Bayesi ja sagedusliku statistika vrdlus

Kaks statistikat: ajaloost ja tõenäosusest

Bayesiaanlik ja sageduslik statistika leiutati üksteise järel Pierre-Simon Laplace poolt, kes arendas välja kõigepealt bayesiaanliku statistika alused ning seejärel sagedusliku statistika omad (ca. 1800 - 1812). Sagedusliku statistika tekkimise ja õitsengu, mis kulmineerus 20. sajandil, põhjusteks olid arvutuslik lihtsus ning tõenäosuse sagedusliku tõlgenduse sobivus 20 saj esimeses pooles käibinud teadusfilosoofiatega - eeskätt loogilise postivismiga. 1930-1980-ndatel valitses akadeemiliste statistikute seas seisukoht, et Bayesi statistika on surnud ja maha maetud, ning selle arendamisega tegelesid vaid üksikud inimesed, kes sageli olid füüsikaliste teaduste taustaga (Jeffreys, Jaynes). Alates 1960-e keskpaigast arendati bayesiaanlust USA sõjaväe egiidi all, kuna seal oli piisav juurdepääs arvutivõimsusele, kuid seda tehti paljuski salastatult. Bayesi meetoditega ei olnud võimalik korralikult tsiviilteadust teha enne 1990-ndaid aastaid, mil personaalarvutite levik algatas buumi nende meetodite arendamises. Praegu on maailmas bayesiaanlikku ja sageduslikku statistikat umbes pooleks (vähemalt uute meetodite arendustöö poole pealt). Eestis bayesiaanlik statistika 2017 aasta seisuga peaaegu, et puudub.

1930ndatel kodifitseeris Andrei Kolmogorov tõenäosusteooria aksioomid (3 aksioomi), mis ütlevad lühidalt, et tõenäosused jäävad 0 ja 1 vahele ning, et üksteist välistavate ja hüpoteesiruumi ammendavate hüpoteeside tõenäosused summeeruvad ühele. Selgus, et Bayesi teoreem on lihtsa aritmeetika abil tuletatav Kolmogorovi aksioomidest. Tagantjärele saame öelda, et bayesiaanlik statistika on mitte ainult tõenäosusteooriaga kooskõlas vaid ka, et Bayesi teoreem on parim võimalik viis sellist kooskõla saavutada (see on 1950ndate tarkus - Coxi teoreem). On ka teada, et kui tõenäosused on fikseeritud nulli ja ühega, siis taandub Bayesi teoreem klassikalisele lausearvutuslikule loogikale. See tähendab, et klassikaline loogika on bayesiaanluse erijuht. Seevastu sageduslik statistika püüab saavutada mõistlikke lahendusi arvutuslikult lihtsamate meetoditega, mille hinnaks on formaalse kooskõla puudumine tõenäosusteooriaga. Seega kujutab sageduslik statistika endast kogumit *ad hoc* meetodeid, mis ei tähenda muidugi, et sellest kasu ei võiks olla. Küll aga tähendab see, et kuigi sageduslike mudeleid on lihtsam arvutada, on neid raskem ehitada ja mõista ning, et sageduslike testide, milliseid on viimase saja aasta jooksul loodud 10 000 ringis, tulemusi on raskem tõlgendada.

Kahe statistika põhiline erinevus ei tulene matemaatikast vaid tõenäosuse tõlgendusest.

Bayesi tõlgenduses on tõenäosus teadlase usu määr mingi hüpoteesi kehtimisse. Hüpotees võib näiteks olla, et järgmise juulikuu sademete hulk Vilsandil jääb vahemikku 22 kuni 34 mm. Kui Bayesi arvutus annab selle hüpoteesi tõenäosuseks 0.57, siis oleme me selle teadmise najal nõus maksma mitte rohkem kui 57 senti kihlveo eest, mille alusel makstakse juhul, kui see hüpotees tõeseks osutub, välja 1 EUR (ja me saame vähemalt 43 senti kasumit).

Sageduslikud teoreetikud usuvad, et selline tõenäosuse tõlgendus on ebateaduslik, kuna see on "subjektiivne". Nimelt on võimalik, et n teadlast arvutavad korrektselt samade andmete põhjal n erinevat tõenäosust ja usuvad seega samade tõendite põhjal erinevaid asju. Kui nad lähtuvad väga erinevatest taustauskumustest oma hüpoteeside kehtimise kohta, võivad nad lõpuks uskuda väga erinevaid asju. Seega, kui te usute, et teie taustateadmised ei tohi mõjutada järeldusi, mis te oma andmete põhjal teete, siis te ei ole bayesiaan. Siinkohal pakub alternatiivi tõenäosuse sageduslik tõlgendus. Sageduslik tõenäosus on defineeritud kui teatud tüüpi andmete esinemise pikaajaline suhteline sagedus. Näiteks, kui me viskame münti palju kordi, siis peaks kullide (või kirjade) suhteline sagedus meile andma selle mündi tõenäosuse langeda kiri üleval. Selline tõenäosus on omistatav ainult sellistele sündmustele, mille esinemisel on sagedus. Kuna teaduslik teooria ei ole selline sündmus, ei ole sageduslikus statistikas võimalik rääkida ka hüpoteesi kehtimise tõenäosusest. Sageduslik lahendus on selle asemel, et rääkida meie hüpoteesi tõenäosusest meie andmete korral, rääkida andmete, mis sarnanevad meie andmetega, esinemise tõenäosusest null-hüpoteesi (mis ei ole meie hüpotees) kehtimise korral. Seega omistatakse sagedus ehk tõenäosus andmetele, mitte hüpoteesile.

