LAPORAN PRAKTIKUM

ANALISIS ALGORITMA

Disusun oleh :

Muhammad Risqullah Sudanta Gorau

140810180066

PROGRAM STUDI S-1 TEKNIK INFORMATIKA FAKULTAS

MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS PADJADJARAN

2020

Pendahuluan

PARADIGMA DIVIDE & CONQUER

Divide & Conquer merupakan teknik algoritmik dengan cara memecah input menjadi beberapa bagian, memecahkan masalah di setiap bagian secara **rekursif**, dan kemudian menggabungkan solusi untuk subproblem ini menjadi solusi keseluruhan. Menganalisis *running time* dari algoritma *divide & conquer* umumnya melibatkan penyelesaian rekurensi yang membatasi *running time* secara rekursif pada instance yang lebih kecil

PENGENALAN REKURENSI

- Rekurensi adalah persamaan atau ketidaksetaraan yang menggambarkan fungsi terkait nilainya pada input yang lebih kecil. Ini adalah fungsi yang diekspresikan secara rekursif
- Ketika suatu algoritma berisi panggilan rekursif untuk dirinya sendiri, *running time*-nya sering dapat dijelaskan dengan perulangan
- Sebagai contoh, running time worst case T(n) dari algoritma merge-sort dapat dideskripsikan dengan perulangan:

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1) & \text{if } n = 1, \\ 2T(n/2) + \Theta(n) & \text{if } n > 1 \end{cases}$$
$$\text{with solution } T(n) = \Theta(n \lg n).$$

BEDAH ALGORITMA MERGE-SORT

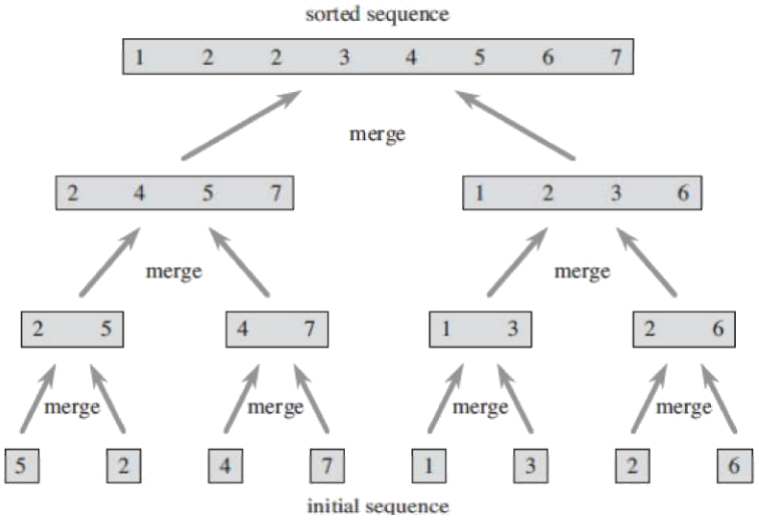
- Merupakan algoritma sorting dengan paradigma divide & conquer
- Running time worst case-nya mempunyai laju pertumbuhan yang lebih rendah dibandingkan insertion sort
- Karena kita berhadapan dengan banyak subproblem, kita notasikan setiap subproblem sebagai sorting sebuah subarray A[p..r]
- Inisialisasi, p=1 dan r=n, tetapi nilai ini berubah selama kita melakukan perulangan subproblem

Untuk mengurutkan A[p..r]:

- **Divide** dengan membagi input menjadi 2 subarray A[p..q] dan A[q+1 .. r]
- **Conquer** dengan secara rekursif mengurutkan subarray A[p..q] dan A[q+1 .. r]
- **Combine** dengan menggabungkan 2 subarray terurut A[p..q] dan A[q+1 .. r] untuk menghasilkan 1 subarray terurut A[p..r]
- Untuk menyelesaikan langkah ini, kita membuat prosedur MERGE(A, p, q, r)
- Rekursi berhenti apabila subarray hanya memiliki 1 elemen (secara trivial terurut)

PSEUDOCODE MERGE-SORT

```
MERGE-SORT(A, p, r)
//sorts the elements in the subarray A[p..r]
1  if p < r
2     then q ← ⌊(p + r)/2⌋
3          MERGE-SORT(A, p, q)
4          MERGE-SORT(A, q + 1, r)
5          MERGE(A, p, q, r)
```



