a_na_{n-1}...a_1$.

언어

- 잘 정의된 언어는 문장으로 구성됨
- 알파벳은 문장을 이루는 기본적인 심볼
- 알파벳 T는 항상 유한 집합, 반면에 T^*는 항상 무한집합

언어(Language): 알파벳 T에 대하여 언어 L 은 T^*의 부분집합

$$L \subseteq T^*$$

- 언어는 T^*에 속하는 스트링 중 특정 형태만 모은 것
- 유한 언어: 스트링 수가 유한개일 때
- 무한언어: 스트링 수가 무한개일 때

언어 연산

(1) 언어 곱(product)

$LL' = \{xy \mid x \in L \text{ 그리고 } y \in L'\}$

(2) 언어 L의 거듭제곱(powers)은 순환적(recursive)으로 정의된다.

$L^0 = \{\varepsilon\}$

$L^n = LL^{n-1}$ for $n \geq 1$.

(3) L^* : 재귀 전이 클로저(reflexive transitive closure)

$= L^0 \cup L^1 \cup L^2 \cup \ldots \cup L^n \cup \ldots = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$

(4) L^+ : 전이 클로저(transitive closure)

$= L^1 \cup L^2 \cup \ldots \cup L^n \cup \ldots$

$= L^* - L^0$

언어 표현의 문제점

(1) 어떻게 언어를 표현할 것인가?

유한 언어는 쉽게 표현할 수 있다.

무한 언어는 유한 표현법이 필요하다.

* **무한 언어의 유한 표현**

1. 집합 표현으로 조건제시법
2. 언어 생성 시스템인 문법 : Scheme의 생성
3. 언어의 인식기 : Scheme의 인식

(2) 모든 언어는 유한한 표현을 가지고 있나?

- 항상 모든 언어에 대하여 유한 표현이 존재하는 것은 아니다.

문법

문법

- 무한 언어의 유한 표현 방법

문법 요소

- 단말기호(terminal) : 정의된 언어의 알파벳
- 비단말기호(nonterminal) :
  - 문법에서 스트링을 생성하는데 사용되는 중간 과정의 기호
  - 언어의 구조를 정의하는데 사용
- 문법 기호:
  - 단말기호와 비단말기호를 합한 것으로 보통 V(vocabulary)로 표시
- 생성규칙:
  - $\alpha \rightarrow \beta$
  - α 를 β 구조로 정의한다는 뜻으로 유도과정에서 α 가 β 로 대체됨

$G = (V_N, V_T, P, S)$

- V_N : 비단말(nonterminal) 기호들의 유한 집합
- V_T : 단말(terminal) 기호들의 유한 집합
  - $V_N \cap V_T = \varnothing$, $V_N \cup V_T = V$
- P : 생성 규칙들의 유한 집합
  - $\alpha \rightarrow \beta$, $\alpha \in V^+$, $\beta \in V^*$
  - α 는lhs, β는 rhs
- S : 시작 심벌(문장 심벌)

■ [예] G = ({S, A}, {a, b}, P, S)

P : S → aAS S → a

A → SbA A → ba A → SS

⇒ S → aAS | a

A → SbA | ba | SS

유도(derivation)

1. $\Rightarrow$: "직접 생성"또는"직접 유도"

   if $\alpha \rightarrow \beta \in P$ and $\gamma, \delta \in V^*$ then

   $\gamma \alpha \delta \Rightarrow \gamma \beta \delta$

2. $\overset{*}{\Rightarrow}$: $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n \in V^*$ 와 $\alpha_1 \Rightarrow \alpha_2 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \alpha_n$, 라고 가정하면

   $\alpha_1 \overset{*}{\Rightarrow} \alpha_n$

   (0 번 이상의 유도)

3. $\overset{+}{\Rightarrow}$: 한 번 이상의 유도

참고) $\rightarrow$: 생성 규칙에서 사용.
"대치할 수 있음"
$\Rightarrow$: 유도 과정에서 사용한다.