Poleemika: kumbki tõenäosus pole päris see, mida üldiselt arvatakse

Bayesi tõenäosus ei anna tegelikult seda tõenäosusnumbrit, mida me reaalselt peaksime kihlveokontoris kasutama. Ta annab numbri, millest me lähtuksime juhul, kui me usuksime, et selle numbri arvutamisel kasutatud statistilised mudelid kirjeldavad täpselt maailma. Paraku, kuna mudeldamine on oma olemuselt kompromiss mudeli lihtsuse ja ennustusvõime vahel, ei ole meil põhjust sellist asja uskuda. Seega ei peaks me bayesi tõenäosusi otse maailma üle kandma, vähemalt mitte automaatselt. Bayes ei ütle meile, mida me reaalselt usume. Ta ei ütle, mida me peaksime uskuma. Ta ütleb, mida me peaksime uskuma tingimuslikult.

Sageduslik tõenäosus on hoopis teine asi. Seda on võimalik vaadelda kahel viisil:

1. imaginaarsete andmete esinemissagedus nullhüpoteesi all;
2. reaalsete sündmuste esinemise sagedus.

Teise vaate kohaselt on sageduslik tõenäosus päriselt olemas. See on samasugune füüsikaline nähtus nagu näiteks auto kiirus, mõõdetuna liiklusmiilitsa poolt.

> Kui kaks miilitsat mõõdavad sama auto kiirust ja 1. saab tulemuseks 81 km/h ning 2. saab 83 km/h, siis meie parim ennustus auto kiiruse kohta on 82 km/h. Kui aga 1. mõõtmistulemus on 80 km/h ja teine 120 km/h, siis meie parim hinnang ei ole 100 km/h. Enne sellise hinnangu andmist peame tegema lisatööd ja otsustama, kumb miilits oma mõõtmise kihva keeras. Ja me ei otsusta seda mitte oodatavast trahvist lähtuvalt, vaid neutraalseid objektiivseid asjaolusid vaagides. Seda sellepärast, et autol on päriselt kiirus olemas ja meil on hea põhjus, miks me tahame seda piisava täpsusega teada. Sagedusliku statistiku mõõteriist on statistiline mudel ja mõõtmistulemus on tõenäosus, mis jääb 0 ja 1 vahele.

Õpikunäidetes on sündmusteks, mille esinemise sagedust tõenäosuse abil mõõdetakse, enamasti täringuvisked, ehk katsesüsteemi reaalne füüsikaline funktsioneerimine. Pane tähele, et need on inimtekkelised sündmused (loodus ei viska täringuid). Teaduses on sündmused, millele tõenäosusi omistatakse, samuti inimtekkelised: selleks sündmuseks on teadlase otsus H0 ümberlükkamise kohta, mille tegemisel ta lähtub p (või q) väärtusest ja usaldusnivoost. Siin vastab auto kiirusele tüüp 1 vigade tegemise sagedus. See sagedus on inimtekkeline, aga sellest hoolimata päriselt olemas ja objektiivselt mõõdetav. Kui 2 teadlast mõõdavad seda paraleelselt ja saavad piisavalt erineva tulemuse (näiteks väga erineva FDR-i), võib olla kindel, et vähemalt üks neist eksib, ning peaks olema võimalik ausalt otsustada, kumb.

Sageduslikku tõenäosust on võimalik mõõta siis, kui sündmused, mille sagedust mõõdetakse (ümber lükatud null-hüpoteesid) on üksteisest sõltumatud. Tavapärane sageduslik statistika annab mitte lihtsalt valesid, vaid absurdselt valesid mõõtmistulemusi alati, kui mõõdetavad sündmused sõltuvad tugevalt üksteisest (teades ühe sündmuse esinemise fakti, saab suure tõenäosusega ennustada teise esinemist). Näiteks, me mõõdame mass spektroskoopiaga 2000 valgu tasemed katse-kontroll süsteemis ja lükkame neist kahest tuhandest 30 H0-i ümber, kui statistiliselt olulised. Me teeme seda lähtuvalt FDR (false discovery rate) kriteeriumist, mis tähendab, et me oleme mõõtnud sagedust, millega meie poolt ümber lükatud H0-d on tegelikult tõesed. Nüüd me avastame, et pooled ümber lükatud H0-d tähistavad valke, mis kõik kuuluvad samasse reguloni. Sellest teeme igati mõistliku järelduse, et meie katsetingimusel on see regulon inaktiveeritud. Paraku, see tähendab ühtlasi, et meie FDR on valesti mõõdetud, kusjuures see ülehindab väga tugevalt FDR-i reguloni kuuluvate valkude osas ja ilmselt alahindab FDR-i reguloni mittekuuluvate valkude osas. Seega, me oleme asjatult analüüsist välja jätnud teised selle reguloni valgud, mille q väärtus valele poole usaldusnivood jättis; ja samal ajal kulutame asjatult oma teadlaseajusid selleks, et välja mõelda seletusi, miks üks või teine reguloni mittekuuluv valk meie katses siiski oluline on. Me oleme miilitsanäite juures tagasi, aga seekord teame, et miilits ei saa enda käsutuses oleva aparatuuriga piisavalt täpselt kiirust mõõta, et trahvid kohtus püsima jääksid.