Gambar 1. Ilustrasi algoritma merge-sort

PROSEDUR MERGE

- Prosedur merge berikut mengasumsikan bahwa subarray A[p..q] dan A[q+1 .. r] berada pada kondisi terurut. Prosedur merge menggabungkan kedua subarray untuk membentuk 1 subarray terurut yang menggantikan array saat ini A[p..r] (input).
- Ini membutuhkan waktu Θ(n), dimana n = r-p+1 adalah jumlah yang digabungkan
- Untuk menyederhanakan code, digunakanlah elemen sentinel (dengan nilai ∞) untuk menghindari keharusan memeriksa apakah subarray kosong di setiap langkah dasar.

PSEUDOCODE PROSEDUR MERGE

```
MERGE(A, p, q, r)
1. n1 ← q - p + 1;    n2 ← r - q
2. //create arrays L[1 .. n1 + 1] and R[1 .. n2 + 1]
3. for i ← 1 to n1  do  L[i] ← A[p + i - 1]
4. for j ← 1 to n2  do  R[j] ← A[q + j]
5. L[n1 + 1] ← ∞; R[n2 + 1] ← ∞
6. i ← 1; j ← 1
7. for k ← p to r
8.     do  if L[i] ≤ R[j]
9.             then  A[k] ← L[i]
10.                  i ← i + 1
11.            else  A[k] ← R[j]
12.                  j ← j + 1
```

RUNNING TIME MERGE

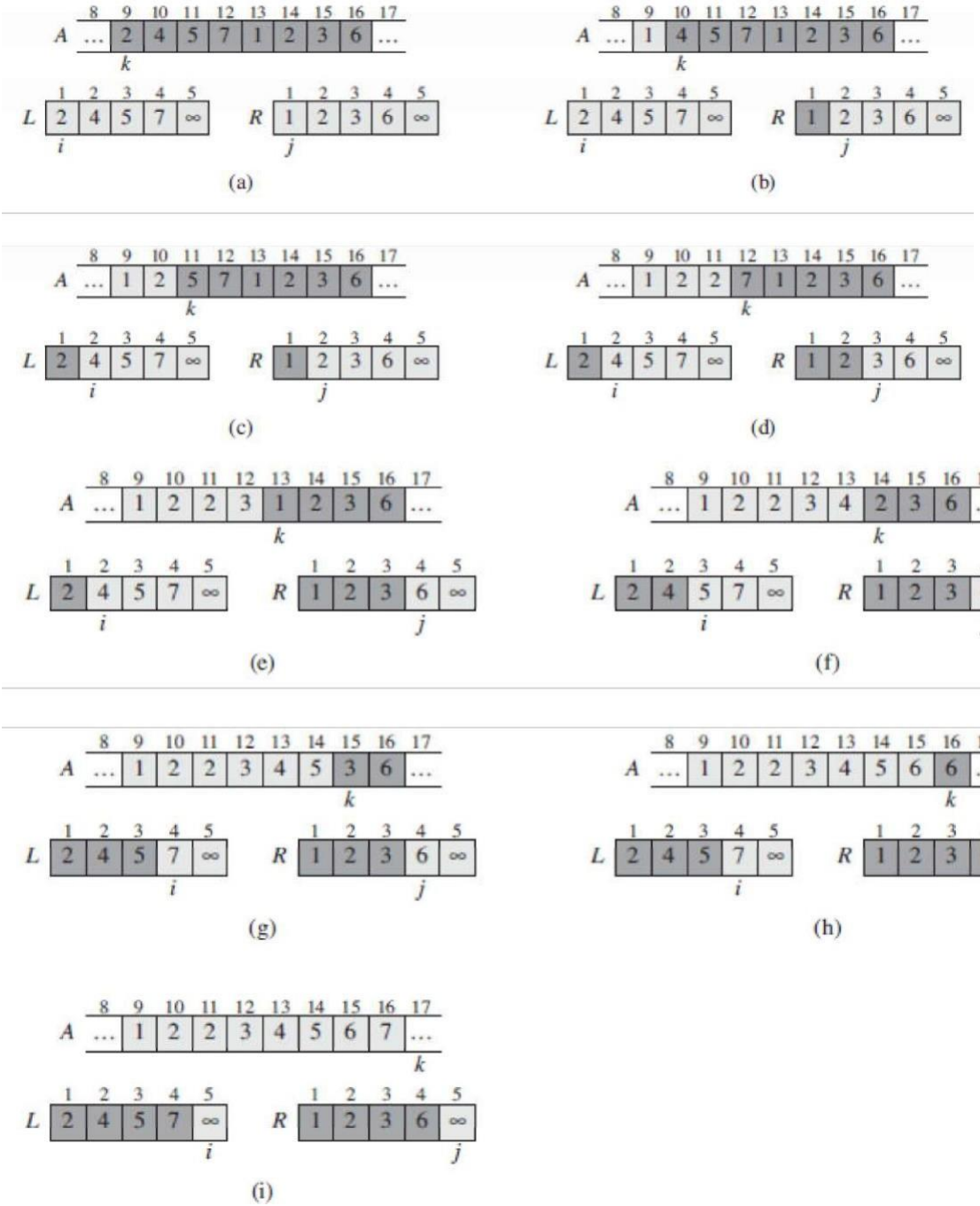
Untuk melihat running time prosedur MERGE berjalan di Θ(n), dimana n-p+1, perhatikan perulangan for pada baris ke 3 dan 4,

