

Disciplina de Métodos Numéricos
TRABALHO III — INTERPOLAÇÃO

Professor: João Batista Souza de Oliveira
Aluno: Ricardo B. Süffert
Data de entrega: 09/06/2024.

1. O PROBLEMA

O problema deste trabalho consiste na aplicação dos conceitos de interpolação vistos em aula em uma situação prática: descobrir por quanto tempo deve ser assado um peru de Natal com um determinado peso. Para isso, são conhecidos alguns valores e devem ser descobertos outros dois, conforme a Tabela I, por meio de algum dos métodos de interpolação estudados: o polinômio de Newton ou o polinômio de Lagrange.

Nº	Peso (kg)	Tempo (min)
1	2	95
2	4	135
3	6	190
4	8	265
5	10	385
6	12	516
7	9,2	?
8	15	?

Tabela I – Valores de peso (kg) e tempo de assar (min) para um peru de Natal

Para tal, os valores da Tabela I devem ser considerados coordenadas cartesianas, em que o peso corresponde ao valor de x e o tempo ao de y . A partir disso, por meio da interpolação, pode-se criar um polinômio $p(x)$ que, para um certo peso de peru, resulta em seu tempo estimado de cozimento. Com isso, teoricamente, calculando $p(9,2)$ e $p(15)$ terá-se a resolução do problema.

2. RESULTADO OBTIDO PELO CHAT GPT

Antes da aplicação dos conceitos de interpolação, porém, é solicitado no enunciado do trabalho que seja pedido à inteligência artificial (IA) uma solução para o problema. A primeira resposta do Chat GPT não foi satisfatória, pois o que foi tentado foi a identificação de um padrão na sequência de valores por meio de adivinhação, então, como parte de um novo *prompt*, foi fornecida uma “dica” para que a interpolação seja utilizada para o cálculo. Com isso, com base nos pontos 1 a 6, a IA construiu o Polinômio I, a partir do qual obteve os resultados de $p(9,2) \approx 331,53$ e $p(15) \approx 299,70$ (segundo ela).

$$p(x) = \frac{79}{3840}x^5 + \frac{257}{384}x^4 - \frac{1523}{192}x^3 + \frac{4315}{96}x^2 - \frac{11723}{120}x + 164$$

Polinômio I — Polinômio de Lagrange fornecido pelo Chat GPT para o problema

Na Seção 3, será demonstrado que, de fato, o cálculo de interpolação resulta em um tempo de cozimento de 331,53 minutos para um peru de 9,2 kg e de 299,70 minutos para um peru de 15 kg, mas há dois pontos de atenção neste resultado. Em primeiro lugar, pelo Polinômio I construído pela IA, $p(9,2) \approx 3.043,38$, e não 331,53; de forma similar, $p(15) \approx 31.544,81$, e não 299,70, o que indica que há um erro no cálculo do Polinômio I. Este ponto será elucidado na Seção 3 com o cálculo de um

novo polinômio interpolador para o problema. Além disso, não parece plausível que um peru de 15 kg leve menos tempo para assar do que um de 9,2 kg, que foi o resultado obtido. Esses valores, apesar de corretos pelos cálculos de interpolação, evidenciam uma limitação dessa técnica, o que será melhor explicado na Seção 4.

3. CÁLCULO DOS RESULTADOS POR INTERPOLAÇÃO

A construção do polinômio de Newton e a avaliação de valores para x nele foi implementada em Java para os propósitos deste trabalho e o código-fonte pode ser encontrado no diretório `src` da pasta do trabalho. Ao fornecer como entrada para este programa os pontos 1 até 6, o seguinte polinômio é construído:

$$p(x) = 95 + 20(x - 2) + \frac{15}{8}(x - 2)(x - 4) + \frac{125}{1200}(x - 2)(x - 4)(x - 6) + \frac{125}{2400}(x - 2)(x - 4)(x - 6)(x - 8) - \frac{659}{32000}(x - 2)(x - 4)(x - 6)(x - 8)(x - 10)$$

Polinômio II – Polinômio de Newton calculado para os pontos 1 até 6 pelo programa implementado para o trabalho

Utilizando o Polinômio II, obtém-se que $p(9,2) \approx 331,53$ (ponto 7) e $p(15) \approx 299,7$ (ponto 8). Isso quer dizer que, pelo polinômio interpolador de Newton, o peru de 9,2 kg levaria cerca de 331 minutos para assar, enquanto o de 15 kg levaria cerca de 300.

4. COMPARAÇÃO DAS SOLUÇÕES E CONCLUSÃO

A primeira tentativa de solução para o problema proposto, fornecida na Seção 2 e calculada via IA utilizando o Chat GPT como ferramenta, apresentou resultados corretos quando comparados com os da Seção 3, porém a justificativa — isto é, o Polinômio I, que supostamente foi usado para o cálculo — estava incorreta, evidenciando que, apesar de úteis, as inteligências artificiais atuais requerem revisão em seus trabalhos. Por outro lado, após a identificação desse equívoco, foi implementado o método de interpolação pelo polinômio de Newton em um programa Java que é fornecido na pasta deste trabalho. Com a construção do Polinômio II pelo programa, desta vez correto, foi possível confirmar os tempos fornecidos pela IA para assar os perus de pesos 9,2 kg e 15 kg, resultando em aproximadamente 331 minutos para o primeiro e 300 minutos para o segundo.

Todavia, analisando os resultados obtidos pelo programa, foi possível perceber um comportamento curioso do polinômio que descreve os tempos para assar os perus: o tempo estimado para um peru de 15 kg é menor que o tempo para perus de 9,2 kg, 10 kg e 12 kg, mesmo que estes últimos pesem menos. A explicação para esse fenômeno reside no fato de que, para ter-se precisão, a interpolação deve ser aplicada para calcular pontos cuja coordenada x está dentro do intervalo das coordenadas x dos pontos fornecidos. Como o conjunto de pontos conhecidos possui coordenadas x de 2 a 12, sabe-se que a interpolação pode ser aplicada para o peso de peru 9,2 kg, pois está dentro desse intervalo. Por outro lado, um peru de 15 kg o extrapola, deixando de ser interpolação e passando a ser **extrapolação**. Ao contrário da primeira, a segunda produz estimativas para observações fora do intervalo de pontos conhecidos, mas possui uma probabilidade muito maior de produzir resultados incertos ou impossíveis em uma situação prática e real.

De fato, ao observar o gráfico do Polinômio II, é possível ver que o tempo de cozimento (eixo y) cresce proporcionalmente com o peso do peru (eixo x) entre o intervalo $[1,74; 12,9]$ do eixo x . Pontos cuja coordenada x está antes desse intervalo aumentam o tempo de cozimento conforme o peso diminui, e aqueles após esse intervalo têm seu tempo de cozimento diminuído conforme seu peso aumenta. Esse último é o caso do peru de peso 15 kg. Em ambas as situações em que os pontos estão fora do intervalo, as grandezas peso e tempo de cozimento deixam de ser diretamente proporcionais e tornam-se inversamente proporcionais.