Bayesiaanile ei ole see näide probleem. Ta inkorporeerib informatsiooni regulonide kohta oma mudelisse ja juhul kui regulonid on valkude tasemete muutuste seisukohast olulised, ei juhtu midagi muud, kui et tema mudeli võime ennustada tegelikke muutusi valkude tasemetes paraneb oluliselt. Me teame (avaldamata andmed), et kui bayesi mudeli struktuuri inkorporeerida info valkude kuuluvusest operonidesse, siis mudeli ennustusvõime kasvab dramaatiliselt. See on loogiline, sest sama operoni valke toodetakse enamasti samalt mRNAlt ja mRNA tase määrab oluliselt valgu taseme. Aga see tähendab ka, et suure tõenäosusega on FDR-i mõõtmine igas seda tüüpi katses ebatäpne (kuigi me ei tea, millisel määral), sest sageduslikud mudelid ei talu sõltuvaid sündmusi (milleks operonidesse koondunud valgud ilmselt on).

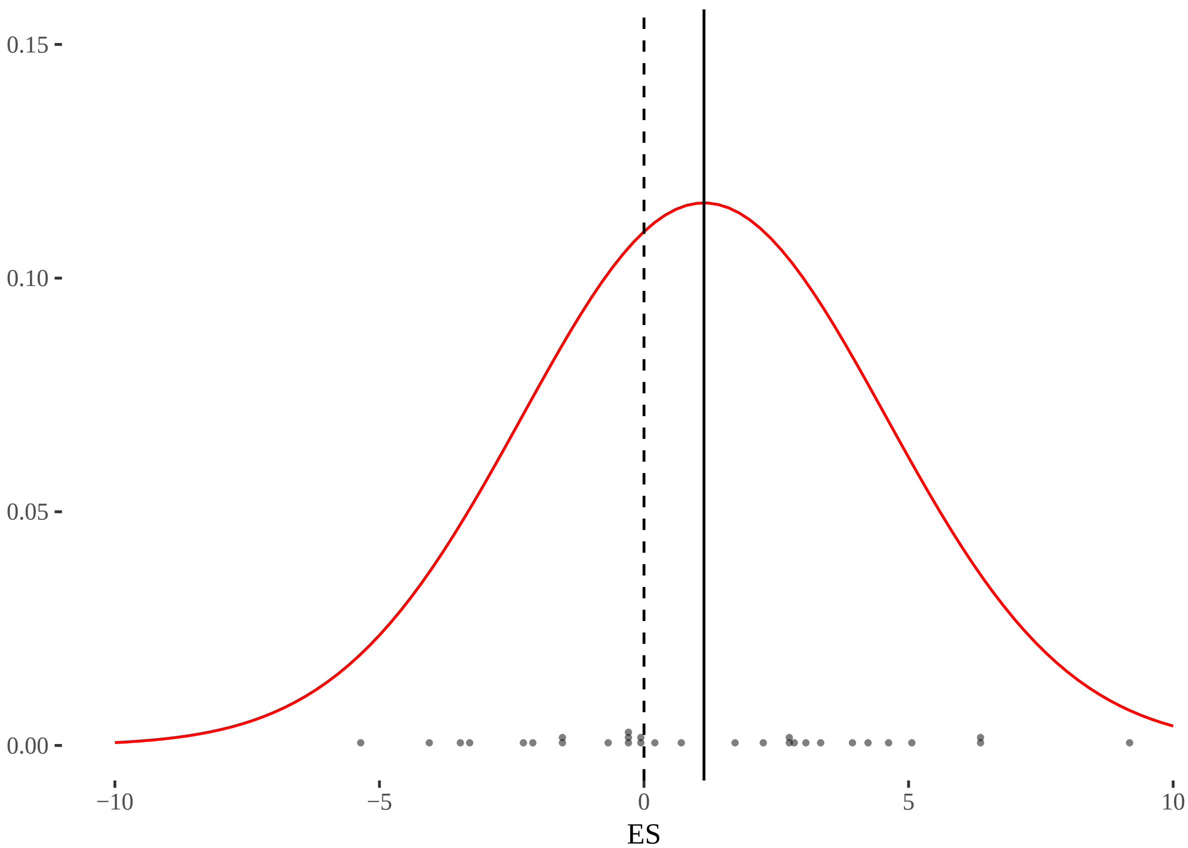
Võrdlev näide: kahe grupi võrdlus

Järgnevalt toome näite, kuidas bayesiaan ja sageduslik statistik lahendavad sama ülesande. meil on 2 gruppi, katse ja kontroll, millest kummagis 30 mõõtmist ja me soovime teada, kui palju katsetingimus mõjutab mõõtmistulemust. Meie andmed on normaaljaotusega ja andmepunktid, mida me analüüsime, on efektisuurused (katse1 - kontroll1 = es1 jne).