$$\Theta(n1 + n2) = \Theta(n)$$

dan ada sejumlah n iterasi pada baris ke 8-12 yang membutuhkan waktu konstan.

CONTOH SOAL MERGE-SORT

MERGE(A, 9, 12, 16), dimana subarray A[9 .. 16] mengandung sekuen (2,4,5,7,1,2,3,6)



Algoritma merge-sort sangat mengikuti paradigma divide & conquer:

- **Divide** problem besar ke dalam beberapa subproblem
- **Conquer** subproblem dengan menyelesaikannya secara **rekursif**. Namun, apabila subproblem berukuran kecil, diselesaikan saja secara langsung.
- **Combine** solusi untuk subproblem ke dalam solusi untuk original problem

Gunakan sebuah persamaan rekurensi (umumnya sebuah perulangan) untuk mendeskripsikan running time dari algoritma berparadigma divide & conquer. T(n) = running time dari sebuah algoritma berukuran n

- Jika ukuran problem cukup kecil (misalkan $n \leq c$, untuk nilai c konstan), kita mempunyai *best case*. Solusi brute-force membutuhkan waktu konstan $\Theta(1)$
- Sebailknya, kita membagi input ke dalam sejumlah a subproblem, setiap (1/b) dari ukuran

original problem (Pada merge sort a = b = 2)

- Misalkan waktu yang dibutuhkan untuk membagi ke dalam n-ukuran problem adalah D(n)
- Ada sebanyak a subproblem yang harus diselesaikan, setiap subproblem (n/b) setiap subproblem membutuhkan waktu T(n/b) sehingga kita menghabiskan aT(n/b)
- Waktu untuk **combine** solusi kita misalkan C(n)
- Maka persamaan **rekurensinya untuk divide & conquer** adalah:

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1) & \text{if } n \le c \\ aT\left(\frac{n}{b}\right) + D(n) + C(n) & \text{otherwise} \end{cases}$$

Setelah mendapatkan rekurensi dari sebuah algoritma divide & conquer, selanjutnya rekurensi harus diselesaikan untuk dapat menentukan kompleksitas waktu asimptotiknya. Penyelesaian rekurensi dapat menggunakan 3 cara yaitu, **metode subtitusi, metode recursion-tree dan metode master**. Ketiga metode ini dapat dilihat pada slide yang diberikan.

Studi Kasus

Studi Kasus 1: MERGE SORT

Setelah Anda mengetahui Algoritma Merge-Sort mengadopsi paradigma divide & conquer, lakukan

Hal berikut:

1. Buat program Merge-Sort dengan bahasa C++
2. Kompleksitas waktu algoritma merge sort adalah O(n lg n). Cari tahu kecepatan komputer Anda dalam memproses program. Hitung berapa running time yang dibutuhkan apabila input untuk merge sort-nya adalah 20?

