大学物理 知识纲要

(基于课堂讲义)

目录

1　质点运动学

1.1　质点运动的描述

1. 位置矢量:

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$$

2. 位移矢量:

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1$$

3. 速度矢量:

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$$

4. 加速度矢量:

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$$

以上物理量为矢量, 应按矢量运算法则进行计算.

质点的运动是质点的空间位置随时间变化的过程. 这时质点的坐标和位矢 $\boldsymbol{r}$ 都是时间 t 的函数. 表示运动过程的函数式称为**运动方程**, 可以写作

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t) \xrightarrow{\text{消去}t} \textbf{轨道方程}$$

1.2　圆周运动

在极坐标系中描述圆周运动, 矢径大小恒定, 只需考虑角位置随时间的变化:

$$\text{角位置}: \theta = \theta(t)$$

$$\text{角位移}: \Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

$$\text{角速度}: \omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

$$\text{角加速度}: \alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$$

圆周运动中, 在自然坐标系下:

$$\boldsymbol{a}_\tau = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}_0 = \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{\tau}_0 \quad \boldsymbol{a}_\mathrm{n} = \frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n}_0 = \frac{v^2}{R}\boldsymbol{n}_0$$

1.3 线量和角量之间的关系

$$\mathrm{d}s = R\,\mathrm{d}\theta$$

$$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = R\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = R\omega$$

$$a_\tau = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = R\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = R\alpha$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$$

1.4 运动学的两类问题

1. 由已知的运动方程可以求得质点在任一时刻的速度和加速度.
2. 已知质点的加速度以及初始条件, 可求质点速度及其运动方程.

$$\boldsymbol{r}(t) \underset{\int}{\overset{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}}{\rightleftharpoons}} \boldsymbol{v}(t) \underset{\int}{\overset{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}}{\rightleftharpoons}} \boldsymbol{a}(t)$$

积分问题的几种情况

1. $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}(t)$.
2. $a = a(v)$(以直线情况为例).

$$a(v) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \Rightarrow \mathrm{d}t = \frac{\mathrm{d}v}{a(v)}$$

$$\Rightarrow \int_0^t \mathrm{d}t = \int_v^{v_0} \frac{\mathrm{d}v}{a(v)}$$

3. $a = a(x)$(以直线情况为例).

$$a(x) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} \Rightarrow a(x)\,\mathrm{d}x = v\,\mathrm{d}v$$

$$\int_{x_0}^{x} a(x)\,\mathrm{d}x = \int_{v_0}^{v} v\,\mathrm{d}v$$

2 质点动力学

2.1 牛顿三大定律

1. **牛顿第一定律**: 任何物体都要保持其静止或匀速直线运动状态，直到外力迫使它改变运

动状态为止. 物体的这种运动状态通常称为**惯性运动**. 牛顿第一定律又称为**惯性定律**.

2. **牛顿第二定律**:

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$$

3. **牛顿第三定律**: 两个物体之间作用力 $\boldsymbol{F}_{12}$ 和反作用力 $\boldsymbol{F}_{21}$，沿**同一直线，大小相等，方向相反**，分别作用在**两个**物体上.

2.2 几种常见的力

1. **万有引力**:

$$\boldsymbol{F} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\boldsymbol{e_r}$$

万有引力常数 $G = 6.67 \times 10^{-11}\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg}^{-2}$
重力 $\boldsymbol{P} = m\boldsymbol{g}, \quad g \simeq \dfrac{Gm_{\mathrm{E}}}{r^2}$

2. **弹性力**: 发生形变的物体，由于要恢复原状，对与它接触的物体产生的作用力. 如正压力 (支承力)、张力、弹簧的弹力.

3. **摩擦力**: 两个物体有一接触面而且相互间有**挤压**作用，当沿着这个接触面的方向有**相对运动**或**相对运动趋势**时，在两者的接触面上就会产生相互作用的摩擦力. 摩擦力的方向沿着两物体接触面的**切线**方向，并**与物体相对运动或相对运动趋势的方向相反**.