Bayesiaan

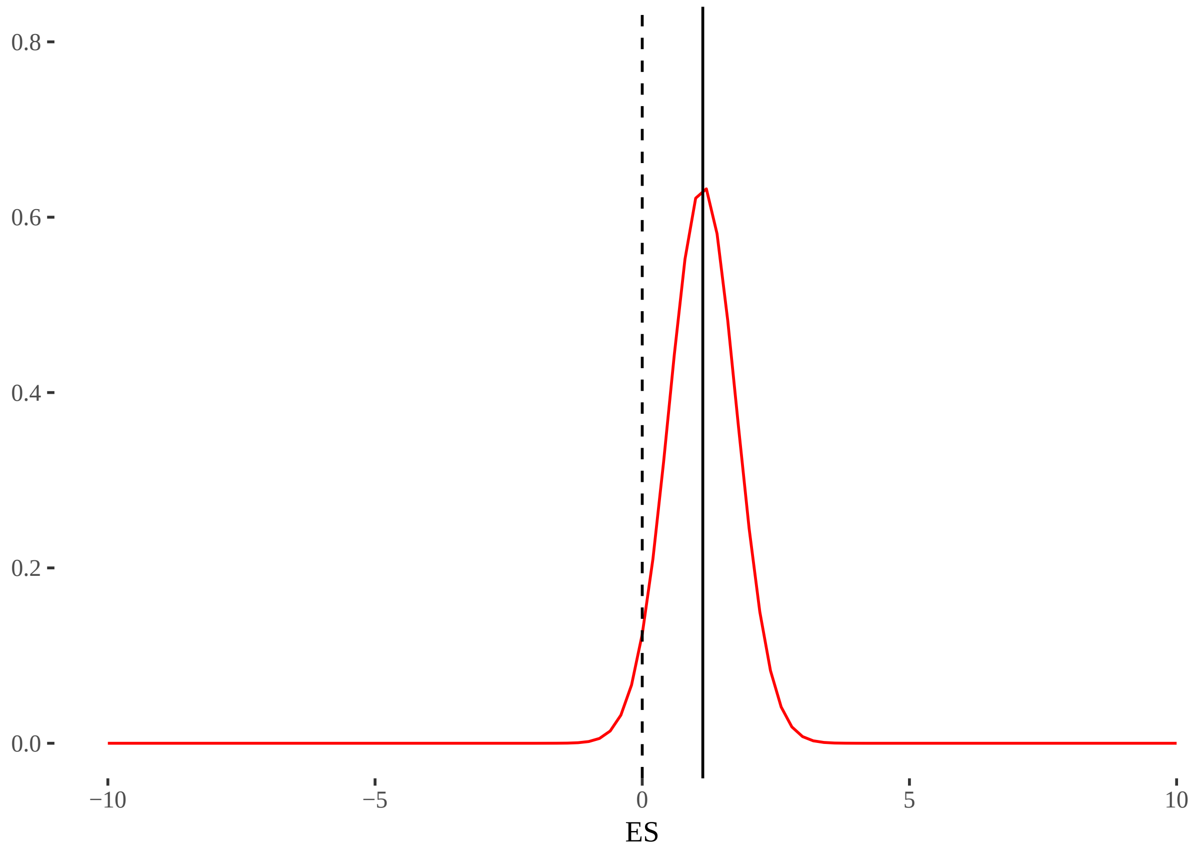
Statistiline küsimus on Bayesiaanil ja sageduslikul statistikul sama: kas ja kui palju erinevad kahe grupi keskväärtused? Bayesiaan alustab sellest, et ehitab kaks mudelit: andmete tõepäramudel ja taustateadmiste mudel ehk prior.

Kui andmed on normaaljaotusega, siis on ka tõepäramudel normaaljaotus. Alustame sellest, et fitime oma valimiandmed (üksikud efekti suurused) normaaljaotuse mudelisse.



Joonis 1. paariviisiline katse - kontroll disain. Katset on korratud 30 korda. X teljel on effekti suurused (ES). 30 ES-i on näidatud punktidena. Must joon näitab keskmist ES-i. Andmed on mudeldatud normaaljaotusena.

See ei ole veel tõepäramudel, sest me tahame hinnangut ES **keskväärtuse** kõige tõenäolisemale väärtusele, ja lisaks veel hinnangut ebakindlusele selle punkt-hinnangu ümber (usalduslpiire). Seega tuleb eelmine jaotus kitsamaks tõmmata, et ta kajastaks meie teadmisi ES-ide keskväärtuste, mitte individuaalsete ES-de, kohta. Uue jaotusmudeli sd = eelmise jaotuse sd/sqrt(30).