Jawab :

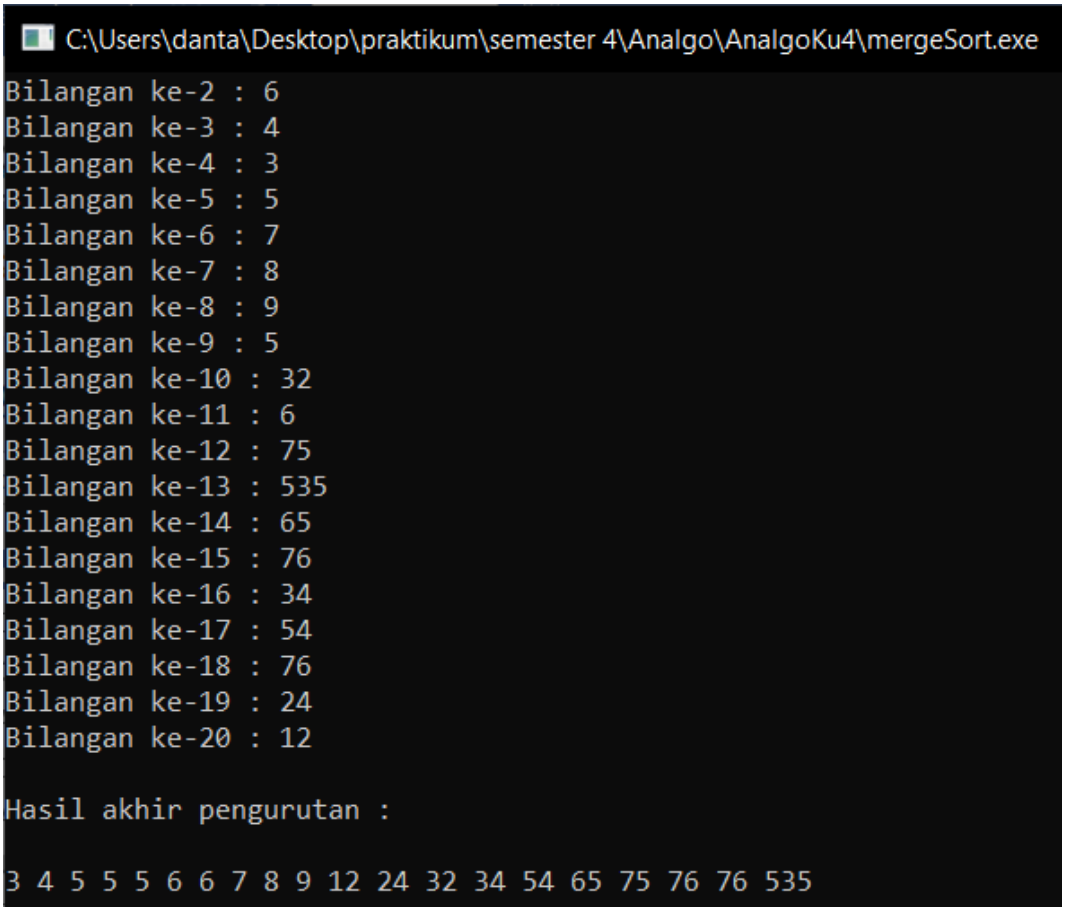
```
/*
*Author:M Risqullah Sudanta G
*NPM: 140810180066
*Deskripsi:Merge Sort
*Tahun: 2020
*/

#include <iostream>
using namespace std;

int a[50];
void merge(int, int, int);
void merge_sort(int low, int high)
{
    int mid;
    if (low < high)
    {
        mid = (low + high) / 2;
        merge_sort(low, mid);
        merge_sort(mid + 1, high);
        merge(low, mid, high);
    }
}
void merge(int low, int mid, int high)
{
    int h, i, j, b[50], k;
    h = low;
    i = low;
    j = mid + 1;
    while ((h <= mid) && (j <= high))
    {
        if (a[h] <= a[j])
        {
            b[i] = a[h];
```

```
            h++;
        }
        else
        {
            b[i] = a[j];
            j++;
        }
        i++;
    }
    if (h > mid)
    {
        for (k = j; k <= high; k++)
        {
            b[i] = a[k];
            i++;
        }
    }
    else
    {
        for (k = h; k <= mid; k++)
        {
            b[i] = a[k];
            i++;
        }
    }
    for (k = low; k <= high; k++)
        a[k] = b[k];
}
main()
{
    int num, i;
    cout << "MERGE SORT" << endl;
    cout << endl;
    cout << "Masukkan Banyak Bilangan: ";
    cin >> num;
    cout << endl;
    cout << "Sekarang masukkan " << num << " Bilangan yang ingin Diurutkan :" <<
endl;
    for (i = 1; i <= num; i++)
    {
        cout << "Bilangan ke-" << i << " : ";
        cin >> a[i];
    }
    merge_sort(1, num);
    cout << endl;
    cout << "Hasil akhir pengurutan :" << endl;
    cout << endl;
    for (i = 1; i <= num; i++)
        cout << a[i] << " ";
    cout << endl
         << endl
         << endl
         << endl;
```

```
}
```



