ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АВИАЦИОННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Общенаучный факультет

Кафедра ВВТиС

Отчет по лабораторным работам №6

**По дисциплине «Методы оптимизации»**

Группа ПМИ-440

Студент \_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Сайфутдинов Р.Ф.

(дата) (подпись) (Фамилия И.О.)

Проверил \_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_ Касаткин А. А.

(дата) (подпись) (Фамилия И.О.)

Уфа 2016

**Цель работы:** научиться решать задачу вариационного исчисления с помощью пакета Maple.

**Постановка задачи:** решить задачу вариационного исчисления

*;*

*;*

*.*

**Теоретический материал**

Функционалом называется правило, по которому каждой функции из некоторого класса ставится в соответствии число. Рассмотрим функционал:

С заданным граничным условием

Чтобы проверить действительно ли достигается экстремум на найденной экстремали, нужно воспользоваться достаточным условием экстремума. Например условие Лагранжа. Если для всех x близких к экстремали, и для любых , то на данной экстремали достигается сильный минимум. Если неравенство выполняется для всех y(x), близких к экстремали, но только для, близких к экстремали, то достигается слабый минимум. При достигается максимум.

Функция, на которой достигается экстремум должна удовлетворять дифференциальному уравнению . Это уравнение называется дифференциальным уравнением Эйлера.

**Решение задачи в пакете Maple**

А) Минимизируем функционал:

**> with(PDETools):**

**> F:=diff(y(x),x)^2 - 4\*y(x)^2 + 2\*y(x) + x\*exp(2\*x);**



Для его минимизации воспользуемся дифференциальным уравнением Эйлера

**> Fjet:=ToJet(F,y(x));**



**> Fy:=diff(Fjet,y);**



**> Fdy:=diff(Fjet,y[x]);**



**> Fdy\_x:=D\_Dx(Fdy,x,y(x));**



**> eq1:=Fy-Fdy\_x=0;**



**> eq:=FromJet(eq1,y(x));**



Решая это уравнения с граничными условиями получим:

**> dsolve({eq,y(-2)=0,y(0)=1});**

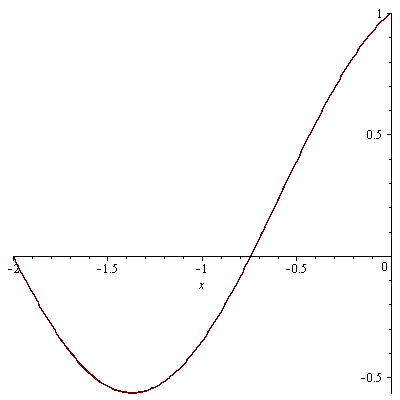


Далее построим график получившейся функции:

**> sol:=rhs(%);**



**> plot(sol,x=-2..0);**



Б) Минимизируем функционал:

**> with(PDETools):**

**> F:=diff(y(x),x)^2 - 2\*diff(y(x),x)\*exp(x) + cos(x);**



Для его минимизации воспользуемся дифференциальным уравнением Эйлера

**> Fjet:=ToJet(F,y(x));**



**> Fy:=diff(Fjet,y);**



**> Fdy:=diff(Fjet,y[x]);**



**> Fdy\_x:=D\_Dx(Fdy,x,y(x));**



**> eq1:=Fy-Fdy\_x=0;**



**> eq:=FromJet(eq1,y(x));**



Решая это уравнения с граничными условиями получим:

**> dsolve({eq,y(-1)=2,y(1)=3});**

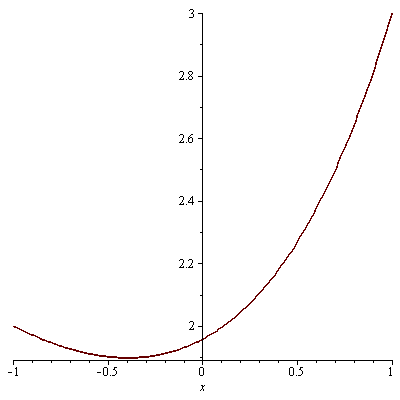


Далее построим график получившейся функции:

**> sol:=rhs(%);**



**> plot(sol,x=-1..1);**



Так как в уравнении нет зависимости от y, то можно решать, используя первый интеграл уравнения Эйлера .