2.3 牛顿定律应用步骤

1. 选取研究对象
2. 分析受力, 画受力图 (隔离法, 整体法)
3. 确定参考系 (默认地面), 分析物体的运动
4. 选取坐标系, 列方程求解
5. 核对量纲, 代入数据, 计算数值结果

$$\text{直角坐标系:} \sum_i F_{ix} = ma_x; \sum_i F_{iy} = ma_y; \sum_i F_{iz} = ma_z$$

$$\text{自然坐标系:} \sum_i F_{i\tau} = ma_\tau = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}; \sum_i F_{i\mathrm{n}} = ma_{\mathrm{n}} = m\frac{v^2}{\rho}$$

2.4 动量定理

$$\boldsymbol{I}=\int_{t_0}^{t}\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}t=\boldsymbol{p}-\boldsymbol{p}_0=m\boldsymbol{v}-m\boldsymbol{v}_0$$

平均冲力:

$$\overline{\boldsymbol{F}}=\frac{1}{t-t_0}\int_{t_o}^{t}\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}t$$

2.5 质点系的动量定理

$$\int_{t_0}^{t}\sum\boldsymbol{F}_i\,\mathrm{d}t=\boldsymbol{p}-\boldsymbol{p}_0=\Delta\boldsymbol{p}$$

质点系统所受合外力的冲量等于系统总动量的增量. 内力不能改变整个系统的总动量.

2.6 动量守恒定律

当 $\sum\boldsymbol{F}_i=0$ 时

$$\boldsymbol{p}=\sum m_i\boldsymbol{v}_i=\text{常矢量}$$

分量式:

$$\boldsymbol{p}_x=\sum m_i\boldsymbol{v}_{ix}=\text{常矢量}$$

$$\boldsymbol{p}_y=\sum m_i\boldsymbol{v}_{iy}=\text{常矢量}$$

$$\boldsymbol{p}_z=\sum m_i\boldsymbol{v}_{iz}=\text{常矢量}$$

2.7 功

$$W=\int\mathrm{d}W=\int_l F\,|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|\cos\theta=\int_l\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$$

功率

$$P=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta W}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}=\frac{\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{F}\cdot\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v}$$

2.8 质点的动能定理

合外力对质点所做的功等于质点动能的增量.

$$W=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2=E_{k2}-E_{k1}$$

2.9 质点系的动能定理

$$W_{外}+W_{内}=E_{\mathrm{k2}}-E_{\mathrm{k1}}$$

内力的功与内力的冲量不同，内力的冲量不能改变系统的总动量，但**内力的功却可以改变系统的总动能**.

2.10 保守力做功与势能

满足

$$\oint_L \boldsymbol{f}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}=0$$

的力称为**保守力**.

$$W_{保}=\int_a^b \boldsymbol{F}_{保}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}=E_{\mathrm{pa}}-E_{\mathrm{pb}}=-(E_{\mathrm{pb}}-E_{\mathrm{pa}})=-\Delta E_{\mathrm{p}}$$

2.11 功能原理

$$W_{外}+W_{非保内}=E_2-E_1$$

质点系**机械能的增量**等于**所有外力**和**所有非保守内力**所作功的代数和.

2.12 机械能守恒定律

如果 $W_{外}=0, W_{非保内}=0$, 则

$$E=E_{\mathrm{k}}+E_{\mathrm{p}}=恒量$$

当系统只受**保守内力作功**时，质点系的**总机械能保持不变**.

2.13 质点相对某点的角动量

质点相对 o 点的角动量

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times m\boldsymbol{v}$$

2.14 力矩

力 $\boldsymbol{F}$ 对某固定点 o 的力矩

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$$

2.15 质点的角动量定理

作用在质点上的**力矩**等于质点**角动量对时间的变化率**.

$$\boldsymbol{M} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}}{\mathrm{d}t}$$

3 刚体力学基础

3.1 刚体定轴转动的描述

1. **角位置**: 在刚体上任取一个**转动平面**(**与轴垂直**的平面), 以该转动平面与转轴的交点为原点, 在该平面内作一射线作为参考方向（或称**极轴**）.
转动平面上任一质元对原点的位矢 $\boldsymbol{r}$ 与极轴的夹角称为**角位置**θ.

2. **角位移**: 刚体在一段时间内转过的角度（末时刻与初始时刻的角位置之差）$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ 称为**角位移**.

3. **角速度**:

$$\boldsymbol{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

4. **角加速度**:

$$\boldsymbol{\alpha} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$$

3.2 角量与线量之间的关系

刚体定轴转动的角速度和角加速度确定后, 刚体内任一质元的速度和加速度也就可以完全确定. 若刚体上某质元 i 到转轴的距离为 r_i. 则该质元的线速度为

$$v_i = \omega r_i$$

切向加速度和法向加速度分别为

$$a_{i\tau} = \alpha r_i$$

$$a_{i\mathrm{n}} = \omega^2 r_i$$

3.3 刚体定轴转动的转动定律

$$\boldsymbol{M} = J\boldsymbol{\alpha}$$

转动惯量:

$$J = \sum \Delta m_i r_i^2$$

3.4 转动定律的应用

$$M = J\alpha$$

1. 选物体.
2. 看运动: 按运动特点选取转动正方向.
3. 查受力: 画隔离体受力图
4. 列方程: 建立坐标系; 列出转动的动力学方程; 一般还会涉及与牛二定律的结合解题; 注意角加速度和线加速度之间的关系. **原则**: 转动用转动定律; 平动用牛顿定律; 列出平动量与转动量的关系.