Kompleksitas Algoritma merge sort adalah O(n lg n). Cari tahu kecepatan komputer Anda dalam memproses program. Hitung berapa running time yang dibutuhkan apabila input untuk merge sort-nya adalah 20

O -> T(20 log10 20) = 26

Studi Kasus 2: SELECTION SORT

Selection sort merupakan salah satu algoritma sorting yang berparadigma divide & conquer. Untuk membedah algoritma selection sort, lakukan langkah-langkah berikut:

- Pelajari cara kerja algoritma selection sort
- $$T(n) = \begin{cases} \theta(1) & \text{if } n \leq c \\ aT\left(\frac{n}{b}\right) + D(n) + C(n) & \text{otherwise} \end{cases}$$

  Tentukan T(n) dari rekurensi (pengulangan) selection sort berdasarkan penentuan rekurensi divide & conquer:

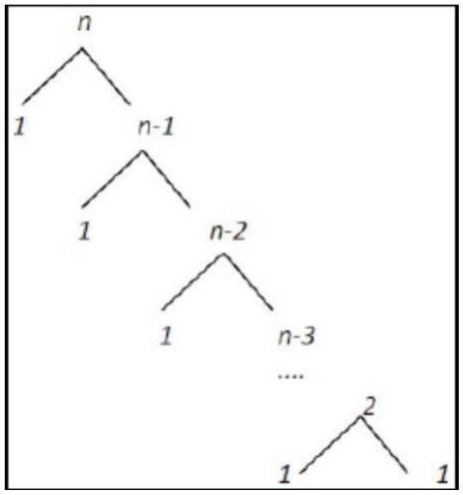
- Selesaikan persamaan rekurensi T(n) dengan **metode recursion-tree** untuk mendapatkan kompleksitas waktu asimptotiknya dalam Big-O, Big-Ω, dan Big-Θ
- Lakukan implementasi koding program untuk algoritma selection sort dengan menggunakan bahasa C++

Jawab :

```
for i ← n downto 2 do {pass sebanyak n-1 kali}
    imaks ← 1
    for j ← 2 to i do
      if xj > ximaks then
        imaks ← j
      endif
    endfor
    {pertukarkan ximaks dengan xi}
    temp ← xi
    xi ← ximaks
    ximaks ← temp
endfor
```

Subproblem = 1
Masalah setiap subproblem = n-1
Waktu proses pembagian = n
Waktu proses penggabungan = n

T( ) = { (1) (− 1) + ( )



T(n) = cn + cn-c +cn-2c +..... + 2c +cn
= c((n-1)(n-2)/2) + cn
= c((n^2-3n+2)/2) + cn
= c(n^2/2)-(3n/2)+1 +
cn =O(n^2)

T(n) = cn + cn-c +cn-2c +..... + 2c +cn
= c((n-1)(n-2)/2) + cn
= c((n^2-3n+2)/2) + cn
= c(n^2/2)-(3n/2)+1 + cn

= Ω (n^2)

T(n) = cn^2
= Θ(n^2)

```
/*
*Author:M Risqullah Sudanta G
*NPM: 140810180066
*Deskripsi:Selection Sort
```

```
*Tahun: 2020
*/

#include <iostream>
#include <conio.h>

using namespace std;

int data[100], data2[100];
int n;

void tukar(int a, int b)
{
    int t;
    t = data[b];
    data[b] = data[a];
    data[a] = t;
}
void selection_sort()
{
    int pos, i, j;
    for (i = 1; i <= n - 1; i++)
    {
        pos = i;
        for (j = i + 1; j <= n; j++)
        {
            if (data[j] < data[pos])
                pos = j;
        }
        if (pos != i)
            tukar(pos, i);
    }
}

int main()
{
    cout << "\nMasukkan Jumlah Data : ";
    cin >> n;
    for (int i = 1; i <= n; i++)
    {
        cout << "Masukkan data ke-" << i << " : ";
        cin >> data[i];
        data2[i] = data[i];
    }

    selection_sort();
    cout << "Data Setelah di Sort : " << endl;
    for (int i = 1; i <= n; i++)
    {
        cout << " " << data[i];
    }
}
```

