

刚体的定轴转动

基本模型

刚体

刚体的平动

质心运动代表了刚体的运动

质点运动学、动力学

刚体的转动

特例

刚体定轴转动运动学

角位移 $\Delta\theta$

$$\text{角速度 } \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\text{角加速度 } \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

刚体上某质元角量与线量关系

$$v_i = \omega r_i$$

$$a_{i\tau} = r_i \alpha$$

$$a_{in} = r_i \omega^2$$

刚体定轴转动动力学

刚体定轴转动的转动定律

(在刚体的定轴转动中地位相当于牛二定律)

$$M = \frac{d(\mathbf{r} \times m\mathbf{v})}{dt} = \frac{d\mathbf{L}}{dt} = J\alpha$$

转动惯量

$$J = \int r^2 dm$$

力矩

$$M = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

力矩在时间上的累积作用

冲量矩

$$\int_{t_0}^t M \cdot dt$$

刚体定轴转动的角动量

$$L = J\omega$$

刚体定轴转动的角动量定理

$$M = \frac{d(J\omega)}{dt} = \frac{dL}{dt} \text{ (微分形式)}$$

$$\int_{t_0}^t M \cdot dt = J\omega - J\omega_0 \text{ (积分形式)}$$

刚体对轴的角动量守恒定律

如果外力对轴的力矩 $M = 0$, 则 $J\omega = J_0\omega_0$

力矩在空间上的累积作用

力矩的功

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M d\theta$$

力矩的功率

$$P = \frac{dW}{dt} = M \frac{d\theta}{dt} = M\omega$$

转动动能

$$E_k = \frac{1}{2} J\omega^2$$

刚体定轴转动的动能定理

合外力矩对定轴转动刚体所做的功等于刚体转动动能的增量

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} M d\theta = \frac{1}{2} J\omega_2^2 - \frac{1}{2} J\omega_1^2$$