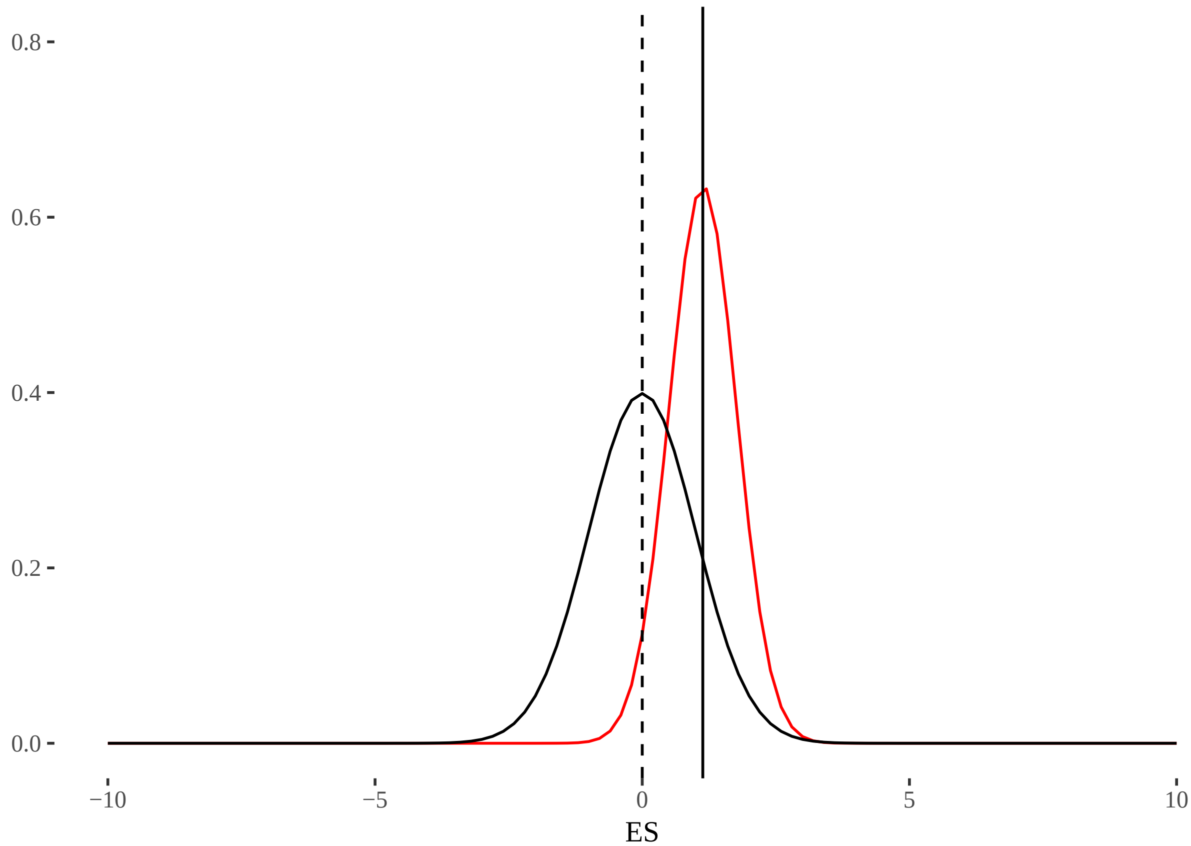


Joonis 2. See jaotus iseloomustab keskmise ES paiknemist puhtalt meie andmete põhjal.

Täpsemalt, selle joonise põhjal võib arvutada, milline on meie valimi keskväärtuse kohtamise tõenäosus igal võimalikul tõelisel ES-i väärtusel. Kõige tõenäolisemad on andmed siis, kui tegelik ES = andmete keskväärtusega (seda kohta näitab must joon). Kui me jagame musta joone pikkuse punase kurvi all läbi katkendjoone pikkusega sama kurvi all, saame teada, mitu korda on meie andmed tõenäolisemad siis, kui tegelik ES = mean(valimi ES), võrreldes olukorraga, kus tegelik ES = 0. Loomulikult võime sama näitaja arvutada ükskõik millise hüpoteeside paari kohta (näiteks, andmed on miljon korda tõenäolisemad hüpoteesi ES = 0.02 all kui hüpoteesi ES = -1 all; mis aga ei tähenda, et andmed oleksid väga tõenäolised kummagi võrreldud hüpoteesi all).

Aga see ei ole veel Bayes. Lisame andmemudelile taustateadmiste mudeli. Sellega tühistame me väga olulise eelduse, mis ripub veskikivina sagedusliku statistika kaelas. Nimelt, et valimi andmed peavad olema esinduslikud populatsiooni suhtes. Me võime olla üsna kindlad, et väikeste valimite korral see eeldus ei kehti ja sellega seoses ei tööta ka sageduslik statistika viisil, milleks R.A. Fisher selle kunagi lõi. Taustateadmiste mudeli roll (kuigi mitte ainus) on õrnalt suunata meie hinnangut õiges suunas vähendades halbade andmete võimet meile kahju teha. Kui sul on väike valim, siis sinu andmed vajavad sellist kantseldamist.

Olgu meie taustateadmise mudel normaaljaotus keskväärtusega 0 ja standardhälbega 1



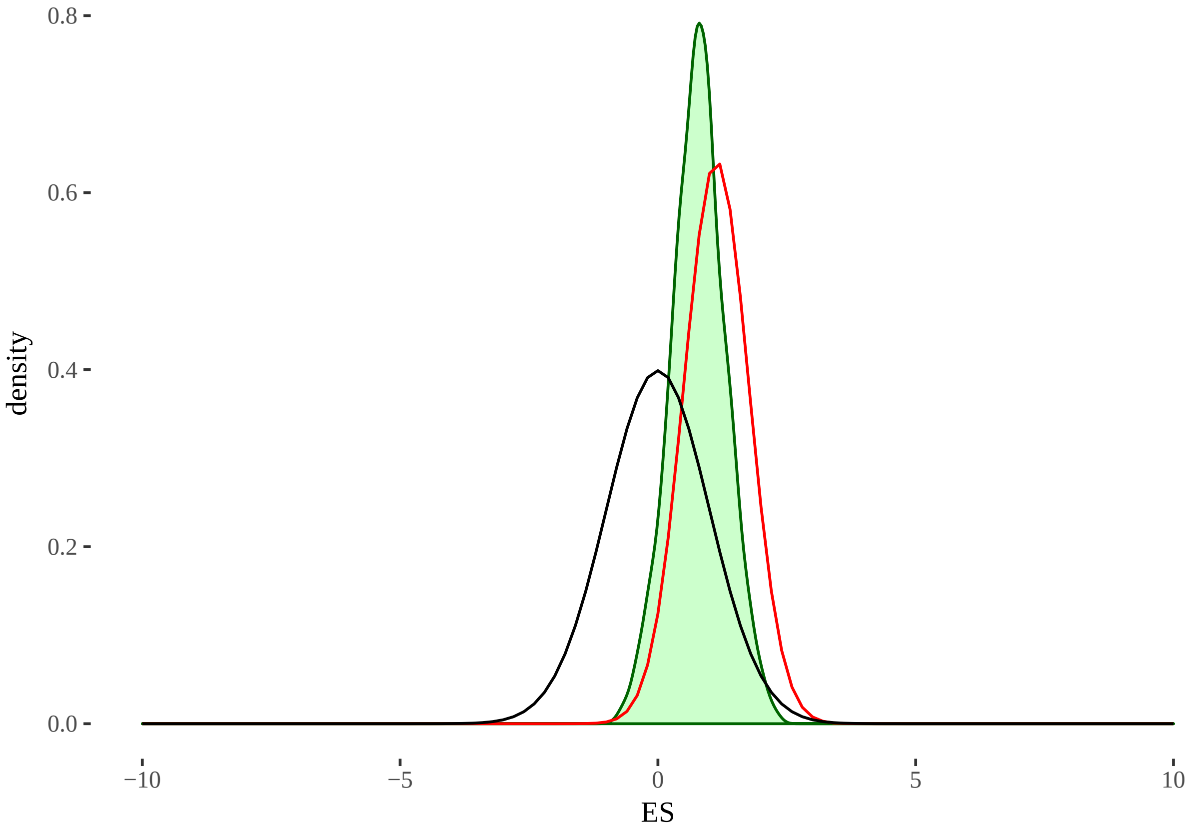
Joonis 3. Taustateadmiste mudel e prior on must normaaljaotus, mille ülesanne on veidi vähendada ekstreemsete valimite kahjulikku mõju.