Studi kasus 3 Insertion Sort

```
Algoritma
        for i ← 2 to n do
            insert ← xi
            j ← i
            while (j < i) and (x[j-i] > insert) do
                x[j]← x[j-1]
                j←j-1
            endwhile
            x[j] = insert
        endfor
```

Subproblem = 1
Masalah setiap subproblem = n-1
Waktu proses penggabungan = n
Waktu proses pembagian = n

$$( ) = \{ (1) (- 1) + ( )$$

T(n) = cn + cn-c +cn-2c +..... + 2c +cn <= $2cn^2 + cn^2$
= c((n-1)(n-2)/2) + cn<= $2cn^2 + cn^2$
= c($(n^2$-3n+2)/2) + cn<= $2cn^2 + cn^2$
= c(n^2/2)-c(3n/2)+c+cn <= $2cn^2$ +
cn^2 =O(n^2)

T(n) = cn <= cn
= Ω (n)

T(n) = (cn + cn^2)/n
= Θ(n)

```
/*
*Author:M Risqullah Sudanta G
*NPM: 140810180066
*Deskripsi:Insertsion Sort
*Tahun: 2020
*/

#include <iostream>
#include <conio.h>

using namespace std;

int data[100], data2[100], n;

void insertion_sort()
{
    int temp, i, j;
    for (i = 1; i <= n; i++)
    {
        temp = data[i];
        j = i - 1;
        while (data[j] > temp && j >= 0)
        {
```

```
            data[j + 1] = data[j];
            j--;
        }
        data[j + 1] = temp;
    }
}
int main()
{
    cout << "Masukkan Jumlah Data : ";
    cin >> n;
    cout << endl;
    for (int i = 1; i <= n; i++)
    {
        cout << "Masukkan data ke-" << i << " : ";
        cin >> data[i];
        data2[i] = data[i];
    }
    insertion_sort();
    cout << "\nData Setelah di Sort : " << endl;
    for (int i = 1; i <= n; i++)
    {
        cout << data[i] << " ";
    }
}
```

Studi Kasus 4: BUBBLE SORT

Subproblem = 1
Masalah setiap subproblem = n-1
Waktu proses pembagian = n
Waktu proses penggabungan = n

$T(n) = cn + cn-c + cn-2c + \ldots\ldots + 2c + c <= 2cn^2 + cn^2$
$= c((n-1)(n-2)/2) + c <= 2cn^2 + cn^2$
$= c((n^2-3n+2)/2) + c <= 2cn^2 + cn^2$
$= c(n^2/2)-c(3n/2)+2c <= 2cn^2 + cn^2 = O(n^2)$

$T(n) = cn + cn-c + cn-2c + \ldots\ldots + 2c + c <= 2cn^2 + cn^2$

$= c((n-1)(n-2)/2) + c <= 2cn^2 + cn^2$

$= c((n^2-3n+2)/2) + c <= 2cn^2 + cn^2$

$= c(n^2/2)-c(3n/2)+2c <= 2cn^2 + cn^2$

$= \Omega(n^2)$

$T(n) = cn^2 + cn^2$

$= \Theta(n^2)$

```
/*
*Author:M Risqullah Sudanta G
*NPM: 140810180066
*Deskripsi:bubble Sort
*Tahun: 2020
*/

#include <iostream>
#include <conio.h>

using namespace std;

int main()
{
    int arr[100], n, temp;
    cout << "Banyak nilai yang akan dimasukkan : ";
    cin >> n;

    for (int i = 0; i < n; ++i)
    {
        cout << "Nilai ke-" << i + 1 << " : ";
        cin >> arr[i];
    }

    for (int i = 1; i < n; i++)
    {
        for (int j = 0; j < (n - 1); j++)
        {
            if (arr[j] > arr[j + 1])
            {
                temp = arr[j];
                arr[j] = arr[j + 1];
                arr[j + 1] = temp;
            }
        }
```

```
    }
    cout << "\nHasil dari Bubble Sort : " << endl;
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        cout << " " << arr[i];
    }
}
```