L(G) : 문법G에 의해 생성되는 언어

$$L(G) = \{\omega \mid S \overset{*}{\Rightarrow} \omega, \omega \in V_T^*\}$$

☞ ω 는 G의 문장 형태 S 일 때 $\overset{*}{\Rightarrow}$ ω 와 $\omega \in V^*$.

ω 는 G의 문장 S 일 때 $\overset{*}{\Rightarrow}$ ω 와 $\omega \in V_T^*$.

P : S → aA | bB | ε
A → bS
B → aS

S $\overset{*}{\Rightarrow}$ *abba* 유도 과정

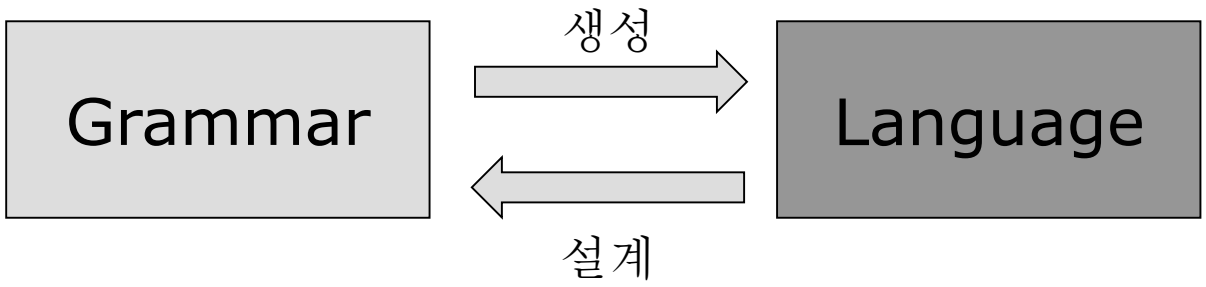
S ⇒ aA (생성규칙 S → aA)
⇒ abS (생성규칙 A → bS)
⇒ abbB (생성규칙 S → bB)
⇒ abbaS (생성규칙 B → aS)
⇒ abba (생성규칙 S → ε)

- $G_1 = (\{S\}, \{a\}, P, S)$ 을 이용하여 $L(G_1)$

  P : $S \rightarrow a \mid aS$

  $L(G_1) = \{ a^n \mid n \geq 1 \}$

- 언어 설계



G= ({A, B, C}, {a, b, c}, P, A)

P : $A \rightarrow abc$ $A \rightarrow aBbc$

$Bb \rightarrow bB$ $Bc \rightarrow Cbcc$

$bC \rightarrow Cb$ $aC \rightarrow aaB$

$aC \rightarrow aa$

$L(G) = \{ a^n b^n c^n \mid n \geq 1 \}$

다양한 문법 예:

ex1) $S \rightarrow 0S1 \mid 01$

ex2) $S \rightarrow aSb \mid c$

ex3) $A \rightarrow aB$
$B \rightarrow bB \mid b$

ex4) $A \rightarrow abc$
$Bb \rightarrow bB$
$bC \rightarrow Cb$
$aC \rightarrow aa$

$A \rightarrow aBbc$
$Bc \rightarrow Cbcc$
$aC \rightarrow aaB$

문법 설계

- L = { a^n | n ≥ 0 } 일 때 문법 :

  A → aA | ε

- L = { a^n | n ≥ 1 } 일 때 문법 :

  A → aA | a

- **임베디드** 생성

  A → aAb | ab

ex1) L_1 = { $a^n b^n$ | n ≥ 0 }

ex2) L_2 = { $0^i 1^j$ | i ≠ j, i, j ≥ 1 }

촘스키 계층 (Chomsky Hierarchy)

- 노암 촘스키(Noam Chomsky)
- 생성 형식에 따라

$$\alpha \rightarrow \beta \in P$$

- Type 0 : 제한 없음(unrestricted grammar, UG) (제한되지 않은 문법)
- Type 1 : 문맥 의존 문법(context-sensitive grammar, **CSG**).

  $\alpha \rightarrow \beta, \quad |\alpha| \leq |\beta|$
- Type 2 : 문맥 자유 문법(context-free grammar, **CFG**).