Taustateadmiste mudel on sageli normaaljaotus. Kui meil on palju taustateadmisi, siis on see jaotus kõrge ja kitsas, kui meil on vähe taustateadmisi, siis on see madal ja lai.

```
Mida teha, kui sa ei taha, et taustateadmiste mudel sinu
posteeriori kuju mõjutab? Sellisel juhul kasutatakse nõrgalt
informatiivseid prioreid, mis tähendab, et priori
jaotus on palju laiem kui tõepäramudeli laius. Miks mitte
kasutada mitte-informatiivseid tasaseid prioreid?
Põhjused on arvutuslikud, seega tehnilist laadi.
```

Igal juhul järgmise sammuna korrutab bayesiaan selle jaotuse andmejaotusega, saades tulemuseks kolmanda normaaljaotuse, mille ta seejärel normaliseerib nii, et jaotuse alune pindala = 1. See kolmas jaotus on posterioorne tõenäosusjaotus, mis sisaldab kogu infot, millest saab arvutada kõige tõenäolisema katseefekti suuruse koos ebakindluse määraga selle ümber (mida rohkem andmeid, seda väiksem ebakindlus) ja tõenäosused, et tegelik katseefekt jääb ükskõik milllisesse meid huvitavasse vahemikku.

Nüüd ei ole siis muud kui bayesi mudel läbi arvutada.



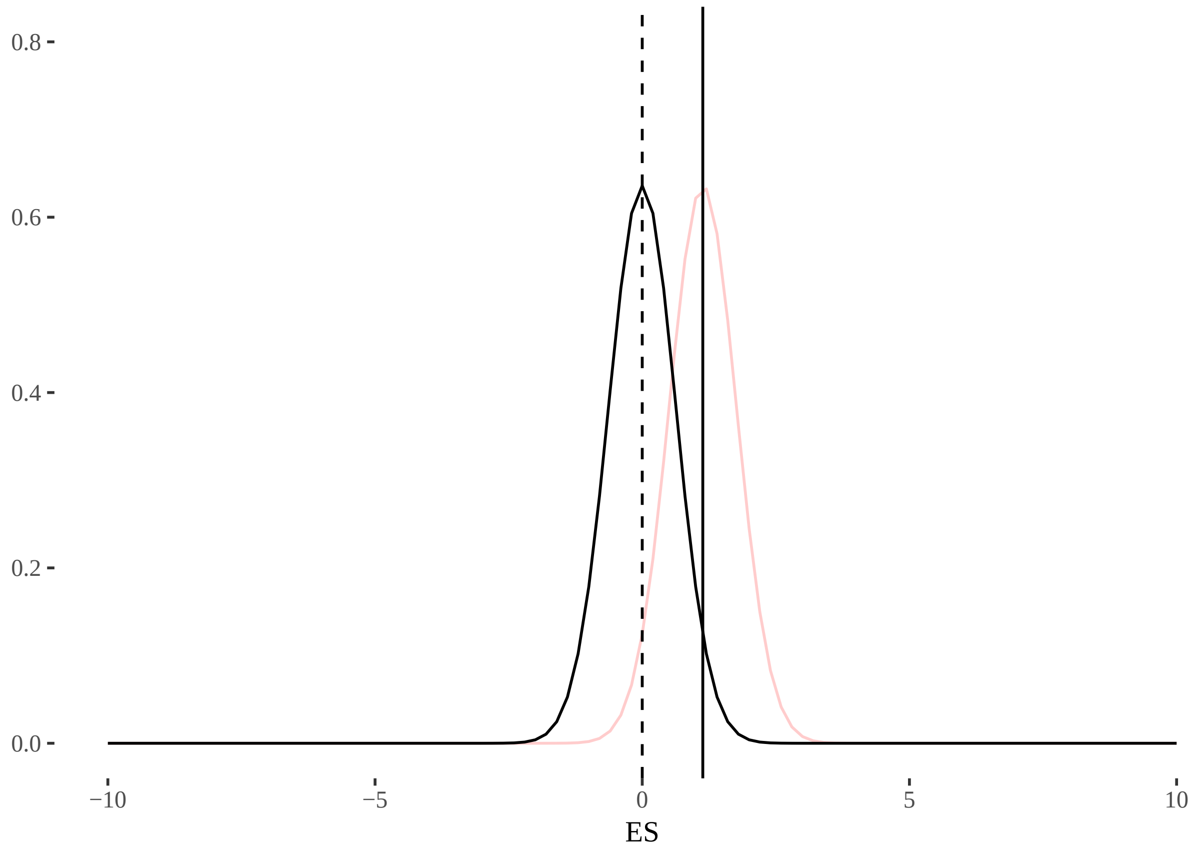
Joonis 4. Triplot. Bayesi väljund on posterioorne tõenäosusjaotus (roheline). Nagu näha, ei ole selle jaotuse tipp täpselt samas kohas kui andmejaotuse tipp ehk keskväärtus. Prior tõmbab seda veidi nulli suunas. Lisaks on posteerior veidi kitsam kui andmemudel, mis tähendab, et hinnang ES-le tuleb väiksema ebakindluse määraga.