3.5 刚体定轴转动的的动能定理

力矩的功

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M \,\mathrm{d}\theta$$

力矩的功率:

$$P = M\omega$$

刚体定轴转动的动能定理:

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} M \,\mathrm{d}\theta = \frac{1}{2}J\omega_2^2 - \frac{1}{2}J\omega_1^2$$

3.6 刚体定轴转动的角动量定理

刚体对某定轴的角动量:

$$L = J\omega$$

刚体定轴转动的角动量定理:

$$M = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}$$

3.7 刚体定轴转动的角动量守恒定律

刚体定轴转动的角动量守恒定律: 若外力对某轴的**力矩之和为零**, 则该刚体**对同一轴的角动量守恒**.

$$J\omega = J_0\omega_0$$

角动量守恒的定律两种情况:

1. **转动惯量保持不变**的单个刚体 ω 不变. (例子: 陀螺仪)
2. **转动惯量可变**的非刚体 J 增大, ω 减小; J 减小, ω 增大. (例子: 花样滑冰)

4 机械振动 机械波

4.1 机械振动, 简谐振动

机械振动: 物体在某固定位置附近的往复运动.

简谐振动: 一个做往复运动的物体, 偏离平衡位置的位移 x(或角位移 θ) 随时间 t 按余弦 (或正弦) 规律变化的振动.

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

4.2 判断是否简谐振动的三种等价表述

1. 受力:

$$F = -kx$$

2. 动力学方程:

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2x = 0$$

3. 位移方程的解:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

4.3 描述简谐振动的物理量

1. 振幅: 物体偏离平衡位置的最大位移（或角位移）的**绝对值**, 是描述**振动强弱**的物理量.
2. **周期**: 做简谐运动的物体完成**一次全振动**所经历的时间，用 T 表示，单位s.

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

3. **频率**:**单位时间**内物体所作的全振动的**次数**，用 f 表示，单位Hz.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

圆频率 (角频率):2π s内物体所作的全振动的**次数**，用 ω 表示，单位Hz.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

4. **相位**: 振动运动状态由 $(\omega t + \varphi_0)$ 确定. $(\omega t + \varphi)$ 称为**相位**.

初相位: $t = 0$ 时,$(\omega t + \varphi_0) = \varphi_0$, 称为**初相位**.

4.4 怎样由初始条件确定初相位

$$\left.\begin{aligned} x_0 &= A\cos\varphi_0 \\ -\frac{v_0}{\omega} &= A\sin\varphi_0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \tan\varphi_0 = -\frac{v_0}{\omega x_0} \Rightarrow \varphi_0 = \arctan(-\frac{v_0}{\omega x_0})$$

4.5 旋转矢量表示法

从坐标原点 O(平衡位置) 画一矢量 $\boldsymbol{A}$，使它的模等于简谐振动的振幅 A，并令 $t = 0$ 时 $\boldsymbol{A}$ 与 x 轴的夹角等于简谐振动的初相位 φ_0，然后使 $\boldsymbol{A}$ 以等于角频率 ω 的角速度在平面上绕 O 点作逆时针转动，这样作出的矢量称为**旋转矢量**.

旋转矢量图与简谐振动的对应关系为:

1. 简谐振动的振幅对应于旋转矢量 A 的长度（参考圆的半径）;
2. 简谐振动的角频率 ω 对应于旋转矢量 $\boldsymbol{A}$ 作逆时针转动时的角速度;
3. 简谐振动的初相位 φ_0 对应于零时刻旋转矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 x 轴正向之间的夹角;
4. 简谐振动的相位 $\varphi = \omega t + \varphi_0$ 对应于 t 时刻旋转矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 x 轴正向之间的夹角;
5. 相位差 $\Delta\varphi$ 对应于不同时刻两旋转矢量间的来角.

4.6 简谐振动的能量

总能量:

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{\mathrm{m}}^2$$

动能和势能在一个周期内的平均值为

$$\overline{E_{\mathrm{k}}} = \frac{1}{4}kA^2$$

$$\overline{E_{\mathrm{p}}} = \frac{1}{4}kA^2 = \frac{1}{2}E$$

4.7 同方向同频率谐振动的合成

设质点同时参与两个同方向同频率的简谐振动

$$x_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_{10})$$

$$x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_{20})$$

质点合位移

$$x = x_1 + x_2 = A_1\cos(\omega t + \varphi_{10}) + A_2\cos(\omega t + \varphi_{20}) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

其中

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_{20} - \varphi_{10})}$$

$$\tan\varphi_0 = \frac{A_1\sin\varphi_{10} + A_2\sin\varphi_{20}}{A_1\cos\varphi_{10} + A_2\cos\varphi_{20}}$$

1. $\Delta\varphi = \pm 2k\pi \quad (k = 0, 1, 2, \cdots)$ 时

$$A = A_1 + A_2$$

合成振幅**最大**.