**> Eq1 := Fdy - \_C;**



**> Eq := FromJet(Eq1, y(x));**



**> sol1 := rhs(dsolve(Eq));**



**> s1 := eval(sol1, x = -1) = 2, eval(sol1, x = 1) = 3;**



**> CC:=solve({s1});eval(s1,CC);**





**> sol2:=eval(sol1,CC);**



**> f1 := simplify(eval(F, {y(x) = sol1}));**

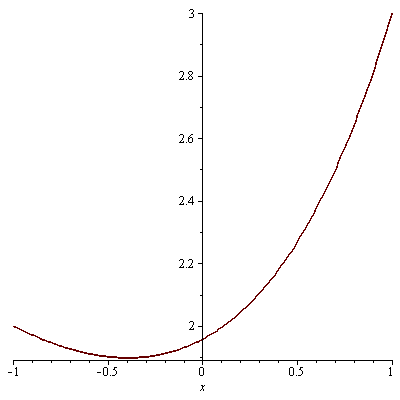


**> eval(f1, {x = 1});**



И построим график получившейся функции. Для проверки правильности решения вычтем одно решение из другого.

**> plot(sol2, x = -1 .. 1);**



**> simplify(sol-sol2);**



Получили 0 => решения совпадают.

Минимизируем функционал, представив решение в виде разложения в ряд синусов

**> n:=15;**



**> F:=diff(y(x),x)^2 - 2\*diff(y(x),x)\*exp(x) + cos(x);**

**mySum := add(c[k]\*sin(Pi\*k\*(x+1)/2),k=1..n);**





Минимизируем исходное уравнение представив y в виде ,

**> int(eval(F, y(x)=mySum + x/2 + 2.5), x=-1..1):**

**collect(expand(%),[seq(c[i],i=1..n)]):**

**Jc:=evalf(%);**



Далее находим коэффициенты , воспользовавшись функцией Minimize:

**> opt:=Optimization[Minimize](Jc,seq(c[i]=-100..100,i=1..n));**

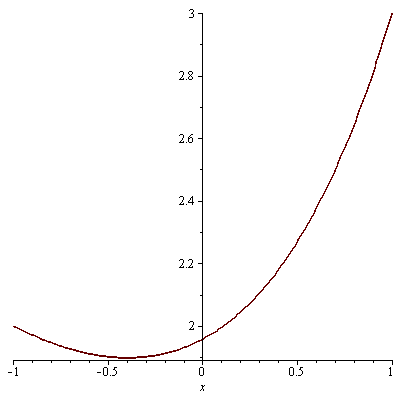


**> solR:=eval(mySum + x/2 + 2.5, opt[2]);**

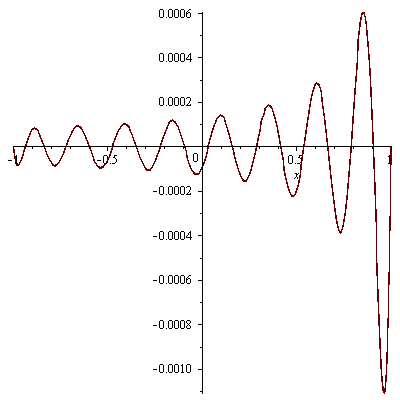


Построим графики функций решения полученные разными способами

**> plot(solR, x=-1..1);**



**> plot({sol-solR}, x=-1..1);**



В) Минимизируем функционал

**> with(PDETools):**

**> F:=y(x)\*sqrt(diff(y(x),x));**



Для его минимизации воспользуемся дифференциальным уравнением Эйлера

**> Fjet:=ToJet(F,y(x));**



**> Fy:=diff(Fjet,y);**



**> Fdy:=diff(Fjet,y[x]);**



**> Fdy\_x:=D\_Dx(Fdy,x,y(x));**



**> eq1:=Fy-Fdy\_x=0;**



**> eq:=FromJet(eq1,y(x));**



**> dsolve({eq,y(1)=2,y(3)=8});**

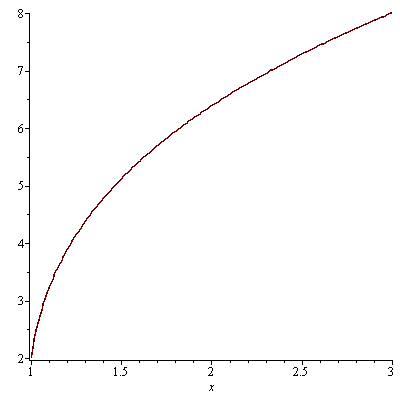


Далее построим график получившейся функции:

**> sol:=rhs(%);**



**> plot(sol,x=1..3);**



**Вывод:** в ходе лабораторной работы была решена задача вариационного исчисления с помощью пакета Maple.