Posteerior sisaldab endas kogu infot, mis meil ES-i tõelise väärtuse kohta on. Siit saame arvutada

1. parima hinnangu ES-i punktväärtusele,
2. usaldusintervalli, ehk millisest ES-ide vahemikust loodame leida tõelise ES-i näit 90% tõenäosusega,
3. iga mõeldava ES-i väärtuste vahemiku kohta tõenäosuse, millega tõeline ES jääb sellesse vahemikku.
4. saame ES-i põhjal arvutada mõne muu statistiku, näiteks ES1 = log(ES), kasutades selleks ES-i posterioorset jaotust. Sel viisil kanname oma ES-i hinnangus peituva ebakindluse üle ES1-le, millele saame samuti rakendada punkte 1-3 (sest ES1 on posterioorne jaotus).
5. uute andmete lisandumisel saame kasutada ES-i posteeriorit uue priorina ja arvutada uue täiendatud posteeriori. Põhimõtteliselt võime seda teha pärast iga üksiku andmepunkti lisandumist. See avab ka head võimalused metaanalüüsiks.
6. lisaks saame oma algsest mudelist ka posteeriori andmepunkti tasemel varieeruvusele (pole näidatud). Seda kasutame uute andmete simuleerimiseks (meie näites üksikud ES-d).

Sageduslik statistik

Sageduslik lähenemine sisaldab ainult ühte mudelit, mida võrreldakse valimi andmetega. Sageduslik statistik alustab selles lihtsas näites täpselt samamoodi nagu bayesiaan, tekitades eelmisega identse andmemudeli, mis on keskendatud valimi keskväärtusele (Joonis 2). Seejärel nihutab ta oma andmemudelit niipalju, et normaaljaotuse tipp ei ole enam valimi keskväärtuse kohal vaid hoopis 0-efekti kohal. Jaotuse laius nihutamisel ei muutu.



Seda nullile tsentreeritud mudelit kutsutakse null-hüpoteesiks (H0). Nüüd võrdleb ta oma valimi keskväärtust (must joon) H0 jaotusega. Kui valimi keskväärtuse kohal on H0 jaotus kõrge, siis on andmete tõenäosus H0 kehtimise korral suur. Ja vastupidi, kui valimi keskväärtuse kohal on H0 madal, siis on andmete esinemise tõenäosus H0 all madal. Seda tõenäosust kutsutakse p väärtuseks. Mida väiksem on p, seda vähem tõenäolised on teie andmed juhul, kui H0 on tõene ja katseefekt võrdub nulliga. P on defineeritud kui "teie andmete või 0-st veel kaugemal asuvate andmete esinemise pikaajaline suhteline sagedus tingimusel, et H0 kehtib".

tulemuste tõlgendamine

Kui sageduslik statistik kirjutab, et tema "efekti suurus on statistiliselt oluline 0.05 olulisusnivool", siis ta ütleb sellega, et tema poolt arvutatud $p < 0.05$. Selle väite korrektne tõlgendus on, et juhul kui statistik pika aja jooksul võtab omaks "statistiliselt olulistena" kõik tulemused, millega kaasnev $p < 0.05$ ja lükkab tagasi kõik tulemused, mille $p > 0.05$, siis sooritab ta 5% sagedusega tüüp 1 vigu. See tähendab, et igast sajast tõesest H0-st, mida ta testib, võtab ta keskeltläbi 5 vastu, kui statistiliselt olulised. Sageduslik statistika on parim viis tüüp 1 vigade sageduse pikaajaliseks fikseerimiseks. Paraku ei tea me ühegi üksiku testi kohta ette, kas see testib kehtivat või mittekehtivat H0-i, mis teeb raskeks katseseeriate ühekaupa tõlgendamise. Tuletame meelde, et sageduslikus statistikas ei saa rääkida H0 kehtimise tõenäosusest vaid peab rääkima andmete tõenäosusest (ehk andmete esinemise sagedusest) tingimusel, et H0 kehtib.