2. $\Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi \quad (k = 0, 1, 2, \cdots)$ 时

$$A = |A_1 - A_2|$$

合成振幅**最小**.

3. 一般情况下

$$|A_1 - A_2| < A < |A_1 + A_2|$$

4.8 机械波

波是振动在空间中的扩散和传播. 如果该振动是机械振动, 则波称为**机械波**.

机械波产生的条件:1) 波源;2) 弹性介质.

4.9 横波和纵波

横波: 质点的振动方向与波的传播方向垂直的波.

纵波: 质点振动方向和波的传播方向平行的波.

4.10 波线, 波面

波线: 代表波的**传播方向**的射线.

波面: 振动传播时**相位相同**的点所组成的面.

波前: 波传播过程中, 某一时刻**最前面**的波面（只有一个）.

4.11 简谐波

如果波的图象是正弦或余弦曲线, 这样的波叫**简谐波**.

如果波源是简谐振动且介质是理想介质（各向同性均匀无限大）各部分振动的回复力是弹性力, 则称为**简谐波**.

4.12 描述波动的几个物理量

1. 波长: 在波动中, 振动相位总是相同的两个**相邻**质点 (振动相位差为 2π) 之间的距离, 叫做**波长**. 通常用 λ 表示. 等价描述: 某个振动状态在一个周期内**传播的距离**.

2. 波的周期和频率: 波向前传播一个波长所需要的时间或者一个完整波形通过波线上的某固定点所需的时间称为波的**周期**, 用 T 表示. 反映了波在**时间上的周期性**.

波的**频率**表示单位时间内波动所传播的完整波的数目或者单位时间内通过介质中某固定点完整波的数目. 用 f 表示.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$$

3. 波速: 在波动过程中, 某一**振动状态（即振动相位）**在单位时间内所传播的距离叫做**波速**. 波速又称**相速度**(相位传播速度).

4. 波速, 周期, 频率, 波长关系:

$$u = \frac{\lambda}{T}, \qquad u = \lambda f$$

4.13 平面简谐波的波函数

沿 x 轴正向传播的平面简谐波的波函数:

$$y = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

沿 x 轴负向传播的平面简谐波的波函数:

$$y = A\cos[\omega(t + \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

平面简谐波波函数的其它形式:

$$y = A\cos[\omega t - 2\pi\frac{x}{\lambda} + \varphi_0] = A\cos[\omega t - kx + \varphi_0] \quad (\text{沿 } +x)$$

$$y = A\cos[\omega t + 2\pi\frac{x}{\lambda} + \varphi_0] = A\cos[\omega t + kx + \varphi_0] \quad (\text{沿 } -x)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (\textbf{波矢})$$

波函数的物理意义:

1. 如果给定 $x = x_0$，则位移 y 仅是**时间 t 的函数**，波函数蜕化为

$$y(t) = A\cos[\omega(t - \frac{x_0}{u}) + \varphi_0]$$

即 $x = x_0$ 处质点的**振动方程**.

2. 如果 $t = t_0$ 为给定值，则位移 y 只是**坐标 x 的函数**，波函数变为

$$y(x) = A\cos[\omega(t_0 - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

即 t 时刻波线上各个质点的位移, 也即该时刻的**波形方程**.

3. 如果 t, x 都在变化，**波函数**描述波动中**任一质点的运动规律**:

$$y(t, x) = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

4.14 波的能量

$$\mathrm{d}E_{\mathrm{k}} = \frac{1}{2}\,\mathrm{d}mv^2 = \frac{1}{2}\rho\,\mathrm{d}V A^2\omega^2 \sin^2[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

$$\mathrm{d}E_{\mathrm{p}} = \frac{1}{2}\rho\,\mathrm{d}V A^2\omega^2 \sin^2[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

$$\mathrm{d}E = \rho\,\mathrm{d}V A^2\omega^2 \sin^2[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

介质中任一体积元的总能量随时间作周期性变化，说明其与相邻介质有能量交换，所以波动过程也就是**能量传播**的过程.