  $A \rightarrow \alpha$, 여기서 A : nonterminal, $\alpha \in V^*$.
- Type 3 : 정규 문법(regular grammar, **RG**).

  $A \rightarrow tB$ or $A \rightarrow t$, (우선형, right-linear)

  $A \rightarrow Bt$ or $A \rightarrow t$, (좌선형, left-linear)

  여기서, **A, B :** nonterminal, $t \in V_T^*$.

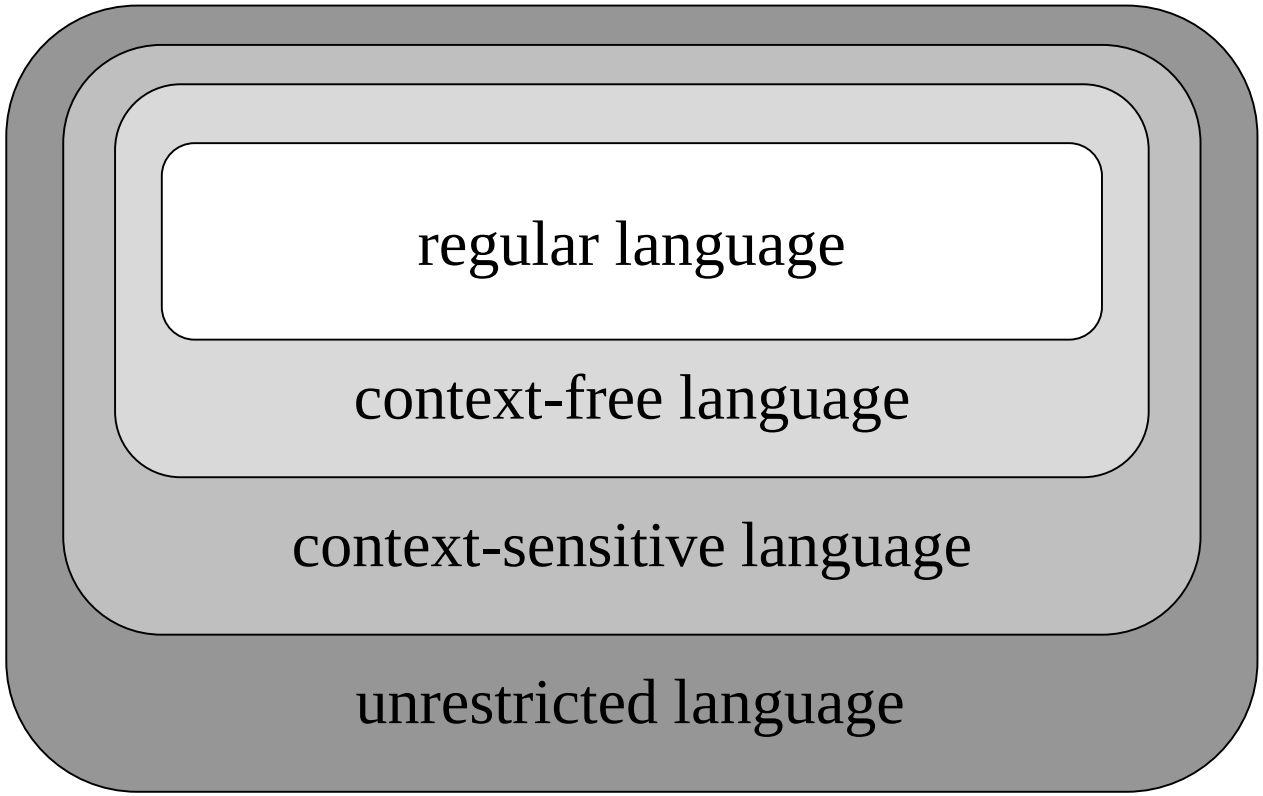
형식 언어

- REL (Recursively Enumerable Language)
- CSL(Context Sensitive Language)
- CFL (Context Free Language)
- RL(Regular Language)