Kas ühte p väärtust saab tõlgendada kui hinnangut tõendusmaterjali hulgale, mida teie valim pakub H0 vastu? Selle üle on vaieldud juba üle 80 aasta, kuid tundub, et ainus viis seda kas või umbkaudu teha on bayesiaanlik. Igal juhul, p väärtust, mis on defineeritud pikaajalise sagedusena, on raske rakendada üksiksündmusele. Bayesiaanliku p väärtuste tõlgendamiskalkulaatori leiate aadressilt http://www.graphpad.com/quickcalcs/interpretPValue1/

> Kujutle mass spektroskoopia katset, kus mõõdame 2000 valgu tasemeid katse-kontroll skeemis ja katset korratakse n korda. Sageduslik statistik kasutab adjusteeritud p väärtusi või q väärtusi, et tõmmata piir, millest ühele poole jäävad statistiliselt olulised ES-d ja teisele poole mitteolulised

null-efektid. Edasi tõlgendab ta mitteolulisi efekte kui ebaolulisi ja diskuteerib vaid "olulisi" efekte. Paraku, p väärtuste arvutamine ja adjusteerimine saab toimuda mitmel erineval moel ja usalduspiiri panekule just 95-le protsendile, mitte näiteks 89% või 99.2%-le, pole ühtegi ratsionaalset põhjendust. Seega tõmbab ta sisuliselt juhuslikus kohas joone läbi efektide, misjärel ignoreerib kõiki sellest joonest valele poole jäänud efekte. Meetod, mis väga hästi töötab pikaajalises kvaliteedikontrollis, ei ole kahjuks kuigi mõistlik katse tulemuste ükshaaval tõlgendamises. Mis juhtub, kui oleme kavalad ja proovime mitmeid erinevaid p väärtustega töötamise meetodeid, et valida välja see usalduspiir, millest õigele poole jäävaid andmeid on teaduslikult kõige parem tõlgendada? Ehkki ükshaaval võisid kõik meie poolt läbi arvutatud meetodid olla lubatud (ja isegi võrdselt head), ei fikseeri p nüüd enam tüüp 1 vigade sagedust. See tähendab, et p on kaotanud definitsioonijärgse tähenduse ja te oleksite võinud olulisuspiiri sama hästi tõmmata tunde järgi.

tüüpiline tulemuse kirjeldus artiklis:

1. sageduslik: the effect is statistically significant ($p < 0.01$).
2. bayesiaanlik: the most likely effect size is q1 (90% CI = q2, q3) and the probability that the true effect is < 0 is q4 percent.

90% CI — credible interval — tähendab, et me oleme 90% kindlad, et tegelik efekti suurus asub vahemikus q2 ... q3.

kahe paradigma erinevused

1. sageduslikus statistikas võrdub punkt-hinnang tegelikule efekti suurusele valimi keskmise ES-ga. Bayesi statistikas see sageli nii ei ole, sest taustateadmiste mudel mõjutab seda hinnangut. Paljud mudelid püüavad ekstreemseid valimeid taustateadmiste abil veidi mõistlikus suunas nihutada, niiviisi vähendades ülepaisutatud efektide avaldamise ohtu.
2. sageduslik statistika töötab tänu sellele, et uurija võtab vastu pluss-miinus otsuseid: iga H0 kas lükatakse ümber või jäetakse kehtima. Seevastu bayesiaan mõtleb halli varjundites: sissetulevad andmed kas suurendavad või vähendavad hüpoteeside tõenäosusi (mis jäävad aga alati > 0 ja < 1).
3. p väärtused kontrollivad tüüp 1 vigade sagedust ainult siis, kui katse disaini ja hilisema tulemuste analüüsi detailid on enne katse sooritamist jäigalt fikseeritud (või eelnevalt on täpselt paika pandud lubatud variatsioonid katse- ja analüüsi protokollis). Eelkõige tähendab see, et valimi suurus ja kasutatavad statistilinsed testid peavad olema eelnevalt fikseeritud. Tüüpiliselt saame p väärtuse arvutada vaid üks kord ja kui $p = 0.051$, siis oleme sunnitud H0 paika jätma ning efekti deklareerimisest loobuma. Me ei saa lihtsalt katset juurde teha, et vaadata, mis juhtub. Bayesiaan seevastu võib oma posterioorse tõenäosuse arvutada kasvõi pärast iga katsepunkti kogumist ning katse peatada kohe (või alles siis), kui ta leiab, et tema posterioorne jaotus on piisavalt kitsas, et teaduslikku huvi pakkuda.
4. sagedusliku statistika pluss-miinus iseloom tingib selle, et kui tegelik efekti suurus on liiga väike, et sattuda õigele poole olulisusnivood, siis annavad statistiliselt olulisi tulemusi ülepaisutatud efektid, mida tekib tänu valimiveale. Nii saab süstemaatiliselt kallutatud teaduse. Bayesi statistikas seda probleemi ei esine, kuna otsused ei ole pluss-miinus tüüpi.
5. bayesi statistika ei fikseeri tüüp 1 vigade sagedust. See-eest võitleb see nn valehäirete vastu, milleks kaasajal kasutatakse enim hierarhilisi shrinkage mudeleid. See on bayesi vaste sageduslikus statistikas kasutatavatele multiple testingu korrektsioonidele. Kui sageduslik statistik võitleb valehäiretega p väärtusi adjusteerides ja selle läbi olulisusnivood nihutades, siis bayesiaan kasutab shrinkage mudelit, et parandada hinnanguid üksikute efektide keskväärtustele ja nende sd-le, kasutades paindlikult kogu andmesetis leiduvat infot.

See on kõik, mida me sagedusliku statistika kohta ütleme. Mitte miski, mis järgneb, ei eelda sagedusliku paradigma tundmist.