4.15 波的能量密度

单位体积介质中所具有的波的能量.

$$w = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}V} = \rho A^2\omega^2 \sin^2[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

平均能量密度: 能量密度在一个周期内的平均值.

$$\overline{w} = \frac{1}{T}\int_0^T \rho A^2\omega^2 \sin^2[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$$

4.16 波的能流和能流密度

能流: 单位时间内通过某一截面的能量. (波通过该截面的**功率**)

通过面积 ΔS 的能流 $p = wu\Delta S$

平均能流 (波的功率)

$$\overline{p} = \overline{w}u\Delta S$$

波强 (能流密度): 与波的传播方向垂直的单位面积的平均能流称为**能流密度**或波的强度，简称**波强**.

$$I = \overline{w}u \quad (\text{单位W/m}^2)$$

简谐波的波强

$$I = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u$$

4.17 惠更斯原理

介质中波阵面 (**波前**) 上的各点，都可以看作是发射子波的波源，其后任一时刻这些子波的**包络面**(与所有子波波前相切的曲面) 就是新的波阵面.

4.18 波的叠加原理

1. 几列波在传播中相遇时，可以**保持各自的特性**(频率、波长、振幅、振动方向等) 同时通过同一媒质，好像没有遇到其他波一样.
2. 在相遇的区域内，任一点的振动，为各列波单独存在时在该点产生的振动的**合成振动**.

4.19 波的干涉

两列波若频率相同、振动方向相同、在相遇点的相位相同或**相位差恒定**，则在合成波场中会出现某些点的振动始终加强，另一些点的振动始终减弱（或完全抵消）的现象.

相干条件:（1）频率相同;（2）相位差恒定;（3）振动方向相同.

干涉相长与干涉相消的条件:

干涉加强（干涉相长）:

$$\Delta\varphi = (\varphi_{20} - \varphi_{10}) - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda} = \pm 2k\pi \quad (k = 0, 1, 2, \cdots)$$

合成振幅**最大**.

干涉减弱（干涉相消）:

$$\Delta\varphi = (\varphi_{20} - \varphi_{10}) - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda} = \pm (2k+1)\pi \quad (k = 0, 1, 2, \cdots)$$

合成振幅**最小**.

5 静电场

5.1 库仑定律

$$\boldsymbol{F} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\boldsymbol{r}_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\boldsymbol{r}_0$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.0 \times 10^9\,\mathrm{N \cdot m^2/C^2}$$

真空介电常量 $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\,\mathrm{C}^{-2}/\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2$

5.2 电场强度叠加原理

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2 + \cdots + \boldsymbol{E}_n$$

5.3 电场强度的计算

1. 点电荷的电场强度:

$$\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{F}}{q_0} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

2. 点电荷系的电场强度: 根据电场强度叠加原理

$$\boldsymbol{E} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \boldsymbol{r}_0$$

3. 电荷连续分布的带电体的电场:

$$\boldsymbol{E} = \int_V \mathrm{d}\boldsymbol{E} = \int_V \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\mathrm{d}q}{r^2} \boldsymbol{r}_0$$

$$\text{体}: \mathrm{d}q = \rho\,\mathrm{d}V \quad \text{面}: \mathrm{d}q = \sigma\,\mathrm{d}S \quad \text{线}: \mathrm{d}q = \lambda\,\mathrm{d}l$$

叠加法求解场强步骤:

1. 根据带电体的形状合理选取电荷元 $\mathrm{d}q$, $\mathrm{d}q$**不一定需要是点电荷**, 可以选择大一些的电荷元如圆环、薄球壳电荷元, 以减小积分的计算量.

2. 选择合适的坐标系.

3. 利用**对称性**分析, 判断各电荷元在场中产生的场强 $\mathrm{d}\boldsymbol{E}$ 的方向是否一致, 如果**一致**,**直接积分**得到 $E = \int \mathrm{d}E$; 如果**不一致**, 则将 $\mathrm{d}\boldsymbol{E}$ 投影到坐标轴方向, 先求出**场强分量式**(E_x, E_y, E_z) 的代数和, 再根据矢量合成法则求出合场强.

5.4 典型带电体系的电场强度

1. 均匀带电直线:

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$
$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

将 E_x 和 E_y 合成后即可得到 $\boldsymbol{E}$.

当带电直线无限长时, $\theta_1 = 0, \theta_2 = \pi$,

$$E_x = 0$$

$$E_y = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

2. 均匀带电圆环轴线方向:

$$E = \frac{qx}{4\pi\varepsilon_0(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

5.5 电通量

$$\Phi_{\mathrm{e}} = \int_S \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

5.6 高斯定理

$$\Phi_{\mathrm{e}} = \oint_S \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}$$

5.7 高斯定理的应用

对于某些具有特殊对称性的带电体，利用高斯定理可以方便地求出电场分布.

