

# 인강학습 수학 HW #2

수학1 미적분학  
2021.04.10. 17  
제2주

## Problem 1.

$$\text{함수 } f(x) = \frac{x^2-1}{x-1} \text{ 이 대체로}$$

- $x \rightarrow 1$  일 때의 극한값을 구하시오.

$$f(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = x+1 \quad (x \neq 1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 1+1 = 2$$

- 함수가  $x=1$  일 때 연속인지 여부를 판별하고, 그 이유를 서술하시오.

연속이려면  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$  이어야 하는데  $f(1) = 1$  정의되어 있는지.

$$\therefore f(1) = \frac{(1^2-1)}{(1-1)} = \frac{0}{0} \Rightarrow \text{정의되지 않음.}$$

∴, 함수는  $x=1$  일 때 불연속이다.

## Problem 2.

$$\text{함수 } f(x) = x^2 - 4x + 3 \text{ 이 대체로 다음을 수행하시오.}$$

- 구간  $[1, 3]$  일 때 평균 변화율을 구하시오.  $* f(x) = (x-3)(x-1)$

$$\text{평균변화율}_{[1,3]} = \frac{f(3) - f(1)}{3-1} = \frac{0-0}{2} = 0$$

- 평균값 정리가 의해 존재하는  $C \in (1, 3)$ 의 값을 구하시오.

$$\hookrightarrow f'(C) = \text{평균변화율}_{[1,3]} = 0$$

$$f'(x) = 2x - 4 \quad f'(C) = 2C - 4 = 0 \quad \therefore C = 2.$$

- Rolle 정리 적용 여부 및  $C$ 값을 구하시오.

$\hookrightarrow$  (  $f$ 는  $[1, 3]$ 에서 연속이고  $(1, 3)$ 에서 미분 가능. ( $\because$  이차방수 대상) )

$$f(1) = f(3) = 0$$

$\hookrightarrow \therefore$  Rolle 정리가 적용 가능하며,  $f'(C) = 2C - 4 \quad \therefore C = 2.$

Problem 3.

- 다음 행렬  $A$ 에 벡터  $\vec{x}$ 에 대해 선형변환  $T(\vec{x}) = A\vec{x}$ 의 결과를 계산하시오.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$A\vec{x} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 \\ 0 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\therefore T(\vec{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Problem 4.

- 다음 벡터가 주어졌을 때, 벡터  $\vec{a}$ 를 벡터  $\vec{b}$ 에 대해 정사영한 결과를 구하시오.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Proj}_{\vec{b}} \vec{a} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{b}\|^2} \vec{b} \quad \left. \begin{array}{l} \vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 = 4 \\ \|\vec{b}\|^2 = 1^2 + 2^2 = 5 \end{array} \right)$$

$$= \frac{4}{5} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{5} \\ \frac{8}{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 1.6 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \text{Proj}_{\vec{b}} \vec{a} = \begin{bmatrix} \frac{4}{5} \\ \frac{8}{5} \end{bmatrix} \text{ or } \begin{bmatrix} 0.8 \\ 1.6 \end{bmatrix}$$

Problem 5.

- 다음 세 벡터가 주어졌을 때, 이들이 선형독립이거나 종속인가 판단하고, 이유를 서술하시오.

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{bmatrix}$$

이 세 벡터로  $A$  행렬을 만드는.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det(A) &= 1 \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} \\ &= (36 - 36) - 2(18 - 18) + 3(12 - 12) \end{aligned}$$

$$\therefore \det(A) = 0 \text{ 이므로}$$

$$= 0 - 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0$$

세 벡터는 선형 종속이다.

$$= 0.$$