형식 언어의 예

- 단순 매칭 언어 : $L_m = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ CFL
- 중복 매칭 언어 : $L_{dm} = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$ CSL
- 좌우 대칭 언어 : $L_{mi} = \{\omega\omega^R \mid \omega \in V_T^*\}$ CFL
- 회문 언어 : $L_r = \{\omega \mid \omega = \omega^R\}$ CFL
- 괄호 언어 : $L_p = \{\omega \mid \omega$: balanced parenthesis$\}$ CFL

촘스키의 언어 계층


regular language
context-free language
context-sensitive language
unrestricted language

언어 & 인식기

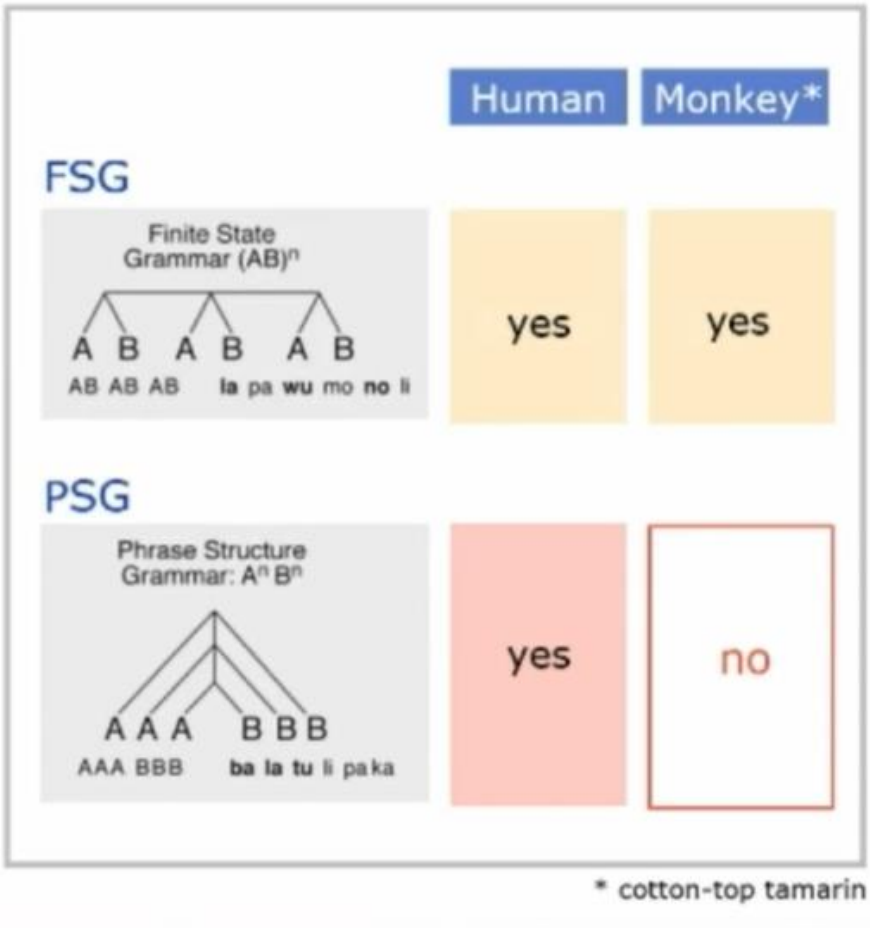
Grammar	Language	Recognizer
type 0 (unrestricted)	recursively enumerable set	Turing machine
type 1 (context-sensitive)	context-sensitive language	linear bounded automata
type 2 (context-free)	context-free language	pushdown automata
type 3 (regular)	regular language	finite automata

인간과 원숭이의 언어 인식 능력 차이

- 사람 언어 인식
  - PSG – type 2 language
  - FSG – type 3 language
- 원숭이의 언어 인식
  - FSG – type 3 language

- FSG: finite state grammar
- PSG: phrase structure grammar

- Ref: Fitch and Hauser, Computational Constraints on Syntactic Processing in a Nonhuman Primate, Science Jan. 2004.



참고 문헌

- Alfred V. Aho, Ravi Sethi, Jeffrey D. Ullman, “Compilers – Principles, Techniques, and Tools,” Bell Telephone Laboratories, Incorporated, 1986.
- 오세만, “컴파일러 입문”, 정익사, 2004.