1. 分析场源的**对称性**（常见的是球、面、轴对称性）；

- **球对称性**: 点电荷, 均匀带电**球面**, 均匀带电**球壳**, 均匀带电**球体**等
- **轴对称性**: 无限长均匀带电直线, 无限长均匀**带电圆柱面**, 无限长均匀**带电圆柱体**等
- **面对称性**: 无限大均匀带电**平面**, 无限大均匀带电**平板**等.

2. 选取一个合适的高斯面，使得或者在该高斯面的某一部分曲面上的 $\boldsymbol{E}$ 值为**常数**，或者使某一部分曲面上的 $\boldsymbol{E}$ 与它们的**法线方向处处垂直**；

3. 由高斯定理求 $\boldsymbol{E}$.

5.8 典型对称性带电体的电场强度

1. 带电球面:

$$E = 0 \quad (r < R)$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (r \geq R)$$

2. 带电无限大平板

$$E = \frac{\rho x}{\varepsilon_0} \quad (|x| \leq \frac{d}{2})$$

$$E = \frac{\rho d}{2\varepsilon_0} \quad (|x| \geq \frac{d}{2})$$

E 的方向垂直于平板, $\rho > 0$ 时向外, 反之向内.

3. 带电无限大平面:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

4. 带电无限长圆柱面

$$E = 0 \quad (r < R)$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \quad (r \geq R)$$

5.9 静电场的环流定理

$$\oint_l \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = 0$$

5.10 电势能

规定 b 点的电势能为 0，则

$$E_{\mathrm{pa}} = W_{\mathrm{ab}} = \int_a^b q_0 \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}$$

5.11 电势

$$U = \frac{E_{\mathrm{pa}}}{q_0} = \int_a^\infty \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} \quad (\text{单位:V})$$

5.12 电压

$$U_{\mathrm{ab}} = \int_a^b \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = U_{\mathrm{a}} - U_{\mathrm{b}}$$

5.13 电势的计算

两种计算路径:

1. 先求总场强, 再根据定义式求电势;
2. 先求电荷元电势, 再利用电势叠加原理计算电势.

1. 点电荷电场的电势: 选取无穷远处为电势零点时，电场中任一点 a 的电势

$$U_a = \int_a^{\infty} \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_a^{\infty} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \, \mathrm{d}r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

2. 点电荷系电场的电势: 根据电场强度叠加原理

$$\boldsymbol{E} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \boldsymbol{r}_{i0}$$

可得, 在取 $U_\infty = 0$ 时, 电场中任意一点 a 的电势

$$U_a = \int_a^{\infty} \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_a^{\infty} (\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \boldsymbol{r}_{i0}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \sum_{i=1}^{n} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$$

3. 连续电荷分布带电体的电势: 总电场在 a 点的电势

$$U_a = \int_V \mathrm{d}U = \int_V \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

5.14 静电场中的导体

- 静电场中处于**静电平衡**状态的**导体的内部电场强度为 0**.
- 静电平衡时导体内部和表面是**等势体**.

6 稳恒磁场

6.1 电流密度

电流密度:

$$\boldsymbol{j} = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S_\perp} \boldsymbol{n} \quad (\mathrm{A/m^{-2}})$$

电流密度矢量 $\boldsymbol{j}$ 的方向沿该点电场 $\boldsymbol{E}$ 的方向，大小等于通过**与该点电场强度方向垂直**的单位面积的电流强度.

电流与电流密度关系:

$$I = \int_S j\cos\theta\,\mathrm{d}S = \int_S \boldsymbol{j}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

6.2 稳恒电流, 稳恒电场

稳恒电流 电流分布不随时间变化的电流, $\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=$ 常量.

稳恒电场 维持稳恒电流所需的电场, 其分布不随时间变化.

6.3 电动势

非静电力把**1C 的正电荷**在电源内从**负极**移送到**正极**所做的功. 方向: 电源内部电势升高的方向. 单位:V.

$$\varepsilon = \int_{-}^{+} \boldsymbol{E}_{\mathrm{k}}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} \quad \text{或} \quad \varepsilon = \oint \boldsymbol{E}_{\mathrm{k}}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}$$

6.4 磁感应强度

磁感应强度$\boldsymbol{B}$ 矢量描述磁场的强弱和方向. 方向与小磁针 N 极在该处指向一致. **三种定义方式:**

1. $\boldsymbol{B}$ 的方向垂直于**正电荷**所受最大磁力的方向与电荷运动方向组成的平面, 满足右手螺旋关系, 即$\boldsymbol{F}=q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$. $\boldsymbol{v}\perp\boldsymbol{B}$ 时, 电荷所受磁力最大, $\boldsymbol{B}$ 的大小 $B=F_{\max}/qv$.

2. $\boldsymbol{B}$ 的方向垂直于**电流元**所受最大磁力的方向与电流元方向组成的平面, 满足右手螺旋关系, 即$\mathrm{d}\boldsymbol{F}=I\,\mathrm{d}\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{B}$. $\mathrm{d}\boldsymbol{l}\perp\boldsymbol{B}$ 时, 电流元所受磁力最大, $\boldsymbol{B}$ 的大小 $B=\mathrm{d}F_{\max}/I\,\mathrm{d}l$.

3. $\boldsymbol{B}$ 的方向垂直于**线圈**所受最大力矩的方向与磁矩方向组成的平面, 满足右手螺旋关系, 即$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{P}_{\mathrm{m}}\times\boldsymbol{B}$. $\boldsymbol{P}_{\mathrm{m}}\perp\boldsymbol{B}$ 时, 线圈所受力矩最大 ($\boldsymbol{M}_{\max}$), $\boldsymbol{B}$ 的大小等于单位磁矩所受的最大力矩, 即 $B=M_{\max}/P_{\mathrm{m}}$.

6.5 磁场中的高斯定理

$$\oint_S \boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=0$$

6.6 真空中的毕奥–萨伐尔定律

$$\mathrm{d}\boldsymbol{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\mathrm{d}\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{r}}{r^3}$$

真空中的磁导率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m \cdot A^{-1}}$.

6.7 利用毕奥–萨伐尔定律计算磁场

1. 根据载流导体的**对称性**建立坐标系.

2. 将载流导体分割成无限多个**小电流元**，根据毕奥-萨伐尔定律写出某一电流元 $I\,\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 在 P 点产生的磁感应强度 $\mathrm{d}\boldsymbol{B}$

$$\mathrm{d}\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\mathrm{d}\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{r}}{r^3}$$

$$\mathrm{d}B_x = \mathrm{d}B\cos\theta, \mathrm{d}B_y = \mathrm{d}B\sin\theta,$$

3. 分析 $\boldsymbol{B}$ 的对称性.

4. 将所有电流元在 P 点产生的磁感应强度求和:

$$B_x = \int \mathrm{d}B\cos\theta, B_y = \int \mathrm{d}B\sin\theta$$

6.8 几种载流导体的磁场

1. 载流直导线的磁场大小:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$

2. 圆弧载流导线圆心处磁场:

$$B = \frac{\mu_0 I\theta}{4\pi R}$$

3. 圆形电流轴线上的磁场大小

$$B = \frac{\mu_0}{2}\frac{R^2 I}{(R^2+x^2)^{3/2}}$$

4. 载流长直螺线管内磁感应强度大小:

$$B = \mu_0 n I$$

6.9 安培环路定理

$$\oint_L \boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} = \mu_0\sum I_i$$

6.10 安培环路定理的应用

1. 分析磁场分布的**对称性**（方向、大小）.
2. 选择适当的安培环路:
    - 环路应该通过场点,
    - 环路的各部分或 $\parallel \boldsymbol{B}$, 或 $\perp \boldsymbol{B}$,
    - 环路上待求的场强**只有一个值**（可以提出积分号）.
3. 正确计算回路包围的传导电流的代数和.
4. 利用安培环路定理求出该点磁感应强度的大小, 其方向在分析磁场对称性时可以判断.

6.11 利用安培环路定理计算几种典型磁场

1. 长直载流螺线管内的磁场分布:

$$B = \mu_0 n I$$

2. 环形载流螺线管内的磁场分布:

$$B = \mu_0 n I \quad (n = \frac{N}{L})$$

3. “无限长”载流圆柱导体内外磁场的分布:

$$B = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} & (r \geq R) \\ \dfrac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} & (r < R) \end{cases}$$

4. 无限大载流平面:

$$B = \frac{1}{2}\mu_0 i$$

6.12 安培定律

$$\mathrm{d}\boldsymbol{F} = I\,\mathrm{d}\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}$$

给定载流导线在磁场中所受到的安培力

$$\boldsymbol{F} = \int_L \mathrm{d}\boldsymbol{F} = \int_L I\,\mathrm{d}\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}$$

6.13 无限长两平行载流直导线间的相互作用力

载流导线 2, 1 每单位长度所受安培力

$$\frac{\mathrm{d}F_2}{\mathrm{d}l_2}=\frac{\mathrm{d}F_1}{\mathrm{d}l_1}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

6.14 磁场对载流线圈的作用

对于载流线圈，通常采用磁矩来表征载流线圈的本身属性．设载流线圈所围面积为 ΔS，线圈中电流为 I_0，则该载流线圈的**磁矩**定义为

$$\boldsymbol{P}_{\mathrm{m}}=I_0\Delta S\boldsymbol{n}$$

载流线圈 (磁偶极子) 受到的力矩

$$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{P}_{\mathrm{m}}\times\boldsymbol{B}$$

6.15 磁力的功

1. 载流导线在磁场中运动时磁力所做的功:

$$W=I\Delta\varPhi$$

2. 载流线圈在磁场中转动时磁力矩所做的功:

$$W=\int_{\varPhi_{\mathrm{m}1}}^{\varPhi_{\mathrm{m}2}} I\,\mathrm{d}\varPhi_{\mathrm{m}}=I\Delta\varPhi_{\mathrm{m}}$$

6.16 洛仑兹力

$$\boldsymbol{f}=q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$$

6.17 带电粒子在匀强磁场中的运动

1. $\boldsymbol{v}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 平行或反平行:

$$\boldsymbol{f}=q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}=0$$

带电粒子仍作匀速直线运动，不受磁场的影响.

2. $\boldsymbol{v}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 垂直: 在垂直于 $\boldsymbol{B}$ 的平面内作匀速圆周运动

$$qvB = m\frac{v^2}{R}$$

回转半径:

$$R = \frac{mv}{qB}$$

回转周期

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$

3. $\boldsymbol{v}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 夹角 θ:

$$v_\perp = v\sin\theta; v_\parallel = v\cos\theta$$

螺旋线半径

$$R = \frac{mv_\perp}{qB} = \frac{mv\sin\theta}{qB}$$

螺旋周期

$$T = \frac{2\pi R}{v_\perp} = \frac{2\pi m}{qB}$$

螺距

$$h = v_\parallel T = v\cos\theta T = \frac{2\pi mv\cos\theta}{qB}$$

7 变化的电磁场

7.1 法拉第电磁感应定律

1831 年, 法拉第归纳出 **"磁生电" 的规律**: 只要穿过闭合导体回路的**磁通量**发生变化, 不管这种变化是由于什么原因所引起的, 回路中就会出现**感应电流**.

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi_\mathrm{m}}{\mathrm{d}t}$$

回路中磁场线的方向与规定的绕行正方向满足**右手螺旋关系**, 穿过回路所围面积的磁通量为**正值**, 反之则为负值. $\varepsilon > 0$, 说明 ε 的方向与绕行方向相同.

7.2 楞次定律

闭合回路中感应电流的方向, 总是使得它所激发的磁场去**反抗**引起感应电流的**磁通量的变化**. 或者表述为: 感应电流产生的效果总是**反抗引起电磁感应的原因**（如反抗相对运动、磁场变化、闭合回路面积改变等）.

7.3 动生电动势

动生电动势 磁场不变，回路或其一部分在磁场中有相对磁场的运动而产生的感应电动势.

动生电动势 $\varepsilon=\int_{-}^{+}\boldsymbol{E}_{\mathrm{k}}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=\int_{a}^{b}\boldsymbol{E}_{\mathrm{k}}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}$

在整个导线 L 中产生的动生电动势:$\varepsilon=\int_{L}(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}$

7.4 感生电动势

感生电动势 回路不动，因磁场随时间变化而产生的感应电动势.

感生电场 麦克斯韦假设变化的磁场在其周围空间激发出一种新的涡旋状电场，不管其周围空间有无导体，也不管周围空间有否介质还是真空，并称其为**感生电场**（**涡旋电场**）. **非静电力**是感生电场对电荷的作用力. 感生电场是否存在只取决于**有无磁场变化**, 与**是否存在导体及是否存在闭合电路无关**.

感生电动势:

$$\varepsilon=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{S}\boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

法拉第电磁感应定律的积分形式:

$$\oint_{L}\boldsymbol{E}_{\mathrm{r}}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=-\frac{\partial}{\partial t}\int_{S}\boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

感生电场与静电场不同点

	静电场	感生电场
起源	静止电荷激发	变化磁场激发
场线	始于正电荷, 止于负电荷	无头无尾, 闭合曲线
性质	有源场: $\oint_{S}\boldsymbol{E}_{\mathrm{e}}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}$ 无旋场: $\oint_{L}\boldsymbol{E}_{\mathrm{e}}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=0$	无源场: $\oint_{S}\boldsymbol{E}_{\mathrm{r}}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=0$ 有旋场: $\oint_{L}\boldsymbol{E}_{\mathrm{r}}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=-\int_{S}\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$